Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Escuela Técnica Superior de Ingenieros Industriales

Proyecto Fin de Carrera

Modelo Numérico Tridimensional para el Estudio de la Eficacia de Pantallas Acústicas

Autor:
Jaime Cambre Martín

Tutores:
Dr. D. Juan José Aznárez González
Dr. D. Orlando Maeso Fortuny

Mayo de 2009

A la familia, Lola incluida.

A mis tutores, por su paciente dedicación.

Y por supuesto, a Juan José Pérez, Luis Padrón y Carla.

Índice general

Introducción

Antecedentes

El desarrollo científico, tecnológico e industrial de los dos últimos siglos ha aportado a la humanidad un grado de desarrollo, evolución y bienestar ignotos hasta la actualidad. Los múltiples beneficios aportados por el desarrollo industrial son innegables, sin bien, hoy día ya nadie discute el contrapunto asociado a éste: el deterioro medioambiental.

Las actividades industriales generan, en su mayoría, productos de desecho, cualesquiera que sea su naturaleza, que repercute de forma negativa en el medio ambiente. Desafortunadamente, la repercusión medioambiental de las actividades industriales ha crecido de forma proporcional a la evolución y arraigo de tales actividades. Ello ha ido parejo a un deterioro y degradación paulatina del medio ambiente, lo que ha ido despertando la voz de alarma, aconsejando establecer pautas de cuidado y paliación de los efectos perniciosos de la actividad industrial.

Dentro de los factores contaminantes asociados a la industrialización, es indudable la relevancia que tiene el ruido. El fenómeno del ruido contaminante, por su incidencia directa sobre la salud y el rendimiento de las personas, resulta ser el factor ambiental del que más se quejan los ciudadanos en la mayoría de los estudios de opinión, especialmente el producido por el transporte en general, y el tráfico rodado en concreto.

Son incuestionables los efectos perniciosos que el exceso de ruido produce sobre las personas. Muchos estudios arrojan evidencias científicas de la relación existente entre un exceso de ruido y agresiones a la salud (*Taylor y Wilkins*, *1987*, y *Carter et al.*, *1994*), tales como pérdida sucesiva de audición, incapacidad de conciliar el sueño, disminución del rendimiento profesional, irritabilidad, estrés… así como el indudable coste económico derivado de ello, lo que implica en último término que las políticas y subvenciones destinadas a la atenuación del problema serán un bien amortizable a corto plazo.

Debido a esto, organismos internacionales han promovido diversas estrategias para reducir el nivel de ruido, así como reducir el impacto del ruido derivado de nuevas infraestructuras de transporte.

Abordar el problema del ruido del tráfico supone la búsqueda un doble objetivo: por un lado, recuperar en la medida de lo posible ambientes sonoros ya degradados, y por otro lado, prevenir la creación de nuevas situaciones indeseadas.

En lo que respecta al primer caso, típico de zonas urbanas donde la infraestructura ya existía previamente, el abanico de acciones posibles es muy restringido. Apenas puede abordarse mediante actuaciones estrictamente acústicas, tales como la implantación de pantallas, depresión de vías, pavimentos absorbentes…), por lo que en la mayor parte de los casos hay que acabar recurriendo a planes que limitan la actividad de la zona: modificación de usos, limitación de velocidades, horarios de uso, etc.

En el caso de infraestructuras en proyección, el problema cambia. La estrategia consiste en prever de manera correcta el impacto asociado a la nueva vía, para a continuación establecer las medidas que se crean necesarias a fin de mantener los niveles de ruido por debajo de un margen aceptable.

Sin embargo, la reducción del ruido no es tarea baladí, habida cuenta del enorme peso del factor subjetivo de percepción sonora del oído humano. Se da la circunstancia de que la relación que existe entre la disminución de potencia sonora y la sensación de mejoría percibida por una persona no es lineal. De hecho, la reducción de un 25% de la energía emitida por una fuente ruidosa, implicaría la reducción de sólo 1 dB, lo que apenas sería detectado por una persona. Es más, para poder percibir una mejora subjetiva de las condiciones acústicas, sería preciso disminuir unos 10 dB, lo que conlleva la eliminación del 90% de la energía acústica inicial.

Pero por si esto no fuera suficiente, entra en juego otro factor, que es la tolerancia del oído a ciertas frecuencias. Esto implica que el oído humano es más sensible a ciertas frecuencias sonoras que a otras; suponiendo dos frecuencias con la misma intensidad sonora, el receptor manifestará con convicción que una le resulta claramente más molesta que la otra. Este fenómeno implica que no siempre resulta suficiente o ni tan siquiera apropiado reducir la intensidad total de la emisión, sino que en muchas situaciones resulta incluso más efectivo modificar el perfil sonoro que capta el receptor, actuando sobre el rango de frecuencias que resulten más subjetivamente molestas. A fin de poder realizar estas actuaciones, es preciso que el método de análisis permita un estudio selectivo de la propagación a cada una de las frecuencias de la banda de audición, y es de este punto del que adolecen la mayoría de los procedimientos clásicos de estudio empleados en la actualidad.

En una situación dada, la técnica más utilizada es la trivial: la medida experimental directa, mediante sonómetros u otro tipo de aparatos de medida. En una situación real, es una actuación indispensable a fin de cuantificar el problema ambiental, y resulta ser la forma más precisa de elaborar mapas de contaminación acústica. No obstante, esta técnica tiene dos puntos flacos: por una parte, resulta altamente costosa si se requiere un alto nivel de detalle, pues ello implica la toma de muestras en un elevado número de puntos de medida; y, por otra parte, es incapaz de predecir los niveles de ruido en situaciones futuras, como puede ser el caso de una carretera que está aún por construir, o una ya construida a la que se le van a añadir carriles.

Existen numerosos métodos analíticos y numéricos basados en diferentes técnicas para la predicción del nivel de ruido. Uno de los más utilizados es el método de rayos acústicos. Este método es capaz de proporcionar una descripción de la propagación de las ondas acústicas a lo largo de grandes distancias. Se utiliza para ello familias de rayos, y permite este método la consideración aproximada de fenómenos perturbadores como gradientes de temperatura, viento, etc. Sin embargo, estos métodos tienen la contrapartida de que resultan ineficaces en el estudio de geometrías complicadas, tales como detalles de pantallas acústicas. A esto se le suma que este método aporta información en términos de intensidad del nivel acústico, en cambio no es capaz de aportarla en lo que respecta al contenido en frecuencia de la onda global que se propaga, ni, en consecuencia, de las posibles atenuaciones o amplificaciones que puedan proporcionar las diferentes medidas correctoras en los rangos de frecuencias más molestos para el oído humano.

Es en este estado donde los métodos numéricos ofrecen una solución óptima para abordar el problema de de la propagación del ruido en ambientes complejos, amén de ser capaces de aportar información discriminando entre las diferentes frecuencias que componen la onda global. Dentro de los elementos numéricos, los más usuales son el Método de los Elementos Finitos (MEF) y el Método de los Elementos de Contorno (MEC). El MEF presenta dificultades a la hora de abordar problemas de dominios infinitos o de campo libre, pues exige un dominio perfectamente acotado, por lo que para problemas de acústica ambiental se perfila el MEC como el más adecuado.

Existen estudios diversos que aplican el MEC a la resolución de problemas de acústica ambiental, para el estudio de diversos problemas y en diversas formas, por lo que la aplicación del método no es innovadora. En cambio, es un campo abierto con multiplicidad de terrenos por explorar y en el que aún quedan aportaciones a realizar.

Eficacia acústica de pantallas. Estudios previos

La colocación de barreras acústicas entre la fuente y el receptor constituye el procedimiento más habitual para disminuir el impacto acústico (además de la posibilidad de reducir el ruido en origen). La inclusión de estos elementos interfiere el recorrido normal de la propagación creando una zona de sombra del lado opuesto al emisor donde los niveles sonoros serán inferiores respecto de la situación en que no exista barrera.

De cualquier modo, cualquiera que sea el modelo de análisis acústico empleado, éste habrá de simular de la forma más real posible los efectos de reflexión, difracción y absorción provocados por este elemento. Existen al respecto numerosos trabajos de investigación basados en procedimientos diferentes que pretenden desarrollar diseños cada vez más eficientes desde el punto de vista del aislamiento acústico.

Es posible encontrar abundante bibliografía relativa a modelos experimentales. Así es posible destacar las aportaciones realizadas por *Ringheim (1971)*, que estudia el comportamiento de las barreras trapezoidales sobre terreno reflejante; *Rapin (1968)*, que analiza el comportamiento de barreras absorbentes a ambos lados de la vía; *May y Osman (1980)* y *Hutchins et al. (1984)*, quiénes estudian comparativamente el comportamiento de varios diseños de pantallas acústicas incluyendo el efecto de absorción provocado por un terreno con cubierta vegetal. Por su parte, *Rasmussen (1981)*, determina la atenuación del impacto acústico provocado por barreras sobre terrenos absorbentes. Por otro lado, en *Watts (1996)* es posible encontrar una validación de la metodología utilizada en este trabajo. En él se valora satisfactoriamente el uso del Método de los Elementos de Contorno (MEC) a través de un modelo experimental para el caso de situaciones con apantallamiento a ambos lados de la fuente. Este tipo de medidas experimentales ha permitido durante mucho tiempo la elaboración de procedimientos prácticos simplificados para el diseño de barreras (*Scholes y Sargent, 1971*).

Además, también son muy destacables las aportaciones al problema acústico realizadas a través de otros modelos teóricos, como el basado en el método de rayos acústicos y en la acústica geométrica. A pesar de su carácter teórico, estos modelos hacen uso de multitud de parámetros determinados de forma empírica. Destacan los trabajos de *Kurze y Anderson (1971)*, *Isei et al. (1980)* y *Maekawa (1986)*. Estos autores aplican estos métodos a la predicción de la eficacia de pantallas rectas, y son utilizados en E.E.U.U. y Gran Bretaña como herramientas en la normativa sobre el particular. Son cinco los diferentes planteamientos teóricos que permiten predecir el campo de presiones en estos modelos: la teoría geométrica de *Keller (1962)*; la teoría de difracción de Kirchhoff-Fresnel (*Elmore y Heald, 1985*); la teoría de *Thomasson (1977)*; la teoría de la integral de línea (*Embleton, 1980*); y una modificación de la teoría de la difracción de McDonald (*Isei, 1980*). Muchos de estos planteamientos teóricos son tratados con ejemplos prácticos en *Bies y Hansen (1988)*.

La aplicación del MEC permite el análisis de configuraciones más complejas desde el punto de vista de la geometría de la barrera o el posible tratamiento absorbente de sus superficies. La primera solución numérica a la ecuación de onda en acústica mediante el uso de la formulación integral del problema se encuentra en los artículos de *Friedman y Shaw (1962)* y *Branaugh y Goldsmith (1963)*, los primeros en régimen transitorio y los segundos para problemas armónicos. En estos artículos ya se encuentran algunos de los conceptos fundamentales de la formulación directa del MEC recogida en dos artículos complementarios de *Jawson (1963)* y *Symm (1963)*, para el problema de potencial estático, y que fueron publicados de forma casi simultánea con los anteriores. Son más recientes las aportaciones de *Mansur y Brebbia (1982a, 1982b)* que aplican el método a la resolución numérica de la ecuación de onda escalar 2D, y *Groenenboom (1983)*. Una interesante revisión histórica del Método aplicado a problemas de acústica puede verse en *Shaw (1995)*. También es posible otra revisión algo más breve pero no menos interesante, y que recoge la aplicación del MEC a varios problemas de la mecánica del medio continuo, puede verse en *Domínguez (1993)*.

Estudios que emplean el MEC para hallar la eficacia acústica pueden verse en *Daumas (1978)*, que estudia modelos bidimensionales que valida experimentalmente, y *Seznec (1980)*, que es reconocido por muchos autores como el primer investigador que analiza el comportamiento acústico de barreras sobre terreno absorbente utilizando este método.

Más recientemente, también utilizando el MEC en el análisis acústico de barreras, hay que considerar la aportación realizada en el Reino Unido por Hothersall. De entre los trabajos publicados por este autor y sus colaboradores, cabe destacar aquéllos relativos al estudio de la eficacia de pantallas individuales (*Hothershall et al., 1991a, 1991b*), obteniendo coeficientes de pérdida por inserción para geometrías diferentes y estudiando la influencia que sobre este parámetro tiene la existencia de superficies absorbentes en la barrera. Trabajos posteriores hace referencia a configuraciones con varias pantallas consecutivas entre la fuente y el receptor (*Crombie y Hothershall, 1994*). Este tipo de disposiciones tiene indudable interés ya que permite reflexiones consecutivas de la onda difractada por cada pantalla. También en la aplicación del MEC pueden citarse los trabajos de Antes (p.e., *Antes, 1995*) que analiza configuraciones bi y tridimensionales con barreras de diferente tipología y fuentes en movimiento. También en *Antes (1995)* puede leerse una interesante revisión de las metodologías y trabajos más destacados realizados en el campo del estudio de la eficiencia acústica de barreras. Muy interesante resulta así mismo la revisión bibliográfica realizada por *Cisckowsky y Brebbia (1995)*, que va desde los años 1967 a 1991, relativa a la aplicación del MEC en acústica.

En *Muradali y Fyfe (1997)*, puede encontrarse diversos estudios de pantallas simples bi y tridimensionales, estudiadas con diversos métodos (MEC, rayos acústicos, etc.) que son comparados entre sí. Algunos de esos casos han sido extraídos y estudiados en este proyecto. En *Byung-Joo Jin et al. (2000)*, se realiza un estudio de la eficacia de barreras de brazo inclinado, tanto en modelos bi como tridimensionales; estos estudios se hacen aplicando el MEC tanto experimentalmente como en laboratorio, con modelos a escala. En *Ming (2005)*, por otra parte, se hace un interesante estudio de diversas pantallas capaces de reducir el impacto acústico selectivo de frecuencias concretas de la escala tonal, mediante modificaciones al efecto de la superficie y/o forma de la pantalla. Un estudio de barreras acústicas con el MEC 2D, aplicado al estudio concreto de la importancia del tipo de fuente, se encuentra en *Jean et al. (1998)*.

En España, la investigación relacionada con problemas de acústica tiene un desarrollo importante en los últimos años. En 1969 se funda la Sociedad Española de Acústica (SEA), que engloba a reconocidos investigadores nacionales en este campo y que patrocina congresos y revistas de publicación periódica. Así, pueden referirse muchas publicaciones de interés que hacen uso de las metodologías descritas. De entre los investigadores pertenecientes al Instituto de Acústica Independiente del CSIC pueden destacarse los trabajos de *Pfretzschner et al. (1995 y 1996)*, *Pfretzschner y Simón (1996 y 1997)* y *Simón et al. (1998)*, directamente relacionados con el estudio acústico de pantallas. Otros trabajos de interés se han desarrollado en nuestro país por investigadores adscritos a diferentes universidades. Cabe mencionar algunos como *Sanchís et al. (1996)*, que aplica el MEC al problema del aislamiento acústico con barreras, *Ballesteros et al. (1996)*, *Estellés et al. (1996)*, *Barti y Servera (1995)*, etc.

En lo que concierne a este proyecto, cabe destacar el trabajo que se ha venido desarrollando al respecto en el grupo de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del SIANI (U.L.P.G.C.), donde se ha venido aplicando el MEC al estudio del problema acústico y, en particular, a la eficacia de pantallas acústicas en el caso bidimensional, y con este proyecto, en el tridimensional. Por citar algunos ejemplos, un interesante dossier en el que se aplica el MEC para evaluar medidas diversas a fin de reducir el impacto acústico en carreteras puede encontrarse en *Perdomo et al (2002)*. Así mismo, en *Aznárez et al.(2007)*, *Maeso et al. (2008)* y *Greiner et al (2008)*, se encuentran estudios acerca del diseño de barreras acústicas mediante el empleo de algoritmos genéticos.

Objetivos, hipótesis y metodología

Como se ha mencionado, existe un trabajo anterior que estudia la aplicación del MEC al problema acústico y en concreto a problemas bidimensionales (*Maeso y Aznárez, 2005*). Este grupo de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del SIANI tiene experiencia en el uso del problema en 2D. Este modelo bidimensional aproxima una pantalla de longitud finita a una infinita, y las fuentes puntuales se transforman en líneas pulsantes de longitud también infinita. Este modelo es por tanto capaz de reproducir con eficacia el caso de una pantalla recta e infinita con un emisor y receptor/es lineales y también infinitos. Sin embargo, esto no deja de ser una representación aproximada de la realidad, con resultados muy satisfactorios para los casos que se aproximan a las hipótesis bidimensionales, como puede representar una pantalla muy larga, y un tráfico denso.

No obstante, en determinados casos, ciertos efectos tridimensionales no deben ser ignorados. Tal es el caso, por ejemplo, de una pantalla de pequeña longitud, así como de fuentes emisoras y/o receptores aislados y puntuales. En estos particulares, ciertos efectos que son ignorados en el caso bidimensional, como la difracción de la onda en los extremos laterales de la pantalla, producen efectos notables sobre el resultado final del problema.

Por tanto, el objetivo primero y último de este trabajo consiste en elaborar, a partir del estudio y experiencia heredada de los autores anteriormente mencionados, un estudio en tres dimensiones del problema acústico. Para ello se antoja preciso, en primer lugar, elaborar un algoritmo informático similar al utilizado por los autores mencionados para el caso bidimensional, pero realizando ciertas modificaciones a fin de ajustarlo al caso tridimensional. Para ello se parte de un algoritmo estándar preexistente, diseñado para la resolución de problemas de elastodinámica en medio continuo. A este código se le realizan diversas modificaciones, tales como la incorporación de la posibilidad de una fuente puntual, condición de contorno absorbente, incorporación del contorno reflejante para el semiespacio y la posibilidad de cálculo en puntos internos, lo cual se verá con mayor profusión más adelante. El código primigenio ya ha sido puesto en uso para la resolución de problemas de elastodinámica (ver *Maeso et al. (2002)*; *Maeso et al., 2004 y Aznárez et al., 2006*).

Una vez realizado este primer paso, previa comprobación de la validez de los resultados obtenidos, diversos casos serán estudiados, comprobando por una parte la importancia del efecto tridimensional y, por otra, el contraste con los resultados bidimensionales, estableciendo qué casos reales pueden ser resueltos satisfactoriamente con un simple modelo 2D.

Asimismo, tomando en cuenta el vasto volumen de grados de libertad que implica la modelización del caso tridimensional y, por ende, el alto consumo de recursos computacionales de los mismos, otro objetivo de este trabajo consistirá en indagar diversas estrategias aproximativas que permitan el ahorro de estos recursos sin alterar dramáticamente la precisión de los resultados. Y, por último, se estudiará la efectividad de diversas pantallas con geometrías más complejas que las habituales.

A fin de realizar estos análisis, se requiere la caracterización de las tres componentes implicadas en el mismo: la fuente, el medio de propagación y el entorno.

Para definir la fuente es preciso conocer todo su rango en frecuencias, así como la potencia asociada a cada una de ellas. Como se indicará más adelante, para el caso del ruido de tráfico existen algunos espectros normalizados.

Diversas hipótesis han de ser asumidas para la resolución del problema. La vía de transmisión de la propagación será el aire, modelado como medio elástico compresible, para el que se admitirán las hipótesis clásicas de homogeneidad e isotropía con viscosidad despreciable y comportamiento lineal. El entorno se caracterizará por su geometría, así como por la posible capacidad absorbente de energía acústica de los diferentes obstáculos, que a su vez depende de las características de los materiales y del tratamiento de sus superficies. La fuente será puntual e inmóvil, pulsando a frecuencias determinadas, cuyo rango, como se ha indicado recientemente, ha de ser conocido.

Descripción de contenidos

Antes de iniciar los estudios realizados a fin de validar las nuevas implementaciones al logaritmo para adecuarlas al cálculo tridimensional, se realiza una breve introducción teórica. En el Capítulo 1 se exponen las ecuaciones que gobiernan el fenómeno acústico, así como una serie de parámetros y magnitudes que permiten cuantificarlo y describirlo.

En el Capítulo 2, continuando con la introducción teórica, se desarrolla el planteamiento integral aplicado al problema acústico, que derivará en la ecuación a resolver mediante el MEC cuya resolución aportará solución al problema.

En el Capítulo 3, estrechamente relacionado con el 2, se describe brevemente el MEC, así como la formulación asociada al mismo. La resolución de las ecuaciones obtenidas en el Capítulo 2 mediante el MEC es el objetivo del código implementado al respecto. Para obtenerlo, como se ha indicado, se parte de un código preexistente al que se le realizan determinadas modificaciones, descritas en el último epígrafe de este Capítulo 3. Para terminar, se plantean dos problemas que servirán para validar y garantizar el correcto funcionamiento del código ya modificado al aplicarlo al problema acústico en 3D.

En el Capítulo 4 se echa mano del código en dos dimensiones para realizar un breve estudio que servirá como introducción o primera aproximación al estudio tridimensional. Su objetivo principal será el de establecer diversas estrategias de ahorro de grados de libertad, con la intención de extrapolarlas a su homólogo tridimensional. Se recurre al problema bidimensional dado su fácil y rápido manejo habida cuenta del importante ahorro de variables resultado de suprimir la tercera dimensión.

En el Capítulo 5 se procede por fin al estudio de problemas tridimensionales. En una primera parte se valida una vez más el código al comparar el resultado obtenido para un problema de solución ya conocida a través de otros medios. A continuación, y como objetivo primordial de este capítulo, se estudiará la influencia del carácter tridimensional sobre los resultados a través del análisis de diversos problemas, así como la idoneidad de los parámetros que describen la eficacia de las pantallas según cada caso.

La finalidad del Capítulo 6 es la de establecer una serie de pautas, estrategias o protocolos conducentes al ahorro de grados de libertad de las mallas, a fin de agilizar los cálculos tridimensionales, pues he aquí el principal contrapunto y limitación del cálculo tridimensional: el vasto volumen de grados de libertad que ha de manejarse. Para ello se analizan diversas estrategias estableciendo la viabilidad o invalidez de las mismas.

En el Capítulo 7 se estudia la influencia de la geometría de la pantalla sobre la efectividad del tratamiento acústico. Para ello se estudian y comparan diversas geometrías de pantalla. Así mismo, y para finalizar este capítulo, se realiza un breve estudio de la influencia que tiene la discretización sobre estas pantallas de geometrías varias.

En los Anexos I y II, por su parte, se explican de manera concisa las variables utilizadas para describir el fenómeno acústico así como las estrategias de discretización para los casos bi y tridimensionales.

Capítulo 1

Ecuaciones de gobierno y conceptos básicos

1 Ecuaciones de gobierno y conceptos básicos

En este capítulo se expondrán de forma precisa las variables y las relaciones básicas que rigen la propagación de ondas acústicas en el aire, así como definiciones y conceptos útiles a la hora de definir el problema del impacto acústico del ruido de tráfico y la determinación de la eficacia de pantallas para la minoración de dicho impacto.

1.1 Introducción

El sonido, o la capacidad del oído a captarlo, está asociado íntimamente a la distorsión del estado de presiones del fluido que nos envuelve y que sirve de medio de propagación del mismo, por medio del mecanismo de propagación energética denominado onda. Por tanto, la caracterización del ruido requiere, pues, caracterizar convenientemente tales ondas.

Se asume la aproximación de que el medio de propagación (normalmente el aire) posee una viscosidad despreciable, pasando a considerarse entonces las ondas como elásticas longitudinales, lo q implica que provocan en las partículas desplazamientos hacia delante y atrás de acuerdo a la dirección de propagación, alrededor de su posición inicial (posición de reposo). Esto supone que en las inmediaciones de cada partícula se producirán zonas de sobrepresión y depresión. Tales cambios de presión cuando el fluido se comprime o se expande, generan fuerzas internas recuperadoras, responsables de la existencia de la onda de presión que se propaga.

A continuación se expone una serie de variables que serán empleadas en este capítulo:

t: variable tiempo

$\mathbf{x} = x\,i + y\,j + z\,k$ radio vector que define la posición de la partícula en la situación de reposo. **i, j, k** representan vectores unitarios según las direcciones coordenadas.

$\mathbf{u} = \mathbf{u}\,(\mathbf{x}, t) = u_x i + u_y j + u_z k$ desplazamiento de partícula desde la posición de equilibrio.

$\mathbf{v} = \mathbf{v}\,(\mathbf{x}, t) = v_x i + v_y j + v_z k$ velocidad de partícula

$\rho_0(\boldsymbol{x})$: densidad del fluido en estado imperturbado.

$\rho = \rho(\mathbf{x}, t)$ densidad instantánea

$p_0(\mathbf{x})$ campo de presión del fluido correspondiente al estado de reposo.

$p_T = p_T(\mathbf{x}, t)$ presión instantánea en cualquier punto.

$p(\mathbf{x}, t) = p_T - p_0$ presión acústica en cualquier punto.

c velocidad de propagación o velocidad de fase de la onda.

1.2 Hipótesis de partida y ecuaciones básicas

En este apartado se obtendrán las variables básicas que dejan planteado el problema desde un punto de vista matemático. La formulación diferencial obtenida es similar al planteamiento diferencial del problema elástico en sólidos, con el mismo tipo de relaciones básicas y el mismo significado:

1. Ecuaciones cinemáticas, que en el caso de fluido establecen la condición de continuidad del medio (medio continuo)
2. Ecuaciones constitutivas o de estado
3. Ecuaciones de equilibrio

Las hipótesis fundamentales de partida son:

- Se desprecian los efectos de disipación que pudieran deberse a la viscosidad del medio
- La propagación de ondas acústicas será considerada en el aire, y en entornos cercanos a la fuente de ruido. Por ello es posible despreciar la influencia de la fuerza gravitatoria, de modo que se supondrá que la presión y la densidad que caracterizan el medio son uniformes ($\rho_0(x) = \rho_0$; $p_0(x) = p_0$). Por tanto, se considera que el medio es homogéneo.
- El aire será considerado medio continuo perfectamente elástico y de comportamiento isótropo. Por tanto son despreciables los efectos que puedan tener gradientes de temperatura, etc.
- Las perturbaciones producidas en el medio por la propagación del sonido son suficientemente pequeñas, de modo que los cambios de presión y

densidad son muy pequeños comparados con los valores de reposo. La variación de presión o densidad en el entorno de una partícula está suficientemente representada si restringimos el desarrollo a los términos lineales.

- El fluido (aire) se encuentra inicialmente en reposo, despreciándose los efectos del viento.

Con estas hipótesis se obtiene la formulación más simple posible para la propagación de ondas en fluidos. Los resultados obtenidos por ella están avalados por las evidencias experimentales para un amplísimo rango de problemas acústicos. No obstante, existen situaciones en que la teoría propuesta no resulta válida, como ondas de choque, ondas de gran intensidad, etc.

1.3 Ecuación de continuidad

Sea un volumen elemental $d\Omega$, que se considerará por simplicidad paralelepípedo ($d\Omega = dx\,dy\,dz$), anclado en el espacio mientras el fluido entra y sale de él a través de su superficie. La relación de continuidad establece que, para un medio continuo en el que no existen fuentes ni sumideros de masa, la cantidad neta de fluido que entra en $d\Omega$ tiene que ser igual al aumento de masa en $d\Omega$. Tal condición relaciona el movimiento del fluido con su dilatación o compresión. Si se admite una variación lineal en la velocidad en el entorno del origen, se puede escribir que la cantidad de fluido que entra en $d\Omega$ como consecuencia del desplazamiento de aquél en dirección x es igual a:

$$\frac{-\partial(\rho v_x)}{\partial x}dx(dydz) = \frac{-\partial(\rho v_x)}{\partial x}d\Omega$$

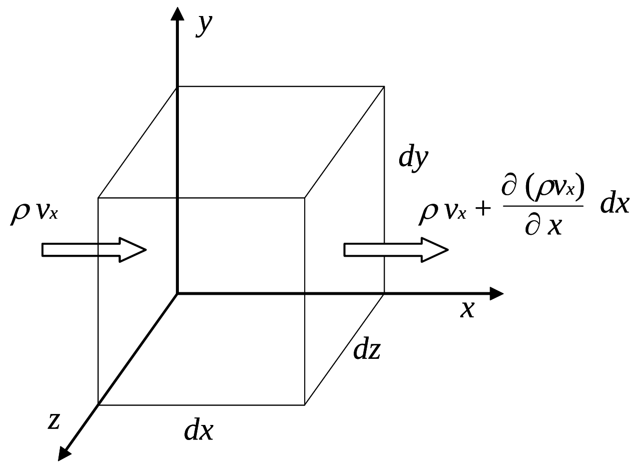


Figura 1.1

Por tanto, la cantidad que entra en $d\Omega$ debido al flujo en las tres direcciones será:

$$-\left[\frac{\partial(\rho v_x)}{\partial x}+\frac{\partial(\rho v_y)}{\partial y}+\frac{\partial(\rho v_z)}{\partial z}\right]d\Omega=-\nabla(\mathrm{\rho v})\mathrm{d\Omega}$$

(1.1)

La cantidad expresada en (2.1) debe ser igual al aumento de masa en $d\Omega$, de modo que:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}d\Omega=-\nabla(\mathrm{\rho v})d\Omega$$

Obteniéndose finalmente la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial\rho}{\partial t}+\nabla(\mathrm{\rho v})=0$$

(1.2)

Se puede caracterizar, como se hace habitualmente, el incremento de densidad en el entorno de la partícula relativo al valor de reposo. Esta variable se denomina condensación (s):

$$s=\frac{\rho-\rho_0}{\rho_0}$$

(1.3)

De este modo:

$$\rho = \rho_0(1 + s)$$

Con ello la ecuación (2.2) se puede escribir:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla[v(1 + s)] = 0$$

En la hipótesis admitida de pequeñas perturbaciones $|s| \ll 1$ y la ecuación puede ser linealizada:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla \mathbf{v} + \nabla(s\mathbf{v}) = 0$$

El último término es un infinitésimo de orden superior, por lo que puede ser despreciado, de modo que:

$$\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla v = 0$$

(1.4)

Ésta es una ecuación de continuidad linealizada. La integral respecto del tiempo de la expresión (2.4) debe ser nula (una constante diferente de cero implicaría valores no nulos de las variables acústicas en ausencia de perturbación), es decir:

$$\int (\frac{\partial s}{\partial t} + \nabla v) dt = 0$$

Luego:

$$\int \frac{\partial s}{\partial t} dt = -\int (\nabla v) dt = -\nabla \int v dt = -\nabla u$$

$$s = -\nabla u$$
(1.5)

Que es otra expresión equivalente para relacionar las fluctuaciones unitarias de densidad con las variaciones de posición de las partículas.

1.4 Ecuación constitutiva o ecuación de estado

Ésta es la ecuación que relaciona las deformaciones que se producen en el medio fluido, en términos de cambio de densidad (o condensación) con las fuerzas internas recuperadoras. Por su propia naturaleza, en la ecuación de estado aparecerá alguna constante que caracterice las propiedades del medio continuo. Admitida la isotropía del medio y la ausencia de onda de corte, es claro que el medio fluido quedará determinado si se conoce el valor de una sola constante. Por tanto, se puede afirmar ya es el tipo de comportamiento del medio lo que determina el tipo de expresión formal para la ecuación de estado. Además, la experiencia permite deducir que la propagación acústica se desarrolla de acuerdo a un proceso sensiblemente adiabático. Por tanto, los intercambios de calor entre las partículas son despreciables. Admitiendo también que el fluido es perfectamente elástico, el comportamiento de éste será además de adiabático, reversible.

La perturbación acústica es transportada a través del aire. Siendo éste un gas no perfecto, la forma habitual para obtener la relación isoentrópica entre la presión y los cambios de densidad es por medio del desarrollo de Taylor:

$$p_t = p_0 + \left(\frac{\partial p_T}{\partial \rho}\right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0) + \frac{1}{2}\left(\frac{\partial^2 p_T}{\partial \rho^2}\right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0)^2 + \cdots$$

donde las derivadas parciales son constantes que se determinan para la compresión o expansión del fluido alrededor de su densidad de equilibrio. En un estado de pequeñas perturbaciones despreciamos los términos de orden superior y nos quedamos con la expresión lineal:

$$p_t = p_0 + \left(\frac{\partial p_T}{\partial \rho}\right)_{\rho_0} (\rho - \rho_0)$$

(1.6)

Se define como módulo de compresión adiabático a K:

$$K = \rho_0 \left(\frac{\partial p_T}{\partial \rho}\right)_{\rho_0}$$

(1.7)

La ecuación de estado isoentrópico para pequeñas perturbaciones $|s| \ll 1$ puede escribirse tal que:

$$p = Ks$$

(1.8)

Que relaciona los cambios de presión con los cambios de densidad relativos, a través de una constante dependiente del medio. Las ecuaciones de estado y continuidad 2.5 y 2.8 pueden ser relacionadas tal que:

$$p = -K\nabla u$$

(1.9)

Esta ecuación se puede considerar como de comportamiento-compatibilidad.

1.5 Ecuación de equilibrio dinámico

Se ha asumido la viscosidad despreciable, así como cualquier otro efecto disipativo relacionado con la falta de comportamiento adiabático. También se desprecian los efectos gravitatorios. Dadas estas condiciones, la obtención de las ecuaciones de equilibrio resulta muy simple, sin más que aplicar la ley de Newton sobre un elemento de volumen $d\Omega = dxdydz$ que se mueve con el fluido:

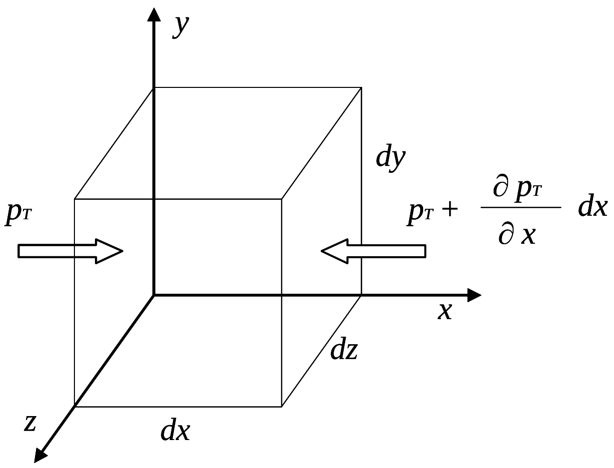


Figura 1.2

En ausencia de fuerzas de volumen, la condición de equilibrio en dirección *x* establece:

$$df_x = dm\frac{\partial v_x}{\partial t}$$

dm es la masa de fluido contenida en $d\Omega$. Expresiones análogas corresponderán a las otras direcciones coordenadas. Admitido un estado de pequeñas perturbaciones, se puede suponer una variación lineal de la presión:

$$p_T = p + p_0 \ \ (p_0 = cte)$$

$$-\frac{\partial p}{\partial x}dx(dydz) = \rho_0 d\Omega\frac{\partial v_x}{\partial t} \ \ ; \ \ -\frac{\partial p}{\partial x} = \rho_0\frac{\partial v_x}{\partial t}$$

Y, finalmente, en las tres direcciones del espacio:

$$-\nabla \mathrm{p} = \rho_0\frac{\partial \mathrm{v}}{\partial t}$$

(1.10)

Ésta es finalmente la ecuación de equilibrio buscada.

A la vista de la expresión (1.10), se antoja importante hacer notar que las fuerzas internas que trabajan para hacer evolucionar a la partícula hacia la posición de reposo (fuerzas internas recuperadoras o fuerzas elásticas del medio) no están condicionadas por los valores de la presión, sino por su variación espacial.

1.6 Ecuación de onda

Habiendo fijado las hipótesis del problema, las ecuaciones de continuidad (1.4), de estado (1.8) y de equilibrio (2.10) describen matemáticamente el planteamiento del problema. No obstante es deseable obtener una única ecuación diferencial capaz de representar el problema en su totalidad con mayor simplicidad. Esto es posible, y además, dicha ecuación puede emplearse en términos de cualquiera de las variables acústicas (presión, densidad, desplazamiento/velocidad). La ecuación representada en este estudio se hará en función de la presión, tal y como se hace habitualmente. Tomando la divergencia de la ecuación de equilibrio:

$$-\nabla^2 p = \rho_0 \nabla \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t}$$

(1.11)

Haciendo la derivada con respecto al tiempo de la ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \frac{\partial}{\partial t} \nabla \mathrm{v} = \frac{\partial^2 s}{\partial t^2} + \nabla \frac{\partial \mathrm{v}}{\partial \mathrm{t}} = 0$$

Y de ambas se obtiene:

$$\nabla^2 p = \rho_0 \frac{\partial^2 s}{\partial t^2}$$

Usando la ecuación de estado:

$$\nabla^2 p = \frac{\rho_0}{K}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

Introduciendo la constante c:

$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho_0}}$$

(1.12)

Esta constante tiene dimensiones de velocidad. De este modo, se escribe finalmente:

$$\nabla^2 p = \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

(1.13)

Ésta es conocida como ecuación de onda, que es la ecuación diferencial buscada, que define la propagación acústica en fluidos no viscosos en un rango lineal de pequeñas perturbaciones.

Es c una constante que representa la velocidad de propagación de las ondas o velocidad de fase. Es independiente de la frecuencia de la perturbación, lo que implica que el medio de propagación es no dispersivo. Esta constante depende de las propiedades termodinámicas del medio (temperatura, presión y densidad), aunque también se puede decir que define las propiedades elásticas del fluido.

Como se ha mencionado, en el rango audible de frecuencias es muy aproximado suponer el mecanismo propagatorio como adiabático y reversible. La combinación de (1.7) y (1.12) permite obtener:

$$c = \sqrt{(\frac{\partial p_T}{\partial \rho})_{\rho_0}}$$

Para un gas perfecto, el uso de la ecuación de compresión adiabática permite obtener otras expresiones de la velocidad:

$$c = \sqrt{\gamma \frac{p_0}{\rho_0}} = \sqrt{\gamma t T_K}$$

(1.14)

Siendo γ el cociente de calores específicos a presión y volumen constante, y r una constante que depende de cada gas en particular. Si se particulariza en la primera de las dos expresiones de (1.14) los valores de γ y ρ para el aire, a una temperatura de 0º C y una presión de 1 atm, conduce a un valor de $c_0 = 331{,}6\, m/s$, valor muy cercano al que se obtiene experimentalmente.

Por otra parte, la ecuación (1.13) deja de ser homogénea cuando existen fuentes/sumideros de masa, o bien cuando existen fuentes internas de presión, pues en ambos casos se modifican las ecuaciones de continuidad y/o de equilibrio. En estos casos se obtiene una expresión más general de la ecuación de onda:

$$\nabla^2 p + \frac{1}{c^2} b(\mathbf{x}, t) = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}$$

(1.15)

1.7 Ondas armónicas planas

Las ondas planas se caracterizan cuando la variación espacial de cualquier variable acústica depende exclusivamente de una coordenada espacial, de modo que en cualquier plano perpendicular a la dirección de propagación todos sus puntos vibras en fase. Si las condiciones de contorno y las posibles fuentes internas de presión presentan además una variación temporal de tipo armónico con pulso ω, todas las variables acústicas serán también armónicas con el mismo pulso. Si se elige un sistema coordenado de modo que la propagación se produzca a lo largo del eje x, entonces:

$$p(x, t) = p(x; \omega) e^{i\omega t}$$

$$b(x,t) = b(x;\omega)e^{i\omega t}$$
(1.16)

Si se sustituye esto en (1.15), se obtiene directamente la ecuación de onda en el dominio de la frecuencia:

$$\frac{d^2p}{dx^2} + k^2p + \frac{1}{c^2}b = 0$$
(1.17)

En esta expresión, $p = p(x;\omega)$ es la función de respuesta compleja, y donde se ha introducido el número de onda $k = \omega/c$. En ausencia de fuerzas de volumen (fuentes internas), la ecuación homogénea a resolver es la conocida como ecuación de Helmholtz:

$$\frac{d^2p}{dx^2} + k^2p = 0$$
(1.18)

La ecuación de equilibrio dinámico (1.10) permite obtener la siguiente relación:

$$-\nabla p = i\rho_0\omega\mathbf{v}$$

Para una dirección determinada η, el desplazamiento u_η según ella se expresa:

$$\frac{\partial p}{\partial \eta} = -i\rho_0\omega v_\eta \quad ; \quad v_\eta = i\omega u_\eta$$
(1.19)

La solución general de la ecuación (1.18) corresponde a una expresión compleja del tipo:

$$p(x;\omega) = Ae^{-i(\omega t - kx)} + Be^{-i(\omega t + kx)}$$
(1.20)

Esto significa que es la suma de dos ondas planas, comúnmente de amplitudes complejas, una de avance y otra de retroceso según la dirección x de propagación:

$$x^{+}: \quad p^{+} = Ae^{-i(\omega t - kx)}$$
$$x^{-}: \quad p^{-} = Be^{-i(\omega t + kx)}$$
(1.21)

Se puede obtener la velocidad de la partícula por simple derivación:

$$\mathbf{v} = v(x;\omega)\mathbf{i} = -\frac{1}{i\omega\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x} = \left[\frac{A}{\rho_0 c}e^{-i(\omega t - kx)} - \frac{B}{\rho_0 c}e^{i(\omega t + kx)}\right]\mathbf{i}$$
(1.22)

Para las respectivas ondas de avance y retroceso, se obtiene:

$$v^{+} = \frac{p^{+}}{\rho_0 c} \quad ; \quad v^{-} = -\frac{p^{-}}{\rho_0 c}$$
(1.23)

El producto $\rho_0 c$ es una constante que se conoce como impedancia característica, que es una propiedad del medio y número real. De aquí se deduce entonces que, cuando se trata de ondas planas, la presión y velocidad de partícula están en fase.

Si la propagación armónica plana se generaliza a una dirección arbitraria del espacio, esto conduce a la siguiente ecuación diferencial:

$$\nabla^2 p + k^2 p = 0$$
(1.24)

A esta ecuación le corresponden soluciones de la forma:

$$p(\mathbf{x};\omega) = Pe^{i(\omega t - \mathbf{kx})}$$
(1.25)

En esta ecuación **x** es el vector posición y **k** un vector que define la dirección de propagación, de modo tal que:

$$|\mathbf{k}| = \frac{\omega}{c}$$
(1.26)

De este modo, si $\mathbf{kx} = cte$, esto corresponde a planos de fase constante, lo que significa que son planos paralelos al frente de onda.

1.8 Magnitudes y unidades de medida del sonido

1.8.1 Intensidad acústica

La intensidad acústica I de una onda es el promedio temporal de la potencia acústica transmitida a través de un área unitaria normal a la dirección de propagación (frente de onda) en una posición fija del espacio. Se expresa normalmente en vatios por metro cuadrado (W/m^2):

$$I = \langle pv \rangle_t = \frac{1}{t}\int_0^t pv dt$$
(1.27)

Es preciso conocer la relación entre p y v si se quiere evaluar (1.27). En lo que respecta a ondas planas, esta relación es:

$$v^+ = \frac{p^+}{\rho_0 c}$$

En el caso particular de una onda progresiva en régimen armónico:

$$I = \frac{1}{\rho_0 c}\frac{1}{T}\int_0^T p^2 dt$$

(1.28)

La intensidad acústica para una onda plana puede escribirse como:

$$I = \frac{\langle p^2 \rangle}{\rho_0 c} = \langle v^2 \rangle \rho_0 c$$

(1.29)

Donde se ha introducido la media cuadrática temporal:

$$\langle p^2 \rangle = \frac{1}{T}\int_0^T p^2 dt$$

(1.30)

Considerando una perturbación armónica que en un punto del espacio vibra con pulso ω, esta última expresión puede ser desarrollada:

$$p = Pcos(\omega t) \qquad \langle p^2 \rangle = \frac{p^2}{T}\int_0^T cos^2(\omega t)dt$$

A fin de resolver esta integral, se realiza el siguiente cambio de variables:

$$\alpha = \omega t \quad ; \quad T = \frac{2\pi}{\omega}$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{p^2}{2}$$

(1.31)

$$I = \frac{p^2}{2\rho_0 c}$$

(1.32)

Un sonómetro evalúa usualmente la amplitud efectiva P_e, o raíz cuadrática media $\langle p^2 \rangle^{1/2}$. Para una onda armónica este valor es en términos de la amplitud:

$$P_e = \frac{|P|}{\sqrt[2]{2}}$$

(1.33)

Se antoja preciso señalar que la expresión (1.27) es de carácter general, mientras que (1.32) es sólo de aplicación en el caso de ondas armónicas planas o en el de ondas divergentes a grandes distancias de la fuente perturbadora.

1.8.2 Impedancia acústica específica

Es así cómo se denomina al cociente entre la presión acústica en un medio y la velocidad asociada de partícula:

$$z = \frac{p}{v}$$

(1.34)

En un caso general de propagación, *z* será un valor complejo, recibiendo su parte real e imaginaria los nombres de *resistencia acústica específica* y *reactancia acústica específica*, respectivamente.

En el caso particular del aire como vehículo de la propagación, a una temperatura de 20ºC y presión atmosférica, el valor de la impedancia característica resulta ser de 415 $Pa \cdot s/m$.

Niveles de presión, potencia e intensidad sonora

La presión acústica es una variable que puede ser evaluada fácilmente. En cambio, el oído humano no responde linealmente a la presión, sino que lo hace de forma aproximadamente lineal a la energía que le llega, siendo ésta proporcional al cuadrado de la presión acústica.

El oído humano es capaz de detectar una presión mínima de 20 μPa, y el umbral sonoro capaz de producir ya dolor es de 60 Pa. Esto supone un rango de presiones bastante amplio, lo que implica, a efectos de su medición, la necesidad de utilizar una escala comprimida. Una escala adecuada para expresar el cuadrado de la presión acústica en unidades que se ajusten a la respuesta subjetiva del oído es la logarítmica, a la que se le introduce un factor de 10 para que no quede demasiado comprimida.

El nivel de presión sonora p se dice que es L_p decibelios (dB) mayor o menor que una determinada presión de referencia p_{ref} de acuerdo con:

$$L_p = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} \quad (dB)$$

(1.35)

La expresión de $\langle p^2 \rangle$ corresponde a la media cuadrática temporal definida en (1.30), que para el caso armónico adoptará el valor que se definió en (1.31).

Si se pretende encontrar un valor absoluto (no relativo) del nivel de presión sonora, se utiliza como presión de referencia la mínima presión sonora que el oído humano puede detectar (20 μPa). Este valor se denomina *nivel de presión sonora* (SPL en sus siglas inglesas), que medido en decibelios es:

$$SPL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle P^2 \rangle}{(20 \cdot 10^{-6})^2} = 10 \log_{10} \langle p^2 \rangle - 20 \log_{10}(20 \cdot 10^{-6})$$

$$SPL = 10 \cdot \log_{10} \langle p^2 \rangle + 94 \;\; (dB)$$

(1.36)

Si se trata de un tono puro, entonces la expresión queda:

$$SPL = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{|P|^2}{2}\right) + 94 \ \ (dB)$$

(1.37)

Esta *P* es medida en pascales.

A continuación se muestra una tabla en la que se puede observar de manera aproximada el nivel de *sensación sonora* asociado a cada nivel de *SPL*.

SPL (dB) ref 20 µPa	**Descripción de la fuente**	**Nivel subjetivo de sonoridad ambiental**
0	Umbral de audición	
20	Estudio de grabación	Muy silencioso
40	Ambiente residencial tranquilo	Silencioso
60	Restaurante, centro comercial	Ruidoso
80	Grito, cercanías de autopista	
100	Cadena en industria textil, taladro	Muy ruidoso
120	Concierto de rock; sala de máquinas de un barco	Intolerable
140	Fuego de artillería en la posición de disparo	

Tabla 1.1 Correlación sensación sonora – nivel de presión sonora SPL (dB)

Por otra parte, el *nivel de potencia sonora* L_w o *PWL* puede ser definido mediante la siguiente relación:

$$L_w = 10 \cdot \log_{10}\left(\frac{Potencia\ sonora}{Potencia\ sonora\ de\ referencia}\right)$$

(1.38)

Tomando 10^{-12} W como potencia de referencia, que corresponde con la mínima potencia sonora capaz de detectar el oído humano, la expresión anterior queda:

$$L_w = 10 \cdot \log_{10} W + 120 \quad (dB)$$
(1.39)

W es medido en vatios.

Igualmente se define también el *nivel de intensidad sonora L_I*:

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{Intensidad\ sonora}{Intensidad\ sonora\ de\ referencia} \right)$$
(1.40)

Tomando como referencia el umbral de intensidad 10^{-12} W/m^2, la ecuación anterior quedará:

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} I + 120 \quad (dB)$$
(1.41)

En este caso, I es medido en W/m^2.

1.8.3 Análisis en frecuencia

Una persona sana y joven puede escuchar un rango de frecuencias comprendido entre 16 y 30000 Hz. Éste es un rango bastante amplio, y cualquier ruido estará compuesto por una multitud de componentes sonoras que vibran a distintas frecuencias dentro del rango de frecuencias audible. Para caracterizar debidamente este ruido es preciso pues conocer el nivel sonoro asociado a cada una de estas componentes monofrecuenciales.

Sin embargo, debido a lo vasto del rango de frecuencias, es preciso utilizar una escala reducida que facilite su manejo. Por ello, el espectro de frecuencias es dividido en bandas. Cada banda de frecuencias, de amplitud variable, es representativa del conjunto de frecuencias que componen dicha banda. En la práctica, se considera que el ruido queda bien representado una vez conocido el nivel de intensidad sonora asociado a cada una de las bandas que componen el rango completo. Esta caracterización del ruido es lo que se conoce como *espectro del ruido*.

Las bandas se denominarán bandas de octava, de tercio de octava, etc., atendiendo a la amplitud de las mismas. Una banda de octava, por ejemplo, implica que la frecuencia más alta de la banda, expresada en hertzios, es el doble que la frecuencia más baja. Si se divide esta banda, representada en escala logarítmica, en tres partes iguales, se obtienen tres bandas de tercio de octava. Cada banda es representada por el valor de su frecuencia central. En la tabla mostrada a continuación se detallan las bandas de octava y tercio de octava que habitualmente se utilizan:

núm. de banda	Frecuencia central de banda de octava	frecuencia central de banda tercio de octava	frecuencias límites de banda	
			inferior	superior
14		25	22	28
15	31.5	31.5	28	35
16		40	35	44
17		50	44	57
18	63	63	57	71
19		80	71	88
20		100	88	113
21	125	125	113	141
22		160	141	176
23		200	176	225
24	250	250	225	283
25		315	283	353
26		400	353	440
27	500	500	440	565
28		630	565	707
29		800	707	880
30	1000	1000	880	1130
31		1250	1130	1414
32		1600	1414	1760
33	2000	2000	1760	2250
34		2500	2250	2825
35		3150	2825	3530
36	4000	4000	3530	4400
37		5000	4400	5650
38	8000	6300	5650	7070
39		8000	7070	8800

40		10000	8800	11300
41		12500	11300	14140
42	10000	16000	14140	17600
43		20000	17600	22500

Tabla 1.2 Bandas de octava, tercios de octava y frecuencias centrales de banda

El análisis en frecuencia, por tanto, es aquél que consiste en el estudio a cada una de las frecuencias del espectro. Es un análisis del régimen permanente de la perturbación acústica, habida cuenta de que en el contexto de linealidad que se ha admitido, toda respuesta temporal puede obtenerse a partir de la respuesta en frecuencia mediante series de Fourier.

Resumiendo, para realizar el análisis en primer lugar se discretiza el rango audible de frecuencias en un número finito de bandas. Se elegirá de las mismas una frecuencia representativa, que será la frecuencia central de la banda. A continuación, se obtiene la respuesta del sistema frente a una excitación senoidal, cuya frecuencia se irá variando de modo tal que barra toda la serie de frecuencias. De este modo, se obtendrá la respuesta del sistema para cada una de las frecuencias centrales de tercio de octava.

Los datos obtenidos han de ser compuestos para obtener la respuesta del sistema frente a la excitación real del problema en estudio. Para tal fin, se antoja preciso conocer el espectro de la fuente, que no es más que la intensidad sonora de ésta en cada una de las bandas de frecuencia.

Por otra parte, es necesario poner de manifiesto que el oído humano no responde por igual a todas las frecuencias. Esto es, el nivel subjetivo de percepción sonora no sólo depende del nivel de presión sonora, sino también de la frecuencia. Esto implica que dados dos sonidos con igual intensidad sonora pero distinta frecuencia, uno puede resultar más molesto que el otro. A fin de acotar este fenómeno, se emplean correcciones o ponderaciones a los espectros, de forma que el espectro ponderado refleje mejor la forma subjetiva en que nos afectan las distintas frecuencias.

En lo que a control de ruidos respecta, la ponderación utilizada es de denominada *corrección tipo A*, lo que define el decibelio A (dBA). La tabla mostrada a continuación recoge las correcciones a hacer en cada frecuencia central de tercio de octava a fin de obtener un espectro ponderado tipo-A:

frecuencia central (Hz)	corrección (dB)	frecuencia central (Hz)	corrección (dB)
25	-44.7	800	-0.8
31.5	-39.4	1000	0.0
40	-34.6	1250	0.6
50	-30.2	1600	1.0
63	-26.2	2000	1.2
80	-22.5	2500	1.3
100	-19.1	3150	1.2
125	-16.1	4000	1.0
160	-13.4	5000	0.5
200	-10.9	6300	-0.1
250	-8.6	8000	-1.1
315	-6.6	10000	-2.5
400	-4.2	12500	-4.3
500	-3.2	16000	-6.6
630	-1.9	20000	-9.3

Tabla 1.3 Correcciones correspondientes a ponderación tipo A

Existen diversos espectros normalizados que describen el ruido del tráfico, tales como el *Espectro Normalizado Europeo* y el *Espectro Nórdico* (ver Anexo I: variables utilizadas).

1.8.4 Coeficiente de pérdida por inserción

El objetivo primordial de este trabajo consiste en hallar estrategias para reducir el nivel de ruido en el entorno de carreteras. La estrategia más común consiste en interponer pantallas acústicas entre fuente y receptor. Ésta supone un obstáculo a la propagación acústica hacia el receptor, ya que parte de la onda incidente es reflejada por el nuevo obstáculo. Una fracción de la onda es capaz de difractarse por los bordes de la pantalla, pues la transmisión a través de la misma es prácticamente despreciable. Como resultado, es obvio que el nivel de ruido percibido en la zona del receptor es notablemente inferior con pantalla que sin ella. Para evaluar la eficacia reductora de la pantalla, la medida en decibelios de tal reducción se antoja una buena forma. Se conoce como *pérdida por inserción* de la pantalla *IL* (*siglas en inglés, Insertion Loss*) a la diferencia de nivel de presión sonora antes y después de introducir la medida correctora.

El *IL* es un parámetro muy utilizado en la evaluación de medidas de control de ruido. Matemáticamente se define como:

$$IL = SPL_{después} - SPL_{antes}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{después} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle} - 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{antes} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{después} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle} \ (dB)$$

(1.42)

1.8.5 Composición de niveles sonoros provocados por fuentes no coherentes

La expresión “fuentes no coherentes” implica la existencia de más de una fuente sonora, no estando éstas en fase o tener distintas frecuencias. Esto ocurre también cuando el espectro de la fuente contiene múltiples armónicos que vibran con desfases aleatorios. En estos casos se puede calcular el nivel de presión sonora total aplicando el principio de adición de energía, que es proporcional al cuadrado de la presión.

La presión media cuadrática total, una vez conocida la presión media cuadrática de cada armónico $\langle p_i^2 \rangle$, se obtiene como la suma de las correspondientes a cada frecuencia:

$$\langle p^2 \rangle = \sum_i \langle p_i^2 \rangle$$

Por tanto, el nivel de presión sonora *SPL* total será:

$$SPL_{total} = 10\log_{10}\frac{\langle p^2\rangle}{\langle p_{ref}^2\rangle} = 10\log_{10}\frac{\sum_i \langle p_i^2\rangle}{\langle p_{ref}^2\rangle} \quad (dB)$$

(1.43)

1.8.6 Coeficiente de pérdida por inserción medio espectral

Una vez conocidos los coeficientes de inserción para cada frecuencia y el espectro en frecuencia de una fuente genérica, se puede calcular el cálculo del coeficiente de inserción global. Según (1.31), el coeficiente de inserción para un tono puro puede escribirse como:

$$IL_i = 10\log_{10}\frac{\langle p_i^2\rangle}{\langle p_i^{*2}\rangle} = 10\log_{10}\frac{\frac{|p_i|^2}{2}}{|p_i^*|^2/2} = 10\log_{10}\frac{|p_i|^2}{|p_i^*|^2}$$

(1.44)

El símbolo * indica que se trata de la presión inicial, esto es, antes de introducir la medida correctora del ruido. En cuanto al subíndice i, éste hace referencia a la frecuencia pura a la que se está realizando el cálculo. El valor absoluto de la presión sonora total puede ser calculado a partir del valor absoluto de la presión sonora originada a cada una de las frecuencias:

$$\langle p^2\rangle = \sum_i \langle p_i^2\rangle$$

$$|P|^2 = \sum_i |P_i|^2$$

(1.45)

En este punto se puede definir el coeficiente α_i como el porcentaje de presión sonora aportada en la fuente por la frecuencia *i* a la presión sonora total:

$$\alpha_i = \frac{|P_i|^2}{|P|^2} = \frac{|P_i|^2}{\sum_i |P_i|^2} = \frac{10^{\frac{IL_i}{10}}}{\sum_i 10^{\frac{IL_i}{10}}}$$

(1.46)

Un espectro que defina una fuente sonora suele contener los niveles de presión sonora originados por dicha fuente a un metro de distancia de la misma. Estos datos se obtienen de modo experimental en campo con un sonómetro. Si se introducen estos valores en la fórmula anterior, se obtienen los coeficientes α_i de la fuente.

Una vez hallados los valores α_i, se puede calcular la importancia o peso de cada armónico en el receptor:

$$|P_i{}^*|^2 = \alpha_i |P^*|^2$$

(1.47)

Despejando de la fórmula (1.41), se obtiene:

$$|P_i|^2 = |P_i{}^*|^2 10^{\frac{IL_i}{10}}$$

(1.48)

En la ecuación (1.45) pueden sustituirse las dos últimas relaciones obtenidas:

$$|P|^2 = \sum_i |P_i|^2 = \sum_i |P_i{}^*|^2 10^{\frac{IL_i}{10}} = \sum_i \alpha_i \, |P^*|^2 10^{\frac{IL_i}{10}}$$

(1.49)

Si se sustituye ahora la expresión anterior en la definición del *IL total* se obtiene finalmente:

$$IL = 10\log_{10}\frac{\sum_i \alpha_i\,|P^*|^2 10^{\frac{IL_i}{10}}}{|P^*|^2} = 10\log_{10}(\sum_i \alpha_i\,10^{\frac{IL_i}{10}}) \quad (dB)$$

(1.50)

Lo que permite obtener el coeficiente *IL medio espectral* a partir de los IL_i de cada componente del espectro.

1.9 Condiciones de contorno

Para integrar la ecuación de onda (1.24) es precisa la imposición de una serie de condiciones de contorno. Las condiciones posibles en el contorno son:

- Presión conocida en el contorno. Es el caso de un contorno radiante, esto es, un contorno que pulsa con una amplitud de onda determinada.
- Flujo de presión conocida en el contorno. El caso más común es aquél en el que el contorno tiene un flujo nulo, lo que implica que el contorno es perfectamente reflejante.
- Contorno parcialmente absorbente. Es la más habitual de las condiciones, y se presenta cuando el contorno es capaz de absorber (sin reflejar) parte de la energía acústica. En este caso, presión y flujo están relacionados a través del coeficiente de absorción del contorno.

En el siguiente apartado se describe la obtención de la relación matemática entre la presión y el flujo de presión, válida para un contorno absorbente en el caso de incidencia normal. Como se verá, presión y flujo normal están relacionados a través del coeficiente de absorción del contorno.

1.9.1 Problema monodimensional de interacción entre dos fluidos

Supóngase dos medios fluidos, que están en contacto por medio de una interfase plana. Una onda armónica plana se propaga en el primero de ellos (medio 1), con pulso ω en dirección al segundo (medio 2), perpendicularmente a la interfase común (ver figura). Las propiedades acústicas de ambos fluidos se caracterizan por sus impedancias acústicas características: $r_1 = \rho_0 c$ en el medio 1 (que se supondrá el aire), y $r_2 = \rho_2 c_2$ en el medio 2. Al alcanzar la onda la interfase, una onda reflejada en el medio 1 es generada, así como otra transmitida hacia el medio 2. En estas condiciones, la onda reflejada y la transmitida serán a su vez planas, propagándose perpendicularmente a dicha interfase, de modo tal que el problema es monodimensional.

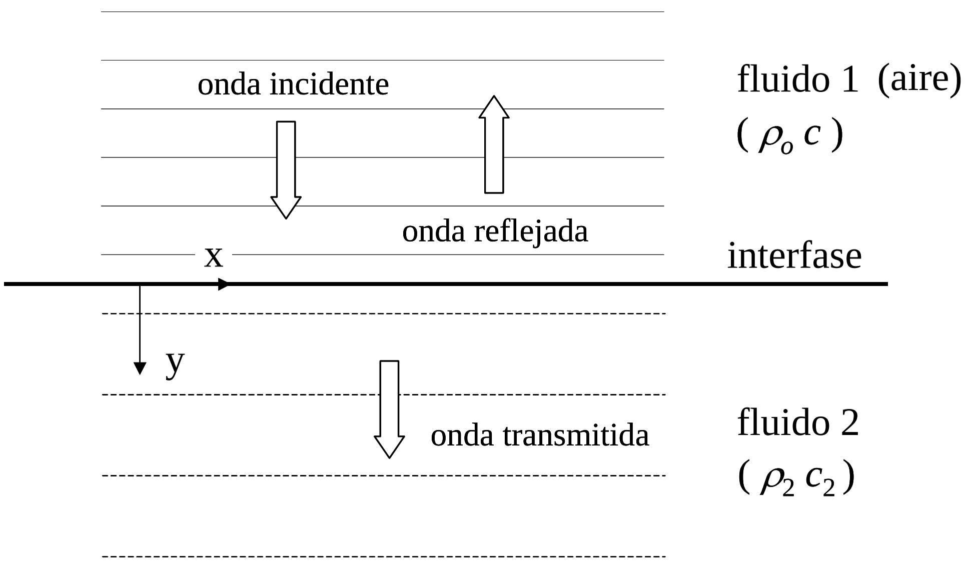


Figura 1.3 Transmisión y reflexión de ondas planas. Incidencia normal.

Para el estado permanente, la onda completa de presión en el fluido 1 es la suma de una onda incidente P_i y otra reflejada P_r por el contorno. Pasando al dominio de la frecuencia, utilizando notación compleja e ignorando la variación temporal $e^{i\omega t}$, podrá entonces escribirse:

$$p_i(y;\omega) = P_i(\omega)e^{-iky}$$

$$p_r(y;\omega) = P_r(\omega)e^{iky}$$

$$p(y;\omega) = P_i(y;\omega) + p_r(y;\omega)$$

(1.51)

Siendo $k = \omega/c$ el número de onda en el medio 1. En el medio 2 sólo existirá onda transmitida p_t:

$$p_t(y;\omega) = P_t(\omega)e^{-ik_2 y}$$
(1.52)

En este caso, k_2 es el número de onda en el medio 2, donde los signos de los exponentes se han elegido acorde al sentido de avance de cada onda. Merced de la naturaleza plana de las ondas, es posible escribir para cada una de ellas:

$$\frac{p_i}{v_i} = r_1 \quad ; \quad \frac{p_r}{v_r} = -r_1 \quad ; \quad \frac{p_t}{v_t} = r_2$$
(1.53)

Aunque la onda transmitida vibra con la misma frecuencia que la incidente, se produce un cambio en el número de onda debido a la diferencia entre las velocidades de propagación en ambos medios.

Por otra parte, en la interfase común (y=0), se dan las siguientes condiciones, para cualquier posición e instante temporal:

- **Equilibrio**: exige igualdad de presión a ambos lados de la interfase:

$$p_i(0;\omega) + p_r(0;\omega) = p_t(0;\omega)$$
(1.54)

- **Continuidad de velocidades normales**: esta condición garantiza el contacto entre fluidos:

$$v_i(0;\omega) + v_r(0;\omega) = v_t(0;\omega)$$
(1.55)

Haciendo el cociente entre ambas ecuaciones:

$$\frac{p_i + p_r}{v_i + v_r} = \frac{p_t}{v_t} \quad en \ \ y = 0$$

(1.56)

Esto implica la continuidad de la impedancia acústica específica normal a lo largo de la interfase. Sustituyendo (1.54) en (1.56):

$$r_1 \frac{p_i + p_r}{p_i - p_r} = r_2$$

(1.57)

Se puede obtener una relación entre la presión acústica y el flujo de presión en la interfase, aplicando las relaciones (1.19), (1.53) y (1.56):

$$\frac{dp}{dy} = -i\rho_0 \omega v = -ikr_1 v$$

$$\frac{p(0;\omega)}{v(0;\omega)} = -\frac{p(0;\omega)ikr_1}{\frac{dp}{dy}(0;\omega)} = \frac{p_t(0;\omega)}{v_t(0;\omega)} = r_2$$

(1.58)

Y ya por último:

$$\left(\frac{dp}{dy} = -ik\frac{r_1}{r_2}p\right)_{y=0}$$

(1.59)

Y, generalizando para cualquier dirección η normal a la interfase:

$$\beta = \frac{r_1}{r_2}$$

(1.60)

La expresión (1.59) se verifica en el caso de que el medio 2, en lugar de ser un fluido, sea un sólido poroso, si bien en este caso la impedancia acústica específica r_2

que lo caracteriza y, por tanto, la admitancia β, pasan a ser normalmente números complejos.

Por otra parte, suele definirse el coeficiente de reflexión c_r del contorno como:

$$c_r = \frac{p_r}{p_i}$$
(1.61)

La siguiente expresión del coeficiente de reflexión en función de la admitancia puede obtenerse al sustituir (1.57) en (1.61):

$$c_r = \frac{1-\frac{r_1}{r_2}}{1+\frac{r_1}{r_2}} = \frac{1-\beta}{1+\beta}$$
(1.62)

Si r_1 y r_2 son reales, c_r es real: positivo si $r_1 < r_2$ y viceversa. Debido a ello, en la interfase la presión acústica de la onda reflejada está en fase o en desfase de 180º con la de la onda incidente. Si $r_1 = r_2$, entonces $c_r = 0$, lo que implica la transmisión de toda la onda incidente.

En ciertas ocasiones es preciso cuantificar la proporción de energía incidente que es capaz de absorber el contorno, esto es, la proporción de energía incidente que es transmitida hacia el segundo fluido. Esto se conoce como el *coeficiente de absorción α* de energía del contorno:

$$\alpha = \frac{energía\ transmitida}{energía\ incidente}$$
(1.63)

El principio de conservación se ha de cumplir, y entonces α puede expresarse también como:

$$\alpha = 1 - \frac{energía\ reflejada}{energía\ incidente}$$
(1.64)

Dado que la energía es proporcional al cuadrado de la presión puede escribirse:

$$\alpha = 1 - \frac{p_r^2}{p_i^2} = 1 - c_r^2$$
(1.65)

Si se sustituye (1.62) en (1.65), la expresión del coeficiente de absorción de energía del contorno en función de la admitancia quedará:

$$\alpha = 1 - (\frac{1-\beta}{1+\beta})^2$$
(1.66)

Generalizando para el caso de un sólido poroso, donde β es generalmente un complejo, y habida cuenta de que el significa de coeficiente absorción aconseja un valor real para α:

$$\alpha = 1 - \left|\frac{1-\beta}{1+\beta}\right|^2$$
(1.67)

1.9.2 Modelo de Delany y Bazley

La aplicación de la expresión (1.59) como condición en contornos absorbentes requiere estimar el valor de la admitancia β del contorno. Un modelo que es utilizado de forma bastante común es el de Delany y Bazley (1970), que consiste en una relación empírica para determinar la admitancia de un contorno en el caso de materiales porosos, que son los utilizados normalmente como materiales absorbentes. Esta relación corresponde a la expresión:

$$\frac{1}{\beta} = 1 + 9{,}08\,(10^3\frac{f}{\sigma})^{-0{,}75} - i \cdot 11{,}9(10^3\frac{f}{\sigma})^{-0{,}73}$$

(1.68)

Aquí f representa la frecuencia de excitación en hertzios, y σ la resistividad al flujo de aire del material (que es la inversa de la permeabilidad del medio, Nsm^{-4} según el Sistema Internacional). Este último parámetro es una variable que depende de las características del material del medio absorbente. Ésta relación (1.68) se verifica para medios de espesor grande y para valores de σ comprendidos entre 10^3 y $5 \cdot 10^5$ Nsm^{-4}.

Por otra parte, en ciertas aplicaciones, y como recubrimiento de superficies reflejantes, se utilizan materiales absorbentes de espesor relativamente pequeño. En tales casos, la admitancia de estos contornos se define con la expresión:

$$\beta_e = \beta \tanh\,(\gamma\, e)$$

(1.69)

En este caso, β es la admitancia obtenida de la expresión (1.68), e el espesor del recubrimiento en metros y γ es el número de onda asociado a la propagación en el medio absorbente:

$$\frac{\gamma}{k} = 10{,}3\,(10^3\frac{f}{\sigma})^{-0{,}59} + i\left[1 + 10{,}8(10^3\frac{f}{\sigma})^{-0{,}70}\right]$$

(1.70)

Siendo k el número de onda de la propagación en el aire. Una vez que se ha obtenido la admitancia, el coeficiente de absorción de energía del contorno α puede obtenerse a través de la ecuación (1.67).

Es preciso hacer notar que todas las relaciones planteadas asumen la incidencia normal de una onda plana sobre el contorno, cosa que pocas veces ocurre en la realidad. A fin de aproximar al caso real, se puede adaptar un coeficiente de absorción que tenga en cuenta que la energía incide sobre el contorno en todas direcciones. De este modo, Morse y Bolt (1944) propusieron un coeficiente estadístico de absorción α_{st} que caracteriza el comportamiento absorbente de los materiales utilizados como recubrimiento. Esta variable puede derivarse de la *impedancia normal* del contorno $z = {}^{1}/_{\beta}$ a través de la expresión:

$$\alpha_{st} = \frac{8\cos\theta}{\xi}\left[1 - \frac{\cos\theta}{\xi}\ Ln\,(1 + 2\xi\cos\theta + \xi^2) + \frac{\cos 2\theta}{\xi sen\,\theta} tan^{-1}\frac{\xi sen\,\theta}{1 + \xi cos\theta}\right]$$

(1.71)

En este caso, si ${}^{Z}/_{\rho c} = R + iX$, $\xi^2 = R^2 + X^2$ y $\theta = tan^{-1}(\frac{X}{R})$.

El cálculo del valor de la admitancia es inmediato a partir de la ecuación (1.66), una vez conocido el coeficiente estadístico de absorción de energía:

$$\beta = \frac{1 - \sqrt{1 - \alpha_{st}}}{1 + \sqrt{1 - \alpha_{st}}}$$

(1.72)

Éste será un valor real, a diferencia de los obtenidos por las expresiones (1.68) o (1.69), que suelen arrojar variables complejas.

Capítulo 2

Representación integral

2 Representación Integral

2.1 Introducción

La formulación dinámica directa del Método de los Elementos de Contorno (MEC), tiene como una de sus primeras aplicaciones el estudio de propagación de ondas acústicas (*Banaugh y Goldmisth, 1963; Jawson, 1963; Shaw, 1995; Symm, 1963*). Ésta es la técnica numérica utilizada para la resolución de la ecuación integral en problemas escalares y elásticos, bien en estática como en dinámica.

La formulación en el contorno plantea ciertas ventajas sobre los métodos de dominio, pues sólo es preciso discretizar el contorno del modelo. Esto lo hace especialmente apto para la resolución de problemas dinámicos en dominios infinitos. Sin embargo, el principal inconveniente del MEC es su falta de generalidad. Ciertos problemas no pueden resolverse mediante este método, pues para ser llevado a cabo precisa de una solución fundamental de la que carecen ciertos problemas, o bien no ha sido obtenida aún.

A continuación, se procederá a obtener la base teórica para la formulación del método, mediante la obtención de la expresión integral para problemas armónicos escalares. Se aplicará el desarrollo para problemas tridimensionales, que es el caso que ocupa este proyecto. En primer lugar se describirán las ecuaciones básicas que gobiernan el fenómeno acústico. Se procederá luego al desarrollo integral, partiendo de una igualdad generalista a la que se le irán imponiendo condiciones para adecuarla al problema acústico.

2.2 Ecuaciones básicas

En medio homogéneo, no viscoso y lineal en el dominio de la frecuencia, la ecuación que gobierna la propagación de ondas de presión en un medio homogéneo es:

$$\nabla^2 p + k^2 p + \frac{1}{c^2} b = 0$$

(2.1)

Donde k es el número de onda (ω/c) y c la velocidad de propagación de la onda, que depende de las características termodinámicas del medio. El tercer miembro define la participación de fuentes internas.

Es indispensable para una solución de cualquier problema de acústica en el dominio de la frecuencia verificar la ecuación (2.1), pero también cumplir con las condiciones impuestas en los contornos del dominio en estudio. Éstas pueden ser de tres tipos:

$p = \bar{p}$ Presión conocida (Condición tipo Dirichlet)

$\frac{\partial p}{\partial n} = \bar{q}$ Flujo conocido (Condición tipo Neumann)

$\frac{\partial p}{\partial n} = -ik\beta p$ Condición mixta (tipo Robin)

Esta última condición representa la relación entre flujo y presión en una interfase de dos fluidos diferenciados en un problema monodimensional, dependiendo su valor del número de onda y de la admitancia β del contorno, siendo n la dirección normal al mismo. De esta suerte, un β=0 implicaría un contorno acústicamente rígido; si fuera igual a 1, toda la energía incidente saldría del dominio en estudio. Esta última consideración implicaría que ambos medios tienen idénticas propiedades. Es β en general una variable compleja dependiente de las características del contorno (Delany y Bazley, 1970).

Es de recibo señalar que esta condición tipo Robin es exclusiva del caso de propagación plana normal al contorno. Ni siquiera se cumple para un problema de propagación plana donde la dirección de propagación de la onda no sea perpendicular al contorno. Ello implica una simplificación del problema real, aunque asumida por la mayor parte de los estudios al respecto.

Ya por último, el problema exterior habrá también de cumplir la condición de radiación en el infinito (Condición de Sommerfeld), que para problemas n-dimensionales se expresa:

$$\lim_{n\to\infty} r^{\frac{n-1}{2}}\left(\frac{\partial p}{\partial r}+ikp\right)=0$$

(2.2)

La solución del problema será aquélla que cumpla (2.1), así como las condiciones de contorno impuestas. No obstante, su obtención analítica se muestra en la casi totalidad de los casos, como un problema inabordable. Por todo ello, se hace preciso recurrir a la solución numérica del mismo, cuya formulación se desarrollará a continuación.

2.3 Relación de reciprocidad

Para iniciar el desarrollo de la formulación integral en el contorno a resolver numéricamente mediante el MEC, es preciso plantear una relación de reciprocidad para el problema dinámico, similar a la planteada por el teorema de Green para el estático por la ecuación de Poisson.

Para proceder a la obtención de dicha relación, se recurrirá al procedimiento de los residuos ponderados sobre la ecuación diferencial de gobierno del problema. Ello consiste en la búsqueda de una solución del problema capaz de anular la integral de volumen del residuo ponderado por un campo virtual de presiones $p*$, imponiéndole como única condición, en principio, que pueda ser derivada. De este modo:

$$\int_{\Omega}\left(\nabla^2 p+k^2 p+\frac{1}{c^2}b\right)p^* d\Omega=0$$

(2.3)

Si se integra por partes dos veces, el término correspondiente a la laplaciana de la presión podrá expresarse:

$$\int_{\Omega} p^{*}\nabla^{2} p\, d\Omega = \int_{\Omega} \left(p^{*}p_{,i} - p^{*}_{,i}p\right)_{,i} d\Omega + \int_{\Omega} p\nabla^{2} p^{*} d\Omega$$

(2.4)

Si se aplica el teorema de la divergencia en la primera integral de dominio del segundo miembro, la ecuación quedará:

$$\int_{\Omega} p^{*}\nabla^{2} p\, d\Omega = \int_{\Gamma} \left(p^{*}p_{,i} - p^{*}_{,i}p\right)_{,i} n_i d\Gamma + \int_{\Omega} p\nabla^{2} p^{*} d\Omega$$

(2.5)

donde Γ representa el contorno del dominio analizado y n_i las componentes del vector normal unitario en puntos del mismo. Habida cuenta de que:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = p_{,i} n_i \quad \text{y} \quad \frac{\partial p^{*}}{\partial n} = p^{*}_{,i} n_i$$

(2.6)

Sustituyendo debidamente, la ecuación (2.5) podrá escribirse:

$$\int_{\Omega} p^{*}\nabla^{2} p\, d\Omega = \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^{*} d\Gamma - \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^{*}}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} p\nabla^{2} p^{*} d\Omega$$

(2.7)

Y si esta última expresión se sustituye en el planteamiento residual origen (2.2), se obtendrá:

$$\int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^{*} d\Gamma - \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^{*}}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Omega} (\nabla^{2} p^{*} + k^{2} p^{*})\, p\, d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{c^{2}} b\, p^{*}\, d\Omega = 0$$

(2.8)

Una vez alcanzado este punto, llega el momento de introducir una segunda condición a la función p^*. Ésta habrá de cumplir la ecuación de gobierno del problema real en su formulación genérica, y así:

$$\nabla^2 p^* + k^2 p^* = -\frac{1}{c^2} b^*$$

(2.9)

Entonces, la ecuación (2.8) podrá escribirse tal que:

$$\int_\Gamma p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_\Omega \frac{1}{c^2} b^* \, p \, d\Omega = \int_\Gamma \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma + \int_\Omega \frac{1}{c^2} b \, p^* \, d\Omega$$

(2.10)

He aquí la relación de reciprocidad que dará origen a la aplicación del MEC. Es de resaltar cómo no se impone el cumplimiento de las condiciones de contorno a la solución buscada, a diferencia del MEF. De hecho, en este caso la condición impuesta es el cumplimiento de la ecuación de gobierno del problema, siendo su comportamiento desconocido únicamente en el contorno. Eligiendo una función de ponderación o solución fundamental p^* adecuada (que verifique 2.9), la relación de reciprocidad podrá convertirse en una igualdad integral que ataña exclusivamente a los contornos del dominio en estudio.

2.4 Solución fundamental

Se proseguirá desarrollando la ecuación imponiéndole nuevas condiciones en cada paso. Inicialmente se considera que no hay presencia de fuentes internas de presión en el problema real a resolver. Por tanto, la ecuación (2.10) será:

$$\int_\Gamma p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_\Omega \frac{1}{c^2} b^* \, p \, d\Omega = \int_\Gamma \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.11)

A partir de aquí, la función de peso p^* se considerará como el campo de presiones que provoca una función delta de Dirac, que se aplica en una región virtual de propiedades idénticas a la analizada en el problema real, en la que no se tienen en cuenta las condiciones de contorno de ésta. En virtud de todo ello, a p^* sólo se le exigirá el cumplimiento de la ecuación de gobierno del problema:

$$\nabla^2 p^* + k^2 p^* + \delta(\mathbf{x} - \mathbf{x_i}) = 0$$

(2.12)

La función delta de Dirac es singular en $x = x_i$, y su valor es nulo en el resto de puntos del dominio. Así mismo, su integral de volumen extendida a todo el dominio se hace igual a la unidad. Su interpretación matemática es la del límite de una función impulso rectangular, cuando la dimensión de su base tiende a cero. Su interpretación física, por otra parte, es la de una fuente puntual armónica que pulsa a idéntica frecuencia que el problema real, aplicada en un punto de coordenadas que, en principio, se estimará interior al dominio real en estudio (fig. 2.1).

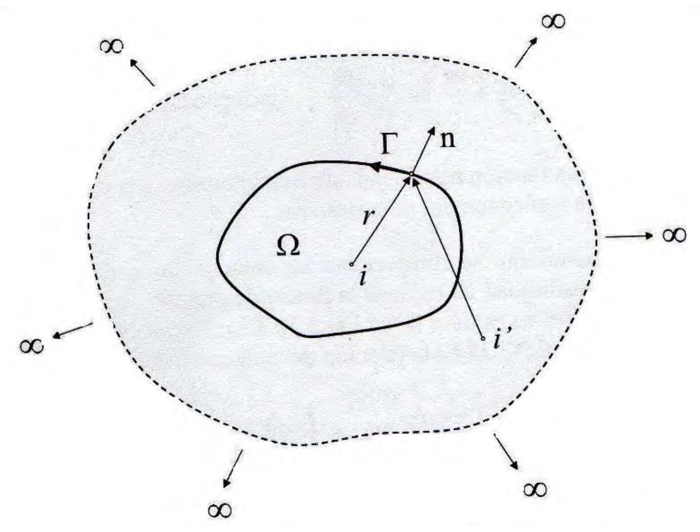


Figura 2.1 Ecuación Integral y Solución Fundamental

La integral de volumen correspondiente a (2.11), habida cuenta de las propiedades de la función delta de Dirac, se transformará en:

$$\int_{\Gamma} \frac{1}{c^2} b^* p \, d\Omega = \int_{\Omega} \delta(\mathrm{x} - \mathrm{x_i}) p \, d\Omega = p_{\ i}$$

(2.13)

Y de esta manera, la relación de reciprocidad queda tal que:

$$p_i + \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma = \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.14)

Si el valor de la presión acústica y el de su derivada en el contorno de un dominio son conocidos, a través de la última expresión obtenida se puede conocer, mediante la solución fundamental, el valor de la presión acústica en cualquier punto interno de dicho dominio.

En problemas armónicos escalares tridimensionales, la solución fundamental correspondiente a la solución de (2.13) es:

$$p^*(k, r) = \frac{1}{4\Pi r} e^{-ikr}$$

(2.15)

Donde:

k= número de onda

i= unidad imaginaria

r= distancia entre el punto *i* de aplicación de la fuente puntual y el punto donde se desea calcular el valor de la presión.

Del mismo modo, la derivada de la solución fundamental con respecto a la normal (flujo) para un caso tridimensional será:

$$\frac{\partial p^*}{\partial n} = -\frac{1}{4\Pi}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{ik}{r}\right)e^{-ikr}\frac{\partial r}{\partial n}$$
(2.16)

Siendo fiel a la costumbre adoptada de progresar en la formulación con la adición de nuevas consideraciones, llegado a este punto se plantea la posibilidad de situar la fuente de presión en un punto del espacio virtual exterior al dominio en estudio ($i´$). Así, la integral de volumen correspondiente de (2.11) es anulada, y la relación de reciprocidad será entonces:

$$\int_\Gamma p\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma = \int_\Gamma \frac{\partial p}{\partial n}p^* d\Gamma$$
(2.17)

Prosiguiendo, el problema a resolver numéricamente consiste en una fuente de presión interna Delta de Dirac aplicada en un punto $\mathbf{x_0}$. Consecuentemente, en la relación de reciprocidad la integral de volumen correspondiente será tal que:

$$\int_\Omega \frac{1}{c^2}bp^* d\Omega = \int_\Omega \delta(x - x_0)p^* d\Omega = p_0^*$$
(2.18)

donde p_0^* es la solución fundamental en el punto $\mathbf{x_0}$ en el que es colocada la fuente puntual en el problema real. Y así la relación de reciprocidad queda:

$$p_i + \int_\Gamma p\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma = p_0^* + \int_\Gamma \frac{\partial p}{\partial n}p^* d\Gamma$$
(2.19)

Esta expresión será el punto de partida de la formulación del MEC.

2.5 Igualdad integral en el contorno

La expresión anterior (2.19) considera a la variable en puntos internos del dominio. Esta igualdad integral resulta útil si se pretende conocer valores de la presión acústica en puntos internos del dominio previo conocimiento de los valores que adopta en el contorno del mismo. Para obtener sin embargo una igualdad que implique sólo a puntos del contorno, es preciso disponer la fuente puntual en puntos del mismo. Ello se antoja un problema en tanto que los integrandos de (2.19) resultan singulares en el punto de colocación.

No obstante es posible evitar la singularidad si a la hora de evaluar las integrales se recrece infinitesimalmente el dominio en el entorno del punto de colocación, mediante un contorno circular de radio ε tal y como se muestra en la figura. De esta suerte se logra que el punto de colocación sea interno al dominio, pudiendo entonces aplicarse (2.19).

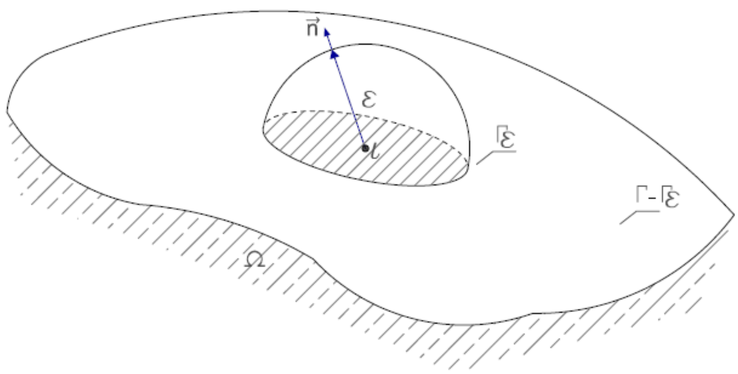


Figura 2.2 Igualdad integral en el contorno

Aplicando esta estrategia, cada integral de contorno de esta ecuación queda convertida en la suma de otras dos extendidas a los contornos Γ-Γ_ε y Γ_ε.

$$p_i + \int_{\Gamma-\Gamma\varepsilon} p\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma + \int_{\Gamma\varepsilon} p\frac{\partial p^*}{\partial n}d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma-\Gamma\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial n}p^* d\Gamma + \int_{\Gamma\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial n}p^* d\Gamma$$

(2.20)

Si ε tiende a cero, esta igualdad implicará únicamente a variables del contorno. Las primeras integrales no revisten inconveniencia alguna pues su dominio no incluye la singularidad.

En cuanto a las extendidas al dominio Γ_ε, se demuestra que están perfectamente acotadas en el límite. Por un lado, para la integral que incorpora en su integrando la solución fundamental en presiones $p*$, tomando en cuenta la posibilidad de un punto de colocación anguloso, para problemas en 3D considerando la (2.15):

$$\lim_{\varepsilon\to 0}\int_{\Gamma\varepsilon}\frac{\partial p}{\partial n}p^* d\Gamma = \lim_{\varepsilon\to 0}\int_0^\alpha\int_0^\gamma \frac{\partial p}{\partial n}\frac{1}{4\pi}e^{-ki\varepsilon}\varepsilon\, d\alpha d\gamma$$

(2.21)

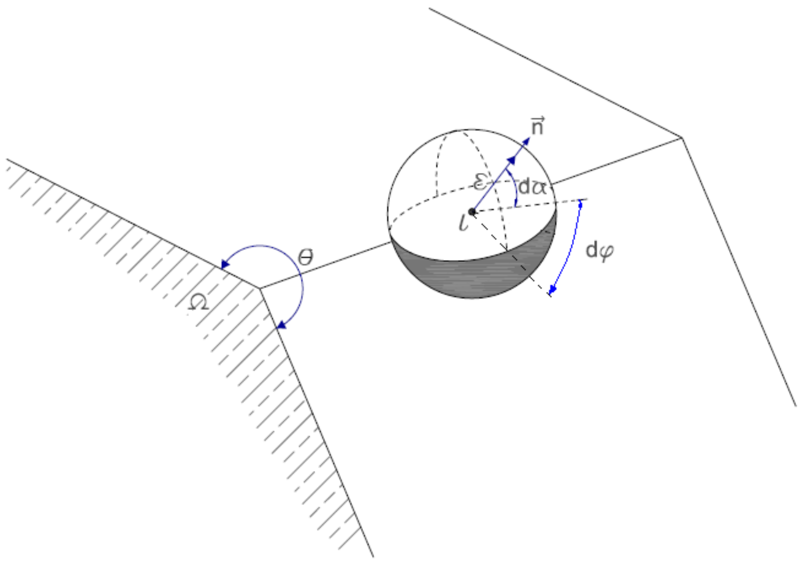


Figura 2.3 Término libre. Cálculo de las integrales en el contorno de la singularidad

En esta ecuación es constante ε, así como la variable de campo al ser analizada en el límite, adoptando el valor del punto de colocación. De tal suerte:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma = (\frac{\partial p}{\partial n})_i \frac{\alpha\gamma}{2\pi} \lim_{\varepsilon \to 0} \left(e^{-ik\varepsilon} \varepsilon \right)$$

(2.22)

Resolviendo el límite se obtiene fácilmente:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma = (\frac{\partial p}{\partial n})_i \frac{\alpha\gamma}{4\pi} \lim_{\varepsilon \to 0} \left(e^{-ik\varepsilon} \varepsilon \right) = 0$$

(2.23)

En cuanto a la integral que incluye la derivada de la solución fundamental, se analiza de un modo diferente. Derivando la solución fundamental correspondiente al caso de 3D y sustituyendo debidamente en la integral:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma\varepsilon} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma = \lim_{\varepsilon \to 0} \int_0^{\propto} \int_0^{\gamma} p \frac{-e^{-ik\varepsilon}}{4\pi} \left(\frac{1}{\varepsilon^2} + \frac{ik}{\varepsilon} \right) \frac{\partial r}{\partial n} \varepsilon^2 d\alpha d\gamma$$

(2.24)

Siendo Γε un contorno circular, se cumplirá entonces que:

$$\frac{\partial r}{\partial n} = r_{,i}\, n_i = 1$$

(2.25)

Como se vio anteriormente, en el límite ε es constante, y teniendo en cuenta todo lo anterior, la integral quedará:

$$\lim_{\varepsilon \to 0} \int_{\Gamma\varepsilon} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma = -p_i \frac{\propto \gamma}{4\pi} \lim_{\varepsilon \to 0} \left(e^{-ik\varepsilon} (1 + \varepsilon ik) \right) = \frac{-\alpha\gamma}{4\pi} p_i$$

(2.26)

Donde $\alpha\gamma = \varphi$, ángulo sólido exterior de la esquina. Si se hace:

$$c_i = 1 - \frac{\varphi}{4\pi} = \frac{\propto}{4\pi}$$

(2.27)

Siendo α el ángulo interior de la esquina y c_i es el llamado término libre, íntimamente relacionado con la geometría del contorno. Para puntos internos, $c_i = 1$, y si la esquina es suave, $c_i = \frac{1}{2}$. De este modo, sustituyendo (2.23) y (2.26) en (2.20), la igualdad integral quedará tal que:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.28)

2.6 Condición de radiación en el infinito

Esta condición, también conocida como condición de radiación de Sommerfeld, fue definida en un principio como una exigencia más que había de cumplir la solución a la ecuación de onda para problemas exteriores, y como se verá a continuación, más específicamente para un problema definido en un dominio infinito.

A fin de entender el significado de esta condición, se recurrirá a un problema monodimensional, pues explica de una manera más gráfica la condición de radiación.

Sea un cilindro de paredes rígidas y longitud finita L. En él se halla un fluido, del cual se procederá a obtener el campo de presiones producido por un pistón móvil que pulsa armónicamente sobre el fluido que está en contacto con la cara interior. Se trata evidentemente de un problema monodimensional, lo que implica que la ecuación de onda sólo depende espacialmente de una coordenada, que será la x por libre elección. La elección del sistema de referencia obedece a razones de conveniencia:

$$p = Ae^{-ikx} + Be^{ikx}$$

(2.29)

El primer término corresponde a una onda que se propaga en sentido positivo de la x y el segundo representa una onda que se propaga en sentido contrario.

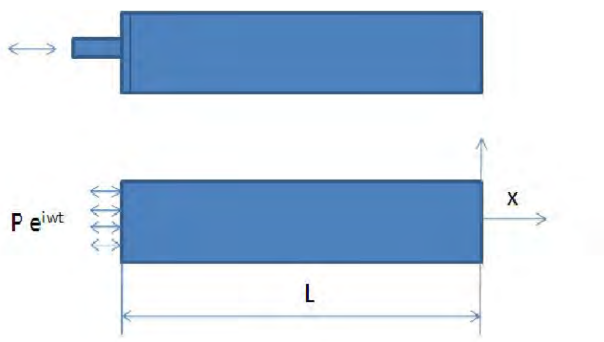


Figura 2.4 Cilindro de longitud finita y paredes rígidas sometido a presión armónica

Aplicando las condiciones de contorno del problema se pueden obtener las constantes A y B:

$x = -L \rightarrow p = P$ (2.30a) pues la presión es conocida;

$x = 0 \rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = 0$ (2.30b) pues el contorno es rígido.

Sustituyendo:

$$Ae^{-ikx} + Be^{ikx} = P$$

(2.31a)

$$A - B = 0$$

(2.31b)

Si se resuelve este sistema de ecuaciones, se obtienen las amplitudes de onda incidente A y reflejada B. Sustituyéndolas en (2.29) y realizando algunas operaciones simples, se obtiene:

$$p = P\frac{\cos(kx)}{\cos(kL)}$$

(2.32)

Si se multiplica esta expresión por e^{iwt}, se pasará del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo. Entonces se podrá representar para distintos valores de t (en distintos instantes de tiempo) la componente real de la presión a lo largo del eje x.

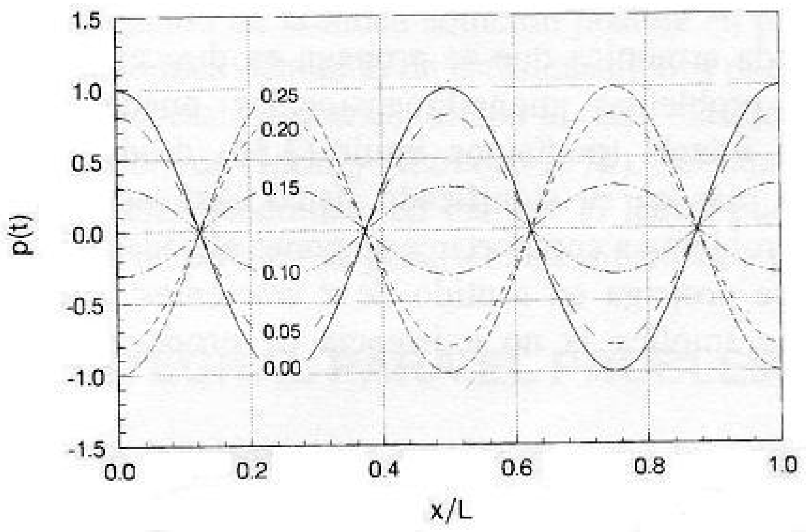


Figura 2.5 Campo de presiones estacionario monodimensional

En esta figura se puede observar la representación de la presión para seis instantes de tiempo que van desde 0.0 sg hasta 0.25, cada 0.05 segundos. Se ha adoptado un valor de $kL = 4\pi$ y un valor unitario para la amplitud de la presión en las paredes del émbolo (P=1).

Se observa en esta figura un campo estacionario de presiones producto de la superposición de la onda incidente (positiva) y la reflejada (negativa). Existen nodos en los cuales la presión es nula en todo instante de tiempo, así como crestas en las que la presión adopta valores máximos y mínimos a lo largo del tiempo.

Ahora se procede a estudiar un problema idéntico, sólo que ahora tratamos con un cilindro de longitud infinita:

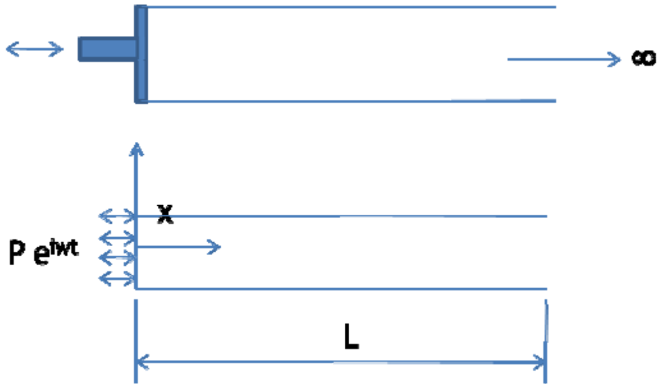


Figura 2.6 Cilindro de longitud infinita y paredes rígidas sometido a presión armónica

La solución general de la correspondiente ecuación de onda es la misma que en el caso anterior (2.29), si bien ahora el origen de coordenadas se halla en la superficie del pistón. La primera ecuación se obtiene aplicando la condición de contorno en x=0:

$$A + B = P$$

(2.33)

Ahora, para la obtención de la segunda ecuación, se aplica la condición de radiación de Sommerfeld para el problema monodimensional, obteniéndose de aplicar (2.2) para n=1. De este modo:

$$x \to \infty \qquad \to \qquad \lim_{x \to \infty} \left(\frac{\partial p}{\partial x} + ikp \right) = 0$$

(2.34)

Si se sustituye el campo de presiones establecido por (2.29) en (2.34):

$$\lim_{x. \to \infty} \left(2ikBe^{ikx} \right) = 0 \to \quad B = 0$$

(2.35)

Esto implica que, según la condición de radiación en el infinito, no existe onda reflejada en este problema. De este modo, habida cuenta de (2.32) y (2.35), la solución a este problema es:

$$p = Pe^{-ikx}$$

(2.36)

Esto representa una onda armónica propagándose en la dirección positiva del eje x. Esta condición implica que la solución buscada del problema se comporte, en zonas alejadas de la perturbación, como una onda plana que se propaga en sentido de x crecientes. O lo que es lo mismo, implica la no existencia de ondas propagadas desde el infinito.

A continuación se aplicarán estos conceptos a la solución fundamental del problema tridimensional. La ecuación (2.15b) expresa el campo de presiones para un dominio infinito 3D con una fuente puntual. Se analiza en qué términos verifica esta expresión la condición de radiación. Si se introducen pues las expresiones del campo de presiones y su derivada en (2.2) para n=2:

$$\lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial p^*}{\partial r} + ikp^*\right) = \lim_{r\to\infty} (p^*) = 0$$

(2.37)

Esta condición se suele expresar por separado, de tal modo que:

$$\lim_{r\to\infty} r\left(\frac{\partial p^*}{\partial r} + ikp^*\right) = 0$$

(2.38a)

$$\lim_{r\to\infty} (p^*) = 0$$

(2.38b)

La primera condición representa la condición de radiación clásica, y la segunda se denomina condición de regularidad, vinculada al amortiguamiento por radiación propio de ondas bi y tridimensionales, no manifestándose en problemas monodimensionales. Así, la solución fundamental propuesta del problema cumple las condiciones de radiación y regularidad en el infinito, siendo por otra parte la única solución físicamente posible del problema propuesto. No obstante, soluciones tales como:

$$p^*(k,r) = \frac{1}{4\pi r} e^{ikr} \text{ ó } p^*(k,r) = \frac{1}{4\pi r} \cos(kr)$$

Verifican la ecuación de gobierno del problema en los términos expuestos. También disminuye su amplitud con la distancia a la fuente, cumpliendo por tanto la condición de regularidad. Pero en cambio no cumplen la condición de radiación en el infinito, siendo por tanto descartadas como soluciones físicamente posibles del problema. La primera es una onda que se propaga desde el infinito hacia la fuente con amplitudes crecientes, y la segunda es una onda estacionaria. Con un análisis un poco más exhaustivo, se comprende que ambas están en contra del principio de conservación de la energía, siendo esta otra interpretación relevante de la condición de radiación. Por tanto se antoja precisa la consideración de las condiciones de radiación para la obtención de una única solución posible en problemas con dominio infinito.

2.7 Igualdad integral para el problema exterior

Éste es el problema en el que se contextualiza este trabajo. En este caso, la región estudiada es infinita y los contornes interiores a la misma. Se trata de huecos en el dominio infinito con condiciones de contorno conocidas, en contraste con el problema interior considerado hasta ahora, en el que los contornos encierran el dominio analizado.

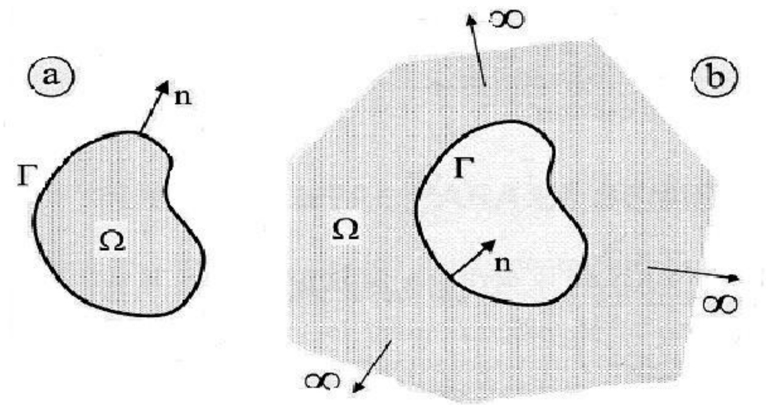


Figura 2.7 a) Problema Interior y b) Problema Exterior

Se desarrollará en este epígrafe la formulación integral para el problema exterior. Como punto de partida, se considera el problema exterior como un caso particular del problema interior, considerando por tanto de aplicación la igualdad integral (2.27).

El dominio se cerrará artificialmente con una esfera de radio $r \rightarrow \infty$, centrada en el punto de colocación donde se pretende aplicar la igualdad integral.

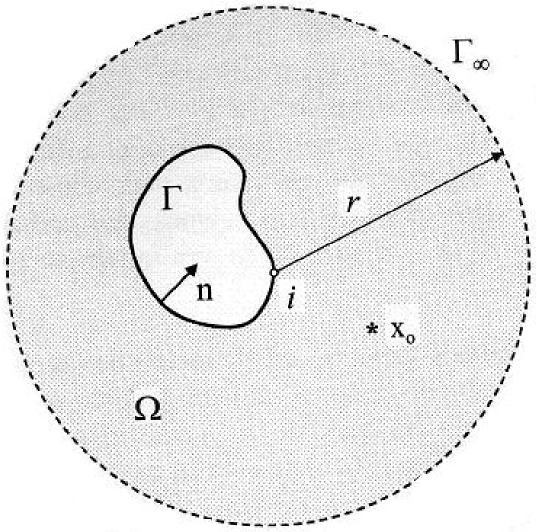


Figura 2.8 Formulación integral del problema exterior

De este modo, la igualdad integral en el dominio encerrado por el contorno Γ_∞ se escribirá:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_\infty} p \frac{\partial p^*}{\partial r} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma + \int_{\Gamma_\infty} \frac{\partial p}{\partial r} p^* d\Gamma$$

(2.39)

La solución del problema tendrá que cumplir las condiciones de radiación en puntos de este contorno, por tanto se aproximará a una onda esférica que se propaga en dirección de r creciente. De este modo, en puntos de Γ^-:

$$\frac{dp}{dr} = -ikp$$

(2.40)

Esta es una expresión de la derivada de la presión que puede ser sustituida en la última igualdad integral. Por tanto, se puede escribir:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_\infty} p(\frac{dp^*}{dr} + ikp^*) d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.41)

Si para el problema exterior se trabaja con una solución fundamental del problema que verifique las condiciones de radiación en el infinito, la integral de contorno extendida a Γ_∞ se anula, extendiéndose por tanto la formulación integral exclusivamente al contorno Γ interior.

De todo esto se puede inferir la ventaja que supone la aplicación del MEC en este tipo de problemas frente a los métodos de dominio como el MEF. Al analizar dominios de naturaleza infinita, la discretización del dominio es problemática debido a la imposibilidad de extender la discretización del medio hasta el infinito; ésta se extenderá hasta cierta distancia de la fuente donde se localizará un contorno artificial al que habrá que imponer condiciones de radiación. Además, habrá de estar lo bastante alejado para que esta condición se verifique, pues en caso contrario su presencia alterará la solución en las cercanías de la fuente debido a las reflexiones artificiales de la onda en dicho contorno.

2.8 Solución fundamental para el semiespacio

Para que la solución fundamental cumpla alguna de las condiciones de contorno del problema real, es preciso realizar alguna modificación en ella. Al igual que en el apartado anterior, ello permitirá prescindir de las integrales extendidas al contorno cuya condición es satisfecha por dicha solución fundamental.

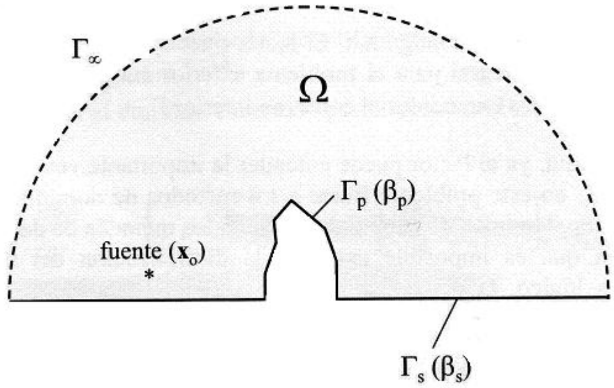


Figura 2.9 Semiespacio (vista 2D) con obstáculo

La necesidad de todo esto es consecuencia de la geometría genérica del problema representada en la figura. En ella se observa una fuente pulsando en un semiespacio cuyo contorno Γ_s está caracterizado por la admitancia β_p genérica. El interés del estudio de este problema reside básicamente en evaluar en qué medida influyen las características del obstáculo tales como altura o geometría en los valores de la presión acústica al otro lado del mismo.

Al aplicar la igualdad integral en los términos conocidos, se obtienen integrales extendidas a los tres contornos del problema $(\Gamma_\infty, \Gamma_s, \Gamma_p)$. En primer lugar, se asume que las integrales extendidas a Γ_∞desaparecen si la solución fundamental cumple las condiciones de radiación en el infinito. De esta cuenta, (2.19) quedará en términos de cada uno de los contornos que definen al problema, para un punto de colocación genérico i interior al dominio, tal que:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_s} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_s} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.42)

Se adopta una función p*que verifique la condición de contorno en Γ_s:

$$\frac{dp}{dn} = -i\beta_s kp \quad \text{y} \quad \frac{dp^*}{dn} = -ik\beta_s p^* \;\; \text{en } \Gamma_s$$

(2.43)

Al incluir esta condición en la última representación integral, se cancelan las integrales extendidas al contorno del semiespacio Γ_s. Así:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(2.44)

De este modo, la identidad integral para este problema se extiende únicamente a los contornos del obstáculo cuya eficiencia pretende determinarse. Mediante la aplicación de este tipo de soluciones fundamentales, se obtiene la ventaja de que sólo sea necesario discretizar el contorno que delimita el obstáculo.

En lo que respecta a un punto de colocación sobre el contorno del obstáculo, la identidad integral puede escribirse de modo que:

$$c_i p_i = p_0^* - \int_{\Gamma_p} \left(\frac{dp^*}{dn} + ik\beta_p p^*\right) p \, d\Gamma$$

(2.45)

Aparece aquí incorporada la condición de contorno correspondiente a la superficie del obstáculo.

Por otra parte, la expresión matemática de la solución fundamental a la que se ha hecho referencia en este apartado, requiere un desarrollo aparte. Sea el caso más simple, correspondiente a un contorno del semiespacio completamente reflejante ($\beta_p = 0$). En este caso, la solución fundamental buscada habrá de cumplir en puntos de este contorno que el flujo de presiones es nulo ($\frac{dp^*}{dn} = 0$). Para conseguir esta condición basta considerar, además de la fuente aplicada en el punto de colocación donde se escribe la identidad integral, otra Delta de Dirac armónica simétrica respecto del contorno del semiespacio pulsando a la misma frecuencia. De esta suerte, el valor de la presión en un punto de observación genérico será para el problema 3D:

$$p^*(k,r) = \frac{1}{4\pi}(\frac{1}{r}e^{-ikr} + \frac{1}{\bar{r}}e^{-ik\bar{r}})$$

(2.46)

donde r y $\bar{r}$ representan las distancias de la fuente y la imagen al punto de observación respectivamente, tal y como se muestra en la figura:

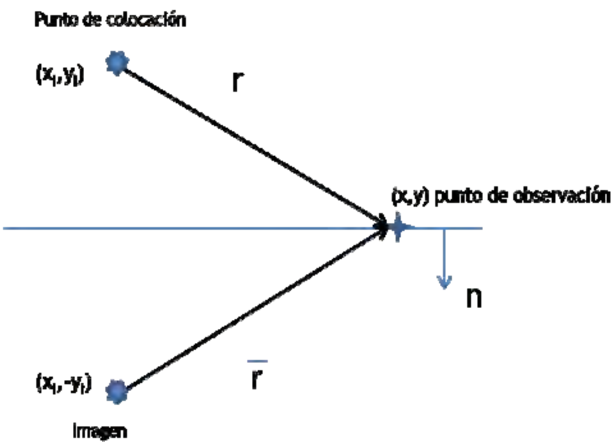


Figura 2.10

Capítulo 3

Discretización del contorno. Elementos de contorno.

3 Discretización del contorno. Elementos de contorno.

3.1 Introducción

Como se vio en el capítulo anterior, la resolución del problema pasa por resolver una igualdad integral tal que:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

(3.1)

Para el planteamiento numérico de la identidad integral en problemas tridimensionales se propone en este trabajo el Método de los Elementos de Contorno (MEC). Este método consiste en aproximar el comportamiento de las variables de forma localizada en una serie de porciones o elementos en los que se divide el contorno de problema. En cada elemento, la variable ha de ser interpolada en función del valor conocido de presión o flujo que adopta en una serie de puntos o nodos del mismo. Según las peculiaridades del problema analizado y del grado de aproximación que quiera lograrse, se utilizará un determinado tipo de aproximación, que puede ser constante, lineal o parabólico.

Conociendo la forma discretizada de la igualdad integral para cada nodo, se obtiene un sistema de ecuaciones lineales. Aplicando las condiciones de contorno conocidas, el sistema se podrá resolver obteniendo las incógnitas del mismo.

En el MEC, a diferencia del Método de los Elementos Finitos (MEF), es necesario aproximar tanto la variable fundamental como su derivada, pues ambas están presentes en la igualdad integral.

3.2 Aproximaciones según tipo de elemento.

Las tipologías más usuales de discretización en las que se aproxima el contorno, son:

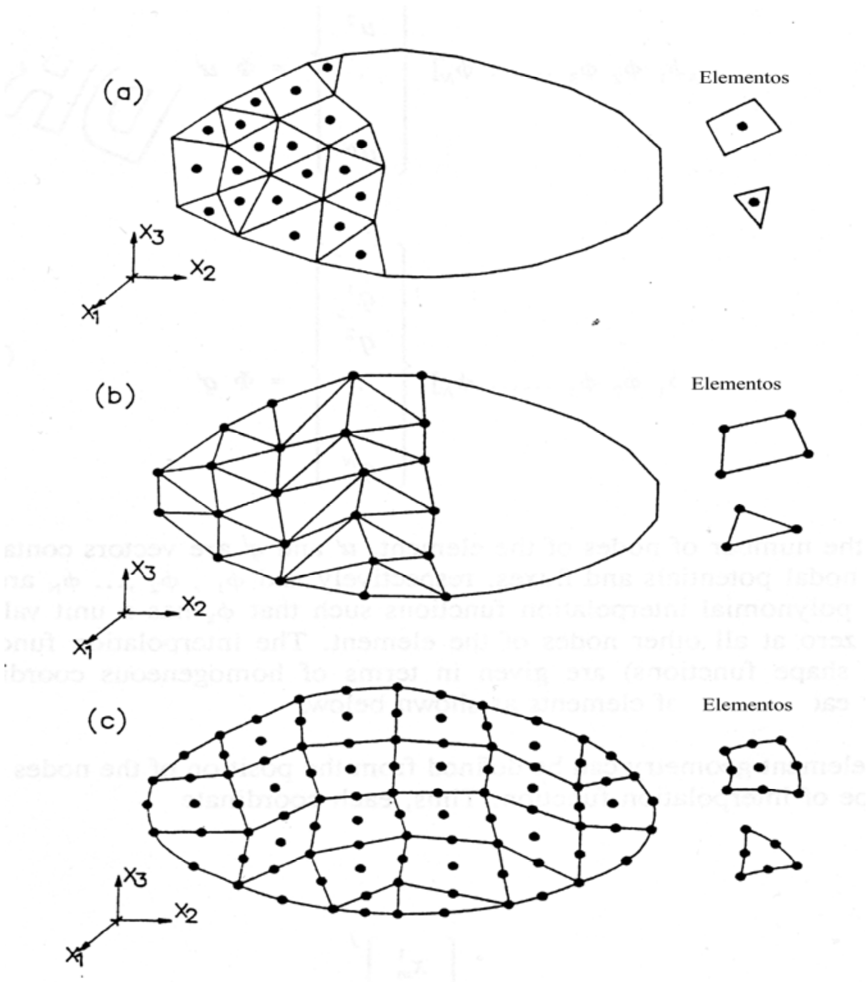


Figura 3.1 Contornos tridimensionales divididos en a) elementos constantes, b) elementos lineales y c) elementos cuadráticos

De este modo, en los elementos constantes, la variable se aproxima a través de un único nodo sito en el centro del elemento, por tanto el valor de la variable es el mismo en todos los puntos del elemento. De este modo, cada elemento sólo aporta una incógnita al problema.

En los elementos lineales, cada elemento se determina por medio de cuatro nodos o tres nodos, según sea triangular o cuadrilátero, cada uno en un extremo del mismo, y el valor de la variable para cada punto del elemento se aproxima linealmente según los valores que adopta en estos nodos.

Los elementos parabólicos, por su parte, están constituidos por nueve nodos en el caso de los cuadriláteros, y por seis en el de los triangulares. Los valores que adopta en los puntos internos de elemento se aproximan a través de los valores de los nodos por medio de una aproximación de orden dos.

3.3 Formulación del método

Como se ha dicho, los valores que adopta la variable a lo largo del elemento se obtiene a partir de una aproximación según los valores que adopta la variable en los nodos. De este modo:

$$p = [\phi_1 \ \ \phi_2 \ \phi_3 \ldots \ \phi_N \ ] \begin{Bmatrix} u^1 \\ u^2 \\ u^3 \\ \vdots \\ u^N \end{Bmatrix} = \Phi u^j$$

(3.2)

$$q = [\phi_1 \ \ \phi_2 \ \phi_3 \ldots \ \phi_N \ ] \begin{Bmatrix} q^1 \\ q^2 \\ q^3 \\ \vdots \\ q^N \end{Bmatrix} = \Phi q^j$$

(3.3)

Donde N es el número de nodos del elemento, u^j y q^j son vectores que contienen las presiones y flujos de los nodos de los elementos respectivamente ($q = \frac{\partial p}{\partial n}$) y ($\phi_{1,} \phi_{2,} \ \phi_3 \ldots \ \phi_N$) son polinomios de interpolación de orden dos, de tal modo que ϕ_k tendrá un valor unitario en el nodo k y 0 en cualquier otro nodo del elemento. Estas funciones de interpolación son más conocidas como funciones de forma, y son expresadas en términos de coordenadas homogéneas definidas para cada familia de elementos, como se mostrará a continuación.

Por otra parte, la geometría del elemento puede ser descrita por medio de la posición de los nodos usando el mismo tipo de funciones de forma. Así, para cada coordenada:

$$x_m = [\phi_1 \;\; \phi_2 \;\; \phi_3 \dots \; \phi_N \;] \begin{Bmatrix} x_m^1 \\ x_m^2 \\ x_m^3 \\ \vdots \\ x_m^N \end{Bmatrix}^j \quad ; m = 1,2,3$$

(3.4)

Donde x_m representa cada una de las tres coordenadas cartesianas. De este modo, más resumidamente:

$$x = \Phi x^j$$

(3.5)

La tabla dispuesta a continuación muestra los primeros tres elementos de las dos familias de elementos tridimensionales más utilizados. Para los elementos cuadriláteros se definen dos coordenados locales naturales: $-1 \leq \xi_1 \leq 1$ y $-1 \leq \xi_2 \leq 1$, de tal modo que en el plano ξ_1, ξ_2 definen un cuadrado de lado 2. En cambio, el triángulo se define por medio de dos coordenadas locales independientes tales que $0 \leq \xi_1 \leq 1$ y $0 \leq \xi_1 \leq 1$, y una tercera coordenada $\xi_3 = 1 - \xi_1 - \xi_2$ definida por conveniencia. A partir de estas coordenadas, se definen las funciones de forma de distinto orden (0, 1, 2,…) para cada tipo de elemento, cuyas expresiones se pueden ver en la siguiente tabla:

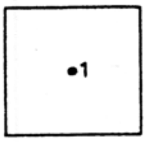
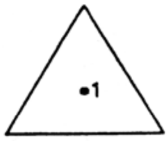
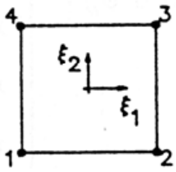
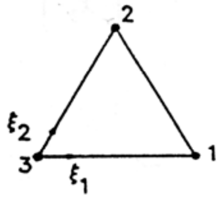
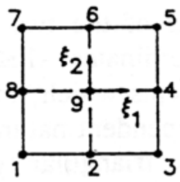
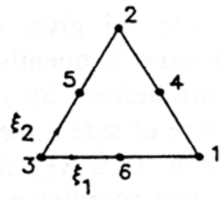
	Cuadriláteros	Triangulares
Orden Cero	Constante  Funciones de forma $\phi_1 = 1$	Constante  Funciones de forma $\phi_1 = 1$
Primer Orden	Bilineal  Funciones de forma $\phi_1 = 1/4\,(1 - \xi_1)\,(1 - \xi_2)$ $\phi_2 = 1/4\,(1 + \xi_1)\,(1 - \xi_2)$ $\phi_3 = 1/4\,(1 + \xi_1)\,(1 + \xi_2)$ $\phi_4 = 1/4\,(1 - \xi_1)\,(1 + \xi_2)$	Lineal  Funciones de forma $\phi_1 = \xi_1\ ;\ \phi_2 = \xi_2$ $\phi_3 = 1 - \xi_1 - \xi_2 = \xi_3$
Segundo Orden	Bicuadrático  Funciones de forma $\phi_1 = 1/4\,(\xi_1 - 1)\,\xi_2\,(\xi_2 - 1)\,\xi_1$ $\phi_2 = 1/2\,(1 - \xi_1^2)\ \xi_2\,(\xi_2 - 1)$ $\phi_3 = 1/4\,\xi_1\,(1 + \xi_1)\,\xi_2\,(\xi_2 - 1)$ $\phi_4 = 1/2\,\xi_1\,(1 + \xi_1)\,(1 - \xi_2^2)$ $\phi_5 = 1/4\,\xi_1\,(1 + \xi_1)\,\xi_2\,(1 + \xi_2)$ $\phi_6 = 1/2\,(1 - \xi_1^2)\ \xi_2\,(1 + \xi_2)$ $\phi_7 = 1/4\,\xi_1(\xi_1 - 1)\,\xi_2\,(1 + \xi_2)$ $\phi_8 = 1/2\,\xi_1\,(\xi_1 - 1)\,(1 - \xi_2^2)$ $\phi_9 = (1 - \xi_1^2)\,(1 - \xi_2^2)$	Cuadrático  Funciones de forma $\phi_1 = \xi_1\,(2\xi_1 - 1)$ $\phi_2 = \xi_2\,(2\xi_2 - 1)$ $\phi_3 = \xi_3\,(2\xi_3 - 1)$ $\phi_4 = 4\xi_1\xi_2$ $\phi_5 = 4\xi_2\xi_3$ $\phi_6 = 4\xi_3\xi_1$

Figura 3.2 elementos triangulares y cuadriláteros para problemas 3D

De este modo, un triángulo podría ser definido por medio de sus coordenadas cartesianas de sus tres nodos y funciones de forma:

$$x = [\phi_1 \;\; \phi_2 \;\; \phi_3] \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \end{bmatrix}$$

(3.6)

De tal modo que:

$$\Phi_k = \begin{bmatrix} \phi_k & 0 & 0 \\ 0 & \phi_k & 0 \\ 0 & 0 & \phi_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \xi_k & 0 & 0 \\ 0 & \xi_k & 0 \\ 0 & 0 & \xi_k \end{bmatrix} ; k = 1, 2, 3$$

Y:

$$x^k = \begin{Bmatrix} x_1^k \\ x_2^k \\ x_3^k \end{Bmatrix} ; k = 1, 2, 3$$

Un elemento cuadrilátero se definirá del mismo modo:

$$x = [\phi_1 \;\; \phi_2 \;\; \phi_3 \;\; \phi_4] \begin{bmatrix} x^1 \\ x^2 \\ x^3 \\ x^4 \end{bmatrix}$$

(3.7)

En otras palabras, por medio de estas transformaciones proporcionadas por la ecuación (3.5) a través de las funciones de forma, la geometría de un elemento cuadrático de forma triangular o cuadrilátera en el espacio cartesiano tridimensional se transformará en una superficie cuadrática en el espacio de x_1, x_2 y x_3, tal y como se muestra en la figura:

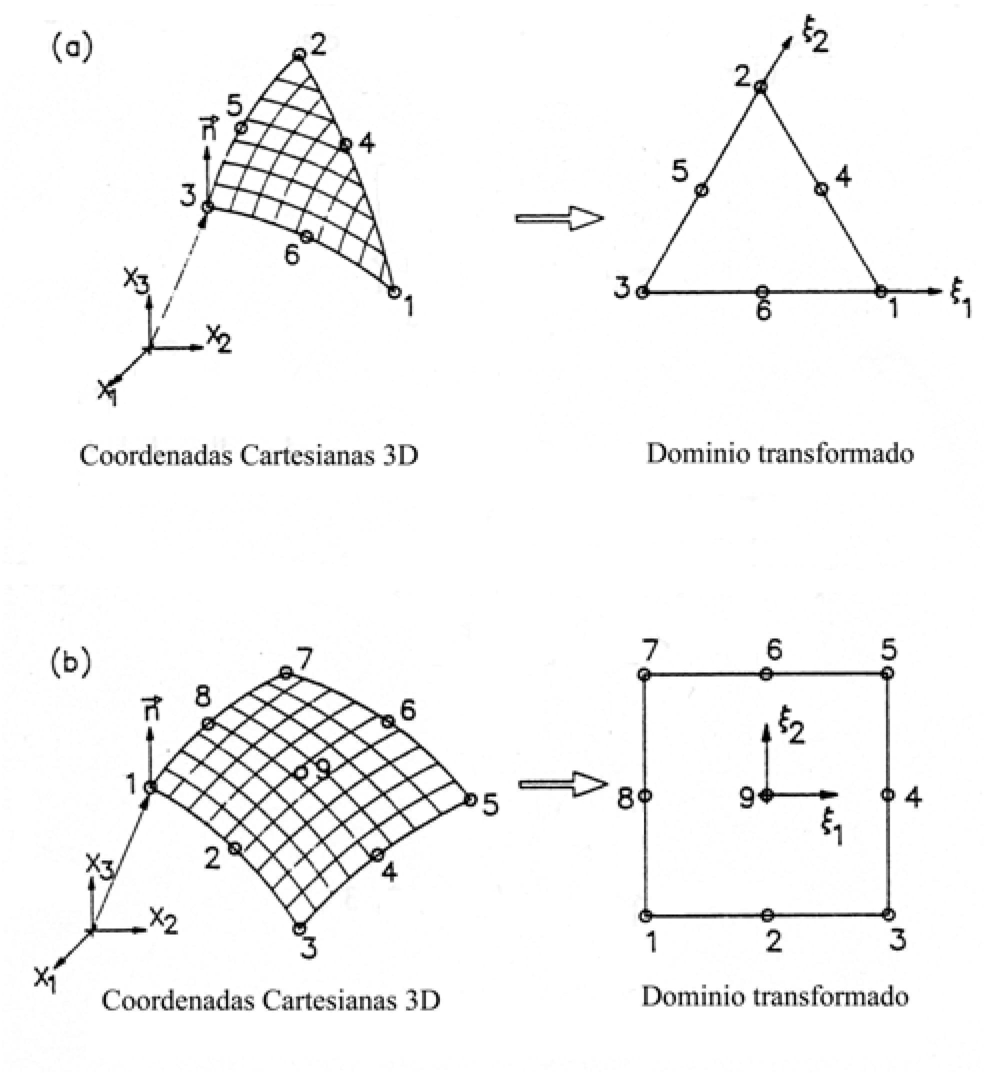


Figura 3.3 Elementos de superficies curvas cuadráticas para problemas 3D: a) triangulares, b) cuadriláteros

Por norma general, los nodos y las funciones de forma utilizadas tanto en las ecuaciones (3.2), (3.3) y (3.4) son las mismas tanto para representar las variables del contorno como su geometría, pues los elementos son isoparamétricos. Un caso particular es el de los elementos constantes. Estos tienen un solo nodo para definir las variables de contorno, no obstante, la geometría tendrá que ser definida por tres o cuatro puntos según se trate de triángulos o cuadriláteros respectivamente. Por tanto, los elementos constantes tienen un valor constante de las variables de contorno, y una geometría lineal definida por los puntos de las esquinas y funciones de forma.

3.4 Desarrollo integral

Sea el contorno Γ del cuerpo Ω, discretizado en NE elementos, cuyas variables de contorno se definen para cada elemento según las ecuaciones (3.2) y (3.3). La ecuación (3.1) podrá definirse entonces para cada punto nodal "i" así:

$$c^i p^i + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} q^* \, \Phi d\Gamma \right\} p^j = p_o^* + \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_i} p^* \Phi \, d\Gamma \right\} q^j$$

(3.8)

donde $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \dots \ \phi_N]$.

El sumatorio aplicado desde *j*=1 hasta NE indica la acumulación sobre los NE elementos de la superficie, y Γ_j es la superficie de un elemento j. Por otra parte, las variables p^j y q^j representan los potenciales y flujos nodales del elemento j.

La ecuación (3.8) se puede representar así:

$$c^i p^i + \sum_{m=1}^{N} H_*^{im} \, p^m = p_o^* + \sum_{j=1}^{NE} G^{ij} \, q^j$$

(3.9)

Ahora N representa el número de nodos, p^m es el potencial en el nodo "m" y q^j sigue siendo el flujo nodal del elemento j. En este caso, ambas caras de la ecuación no tienen la misma estructura. Por un lado, el sumatorio de la izquierda se extiende a todos y cada uno de los nodos, pues sólo es posible un único valor del potencial acústico en cada nodo, en tanto que el lado derecho de la ecuación sigue manteniendo el sumatorio sobre los elementos dado que cuando un nodo pertenece a más de un elemento, puede adoptar diferentes valores de flujo según el elemento considerado. Como es de suponer, los "coeficientes de influencia" H^{im} y G^{ij} son:

$$H_*^{im} = \sum_t \int_{\Gamma_i} q^* \phi_k d\Gamma$$

$$G^{ij} = \int_{\Gamma_i} u^* \Phi d\Gamma$$

(3.10)

Donde $\Phi = [\phi_1 \ \phi_2 \ \ldots \ \phi_N]$, el sumatorio sobre t implica a todos los elementos a los cuales pertenece el nodo “m” y k es el número del nodo “m” perteneciente al elemento “t”.

En resumidas cuentas, mediante este procedimiento se ha convertido la igualdad integral en una ecuación algebraica donde las incógnitas son el valor de la presión en los nodos. Aplicando (3.9) de forma reiterada utilizando como puntos de colocación todos los nodos del contorno, se puede plantear un sistema de ecuaciones tal que:

$$(H + ik\beta G)P = P_0^*$$

(3.11)

En esta expresión H es una matriz cuadrada NxN, compuesta por los coeficientes H^{im} de tal modo que:

$$H^{im} = H_*^{im} \quad cuando\ i \neq m$$

$$H^{im} = H_*^{im} + c^i \quad cuando\ i = m$$

Por su parte, G es una matriz NxNNE, P es un vector de N elementos, cuyas componentes son los valores de la presión en los nodos (incógnitas del problema), y P_0^* un vector de coeficientes donde se almacena el valor obtenido de la solución fundamental en la fuente interna real de presión (x_0) utilizando como punto de colocación cada nodo del contorno. Resolviendo este sistema, se puede conocer toda la información del contorno relacionada con la presión y, por tanto, el flujo.

3.5 Puntos internos

Una vez son conocidas las variables de contorno, los valores de la presión en puntos internos pueden ser calculados fácilmente usando la representación integral, donde el coeficiente del término libre $c_i = 1$. De este modo:

$$p^i = p_o^* + \int_\Gamma p^* q d\Gamma - \int_\Gamma q^* p d\Gamma$$

(3.12)

Haciendo uso de la misma discretización que para las integrales de contorno, se obtiene:

$$p^i = p_o^* + \sum_{j=1}^{NE} G^{ij}\, q^j - \sum_{m=1}^{N} H_*^{im}\, p^m$$

(3.13)

Por su parte, los valores de los flujos internos se pueden calcular en las tres direcciones calculando las respectivas derivadas de la ecuación (3.12), de modo que:

$$q_k{}^i = (\frac{\partial u}{\partial x_k})^i = \int_\Gamma q\, (\frac{\partial u^*}{\partial x_k})^i d\Gamma - \int_\Gamma p (\frac{\partial q^*}{\partial x})^i d\Gamma \;\; ; \quad \mathrm{k} = 1, 2, 3$$

(3.14)

Se puede observar que las derivadas sólo son evaluadas sobre la solución fundamental $p*$ y $q*$ dado que sólo se computa la variación del flujo entorno al punto "i".

Las integrales de contorno son discretizadas en integrales sobre los elementos:

$$q_k^i = \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \frac{\partial u^*}{\partial x_k} \Phi d\Gamma \right\} q^j - \sum_{j=1}^{NE} \left\{ \int_{\Gamma_j} \frac{\partial q^*}{\partial x_k} \Phi d\Gamma \right\} u^j$$

(3.15)

Los núcleos que han de ser integrados sobre los elementos son derivadas de la solución fundamental $p*$ y su flujo.

$$\frac{\partial p^*}{\partial x_k} = -\frac{1}{4\pi}\left(\frac{1}{r^2} + \frac{i\omega}{cr}\right) e^{-\frac{i\omega r}{c}} r_{,k}$$

(3.16)

$$\frac{\partial q^*}{\partial x_k} = \frac{1}{4\pi}\left[\left(\frac{3}{r^3} + \frac{3i\omega}{cr^2} - \frac{\omega^2}{c^2 r}\right)\frac{\partial r}{\partial n} r_{,k} - \left(\frac{1}{r^3} + \frac{i\omega}{cr^2}\right) n_k\right] e^{-\frac{i\omega r}{c}}$$

(3.17)

Donde:

$\omega =$ frecuencia en Hz

$r =$ distancia entre el punto de colocación de la fuente puntual y el punto donde se desea calcular la variable $p*$.

$r_{,k} =$ derivada de r con respecto a la dirección del flujo

$c =$ velocidad de propagación

La integración de las dos últimas expresiones sobre los elementos de contorno de acuerdo a la ecuación (3.14) será numérica, utilizando una cuadratura estándar de Gauss. Habida cuenta de que "i" es un punto interno, los núcleos de integración nunca serán singulares.

3.6 Evaluación de las integrales

Para la obtención de los coeficientes de las matrices $\boldsymbol{H}$ y $\boldsymbol{G}$ es precisa la evaluación de integrales del tipo:

$$\int_{\Gamma_i} p^* \phi_k d\Gamma \quad y \quad \int_{\Gamma_i} q^* \phi_k d\Gamma$$

(3.18)

Si el punto de colocación "*i*" no está sobre el elemento de integración "*j*", estas integrales se resuelven utilizando un sistema de cuadratura Gausiana. La formulación del método de resolución numérica viene definida en términos de las coordenadas homogéneas ξ_1, ξ_2, ξ_3. Debido a ello, se antoja preciso transformar el diferencial de superficie $d\Gamma$ dado en coordenadas cartesianas a uno definido en el sistema de coordenadas homogéneo.

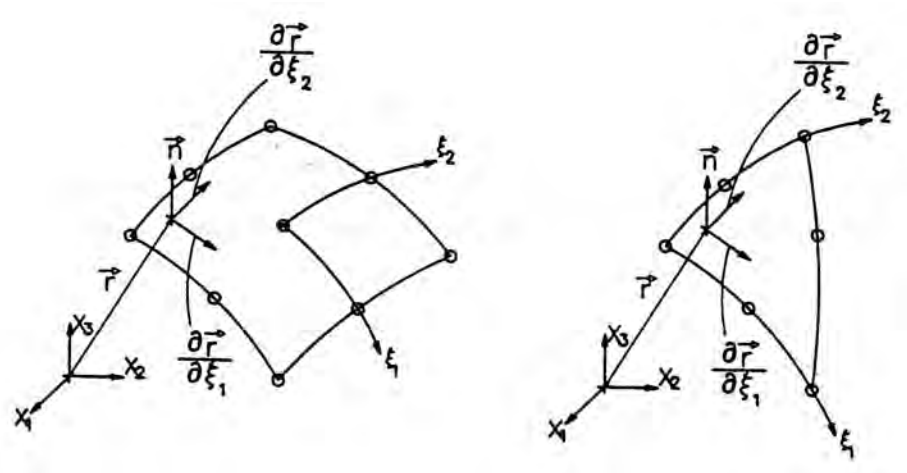


Figura 3.4 Transformación de coordenadas para la integración numérica

Según la figura, se observa que un diferencial de área viene dado por:

$$d\Gamma = \left| \frac{\partial r}{\partial \xi_1} x \frac{\partial r}{\partial \xi_2} \right| d\xi_1 d\xi_2 = |G| d\xi_1 d\xi_2$$

(3.19)

Donde G es un Jacobiano reducido y su magnitud $|G|$ es la del vector normal en el punto.

El vector r tiene a x_1, x_2 y x_3 como componentes cartesianas, dado en términos de las coordenadas nodales por la ecuación (3.5).

$$x = \Phi x^j$$

De este modo:

$$\frac{\partial r}{\partial \xi_1} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial x_1}{\partial \xi_K} \\ \dfrac{\partial x_2}{\partial \xi_K} \\ \dfrac{\partial x_3}{\partial \xi_K} \end{Bmatrix} = \frac{\partial x}{\partial \xi_K} = \frac{\partial \Phi}{\partial \xi_K} x^j$$

(3.20)

Y:

$$\frac{\partial r}{\partial \xi_1} \times \frac{\partial r}{\partial \xi_2} = \begin{Bmatrix} \dfrac{\partial x_2}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_3}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial x_3}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_2}{\partial \xi_2} \\ \dfrac{\partial x_3}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial x_1}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_3}{\partial \xi_2} \\ \dfrac{\partial x_1}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_2}{\partial \xi_2} - \dfrac{\partial x_2}{\partial \xi_1}\dfrac{\partial x_1}{\partial \xi_2} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix}$$

(3.21)

De modo que el valor del módulo de ***G*** es:

$$|G| = (g_1^2 + g_2^2 + g_3^2)^{\frac{1}{2}}$$

(3.22)

Y se puede obtener G en función de las coordenadas homogéneas al sustituir (3.5) en (3.20):

$$\frac{\partial x_l}{\partial \xi_k} = \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} x_l^j \;\; ; \;\; k = 1, 2; \;\; l = 1, 2, 3$$

(3.23)

El segundo miembro de la ecuación es el producto de dos matrices de dimensión (1xQ)(Qx1), donde $\Phi = \left[\phi_1 \; \phi_2 \; \ldots \; \phi_Q\right]$ y $\boldsymbol{Q}$ es el número de nodos del elemento "***j***". De este modo:

$$\frac{\partial x_l}{\partial \xi_1}\frac{\partial x_m}{\partial \xi_2} = x_l^{jT} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi_1}\right)^T \left(\frac{\partial \phi}{\partial \xi_2}\right) x_m^j = x_l^{jT} DC \, x_m^j$$

(1xQ) (Qx1) (1xQ) (Qx1)

(3.24)

Donde:

$$DC = \begin{bmatrix} \frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_2} & \frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_2} \\ \frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_2} & \frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_2} \\ \cdots & \cdots & & \cdots \\ \frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_1}{\partial\xi_2} & \frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_2}{\partial\xi_2} & \cdots & \frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_1}\frac{\partial\phi_Q}{\partial\xi_2} \end{bmatrix}$$

(3.25)

Y en lo que al vector G respecta:

$$G = \frac{\partial r}{\partial\xi_1} \times \frac{\partial r}{\partial\xi_2} = \begin{bmatrix} x_2^{jT}[DC - DC^T]\, x_3^j \\ x_3^{jT}[DC - DC^T]\, x_1^j \\ x_1^{jT}[DC - DC^T]\, x_2^j \end{bmatrix} = \begin{Bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \end{Bmatrix}$$

(3xQ) (QxQ) (Qx3)(3x3)

(3.26)

Llegados a este punto, las integrales sobre los elementos de contorno pueden expresarse tal que:

$$\int_{\xi_2}\int_{\xi_2} p^*\, \phi_K |G| d\xi_1 d\xi_2$$

$$\int_{\xi_2}\int_{\xi_2} q^*\, \phi_K |G| d\xi_1 d\xi_2$$

(3.27)

De este modo, podrán ser ahora computadas usando el método de integración numérica. Los límites inferiores de estas integrales son -1 para los elementos cuadriláteros y 0 para los triangulares; en ambos casos, el límite superior es 1. Para las integrales relativas a los puntos internos, se hace la misma transformación de coordenadas.

Un análisis detallado de todos estos aspectos puede verse en *Domínguez (1993)* y *Aznárez (2003)*.

3.7 Términos singulares

Cuando el punto de colocación de la fuente pertenece al elemento de integración, la integral pasa a ser de orden $(\frac{1}{r})$. La técnica que permite esquivar la singularidad consiste en la búsqueda de un nuevo sistema de referencia donde el subintegrando sea regular. Para ello, el jacobiano de la transformación entre este sistema de referencia y el sistema de coordenadas homogéneo ha de ser de orden (r). Esto se consigue con un procedimiento consistente en dividir el elemento en subregiones triangulares tomando como vértice común a todos los triángulos el nodo de colocación. Posteriormente, cada uno de estos triángulos es tratado como un cuadrilátero degenerado con dos de sus vértices colapsando en el punto de colocación.

Esta técnica puede extenderse también a elementos triangulares. Estas estrategias fueron propuestas en un principio por *Lachat y Watson (1976)*, para ser revisadas posteriormente por *Li et Al. (1985)* y *Cerrolaza y Alarcón (1989).*

3.8 Validación del programa de elementos de contorno Ruido3D.

3.8.1 Introducción

El programa utilizado para la resolución del problema acústico tridimensional se deriva de un programa diseñado para la resolución de problemas de elastodinámica, al que se le han realizado determinadas modificaciones a fin de adaptarlo a la resolución del problema acústico. El programa origen resuelve problemas tridimensionales de interacción estructura-agua, así como de respuesta estructural frente a solicitación sísmica. Este problema que incluye el agua, es muy similar al problema de propagación acústica, pues no se trata de otra cosa más que de la propagación de ondas en un fluido. No obstante, ciertas modificaciones son pertinentes a fin de adecuarlo al problema acústico.

El punto de partida para desarrollar la programación es un programa de elementos de contorno tridimensional estándar, al que se le incorporarán la posibilidad de fuentes puntuales, la condición de contorno absorbente, la condición de contorno de semiespacio reflejante y la posibilidad de cálculo en puntos internos.

1. Fuente puntual:

La ecuación que resuelve el programa origen es:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

Donde p_0^* representa el valor de la solución fundamental en el punto de colocación de la fuente puntual en el problema real, y esa fuente es una función Delta de Dirac que representa un foco pulsante emisor de ruido.

2. Condición de contorno absorbente

Por otra parte, en el problema acústico existe la posibilidad de que el contorno de los obstáculos posea capacidad absorbente, lo que modifica la relación entre la presión y el flujo de la misma a través del obstáculo, relación que viene condicionada por el coeficiente de admitancia β. Por tanto, el flujo de presión se define:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = -ik\beta p$$

La posibilidad de que exista un contorno absorbente implica la inclusión de una nueva condición de contorno reflejada por la ecuación anterior, lo que supone una nueva modificación del programa original, el cual calculará β en función de la resistividad al flujo de aire del material σ y de la frecuencia de excitación, datos que han de serle facilitados.

3. Incorporación de contorno reflejante para el semiespacio (solución fundamental del semiespacio)

Sea la igualdad (2.43) (capítulo 2), extendida para cada uno de los contornos que definen el problema, asumiendo la condición de radiación en el infinito:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_s} p \frac{\partial p^*}{\partial n} d\Gamma + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_s} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

Se supone el semiespacio no reflejante, por lo que el flujo es nulo, es decir:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0$$

Esto anula la integral del segundo miembro extendida al semiespacio Γ_s.

Por otra parte, la solución fundamental para problemas tridimensionales obedece a la ecuación:

$$p^*(k,r) = \frac{1}{4\pi}(\frac{1}{r}e^{-ikr} + \frac{1}{\bar{r}}e^{-ik\bar{r}})$$

Donde el término $\frac{1}{\bar{r}}e^{-ik\bar{r}}$ se trata de una fuente simétrica a la primera con respecto al semiespacio a fin de anular el flujo, tal y como se muestra en la figura:

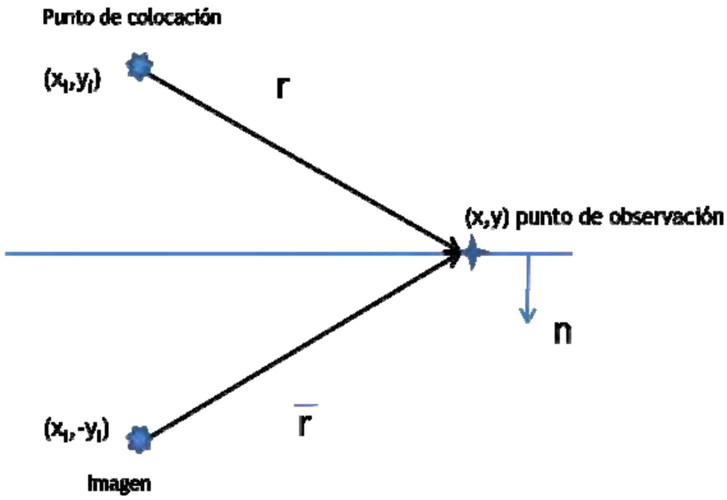


Figura 3.5

Derivando con respecto a la normal del semiespacio:

$$\frac{\partial p^*}{\partial n} = \frac{\partial p}{\partial r}\frac{\partial p}{\partial n} + \frac{\partial p}{\partial \bar{r}}\frac{\partial \bar{r}}{\partial n}$$

En cualquier punto del semiespacio se cumple que:

$$\frac{\partial r}{\partial n} = -\frac{\partial \bar{r}}{\partial n}$$

Ya que $r = \bar{r}$ en este contorno. Esto implica entonces que:

$$\frac{\partial p^*}{\partial n} = 0$$

Si este flujo se anula, entonces la integral extendida al semiespacio de la ecuación (2.43) que lo contiene también se anula, quedando ésta:

$$c_i p_i + \int_{\Gamma_p} p \frac{dp^*}{dn} d\Gamma = p_0^* + \int_{\Gamma_p} \frac{\partial p}{\partial n} p^* d\Gamma$$

Una vez implementadas en el código las modificaciones descritas, antes de iniciar los ensayos correspondientes con el programa de elementos de contorno para la resolución de problemas acústicos en tres dimensiones (Ruido3d a partir de ahora), lo que procede es comprobar su correcto funcionamiento. Para ello, se resolverán dos problemas sencillos de solución conocida a través de métodos analíticos para a continuación compararla con la ofrecida por el programa Ruido3d, poniendo a prueba cada una de las modificaciones realizadas.

3.8.2 Problema 1: fuente puntual radiante y condición de contorno absorbente

3.8.2.1 Objetivos

El objetivo de este primer caso consiste en la resolución de un problema sencillo que ponga a prueba la inclusión en el código de la fuente puntual pulsante así como la condición de contorno absorbente (β). Para realizar esta comprobación, se estudiará un problema cuya solución puede hallarse por otro medio (analítico), y, como se ha dicho anteriormente, se comparará con la solución ofrecida por el programa.

3.8.2.2 Planteamiento

En primer lugar, se testea la primera incorporación, que es la de la fuente puntual. Se supone para ello una fuente puntual $\delta(x-x_i)$ pulsando en el espacio. Para reproducir el problema se hará uso de un modelo consistente en una esfera de radio r=1 metro con contorno con capacidad absorbente y la fuente puntual pulsando en su centro.

La solución analítica de este problema es la de una fuente pulsando en el semiespacio completo: se trata de la solución fundamental del problema de potencial armónico. El problema que reproduce esta situación a ejecutar con el programa de contorno consiste en una esfera artificial que rodea al punto y que simula el contorno absorbente, susceptible de ser discretizada. La condición de contorno de esta superficie es de tipo mixta (condición tipo Robin), donde el coeficiente β que representa la relación entre el flujo y la presión será calculado del problema analítico, y representa el fenómeno de radiación típico de la propagación esférica. En este caso, el programa de elementos de contorno Ruido3D se ve obligado a pasar por todas aquellas modificaciones y sentencias nuevas para tener en cuenta esta condición de contorno y la presencia de una fuente puntual. Por tanto, si la solución ofrecida por el programa Ruido3D para este problema de diseño se corresponde con la solución analítica mencionada, se podrá inferir pues que estas modificaciones están correctamente implementadas en el código.

La solución analítica de este caso se corresponde con la solución fundamental de una fuente pulsante en problemas tridimensionales, es decir:

$$P = \frac{1}{4\cdot\pi\cdot r}\cdot e^{-ikr} \text{ (ec. 1), donde } k = \frac{\omega}{c}$$

Si se deriva esta expresión, se obtiene el flujo, cuya expresión ordenada es:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{4\pi r}\left(\frac{1}{r} + ik\right)e^{-ikr} \text{ (ec. 2)}$$

Nótese que al tratarse de una esfera, la dirección normal a la superficie esférica coincide con la radial.

Sustituyendo por P (ec. 1), se obtiene:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\left(\frac{1}{r} + ik\right)P$$

Sacando factor común ik:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -ik\left(1 + \frac{1}{ikr}\right)P \rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = ik\beta P, \text{ de lo que se dilucida que } \beta = \left(1 + \frac{1}{ikr}\right) \text{ (ec. 3)}$$

Por tanto, otra particularidad de este caso es que la admitancia β usada no se define a través del modelo de Delany y Bazley que toma en cuenta la resistividad σ del medio, sino que se apoya sobre la expresión obtenida. Esto será relevante a la hora de correr el programa, pues éste por defecto utiliza la resistividad σ para calcular tal admitancia, siendo preciso por tanto modificarlo para que calcule esta vez la condición de contorno de acuerdo con la ecuación 3.

El problema a estudiar, consistente en una fuente pulsante de la que se desea conocer la presión generada a un metro de distancia, se modelizará a través de una esfera de radio r=1 con una fuente puntual en su centro. Esta esfera será discretizada a través del método de elementos de contorno:

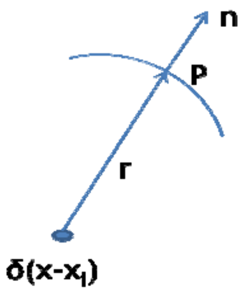


Figura 3.6

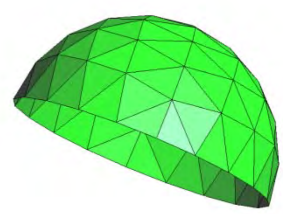


Figura 3.7

La figura 1 se corresponde con el problema a estudiar. Cumplirá la condición de radiación de Sommerfeld, que dicta:

$$\lim_{r\to\infty} r^{\frac{n-1}{2}} \cdot \left(\frac{\partial p}{\partial r} + ikp\right) = 0$$

Al tratarse simplemente de un punto pulsante, la expresión se cumple desde las regiones más inmediatamente próximas al punto, pues la onda será perfectamente esférica y la presión igual en todos los puntos de una esfera de radio r cualquiera, por tanto:

$$\frac{\partial p}{\partial r} = -ikp$$

La figura 2, por otra parte, se corresponde con el modelo a analizar numéricamente. El modelo se aproxima con una esfera de radio 1 metro, con contorno absorbente según la ecuación 3 y una fuente en su centro. Esta esfera es mallada con elementos de contorno. Se utilizan elementos cuadráticos, y el grado de refinamiento de la malla depende estrechamente de las frecuencias a estudiar, mostrándose aquí el más grueso de los utilizados para este estudio, correspondiente a una frecuencia de 125 Hz, con un tamaño de elemento igual a la mitad de la longitud de onda.

Atendiendo a la particular programación del logaritmo de cálculo numérico, sólo es preciso mallar la mitad de la esfera a estudiar, tal y como se observa en la figura 2, pues el programa está diseñado sobre la hipótesis de simetría. Asimismo, para las consideraciones pertinentes al semiespacio, se supondrá éste en el infinito, donde su efecto sobre los resultados será despreciable.

3.8.2.3 Resultados

Por un lado se obtienen los resultados analíticos a través de la resolución de las ecuaciones (1) y (2) planteadas anteriormente. A partir de las mismas, se obtiene los valores de la Presión, número complejo con parte real e imaginaria.

Por otro lado, se hallan los resultados correspondientes a la resolución numérica del problema a partir del programa Ruido3d.

La forma de presentar los resultados puede hacerse de dos modos: barriendo un espectro de frecuencias y obteniendo la presión para cada una en un punto dado, o bien, dada una frecuencia fija, obtener la presión en una sucesión de puntos del espacio.

En primer lugar, se presentan los resultados correspondientes al barrido de frecuencias en un punto situado a un metro del punto radiante, en el eje X tal y como se muestra en la figura:

3.8 Colocación punto de evaluación

De este modo:

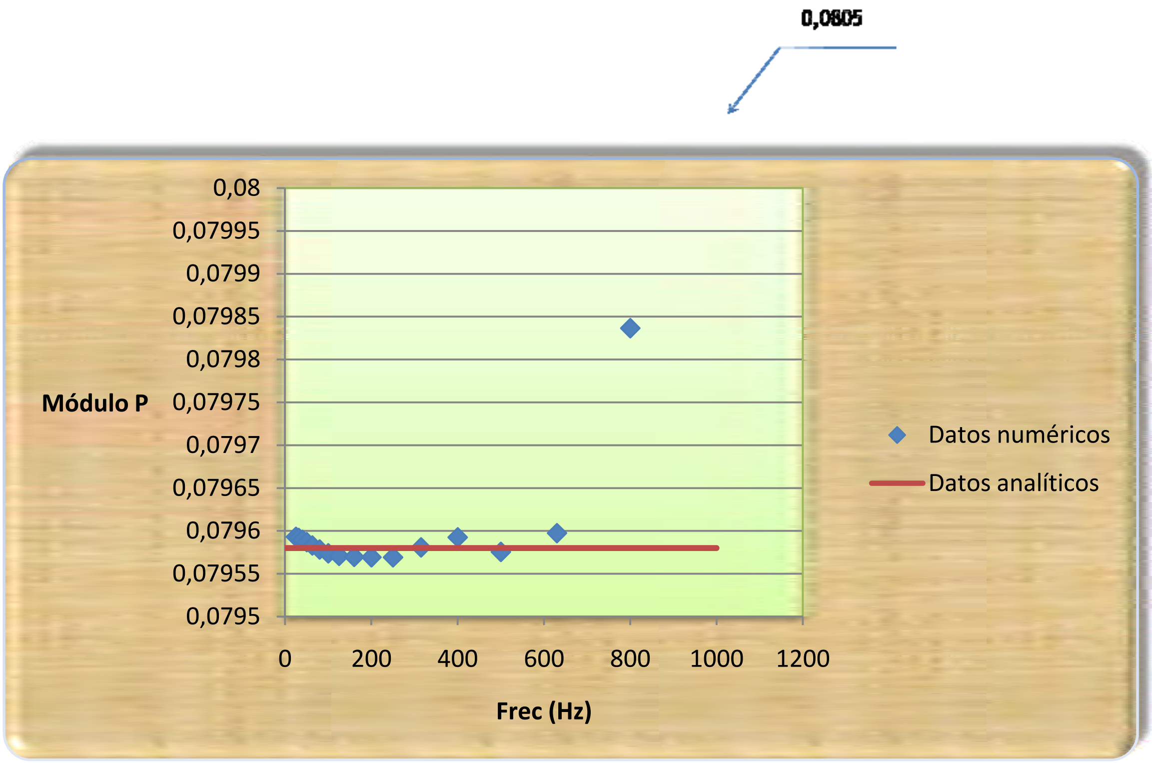


Figura 3.9 Problema 1: Resultados numéricos módulo de la Presión en puntos del contorno Vs. solución analítica

Se observa que para valores altos de la frecuencia aparece una desviación de la solución numérica con respecto a la analítica. Esto ocurre por efectos de la discretización. La esfera se discretizó con un tamaño de elemento correspondiente a la mitad de la longitud de la onda correspondiente a una frecuencia de 500 Hz. La discretización resultante no es más que un poliedro de caras planas aproximándose a la forma de una esfera, lo cual, para frecuencias altas, produce cierto error en la solución, al no tratarse, por tanto, de una esfera perfecta.

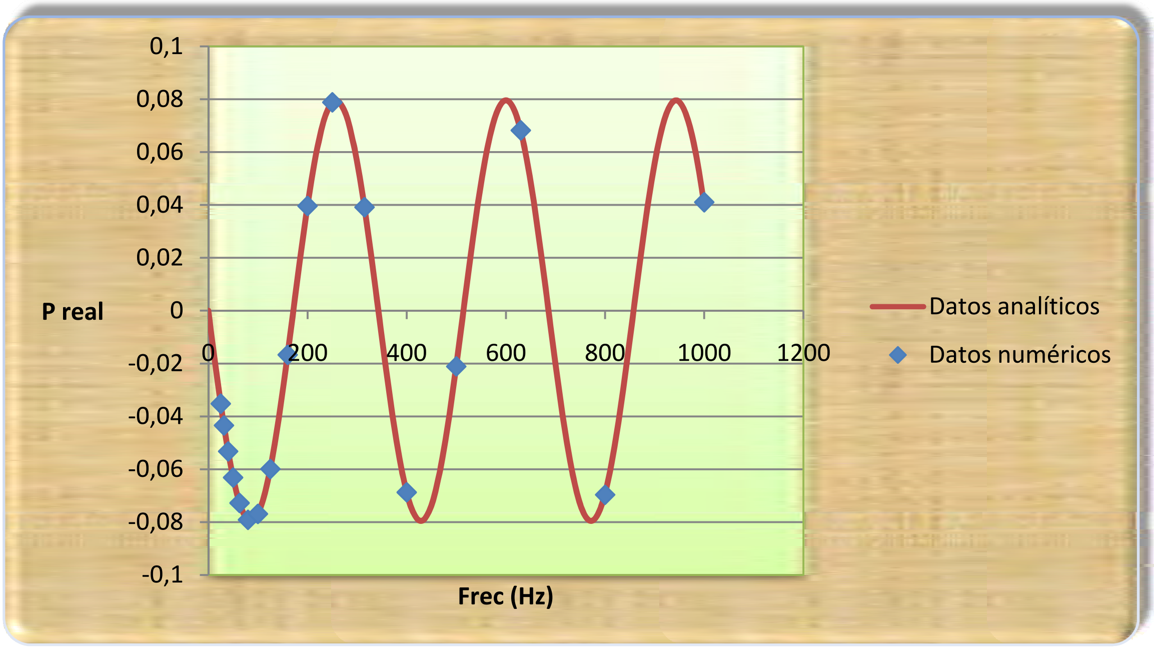


Figura 3.10 Problema 1: Resultados numéricos parte real de la Presión en un punto del contorno Vs. solución analítica

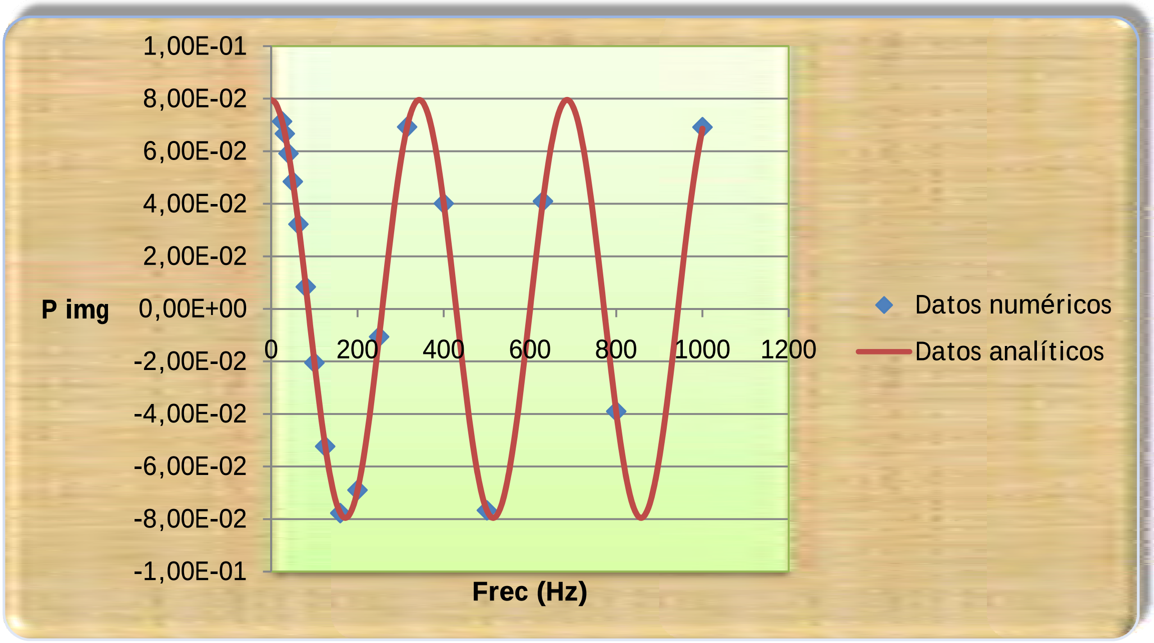


Figura 3.11 Resultados numéricos parte imaginaria de la Presión Vs. solución analítica

Que corresponden a la parte real, imaginaria y al módulo de la Presión en tal punto.

Y, por otra parte, se presentan a continuación las gráficas obtenidas al fijar una frecuencia determinada y realizar un barrido de puntos en dirección radial desde un punto próximo al punto radiante hasta 12 metros de distancia del mismo para la solución analítica. La numérica, por su parte, no tiene sentido calcularla más allá de un metro de distancia, pues se está calculando el resultado para una esfera potencial de un metro de radio sobre la que está definida la condición de contorno, por lo que en el programa de elementos de contorno la variable no está definida fuera de la esfera. Todo ello se hace manteniendo fija la frecuencia, para diferentes frecuencias:

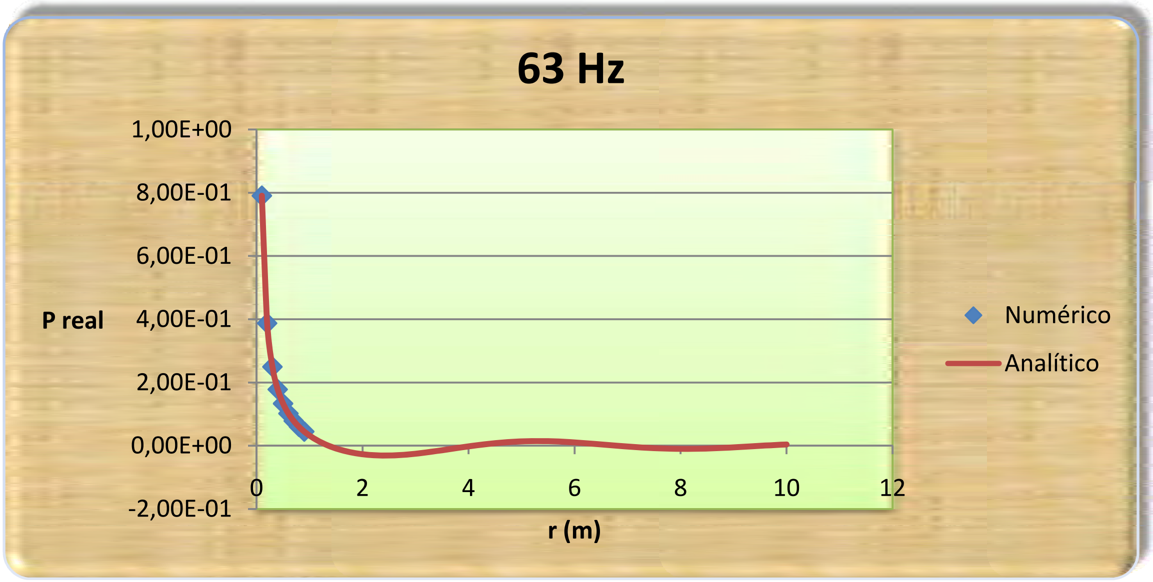


Figura 3.12 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

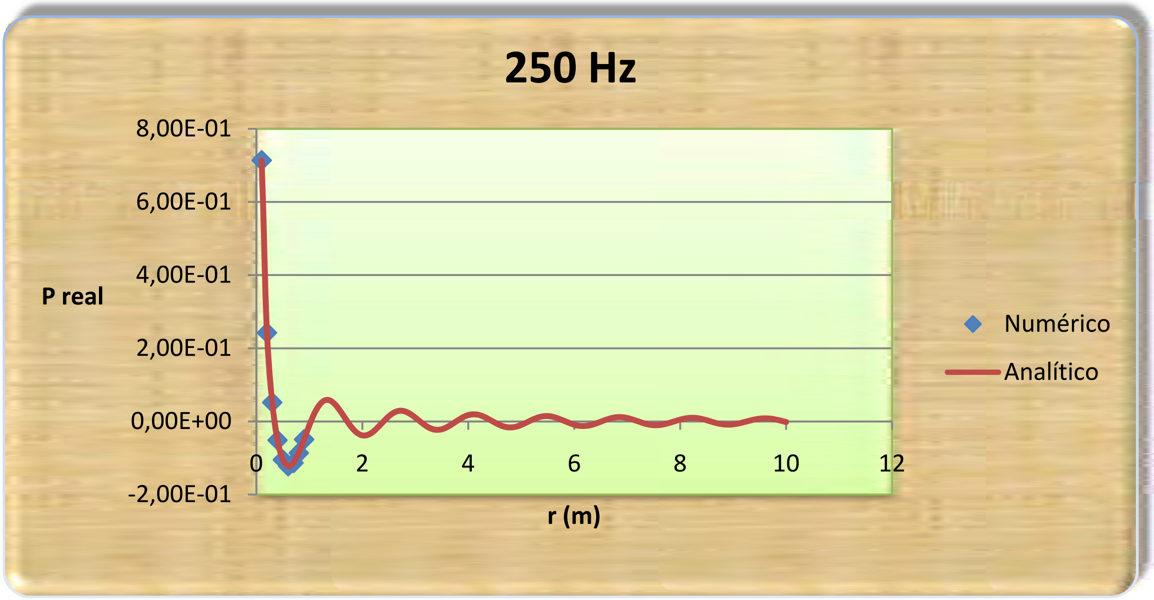


Figura 3.13 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

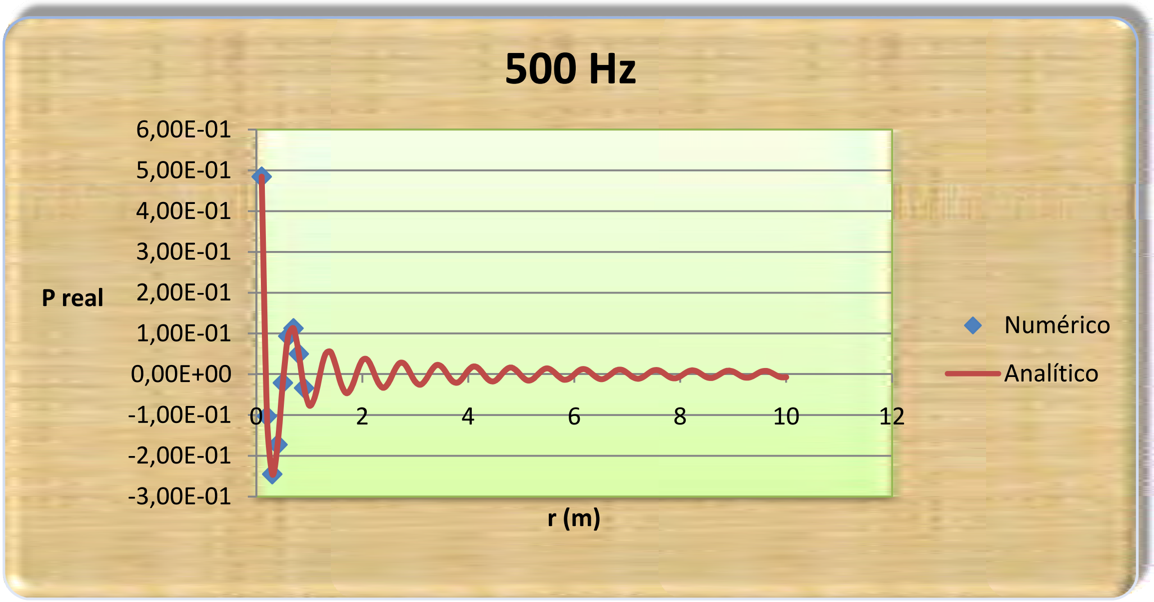


Figura 3.14 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

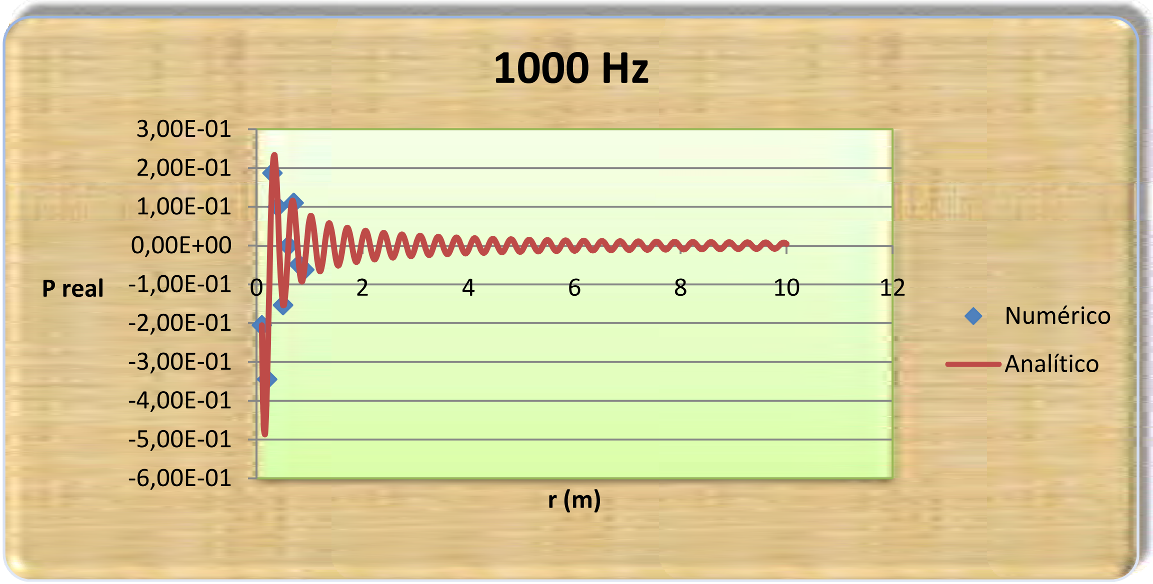


Figura 3.15 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

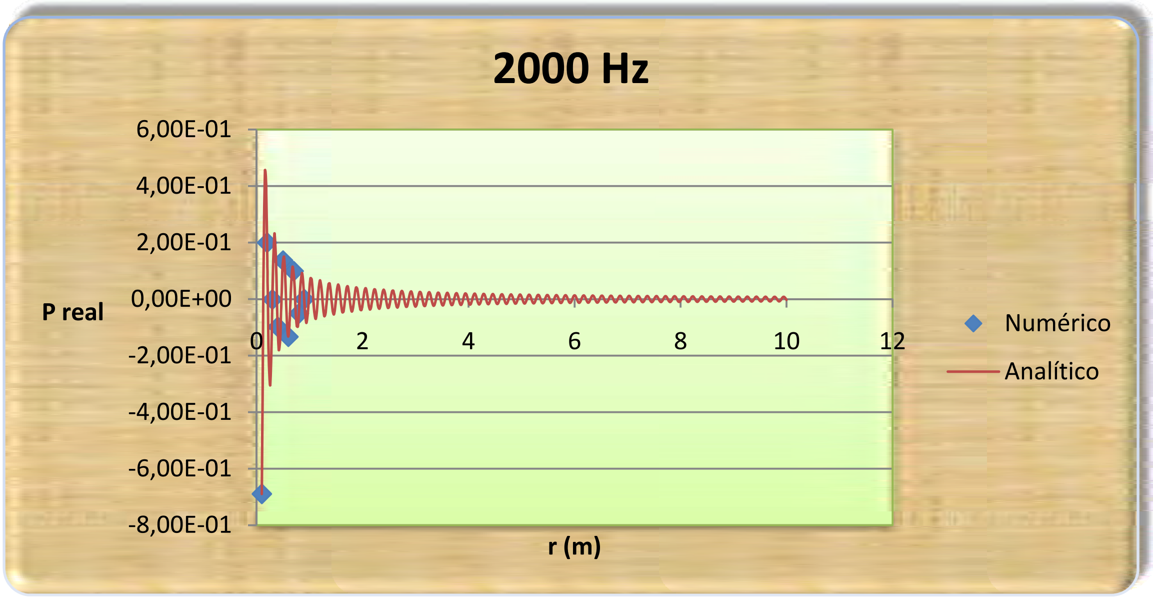


Figura 3.16 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

Y el módulo de esta última (puesto que el resultado en módulo es igual para todas las frecuencias):

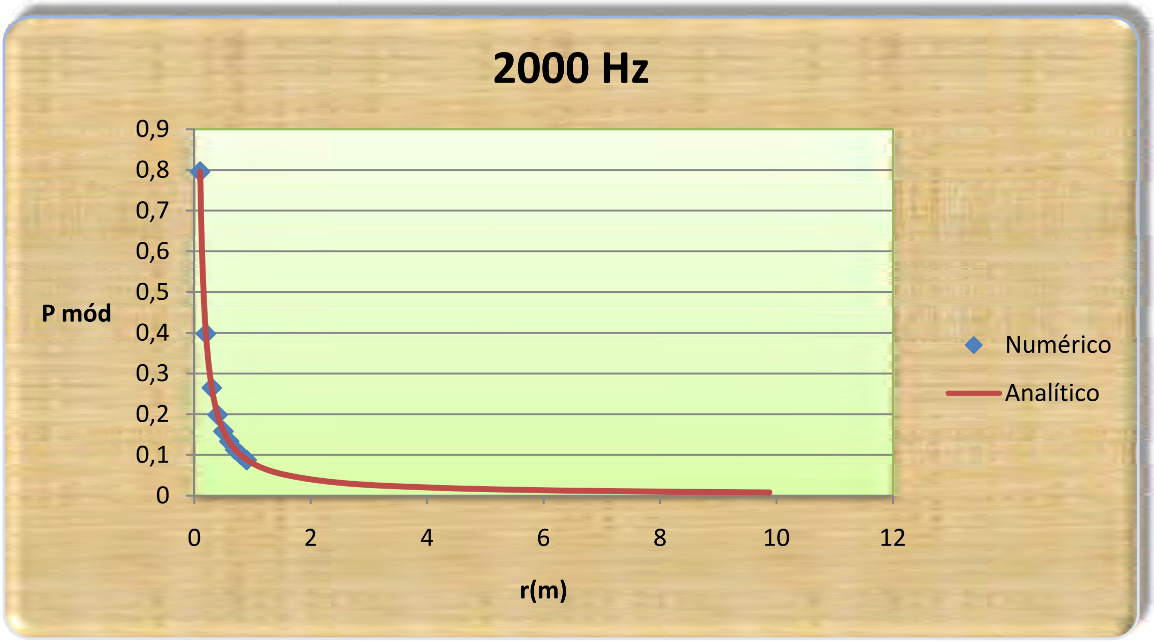


Figura 3.17 Problema 1: Resultado numérico de la variación de la presión a lo largo de una distancia radial creciente con respecto al punto pulsante Vs. resultado analítico

3.8.2.4 Conclusión

Para ambos tipos de gráficas (tanto barrido de frecuencias como de puntos) se observa que el resultado obtenido numéricamente coincide exactamente con el analítico, obteniendo un pequeño error a frecuencias altas, achacable a la finura del mallado o a pequeños errores propios del complejo cálculo numérico. Por tanto, se puede concluir que el programa funciona correctamente en lo que respecta a la recién incorporada fuente puntual, así como la del contorno absorbente.

3.8.3 Problema 2: Solución fundamental en el semiespacio.

3.8.3.1 Objetivos

En este apartado se evaluará el correcto funcionamiento de la implementación en el programa de la solución fundamental en el semiespacio, así como los puntos internos.

La razón de introducir esta modificación estriba en que ello permitirá el estudio numérico de cualquier problema acústico sin que sea necesario discretizar el semiespacio, siendo sólo necesario hacerlo con el obstáculo o contorno implicado en el problema. Esta es a su vez una importante ventaja del MEC dado que permite abordar problemas de dominio infinito.

3.8.3.2 Planteamiento

En este caso se sitúa una fuente puntual pulsando sobre el semiespacio. El símil real sería el de una fuente pulsante a nivel de suelo. Al encontrarse a ras de suelo, la fuente pulsante afecta al semiespacio, comprometiéndolo en el cálculo numérico en el programa.

Al "cortar" la esfera por su plano de simetría y situarla sobre el semiespacio (cota cero), aparece una condición de contorno: el flujo de presión en el semiespacio es nulo. Sin embargo, esta condición viene implícita en el programa, pues así lo considera para todos los casos. Por tanto, se procede a discretizar sólo la media esfera, pues el programa permite no considerar este contorno ya que la solución fundamental incorpora de forma implícita el cumplimiento de esa condición de contorno en el plano del semiespacio.

La resolución analítica es similar al caso anterior de una fuente pulsante en el espacio. La presión en cualquier punto del espacio vendrá dada por:

$$P = \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot r} \cdot e^{-ikr} \text{ (ec. 1), donde } k = \frac{\omega}{c} \; .$$

Si se deriva esta expresión, se obtiene el flujo, cuya expresión ordenada es:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial r} = -\frac{1}{4\pi r}\left(\frac{1}{r} + ik\right)e^{-ikr}$$

(ec. 2)

Nótese que al tratarse de una esfera, la dirección normal a la superficie esférica coincide con la radial.

Sustituyendo por P (ec. 1), se obtiene:

$$\frac{\partial P}{\partial r} = -\left(\frac{1}{r} + ik\right) P$$

Sacando factor común ik:

$\frac{\partial P}{\partial r} = -ik\left(1 + \frac{1}{ikr}\right) P \rightarrow \frac{\partial P}{\partial r} = ik\beta P$, de donde se obtiene que $\beta = \left(1 + \frac{1}{ikr}\right)$ (ec. 3)

Sin embargo, la condición de contorno aplicable en el semiespacio difiere: el flujo se hace cero en la región del semiespacio, pues:

$$\frac{\partial P}{\partial n} = \frac{\partial P}{\partial r}\frac{\partial r}{\partial n} = 0$$

dado que *r* es perpendicular al vector normal *n*. A partir de aquí, resolviendo las ecuaciones debidamente se obtienen los resultados analíticos de este problema.

En lo que respecta a la solución numérica, el problema se aproxima con un modelo consistente en una semiesfera **situada sobre el semiespacio**, de **radio r=1 metro**, con **contorno absorbente** y una **fuente pulsando en su centro**. La semiesfera será discretizada de modo similar al caso anterior:

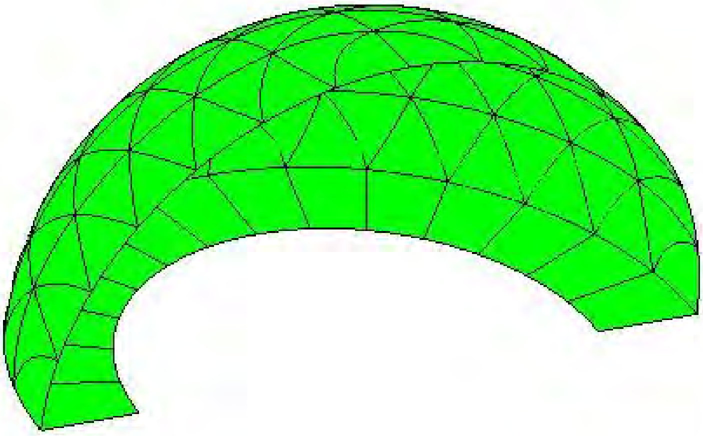


Figura 3.18

Como en el caso anterior, sólo se discretiza una mitad de la semiesfera debido a las condiciones de simetría que utiliza el programa. En la figura se muestra la discretización correspondiente a una frecuencia de 500 Hz con un criterio de $\lambda/3$.

En este caso, además de testear la incorporación de la solución fundamental al semiespacio, se realizará una sucinta aproximación al estudio de la eficacia de diferentes refinamientos de mallas. Para ello, se resolverá el mismo problema con tres mallados diferentes, correspondientes a una frecuencia de 500 Hz para $\lambda/2$, $\lambda/3$ y $\lambda/4$, comparando los resultados obtenidos entre sí.

3.8.3.3 Resultados

En primer lugar, se muestran los resultados correspondientes a realizar un barrido del espectro de frecuencias comprendido entre **0** y **1000 Hz**, a **1 metro** de distancia del centro de la esfera, es decir, en puntos del contorno de la misma, hecho para diferentes discretizaciones. El tamaño de elemento de cada discretización será inversamente proporcional a la longitud de onda de la frecuencia a estudiar, preferiblemente la más grande. Diferentes discretizaciones se obtendrán fijando una frecuencia determinada a partir de relaciones tales como $\boldsymbol{\lambda/2, \lambda/3}$ y $\boldsymbol{\lambda/4}$**.** Por ejemplo, si se discretiza para una frecuencia de $\boldsymbol{500\ Hz}$ para $\boldsymbol{\lambda/2}$, estudiando una frecuencia de 1000 Hz, el tamaño de elemento será igual a la longitud de onda, del mismo modo que estudiando una frecuencia de 500 Hz, el tamaño de elemento será igual a la mitad de la longitud de onda. El objeto de este estudio es comprobar la influencia del tamaño de elemento sobre los resultados. Así, se obtiene:

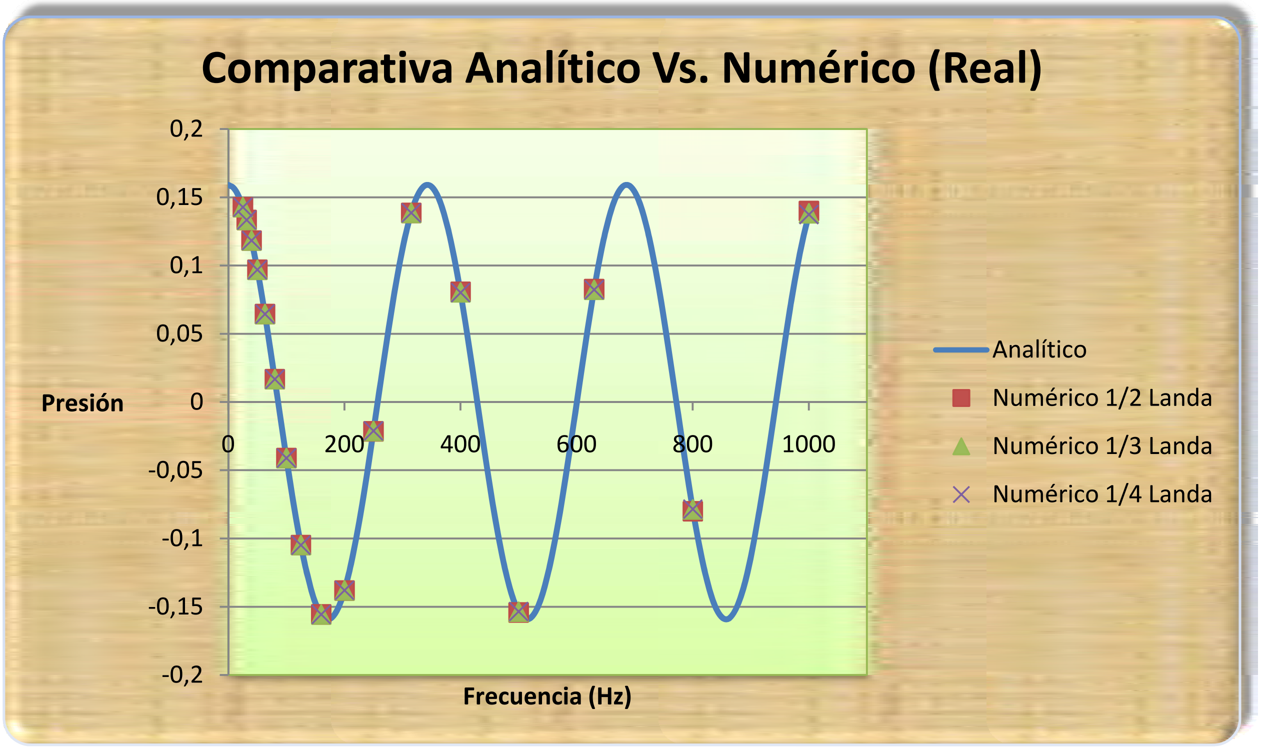


Figura 3.19 Problema 2: Espectro de presiones para diferentes discretizaciones Vs. solución analítica

La siguiente gráfica, por su parte, muestra el error de cada discretización con respecto al resultado analítico:

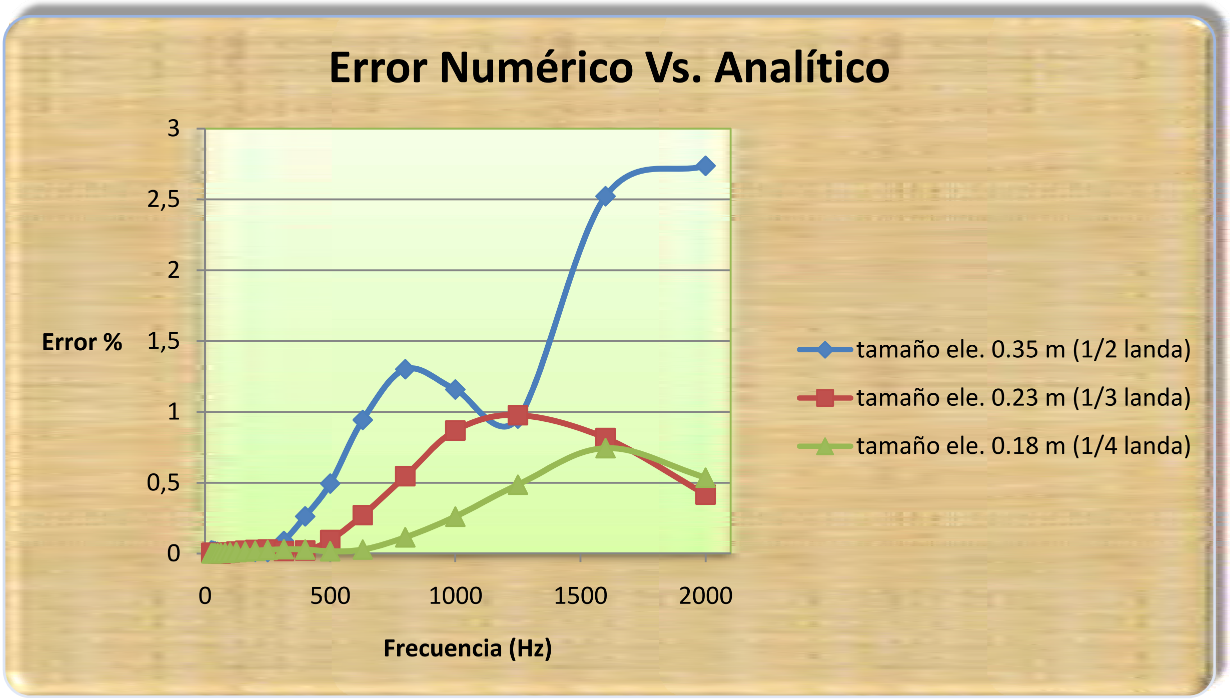


Figura 3.20 Error de la solución numérica para cada discretización Vs. solución analítica

En las gráficas siguientes se muestra la presión resultante del cálculo numérico conjuntamente con la obtenida analíticamente, para distintos puntos situados sobre el suelo, perpendicular al mismo y en la diagonal situada a 45º del suelo, a distancias crecientes del emisor, para las frecuencias de 65, 500 y 1000 Hz, según la figura:

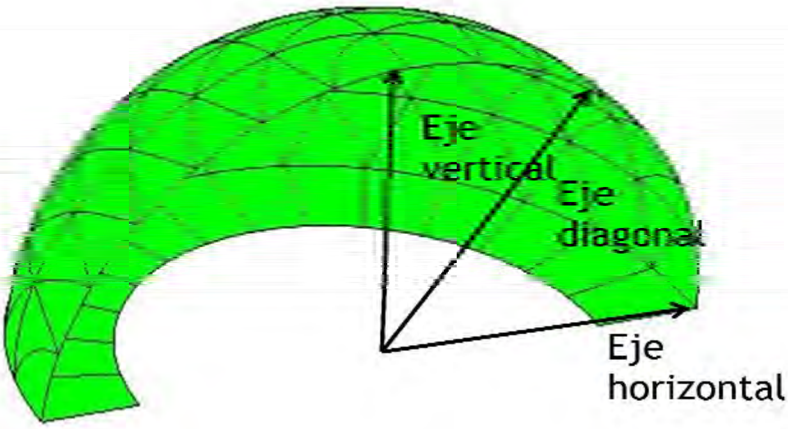


Figura 3.21

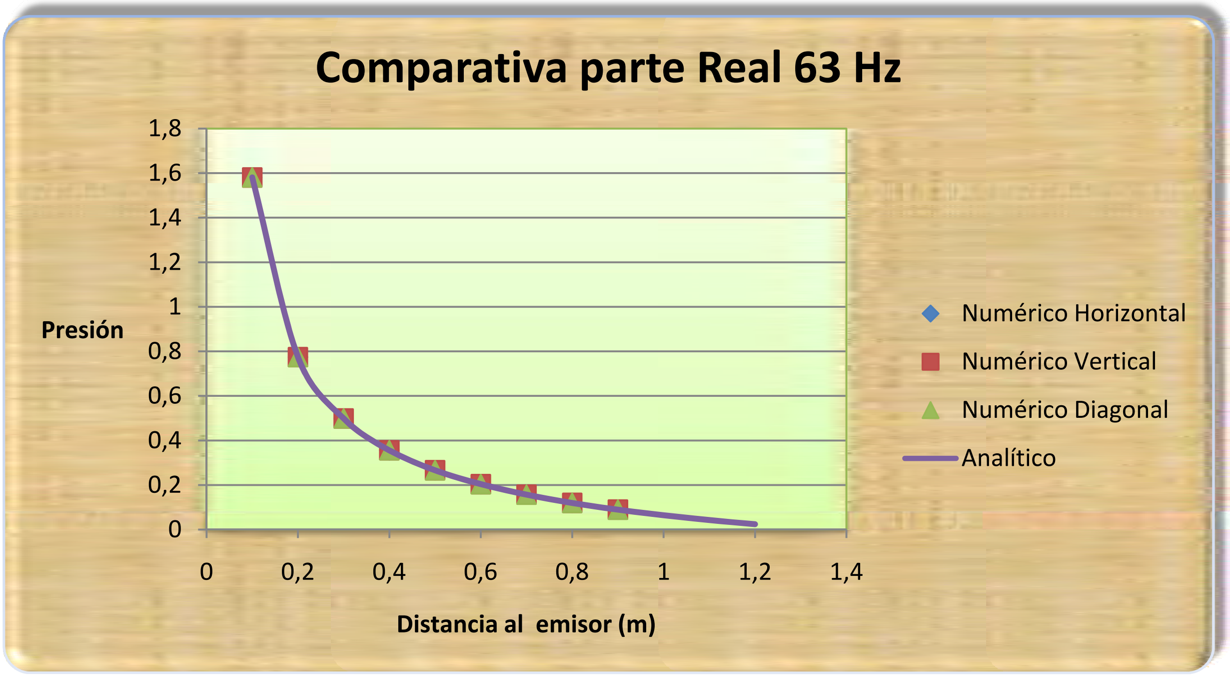


Figura 3.22 Solución numérica de la Presión a lo largo de diferentes ejes radiales de la esfera Vs. solución analítica para 63 Hz

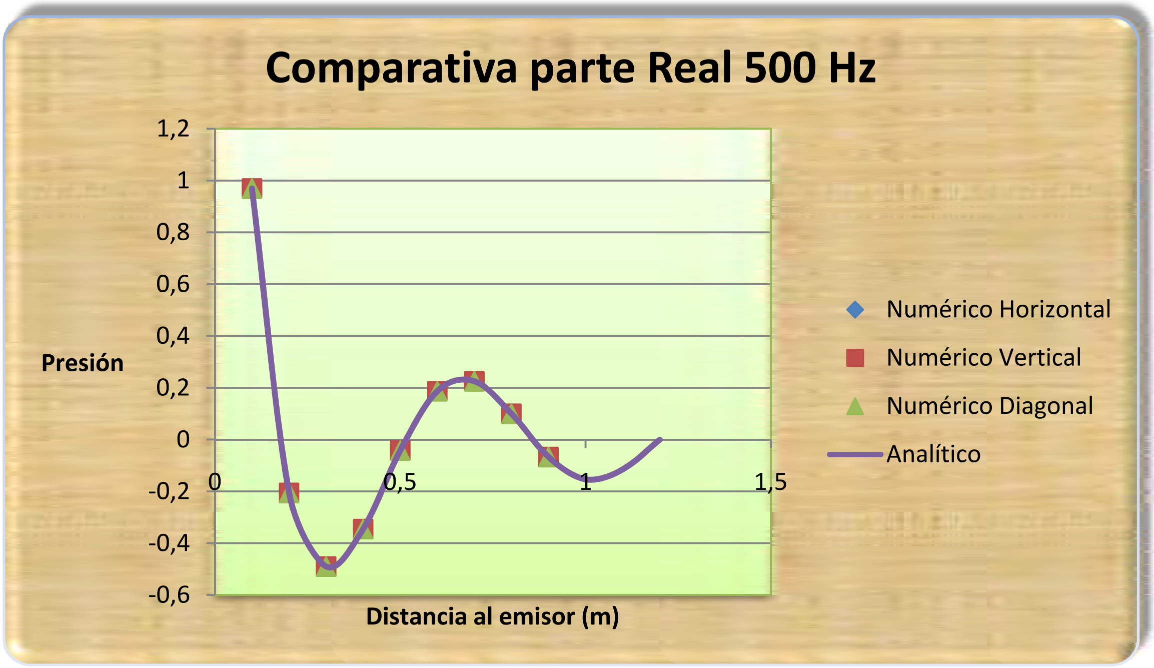


Figura 3.23 Solución numérica de la Presión a lo largo de diferentes ejes radiales de la esfera Vs. solución analítica para 500 Hz

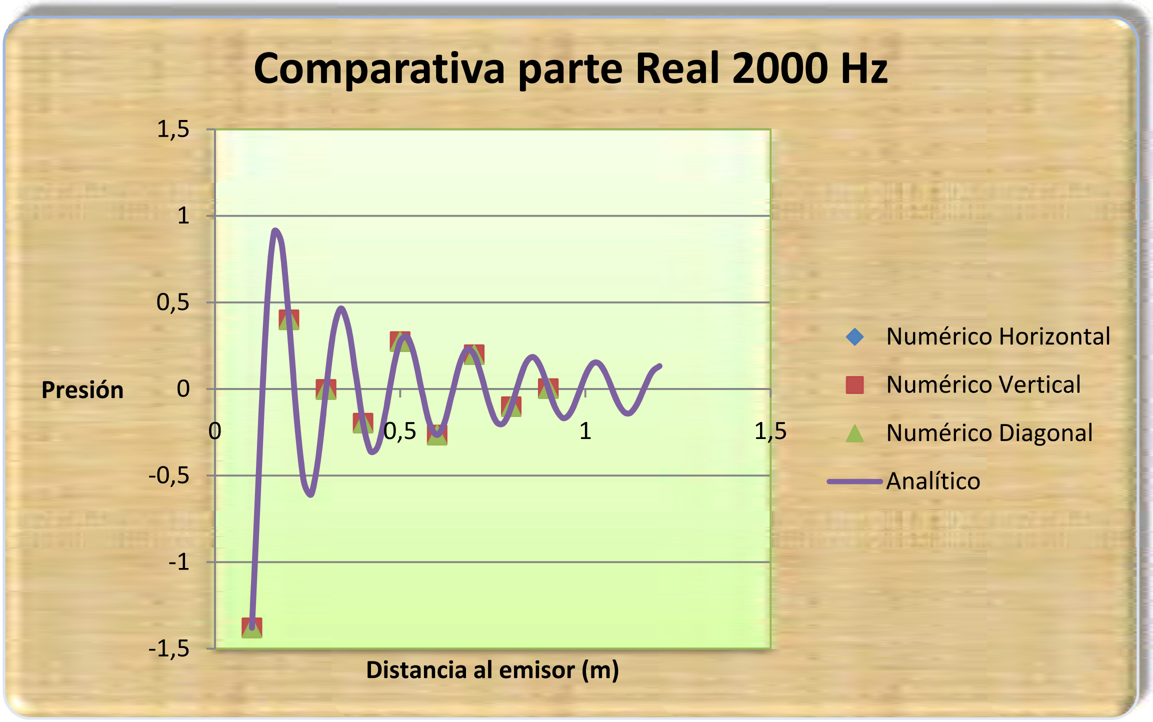


Figura 3.24 Solución numérica de la Presión a lo largo de diferentes ejes radiales de la esfera Vs. solución analítica para 2000 Hz

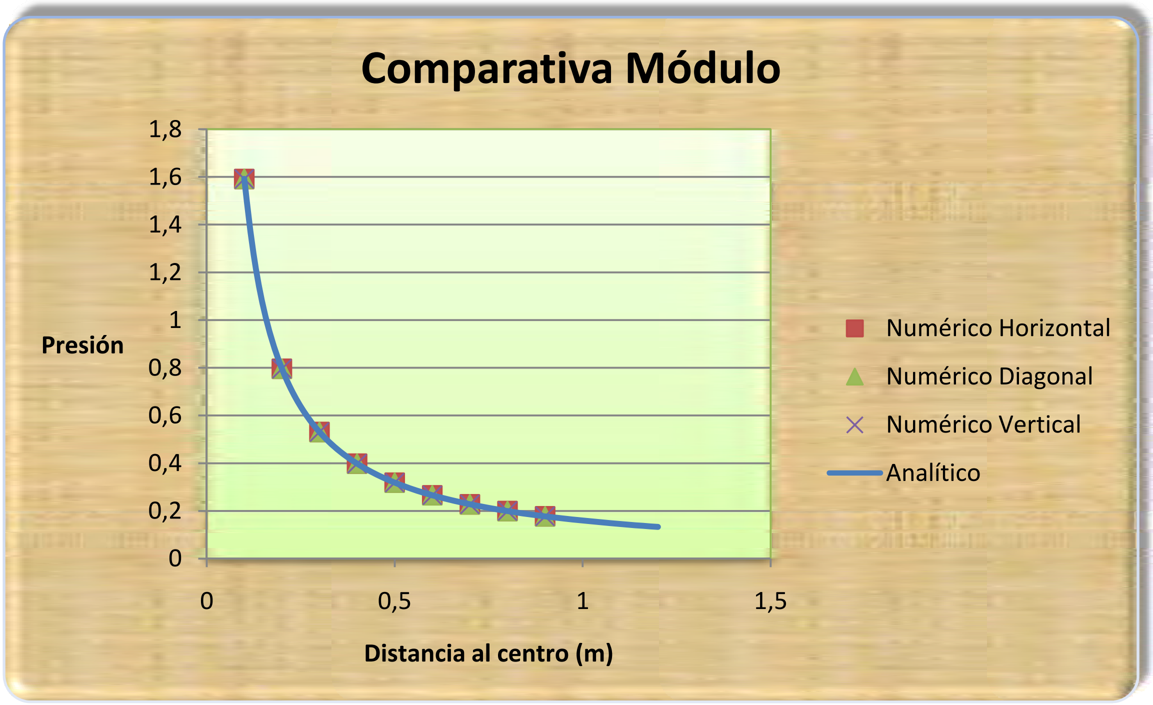


Figura 3.25 Solución numérica de la Presión a lo largo de diferentes ejes radiales de la esfera Vs. solución analítica del módulo de la presión

Y el error cometido con respecto al resultado analítico:

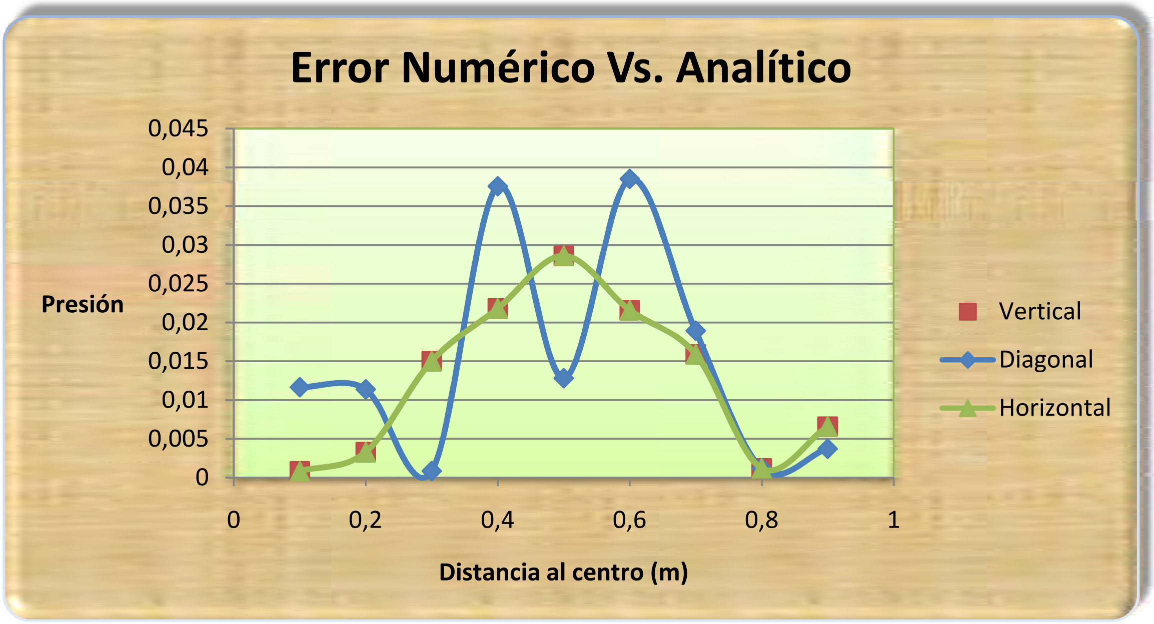


Figura 3.26 Desviación de la solución numérica para cada eje con respecto a la analítica

3.8.3.4 Conclusión

En la gráfica 3.19 se observa que los valores obtenidos para las tres discretizaciones coinciden con el resultado analítico hasta la frecuencia de 1000 Hz, lo cual teniendo en cuenta que la discretización fue hecha para una frecuencia de 500 Hz, permite inferir que los resultados son buenos. Y en la gráfica 3.20 se ve que el error es mínimo, algo mayor como es natural para la correspondiente a $\boldsymbol{\lambda/2}$, pero igualmente aceptable.

En cuanto al resto de las gráficas se observa igualmente cómo coinciden los resultados analíticos con los numéricos, siendo el error en la diagonal sensiblemente mayor que en la vertical y la horizontal. A medida que aumenta la frecuencia puede observarse la tendencia senoidal de la gráfica, algo típico del efecto tridimensional.

Se puede concluir por tanto que la inclusión de la tercera modificación, la correspondiente a la solución fundamental en el semiespacio, ha resultado exitosa y por tanto el funcionamiento del programa para el cálculo acústico en tres dimensiones es correcto.

Capítulo 4

Resultados 1. Modelo bidimensional. Análisis de la eficacia acústica de una pantalla simple. Influencia de la discretización

4 Resultados 1. Modelo bidimensional. Análisis de la eficacia acústica de una pantalla simple. Influencia de la discretización.

4.1 Introducción

El modelo bidimensional es una manera aproximada de resolver problemas reales tridimensionales. Al reducir una dimensión, se produce a su vez una importante reducción de los grados de libertad a estudiar, y por tanto, se reduce también la carga computacional. Esto lo convierte en una herramienta rápida y relativamente sencilla para obtener resultados de problemas reales con un nivel de aproximación bastante aceptable.

El objetivo básico de este capítulo es hacer un estudio previo antes de introducirse con el modelo tridimensional. Haciendo uso del bidimensional, se podrá establecer de forma rápida una serie de criterios previos a la hora de elegir el tamaño de elemento a utilizar en el modelo tridimensional.

Por otra parte, existen diferentes variables capaces de describir el fenómeno acústico, como ya se ha indicado en el capítulo 3, tales como el IL o el IL Medio Espectral. Ambas permiten valorar la eficacia de una pantalla, si bien mientras el IL representa la reducción del impacto sonoro en un punto y frecuencia concretos, el IL Medio Espectral representa lo que ocurre en una zona entera para diferentes frecuencias. Aporta por tanto una idea más global de lo que ocurre. Aparte, son numéricamente mejores, ya que suavizan las gráficas, facilitando su estudio y permitiendo por tanto la utilización de discretizaciones más ligeras. Otro objetivo, por tanto, de este capítulo, consiste en realizar una primera aproximación a estas variables y a las condiciones que aconsejen el uso de una u otra.

En resumen, en este capítulo se realizará una introducción y estudio pormenorizado del programa del MEC en 2D propuesto en *O. Maeso y J.J. Aznárez, 2005*, analizando casos que serán comparados en capítulos posteriores con los resultados obtenidos con el programa Ruido3D. Del mismo modo, se comprobará también la validez de los resultados obtenidos con el programa en 2D con otros conocidos extraídos de estudios realizados por otros métodos.

4.2 Validación del programa acústico bidimensional Ruido2D. Análisis de la eficacia acústica de una pantalla simple.

En este primer estudio se hará una breve aproximación acerca de la discretización más conveniente en la resolución del problema expuesto a continuación, extraído de *A. Muradali y K.R.Fyfe, 1997.* Los resultados obtenidos con el programa Ruido2D serán comparados con los del artículo mencionado.

4.2.1 Descripción del problema

Se estudiará el caso de una pantalla infinita, con un emisor lineal situado a 7,5 metros de la barrera y a 0,5 metros de altura. El receptor, lineal también, se encuentra a 30 metros de la pantalla, a 3 metros de altura, tal y como se observa en la figura:

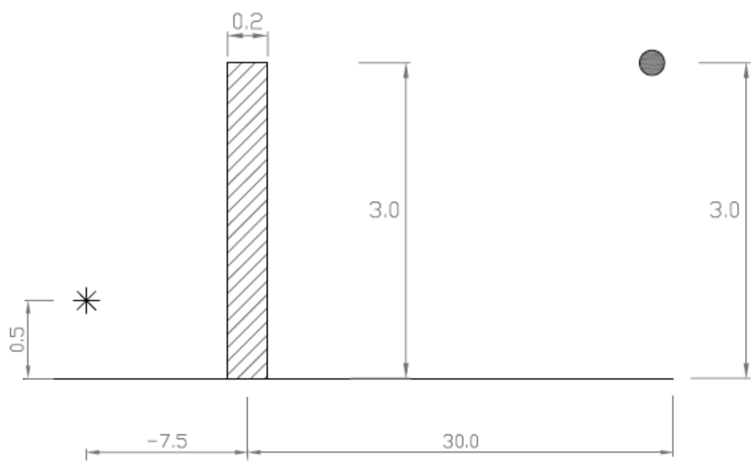


Figura 4.1

La variable a estudiar será el *IL* (Insertion Loss, pérdida por inserción de la pantalla). Ésta es una medida en decibelios de la reducción obtenida por interponer la barrera, expresando la diferencia de nivel de presión sonora antes y después de introducir la medida correctora.

4.2.2 Resultados

En primer lugar se realiza un estudio de diferentes discretizaciones de la pantalla. Se discretizará para las relaciones tamaño de elemento-longitud de onda 1/2, 1/3 y 1/4 (mirar Anexo: criterio de discretización).

En la siguiente gráfica se muestran los resultados de IL para un espectro de frecuencias barrido de 0 a 2000 Hz (nota: el IL está cambiado de signo para adecuarlo al criterio utilizado en el artículo):

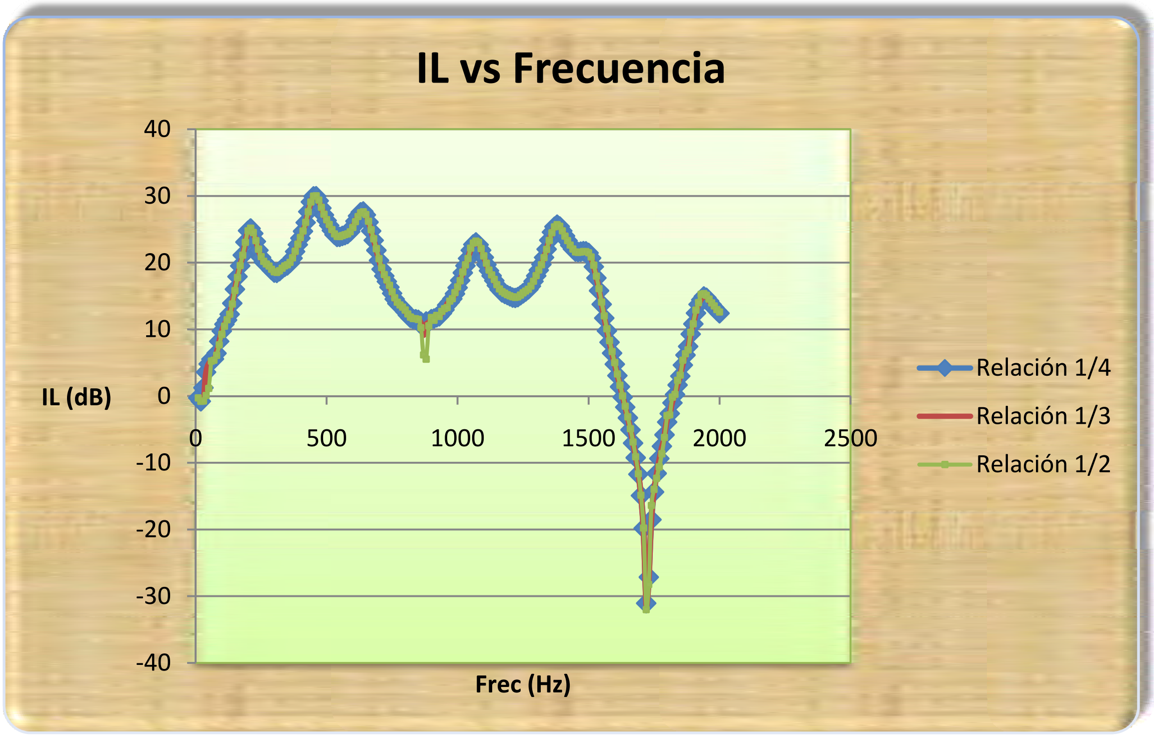


Figura 4.2 Comparación de los resultados obtenidos para el IL con diferentes discretizaciones

Se observa que las tres discretizaciones son coincidentes salvo en 800 Hz, donde se produce un pico más acusado cuanto menos fina es la discretización. A la vista de este resultado se podría adoptar como válida cualquiera de las tres, pero como la diferencia de tiempo de computación no difiere demasiado entre ellas, adoptar la más fina (relación 1/4) se antoja como solución idónea.

A continuación se compara la gráfica obtenida para la discretización más fina con la del artículo señalado, la cual a su vez ha sido obtenida usando también un MEC en 2D:

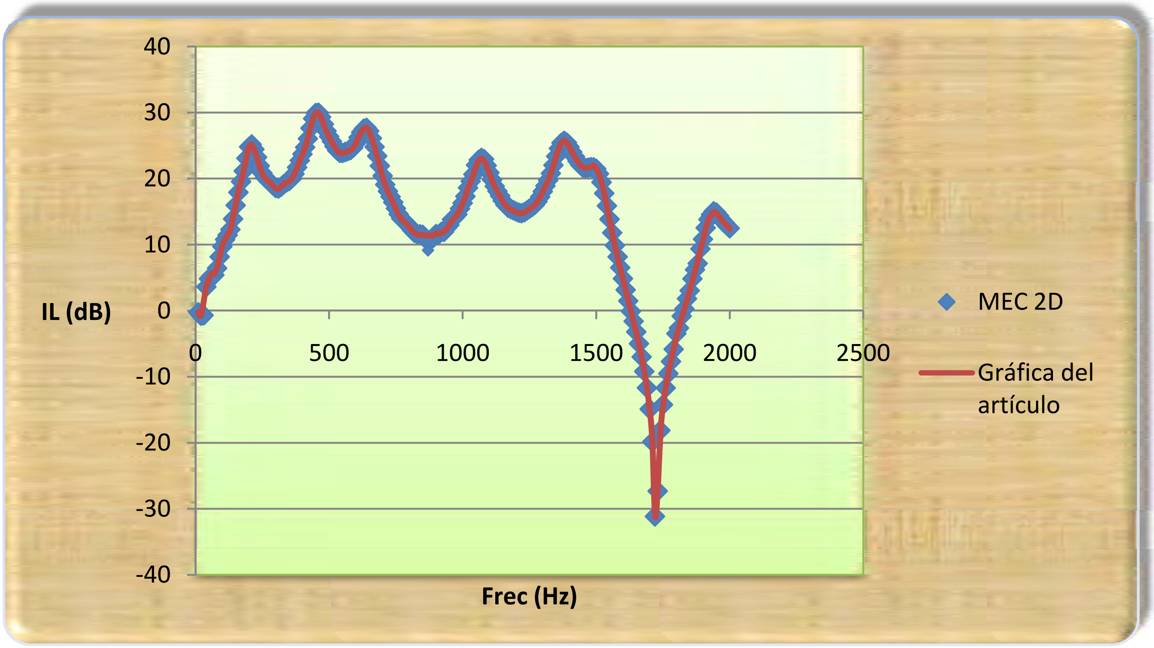


Figura 4.3 Resultados numéricos del IL bidimensional Vs. artículo

De esta gráfica se infiere que el resultado obtenido por el programa Ruido2D coincide con el del artículo, lo que permite inferir el buen funcionamiento del programa. Por tanto, para futuras comparaciones con el caso en 3D, podrá usarse más cómodamente el Ruido2D, que se podrá adecuar con facilidad a problemas diseñados al efecto y antojo, evitando tener que atenerse a problemas predefinidos en artículos o similares.

4.3 Influencia de la discretización

La discretización de la pantalla juega un papel crucial en la precisión de los resultados obtenidos. La elección de su finura supone una solución de compromiso entre una precisión óptima en los resultados y una carga computacional aceptable, lo que implica dos tendencias contrapuestas: por un lado, para lograr más precisión es necesario un grado de afinamiento mayor de la malla, mientras que las mallas finas implican mayor carga computacional, lo que se traduce en mayor tiempo de procesado, cuando no imposibilidad directa de acometer el cálculo. Por tanto, es de recibo obtener un protocolo de elección de la finura de mallado, a fin de encontrar la malla más gruesa que resulte aceptable para la resolución de cada problema.

Más adelante se realiza un estudio más pormenorizado de este fenómeno para casos en 3D, si bien ahora se realiza una primera aproximación en 2D, lo que permitirá obtener una primera idea general del comportamiento de diferentes mallados.

Para la realización de este estudio, se planteará un problema concreto, del cual se evaluarán diversas variables, obtenidas cada una de ellas para cada discretización, para a continuación examinar a partir de qué grado de refinamiento se empieza a obtener resultados óptimos.

4.3.1 Descripción del problema

Se supone una pantalla infinita, de tres metros de altura y 0,2 metros de espesor. En un lado se dispondrá una fuente lineal emisora, a cinco metros de distancia de la pantalla y a nivel del suelo. Se dispondrá una nube de receptores, separados entre sí 5 metros de distancia horizontal y 0,5 metros de distancia vertical, desde el nivel del suelo hasta 3 metros de altura, y, horizontalmente, desde 5 metros de distancia de la pantalla a 60 metros, distribuidos en tres zonas, tal y como se muestra en la figura:

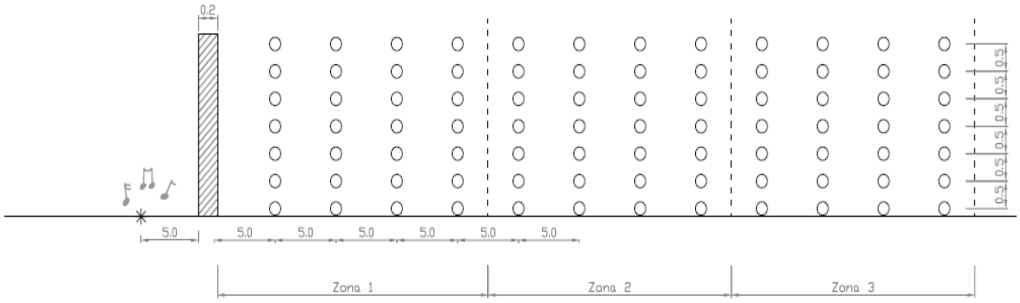


Figura 4.4

Esta pantalla será discretizada para las frecuencias de 400, 630, 800, 1000, 1600 y 2500 Hz, utilizando como criterio una relación longitud de onda-elemento de 1/4, realizándose, como se ha indicado, el cálculo de cada variable para cada una de las discretizaciones.

4.3.2 Resultados

En primer lugar, se realiza el cálculo del IL Medio Espectral (ver *Anexo: variables utilizadas*) de cada una de las tres zonas en las que se dividen los receptores, para el espectro normalizado de frecuencias hasta los 2500 Hz, todo esto hecho para cada una de las discretizaciones descritas anteriormente. De este modo, se obtiene:

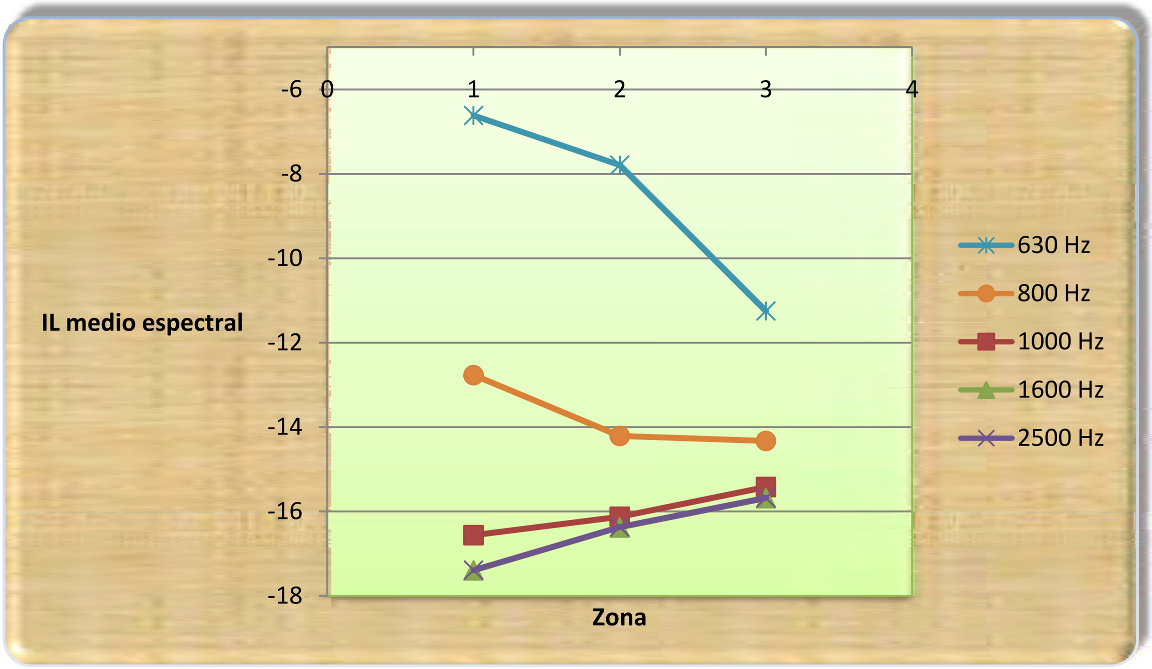


Figura 4.5 Il medio espectral para diferentes longitudes de elementos

La longitud del elemento para cada una de las frecuencias mostradas se detalla en la siguiente tabla (relación longitud de onda-tamaño de elemento ¼):

Frec (Hz)	Tamaño elemento (m)
400	0,15
630	0,14
800	0,11
1000	0,085
1600	0,054
2500	0,034

Tabla 4.1

En esta ocasión, el *IL Medio Espectral* tiene el signo usual, al revés que en las gráficas mostradas hasta ahora.

En este caso se observa que a partir de una frecuencia de discretización de 1000 Hz se obtienen resultados satisfactorios en términos del *IL Medio Espectral*, asumiendo que la discretización de 2500 Hz arroja el resultado real, pues es la discretización correspondiente a la frecuencia mayor del espectro utilizado.

A continuación, se muestra una gráfica similar, sólo que esta vez el *Il Espectral* no será la media de la nube de puntos de cada una de las tres zonas, sino que será el correspondiente únicamente a un punto dispuesto en el centro de gravedad (cdg) de cada zona. De este modo:

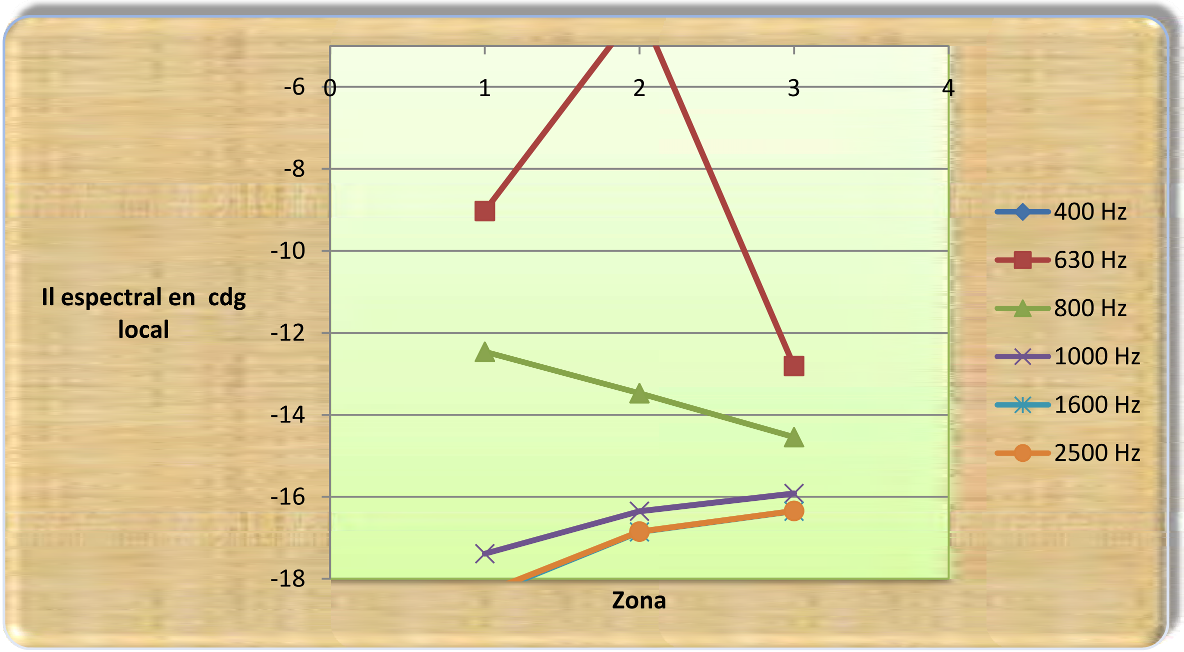


Figura 4.6 Il espectral en un punto de cada zona para las diferentes discretizaciones

En esta gráfica se observa otra vez un comportamiento similar al caso anterior: la discretización correspondiente a 1000 Hz ya arroja resultados mínimamente satisfactorios en términos del *Il Espectral*.

Las gráficas que se mostrarán a continuación, resultan de comparar el *IL* clásico en los puntos del centro de gravedad. Se muestra el IL en función de la frecuencia, calculado con cada una de las discretizaciones mencionadas en el centro de gravedad de cada zona, por lo que se obtiene una gráfica para cada una de las tres zonas. De esta manera se obtiene:

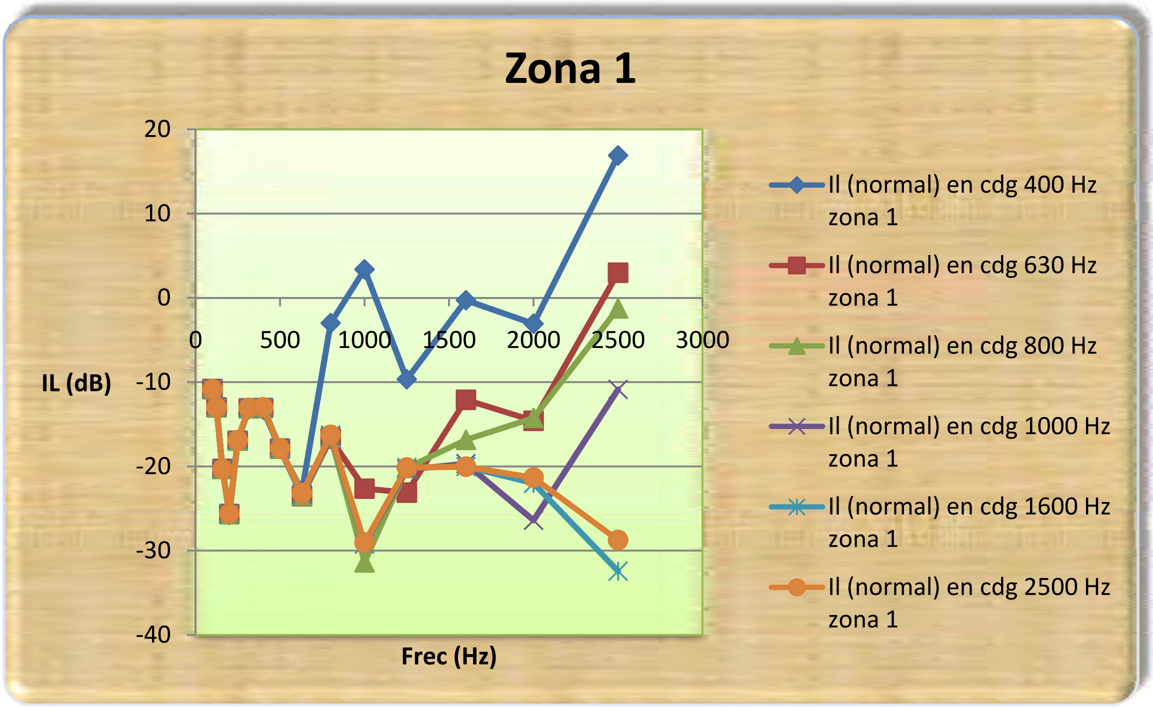


Figura 4.7 Il en un punto (cdg) de zona 1 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

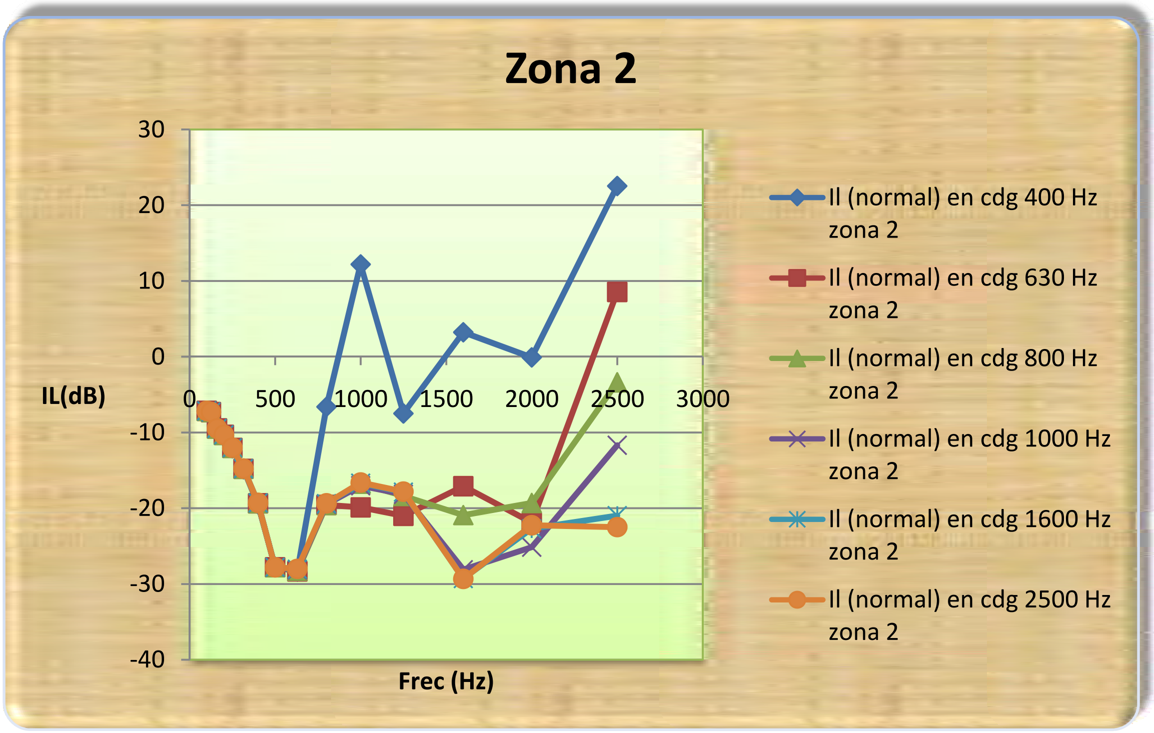


Figura 4.8 Il en un punto (cdg) de zona 2 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

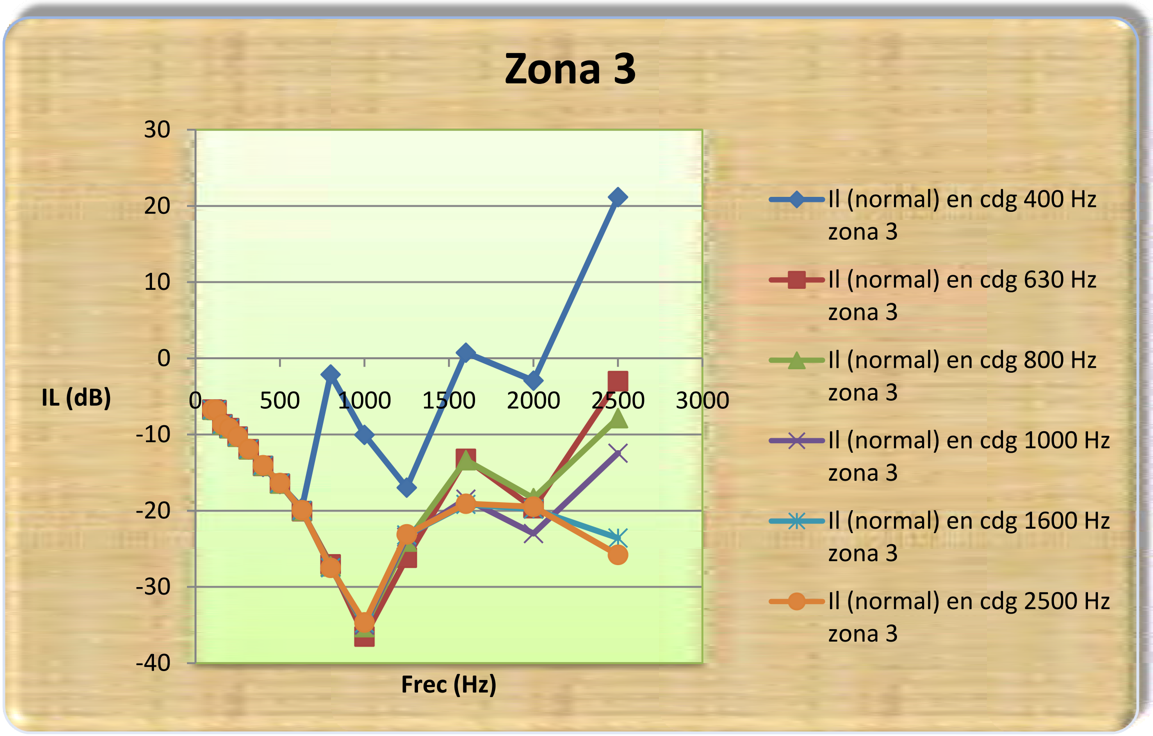


Figura 4.9 Il en un punto (cdg) de zona 3 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

Y para concluir este estudio, se realiza lo mismo pero mostrando el *IL* en el punto situado a ras de suelo en la misma vertical que el cdg de cada zona:

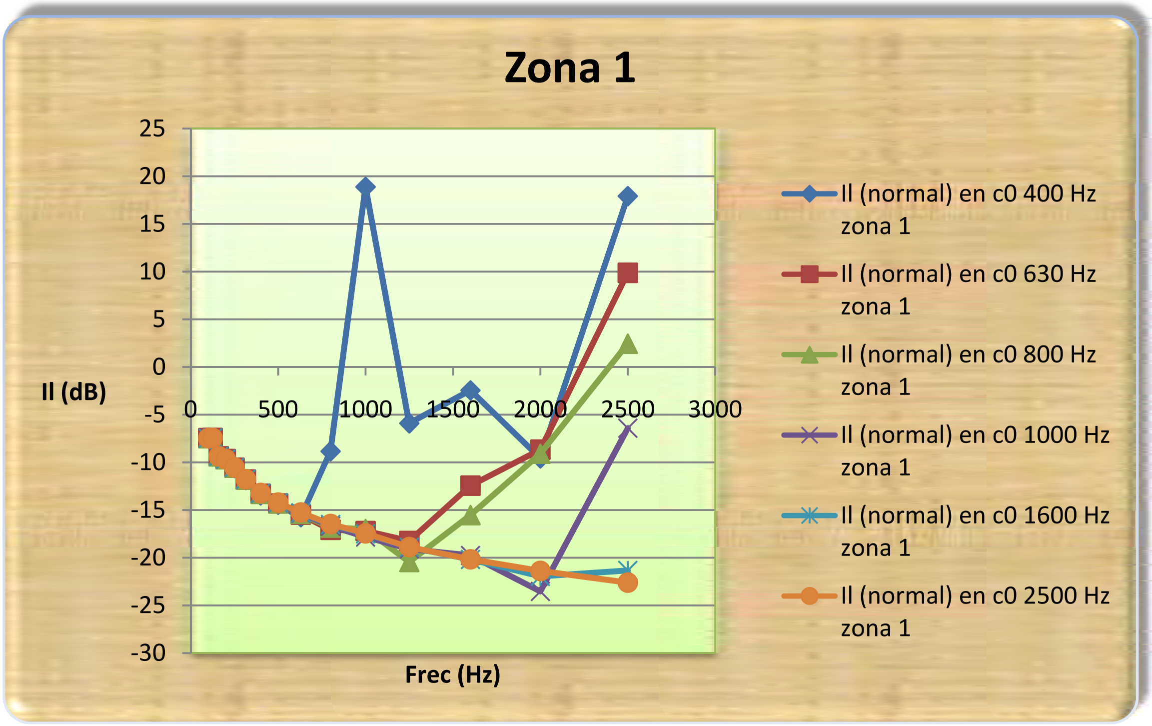


Figura 4.10 Il en un punto (cota 0) de la zona 1 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

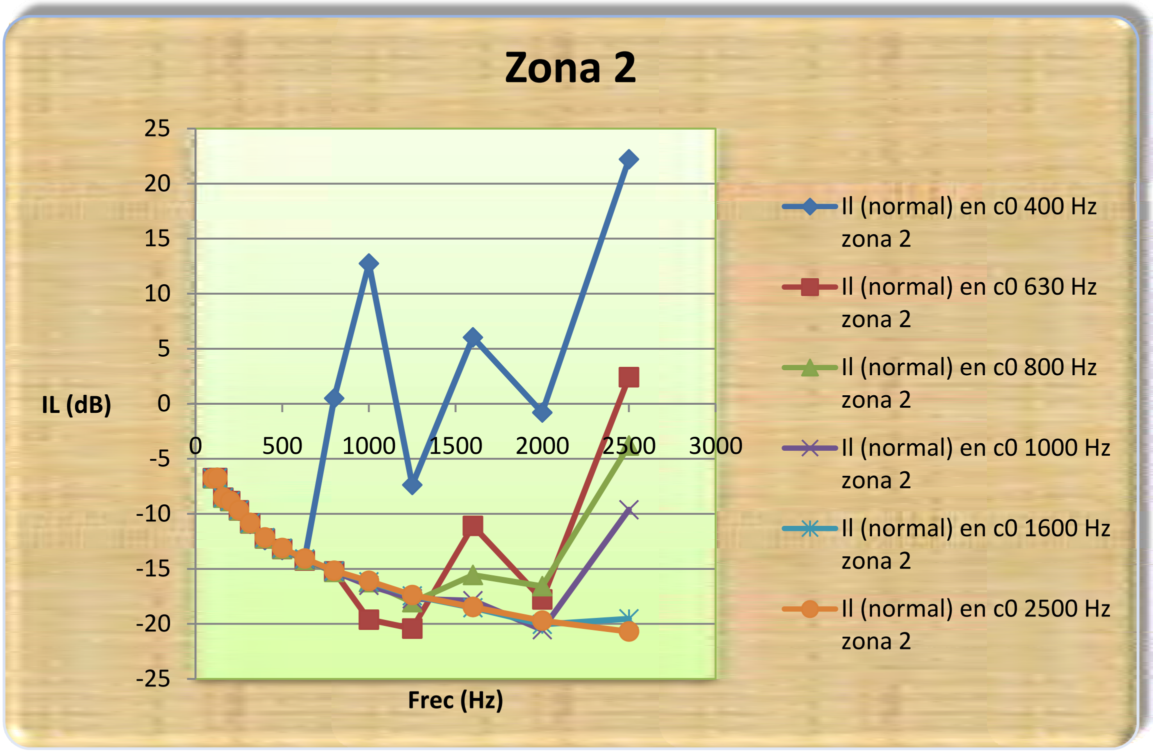


Figura 4.11 Il en un punto (c0) de la zona 2 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

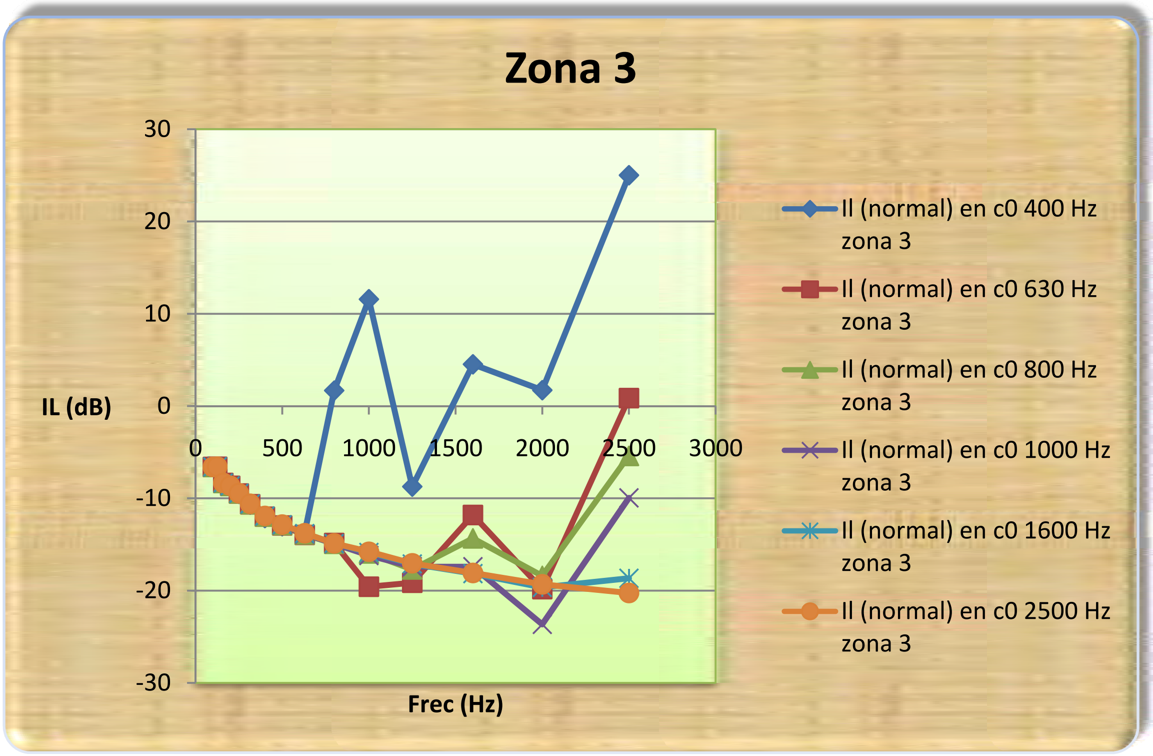


Figura 4.12 Il en un punto (cdg) de zona 3 para todo el espectro de frecuencias según diferentes discretizaciones

Se observa en estas gráficas que para analizar una frecuencia de 2500 Hz sólo es fiable una discretización por encima de los 1600 Hz con la relación longitud de onda-tamaño de elemento 1/4. No obstante, una discretización correspondiente a 1000 Hz ya ofrece resultados óptimos para análisis de frecuencias de hasta 2000 Hz, lo que es satisfactorio pues ya permite el ahorro de cerca de un 50% de los grados de libertad. Por otra parte, las diferencias son más acusadas en las tres primeras gráficas (receptores en el cdg, elevados 1.5 metros del suelo), pues situando los receptores a ras de suelo no se producen picos tan acusados.

4.4 Refinamiento selectivo de caras

Se presenta aquí una nueva estrategia a estudiar en pos del ahorro de grados de libertad. Ésta consiste en discretizar una cara de la pantalla con un mallado más fino y observar si los resultados obtenidos son satisfactorios. No se trata de mallar una cara de modo excesivamente fino y otra de manera laxa, pues ello no sería atractivo desde el punto de vista del número de grados de libertad que se siguen obteniendo. Este estudio consiste por tanto en elaborar una mallado no conforme sobre la pantalla, estudiando qué nivel de precisión ofrecen los resultados cuando se refina más finamente en una de las dos caras.

4.4.1 Descripción del problema

Se estudiará una pantalla similar al caso anterior, con idéntica disposición de receptores y emisor. Esta vez una cara se refinará para 1000 Hz y una relación longitud de onda-elemento de *1/2* y la otra para *500 Hz 1/2*, comparando qué ocurre si se refina la del emisor o la de los receptores, comparando esto a su vez con el resultado de refinar homogéneamente toda la pantalla a *1000Hz 1/2*.

4.4.2 Resultados

En primer lugar se muestra el IL Medio Espectral (dB) de todos los puntos por zona:

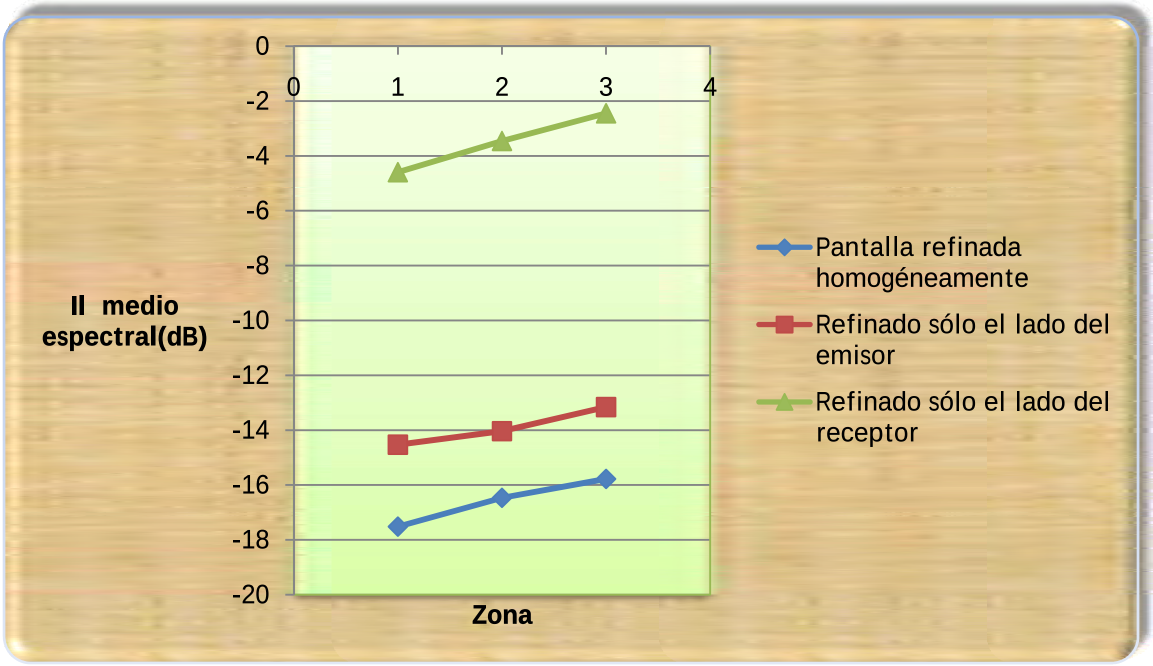


Figura 4.13 Il Medio Espectral bidimensional por zona, refinando más finamente cada cara de la pantalla Vs. todo refinado uniformemente

A continuación, el IL espectral en sólo un punto representativo de cada zona, que será, al igual que en casos anteriores, el cdg de cada zona:

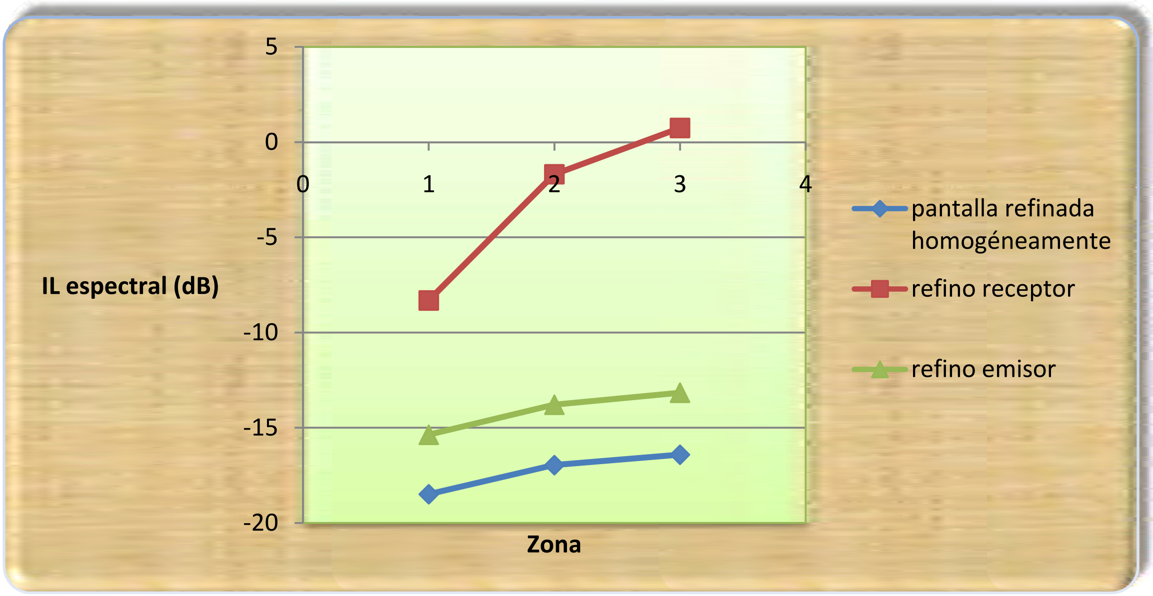


Figura 4.14 Il espectral bidimensional en cdg de cada zona, refinando más finamente cada cara de la pantalla Vs. discretizada uniformemente

Y a continuación, el error cometido de discretizar selectivamente por caras con respecto al mallado homogéneo:

Figura 4.15 Desviación porcentual resultado de refinar cada zona con respecto a la discretización homogénea

Se puede observar a la luz de estos resultados, que la respuesta es más fiel si la cara que se refina más finamente se corresponde con la del emisor. Aún así, los resultados están lejos de poder considerarse óptimos; no obstante, es de recibo considerar que el estudio del IL Espectral Medio implica el proceso de un espectro de frecuencias que llega hasta 2500 Hz, mientras que la cara con el mallado más fino se ha discretizado para *1000 Hz 1/2*, con lo que cabría esperar un margen de error algo amplio. Por tanto, parece más justo analizar este caso desde el punto de vista del IL clásico en un único punto fijo, analizando frecuencias concretas en orden creciente hasta ver dónde comienza a fallar.

Las siguientes gráficas muestran el IL en el cdg de cada zona, obtenido en función de la frecuencia para las diferentes discretizaciones:

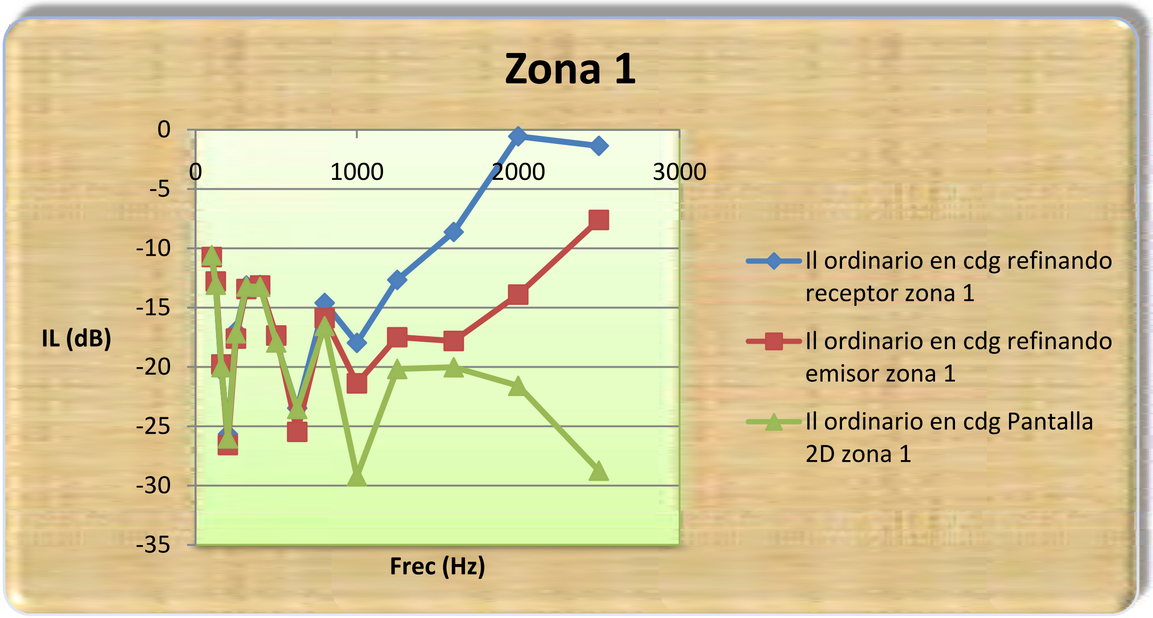


Figura 4.16 Il en cdg de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

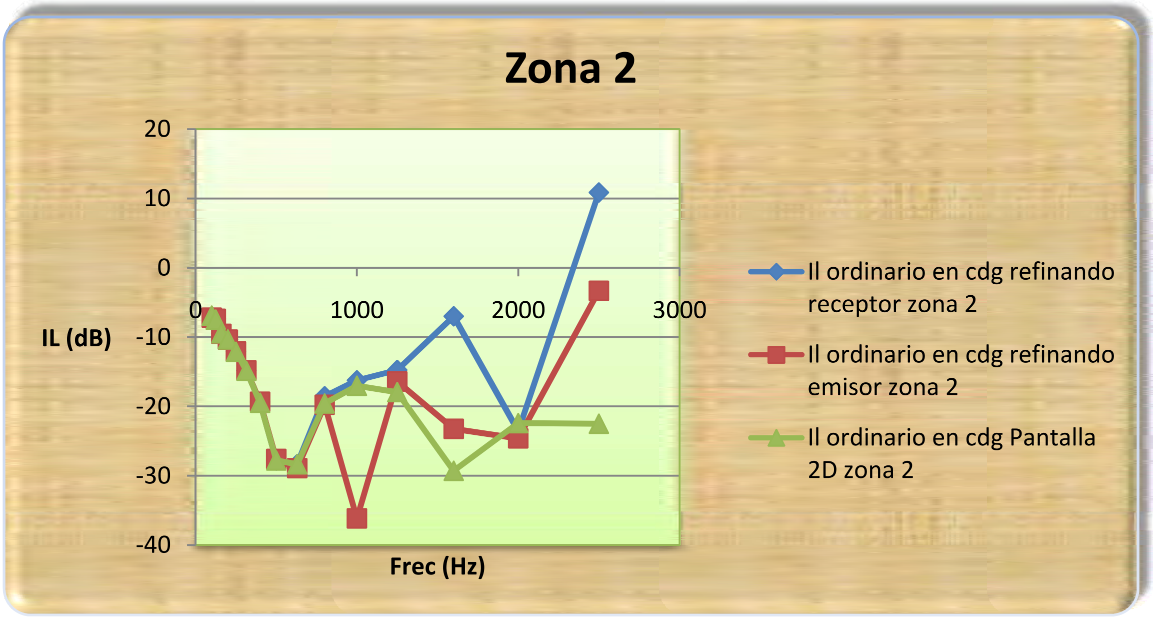


Figura 4.17 Il en cdg de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

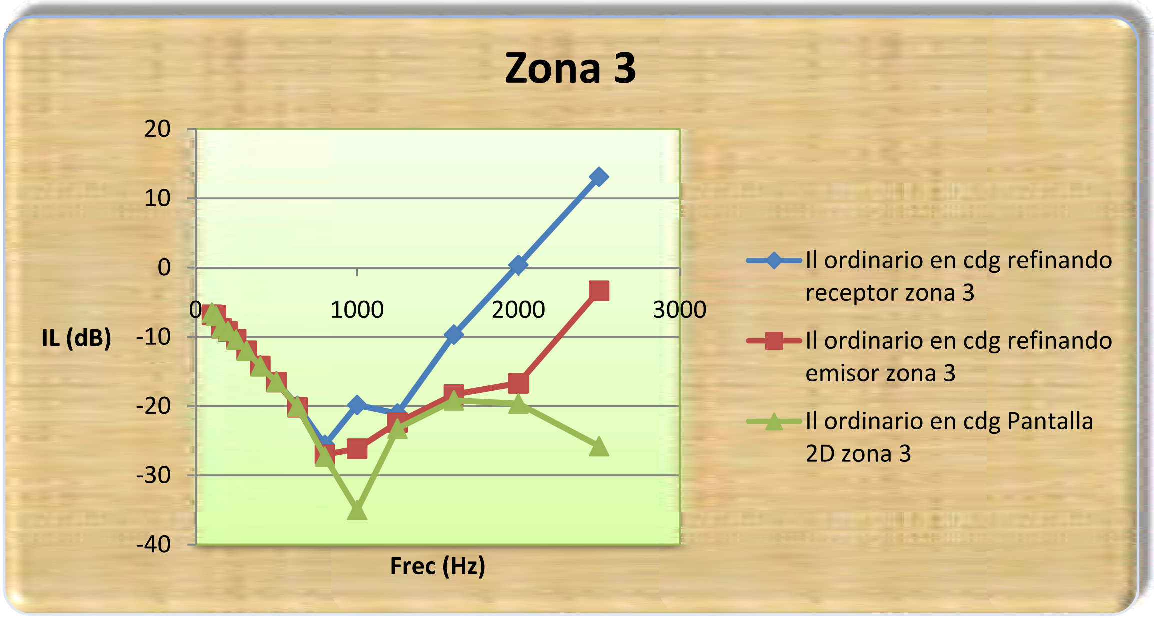


Figura 4.18 Il en cdg de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

Y a continuación, se muestra lo mismo pero obtenido en el punto situado a cota cero en la vertical de cada cdg:

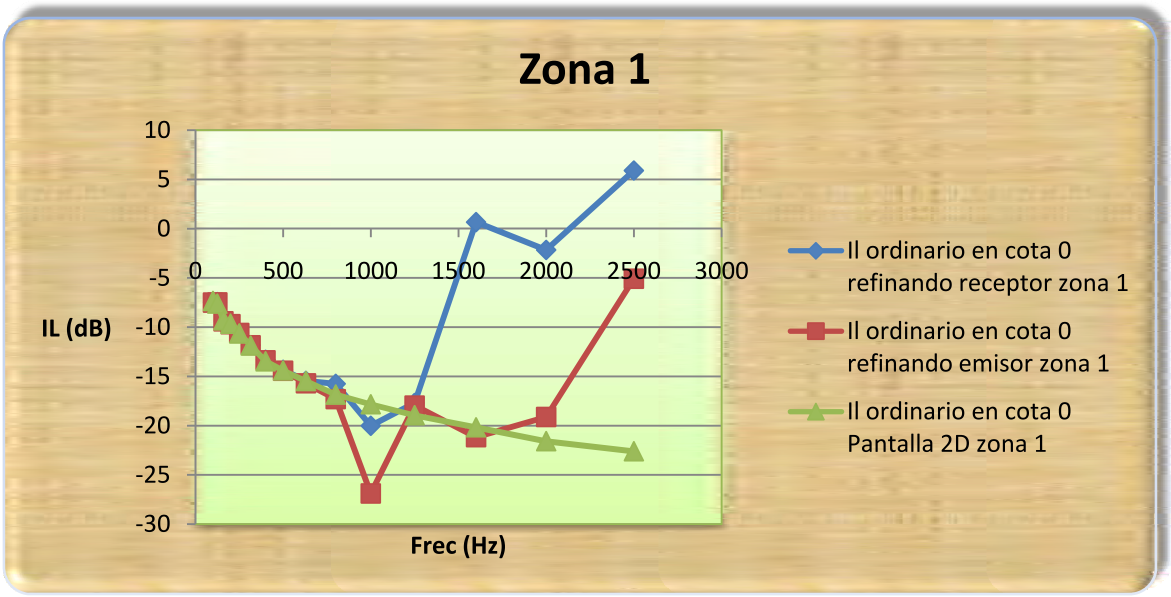


Figura 4.19 Il en el punto medio a cota 0 de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

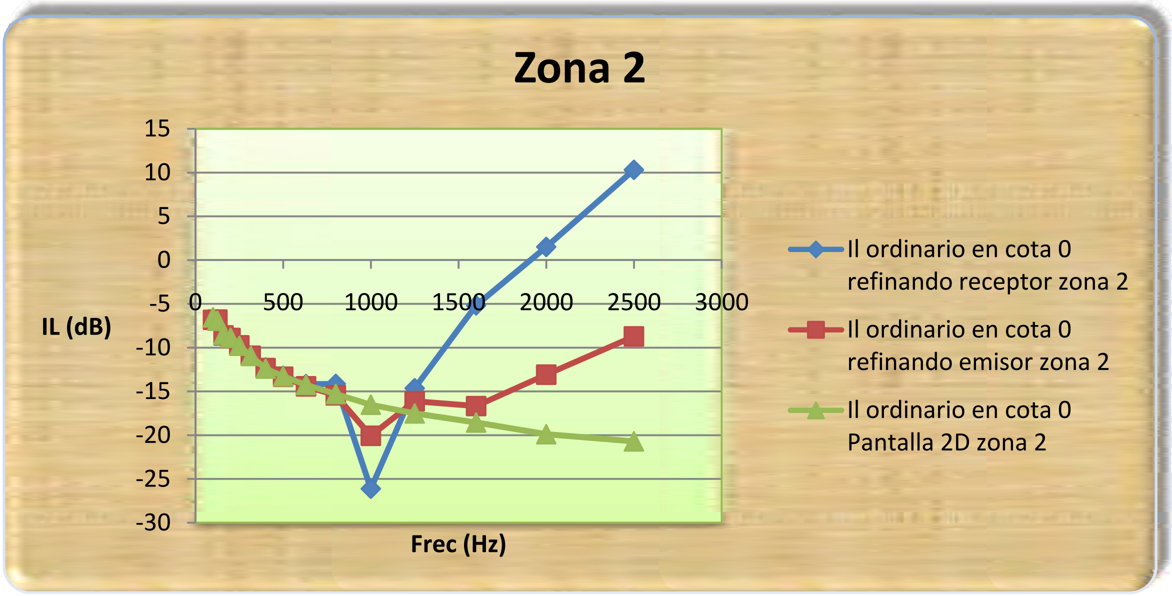


Figura 4.20 Il en el punto medio a cota 0 de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

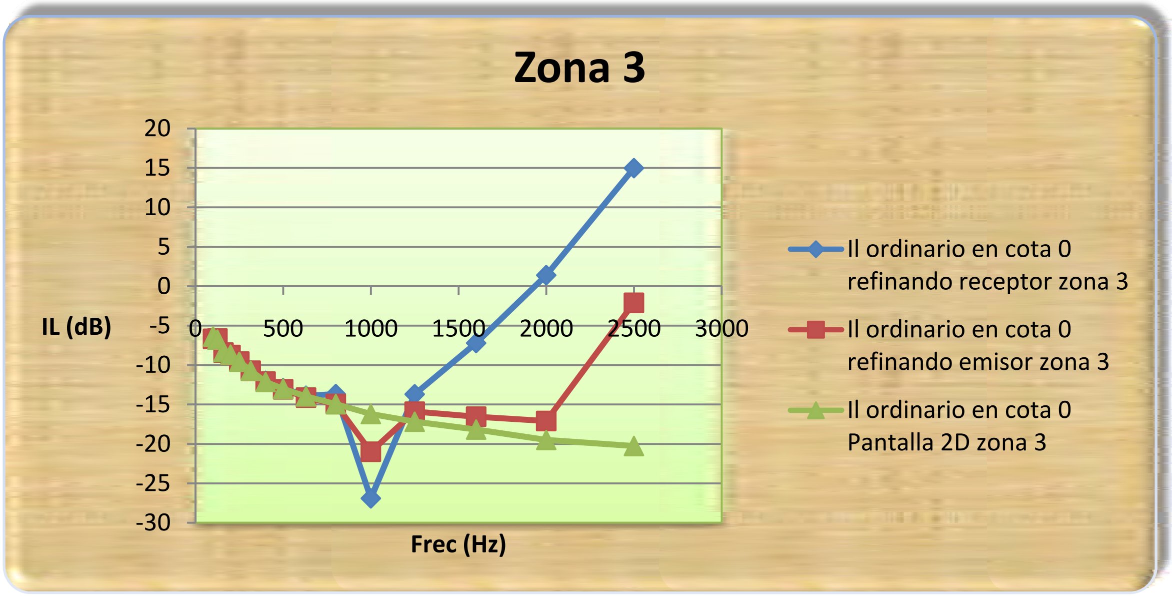


Figura 4.21 Il en el punto medio a cota 0 de cada zona para refinamiento selectivo Vs. discretización homogénea

Como era de esperar, se observa que efectivamente el refinamiento selectivo con un mallado más fino en la zona del emisor ofrece unos resultados óptimos hasta una determinada frecuencia, que según la localización del receptor, tanto en altura como en distancia a la pantalla, varía entre los 1000 y los 2000 Hz. Se puede aceptar que para localizaciones del receptor a baja cota y/o alejadas de la pantalla, el refinamiento selectivo para *1000 Hz 1/2* ofrece resultados satisfactorios, permitiendo esta discretización un notable ahorro de grados de libertad, aunque si bien en el caso bidimensional no supone un especial ahorro en tiempo de computación, extrapolando estas operaciones al caso tridimensional sí pueden suponerlo.

Ya la última comprobación a realizar consistirá en realizar el mismo estudio pero esta vez llevando el criterio de refinamiento selectivo al extremo: se harán varias discretizaciones, mallando la cara del emisor para *2500 Hz 1/2*, y la de los receptores para *63, 250 y 500Hz 1/2*. De este modo, se obtiene para el *IL Medio Espectral* para cada zona:

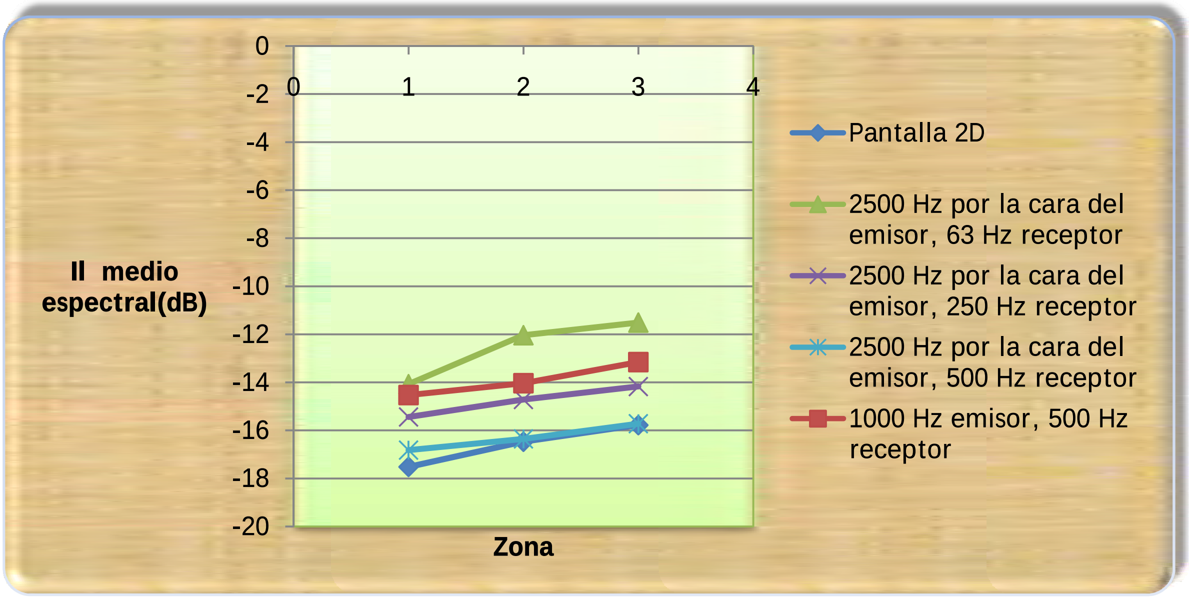


Figura 4.22 Il Medio Espectral por zona para diferentes discretizaciones

(Nota: al comparar con la gráfica 4.13, observar la diferencia de escalas en ordenadas)

Se muestra ahora el IL en el cdg de cada zona:

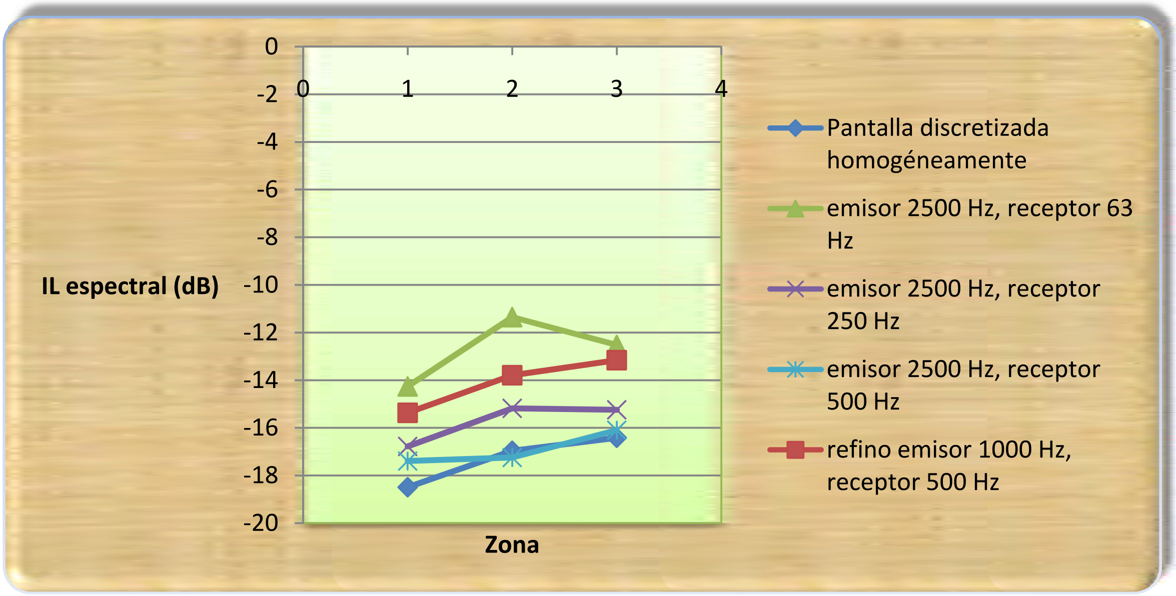


Figura 4.23 Il espectral en el cdg de cada zona para diferentes discretizaciones

De ambas gráficas se desprende la influencia que tiene en los resultados el grado de refinamiento de la cara de los receptores, la menos refinada. Se obtienen resultados bastante satisfactorios refinando la cara del emisor a 2500 Hz y la del receptor a 500 Hz.

Por tanto, de este estudio se puede concluir que, al menos en este caso particular de pantalla simple en 2D, para obtener resultados buenos no es preciso refinar la pantalla de manera homogénea para la frecuencia máxima, teniendo en cuenta el espectro de frecuencias estudiado, sino que basta con refinar la cara del emisor para esta máxima frecuencia y la del receptor para unos 500 Hz, es decir, se concluye que hay que ser especialmente escrupuloso con el refinamiento de la cara del emisor.

Capítulo 5

Resultados 2. Análisis de la eficacia acústica de pantallas simples tridimensionales

5 Resultados 2. Análisis de la eficacia acústica de pantallas simples tridimensionales.

5.1 Introducción

Las comprobaciones realizadas en el capítulo anterior para el caso bidimensional se pueden entender como un estudio introductorio de lo que en este capítulo se desarrollará con más profusión, extrapolando muchas de esas comprobaciones a 3D.

En primer lugar, en este capítulo se validará una vez más la fiabilidad de los resultados facilitados por el programa Ruido3D, haciendo esto por un proceso similar al utilizado hasta ahora: se compararán estos resultados con los obtenidos por otros autores para un mismo problema. La diferencia fundamental con lo realizado en el Capítulo 4 reside en que esta vez el problema analizado no será una mera entelequia física, sino que se tratará de pantallas acústicas reales. Además, se analizará también el carácter tridimensional del problema, es decir, en qué manera influye sobre los resultados el haber añadido una dimensión más, aproximándolo así al caso real. Para ello, se comparará a su vez con los resultados 2D, estudiando las diferencias a fin de poder predecir en qué casos se podría utilizar un modelo 2D (lo que implica ahorro de grados de libertad y tiempo) y en cuáles será preciso recurrir al 3D.

Al igual que en el capítulo anterior, se estudiará también la sensibilidad del tamaño del elemento, sólo que de manera más pormenorizada, a fin de obtener un patrón de comportamiento que permita predecir qué nivel de refinamiento será suficiente para obtener resultados satisfactorios, pues en el caso tridimensional, donde la carga computacional es más grande, se agradece especialmente la frugalidad en el uso de grados de libertad.

Así mismo, se tratará de dilucidar qué variable es la más representativa del efecto tridimensional (IL, IL Medio Espectral…), lo que depende a su vez estrechamente del grado de refinamiento permitido por los límites computacionales, como se verá más adelante.

5.2 Validación del código tridimensional para el estudio de la eficacia de pantallas acústicas

En primer lugar, para asegurar la fiabilidad del programa Ruido3D, se comparará los resultados obtenidos por éste para un caso de resultado conocido, obtenido a través de otros autores. Para ello, se utilizará un caso descrito y resuelto en *A. Muradali y K.R.Fyfe, 1997.* Este caso consiste en una pantalla de 3 metros de altura y 30 metros de largo, con 0.2 de espesor. El emisor estará a 7.5 metros de la pantalla y 0.5 de altura. El receptor, estará a 1.5 metros de altura, y su posición variará a lo largo de los puntos que siguen una línea perpendicular a la pantalla que va desde -50 a 50 metros, suponiendo la pantalla en el origen, tal y como se muestra a continuación:

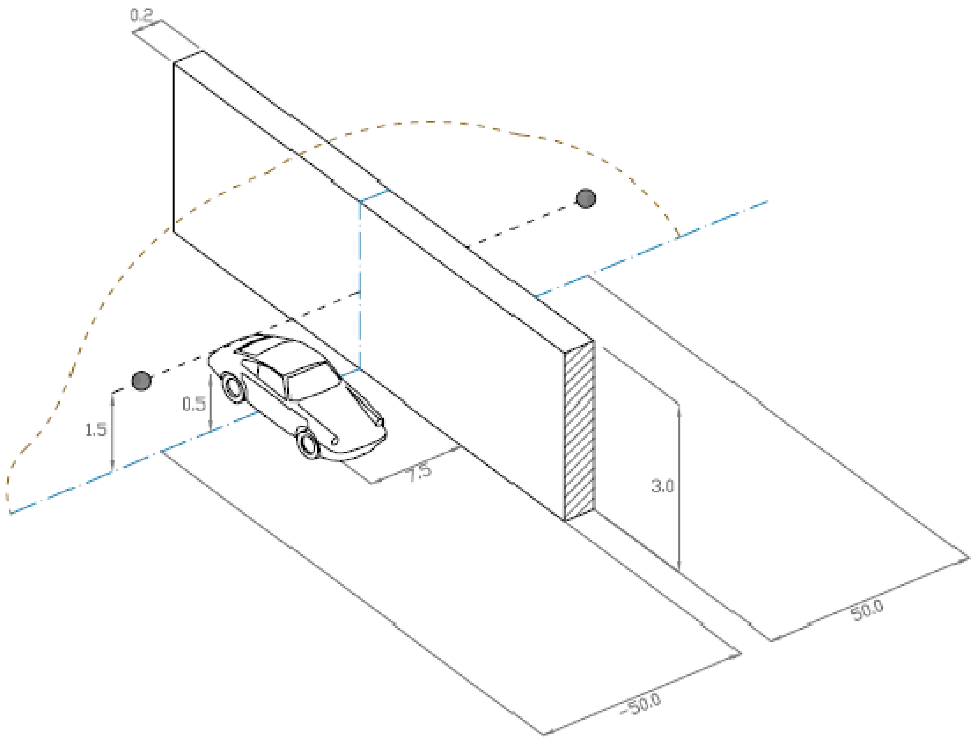


Figura 5.1

Se estudiará la eficacia de la pantalla a través de la obtención del IL (dB) para una frecuencia fija de 250 Hz, en todos los puntos en los que se ha colocado el receptor. Se ha discretizado la pantalla para una frecuencia de 250 Hz y $\lambda/4$, lo que implica un tamaño de elemento de 0,35 metros.

En la siguiente gráfica se muestra el resultado obtenido para esta discretización por el código MEC del programa Ruido3D y el obtenido por *Fyfe* y *Muradali* en su artículo utilizando también el MEC:

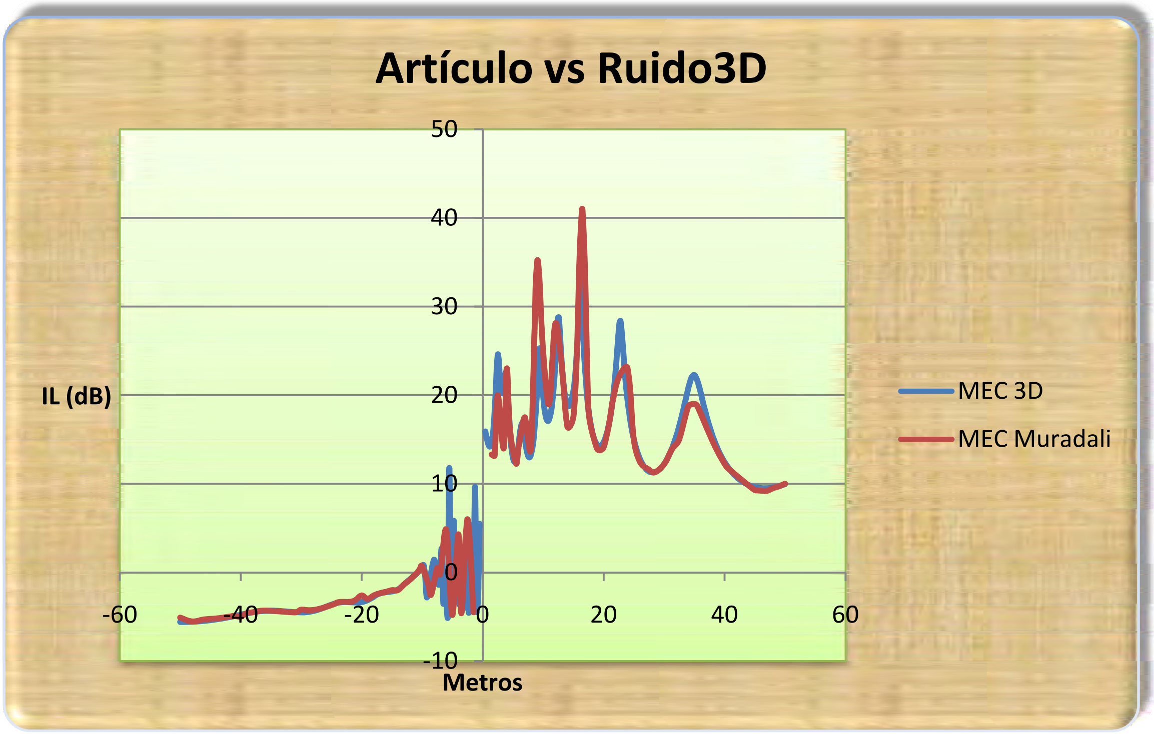


Figura 5.2 Comparación de los resultados obtenidos con los expuestos en el artículo (Fyfe y Muradali, 1997) para el IL en diferentes posiciones del receptor.

Ambas gráficas muestran resultados muy aproximados, lo que permite inferir el correcto funcionamiento del código Ruido3D.

Procede realizar también un breve estudio introductorio para diferentes discretizaciones que dan lugar a su vez a diferentes tamaños de elementos. Para ello se resuelve el mismo problema pero esta vez incluyendo también los resultados correspondientes a discretizar para 250 metros con $\lambda/2$ y $\lambda/3$, es decir, para un tamaño de elemento de 1.38 y 0.69 metros. De este modo, la gráfica donde se representan los resultados queda tal que:

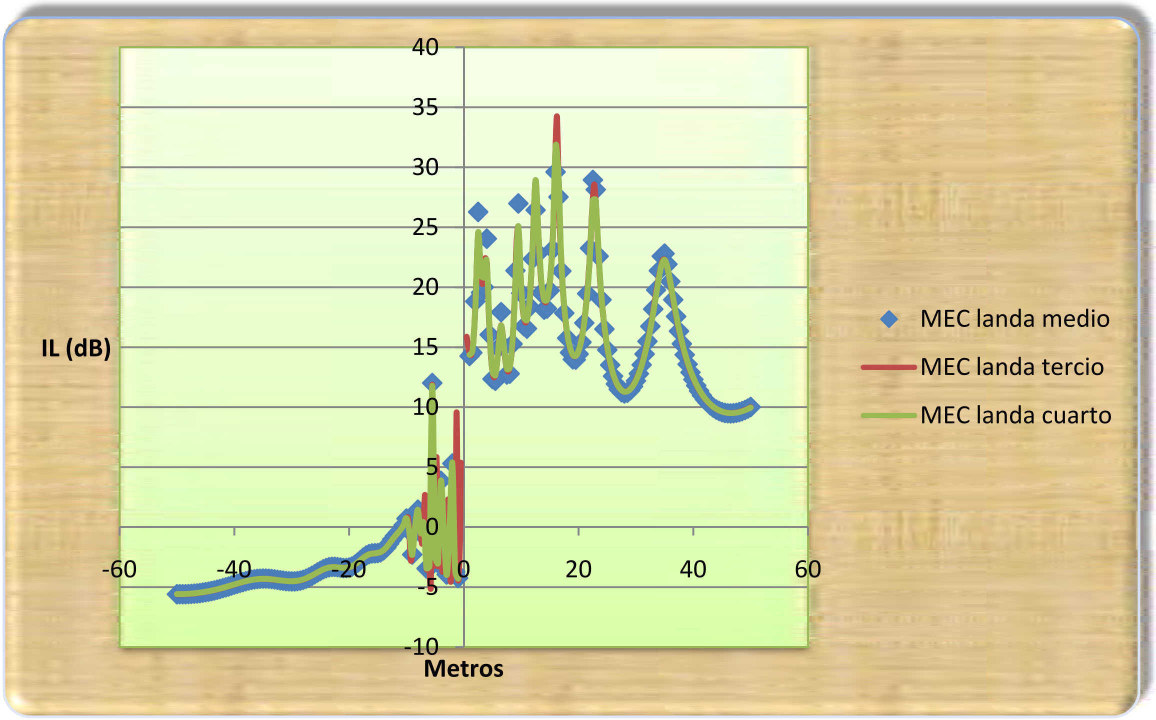


Figura 5.3 IL obtenido para diferentes discretizaciones del mismo problema

Se observa que no existe gran diferencia entre los resultados obtenidos por las diferentes discretizaciones. Ello indica que en este problema y similares, si bien es preferible la utilización de discretizaciones más finas siempre que la frecuencia a estudiar no suponga una carga computacional excesiva, es posible recurrir a discretizaciones más gruesas como la obtenida al establecer una relación longitud de onda-tamaño de elemento de landa medio.

5.3 Influencia del carácter tridimensional del problema

La introducción de una nueva dimensión supone, con respecto al caso bidimensional, la transformación de una pantalla infinita en una de longitud finita. Además, tanto la fuente como el receptor, que en 2D eran lineales y por tanto infinitos, se van a transformar ahora en puntos. Esta transformación de un caso ideal a uno más real tendrá gran influencia sobre los resultados obtenidos, especialmente cuanto más acusado sea el efecto tridimensional (es decir, con pantallas de longitud pequeña o un receptor cambiando su localización a lo largo de la longitud de la pantalla). Ahora el receptor no recibe sólo la onda de presión acústica que pasa por encima de la pantalla, sino también a través de los flancos de la misma, y esta onda, emitida por un punto y no por una línea pulsante, será por tanto tridimensional con todas las implicaciones que ello conlleva.

A continuación se mostrará el estudio de la influencia del carácter tridimensional, pero previamente, se realizará una breve introducción al estudio de la influencia de la discretización en 3D, a fin de conocer de una manera aproximada y primitiva qué discretización utilizar fiablemente en este estudio. Se recurrirá en alguna ocasión más al artículo de *A. Muradali y K.R.Fyfe, 1997*, el cual puede servir de guía en las comprobaciones realizadas.

5.3.1 Descripción del problema

En primer lugar, a fin de hacer un estudio aproximado de la influencia de la discretización en 3D, se comparará un problema en 2D con los resultados obtenidos para un 3D. En ambos casos, el emisor se sitúa a 7.5 metros de la pantalla y 0.5 metros de altura, y el receptor a 22.5 metros de la pantalla y 3 metros de altura. La diferencia entre el 2D y el 3D será, tal y como se ha mencionado previamente, que en el primer caso el emisor y receptor son lineales, siendo puntuales en el segundo, situándose en el plano de simetría de la pantalla. Asimismo, la pantalla será de tres metros de altura. Para hacer un estudio aproximativo del efecto tridimensional, se compararán varios largos de pantalla (30, 60 y 80 metros), y para testear la influencia de la discretización, se harán discretizaciones para diferentes frecuencias, siempre usando $\lambda/2$, lo que da lugar a diferentes tamaños de elemento según la frecuencia para la que se discretice. En la figura se observa la pantalla y disposición de emisor y receptor:

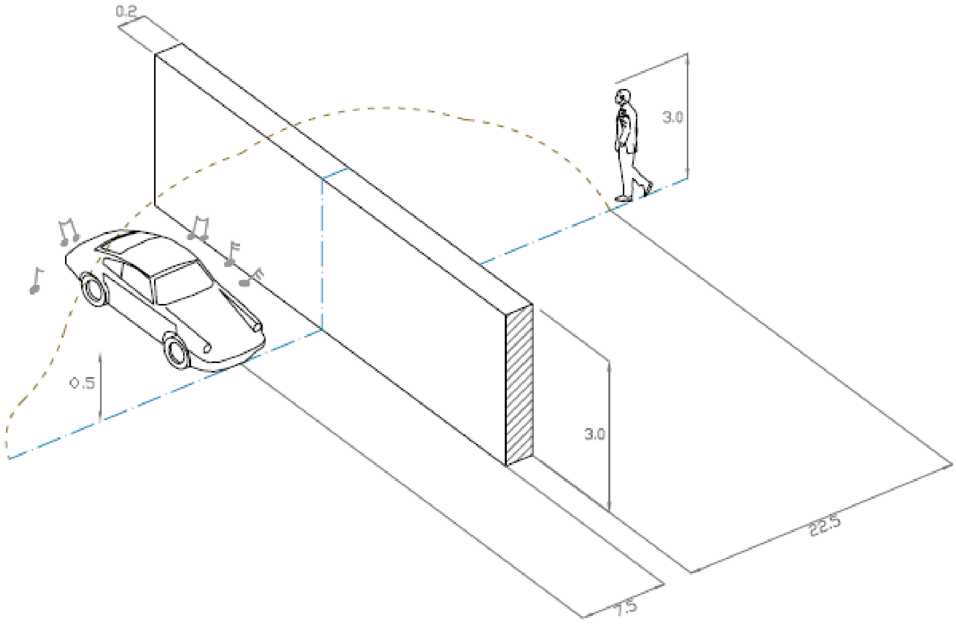


Figura 5.4

5.3.2 Resultados

Estos resultados se mostrarán en términos del IL, obtenido para todo un espectro de frecuencias comprendido entre 0 y 2000 Hz. En primer lugar, se muestra la gráfica obtenida para 2D comparada con la del artículo (también para 2D), extraída del capítulo 4:

(Nota: todas las gráficas mostradas a continuación y hasta que se indique lo contrario muestran el IL cambiado de signo, por conveniencia con las gráficas mostradas por el artículo de ***Muradali*** *y* ***Fyfe****)*

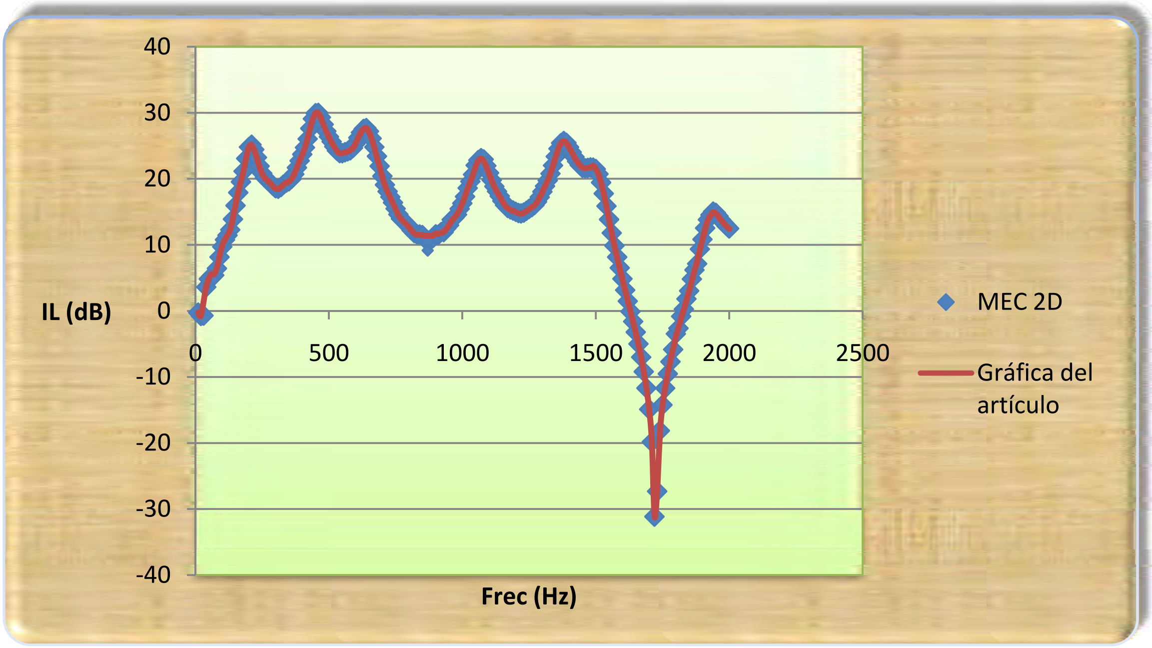


Figura 5.5 IL a lo largo del espectro de frecuencias obtenido por Ruido2D Vs. Muradali & Fyfe

El resultado en 2D se corresponde con el ofrecido por el artículo, lo que implica que a partir de ahora podrá utilizarse para los estudios pertinentes el resultado obtenido por el Ruido2D. Ya a continuación se compara el resultado en 2D con los obtenidos para 3D:

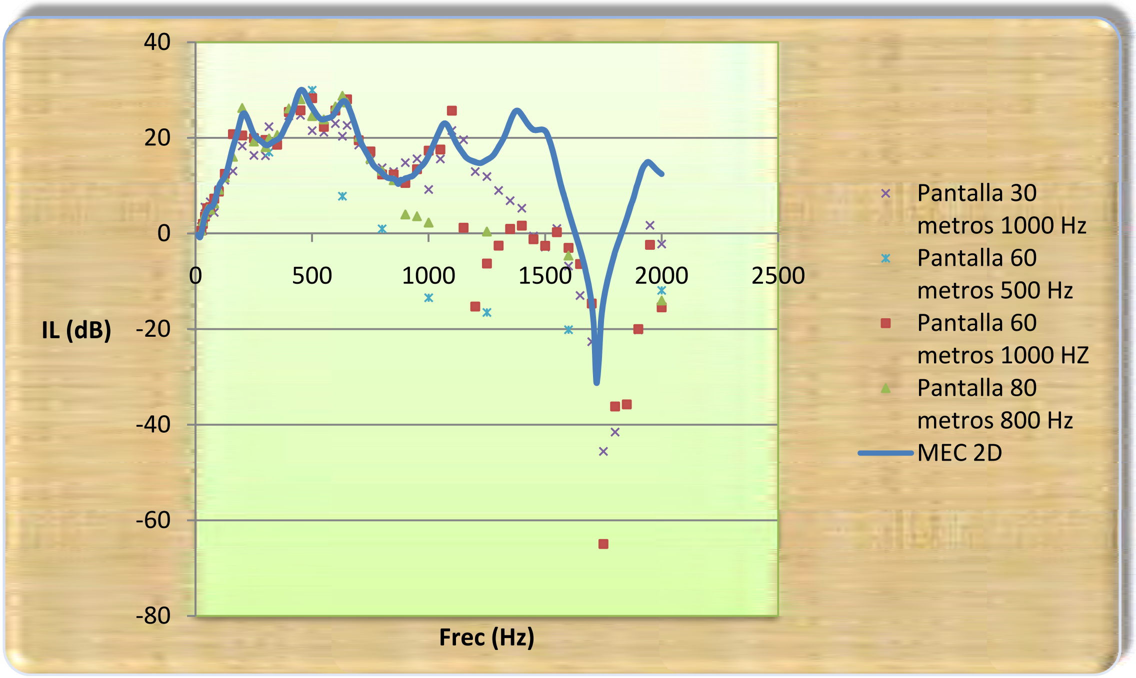


Figura 5.6 IL para todo el espectro de frecuencias obtenido para diferentes largos de pantallas (3D) discretizadas de forma diferente

Discretización	Tamaño de elemento (m)
500 Hz Landa medio	0.7
800 Hz Landa medio	0.22
1000 Hz Landa medio	0.17

En esta primera gráfica aproximativa, donde se mezclan tamaños de pantalla con diferentes criterios de discretización, se observa como alguna pantalla se aproxima a la gráfica ideal 2D más que otra. Para establecer con más detalle si el error está más relacionado con el tamaño de pantalla o con el tamaño del elemento de discretización, será preciso repetir este ensayo pero de un modo más ordenado. A continuación, se muestra el mismo estudio pero esta vez manteniendo un tamaño de pantalla fijo (60 metros) para diferentes discretizaciones (500, 800 y 1000 Hz con $\lambda/2$). De este modo:

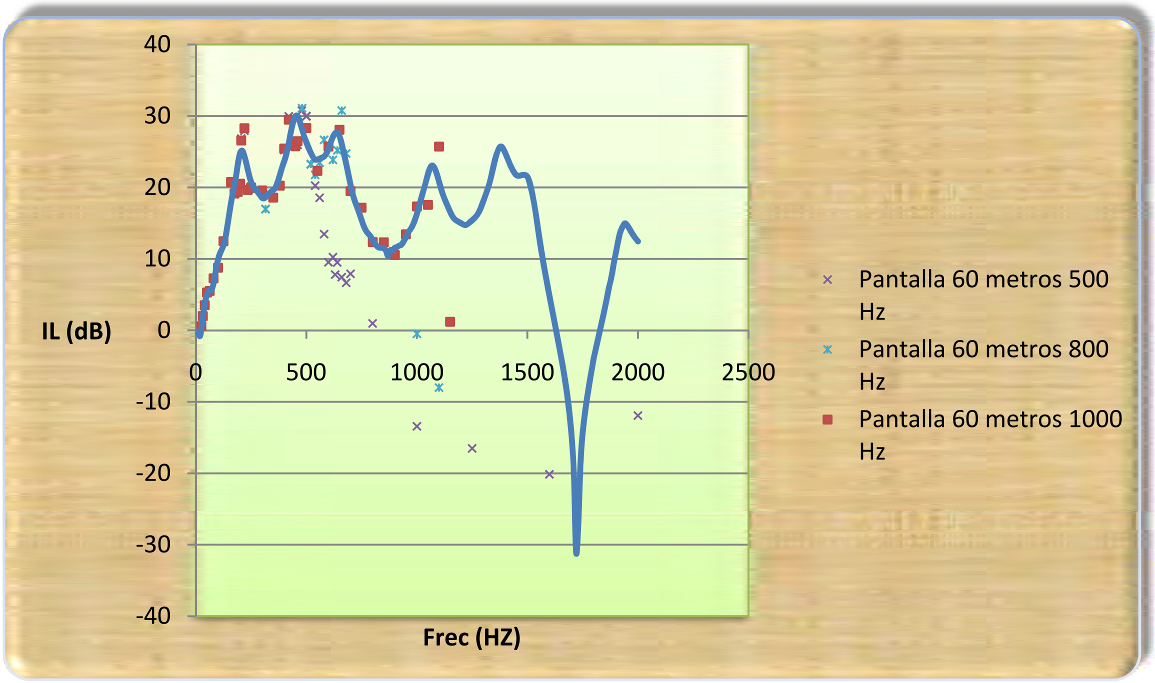


Figura 5.7 IL para un espectro de frecuencias obtenido para una pantalla tridimensional de 60 metros para tres discretizaciones diferentes comparada con el homólogo bidimensional

En esta gráfica, se comprueba que el resultado obtenido en 3D es aproximadamente fiel a la gráfica en 2D hasta que llega a la frecuencia para la que ha sido discretizada. Así, por ejemplo, la discretización correspondiente a 1000 Hz sigue a la gráfica 2D hasta una frecuencia un poco mayor de 1000 Hz. Esto permite concluir que existe fiabilidad en los resultados si estos corresponden a frecuencias por debajo de la frecuencia para la que ha sido discretizada la pantalla, bastando para ello una relación longitud de onda-tamaño de elemento de $\lambda/2$.

A continuación, se hace lo mismo pero esta vez manteniendo fija la frecuencia para la que se discretiza y variando el tamaño de pantalla:

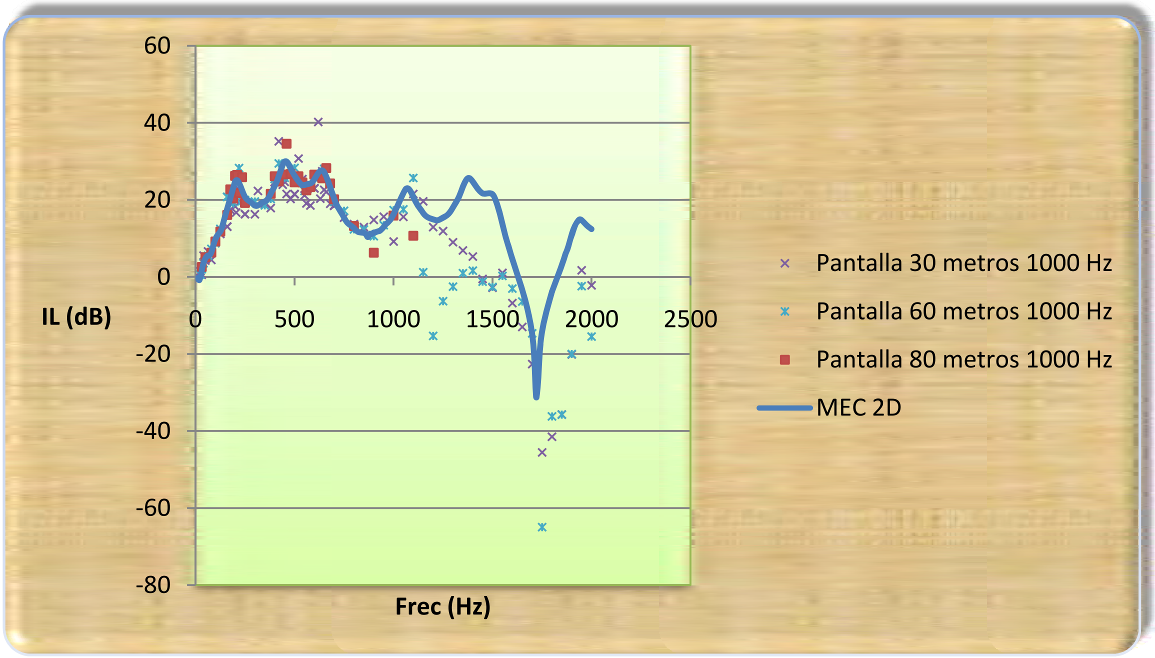


Figura 5.8 IL para un espectro de frecuencias obtenido para diferentes largos de pantalla discretizados del mismo modo

Por debajo de la frecuencia máxima para la que ha sido discretizada la pantalla (1000 Hz), se observa cómo los resultados correspondientes a la pantalla más larga (80 metros) son más fieles a la pantalla de 2D. Ello no significa que con las pantallas menores se esté cometiendo un error mayor, es simplemente un efecto del carácter tridimensional: mientras más larga sea la pantalla, más se aproximará a la hipótesis de pantalla infinita utilizada en el caso bidimensional. Sin embargo, se observa que a partir de 1000 Hz, son las pantallas más pequeñas las que más se aproximan, aunque lejanamente, a la gráfica bidimensional. Ello obedece probablemente a que, habiendo sido discretizadas utilizando 1000 Hz $\lambda/2$, mientras más grande es la pantalla, más variables se ponen en juego y, por tanto, más ecuaciones e integrales se ven implicadas en el cálculo, con más aproximaciones a su vez, lo que eleva la probabilidad de error.

5.4 Efecto tridimensional

Después de este estudio previo, que ha permitido concluir que se pueden obtener con seguridad resultados fiables siempre que la frecuencia estudiada esté por debajo de la utilizada como referencia para calcular el tamaño de elemento considerando como mínimo una relación $\lambda/2$, a continuación se procede a mostrar la influencia del efecto tridimensional.

5.4.1 Descripción del problema

En este caso se dispondrá una pantalla plana de 3 metros de altura y diferentes longitudes (30, 80 y 160 metros). El emisor se situará a 7.5 metros de la pantalla y 0.5 metros de altura. El receptor estará a 1.5 metros de altura, y su posición variará a lo largo de los puntos que siguen una línea perpendicular a la pantalla que va desde -50 a 50 metros, suponiendo la pantalla en el origen, todo tal y como se indica en la figura:

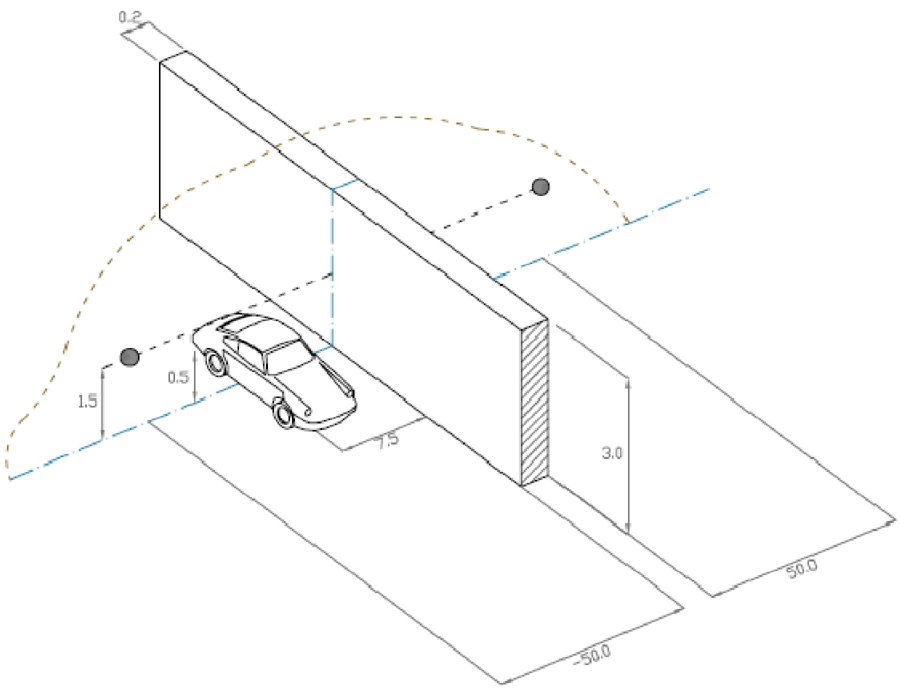


Figura 5.9

El estudio, por tanto, consistirá en obtener el IL (dB) para una frecuencia fija (250 Hz) a lo largo de los puntos que van perpendicularmente a la pantalla desde -50 a 50 metros.

5.4.2 Resultados

Se procede aquí al estudio de la influencia del efecto tridimensional. No será preciso recurrir a partir de ahora al artículo de *Muradali y Fyfe,* pues se ha demostrado ya que los resultados propios obtenidos con los programas Ruido2D y Ruido3D son fiables. Para ello será preciso comparar el resultado obtenido para una pantalla bidimensional con los resultados correspondientes a pantallas tridimensionales de diferentes tamaños, observando la relación que existe entre los resultados y el tamaño de pantalla.

El problema a estudiar es exactamente similar al último planteado, lo único que variará esta vez será el tamaño de la pantalla.

La gráfica mostrada a continuación contiene los resultados de IL a 250 Hz para una línea de puntos perpendicular a la pantalla, para pantallas de diferente longitud comparadas con el caso bidimensional:

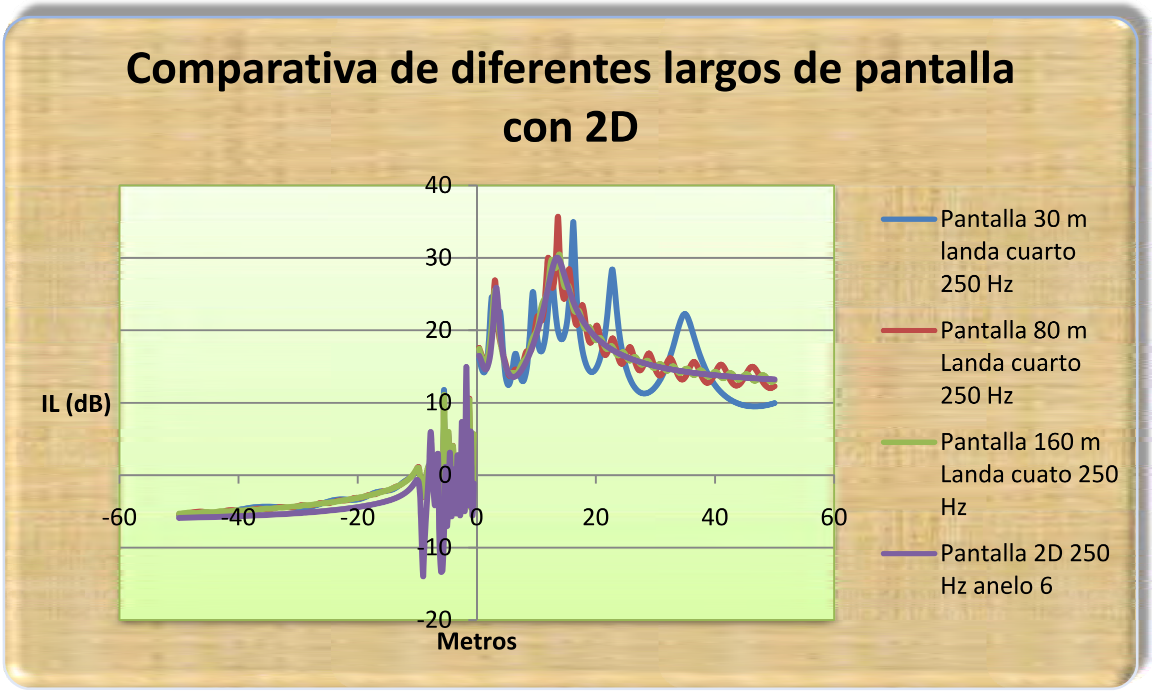


Figura 5.10 IL a 250 Hz para diferentes longitudes de pantalla para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0)

Discretización	Tamaño de elemento (m)
250 Hz Landa cuarto	0.343
250 Hz Anelo 6 (= Landa sexto)	0.23

En esta primera gráfica se observa por fin el fenómeno tridimensional a través de las oscilaciones del IL, con una amplitud tanto mayor cuanto menor sea la longitud de pantalla. Esto es lógico, pues a mayor longitud de pantalla, más se aproxima a la hipótesis bidimensional de pantalla infinita.

A continuación, se muestra cada una de las longitudes de pantalla comparadas por separado con la gráfica 2D:

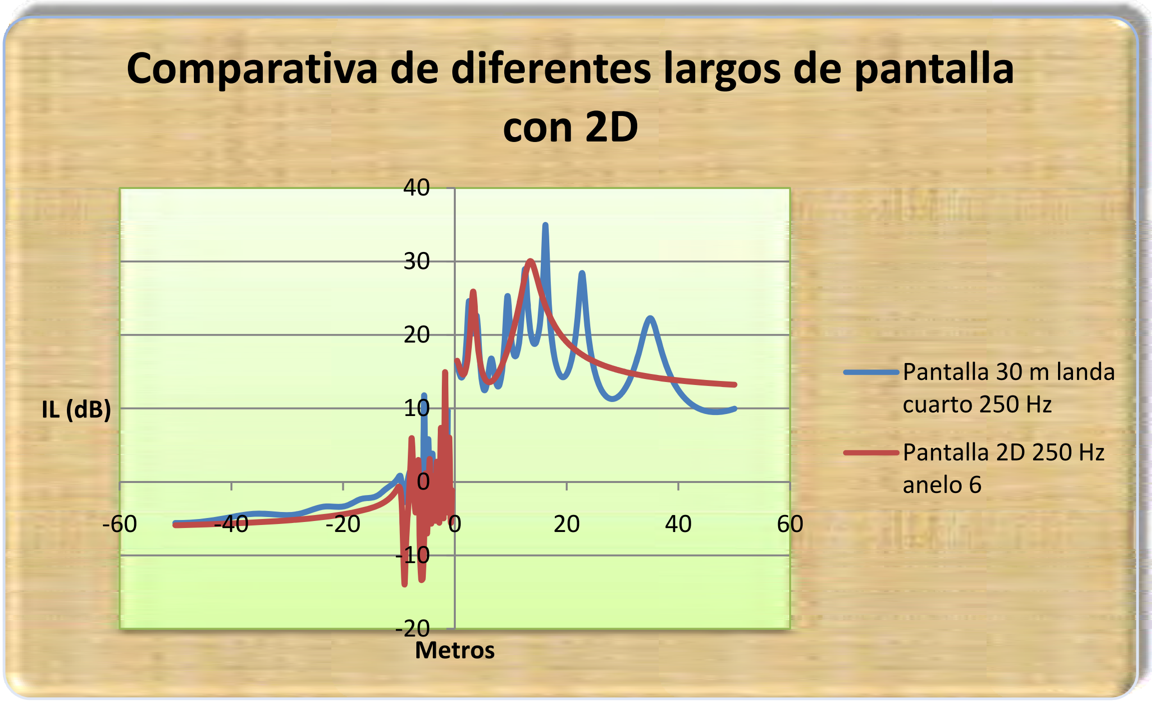


Figura 5.11 IL a 250 Hz para una pantalla de 30 m para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0) Vs. pantalla bidimensional

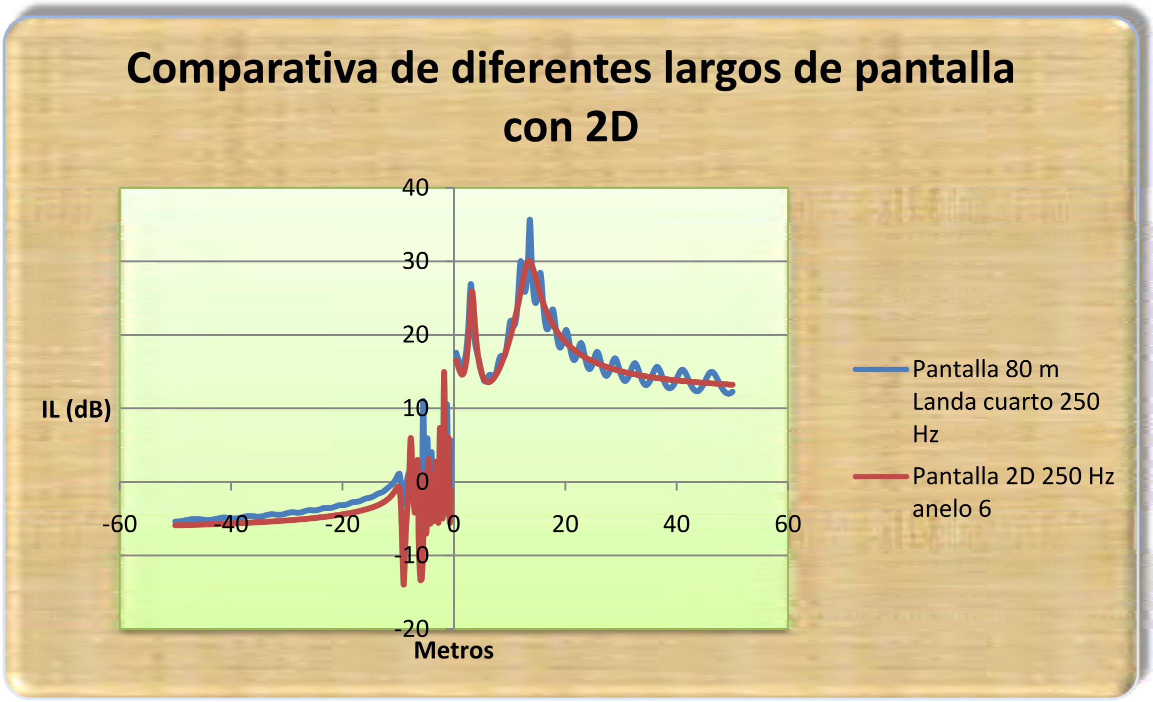


Figura 5.12 IL a 250 Hz para una pantalla de 80 m para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0) Vs. pantalla bidimensional

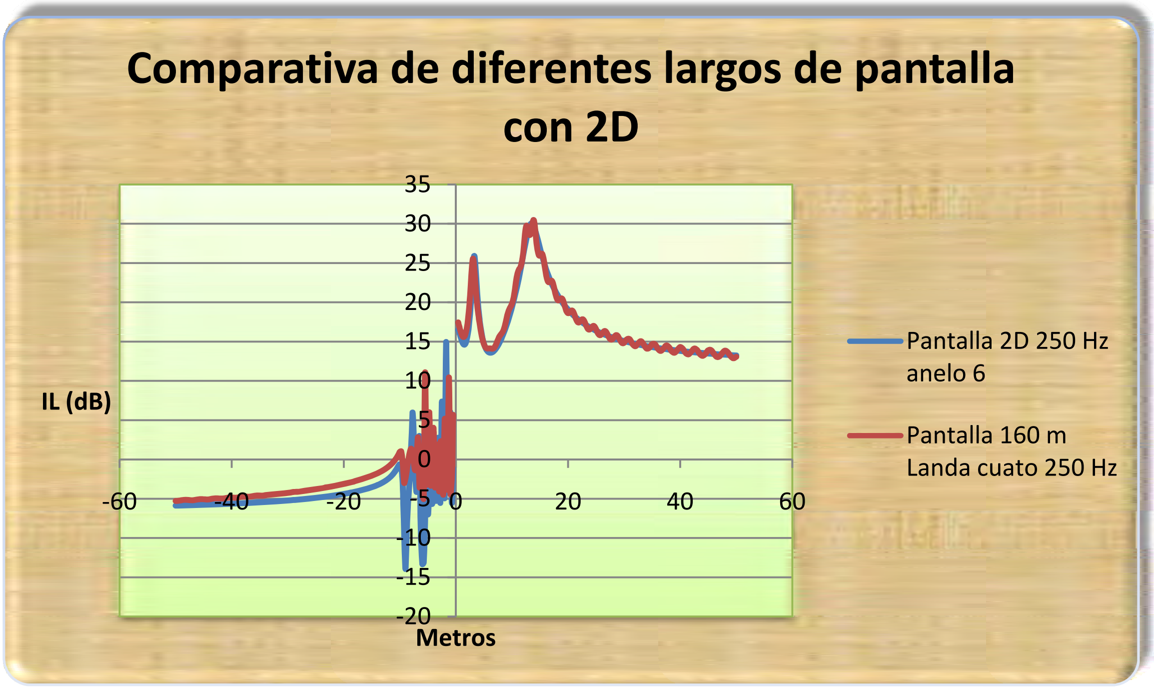


Figura 5.13 IL a 250 Hz para una pantalla de 30 m para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0) Vs. pantalla bidimensional

Estas gráficas permiten empezar a barajar la idea de que para pantallas largas (> 80-100 metros) se pueden obtener resultados satisfactorios aproximándolas mediante un modelo bidimensional, lo que implica un notable ahorro computacional y por tanto de tiempo.

A continuación se muestran los resultados para el mismo problema, pero esta vez situando los receptores y emisor a ras de suelo, lo que suaviza las curvas eliminando los picos, facilitando así el estudio de las gráficas:

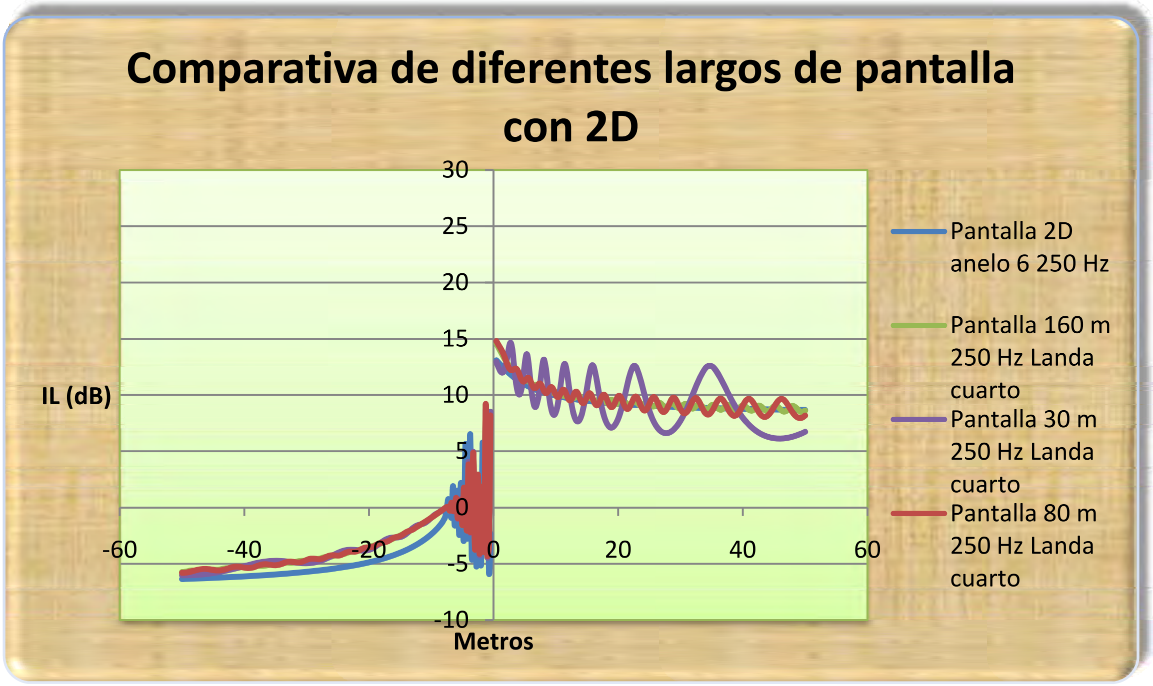


Figura 5.14 IL a 250 Hz para diferentes longitudes de pantalla para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0)

Y ahora cada pantalla por separado:

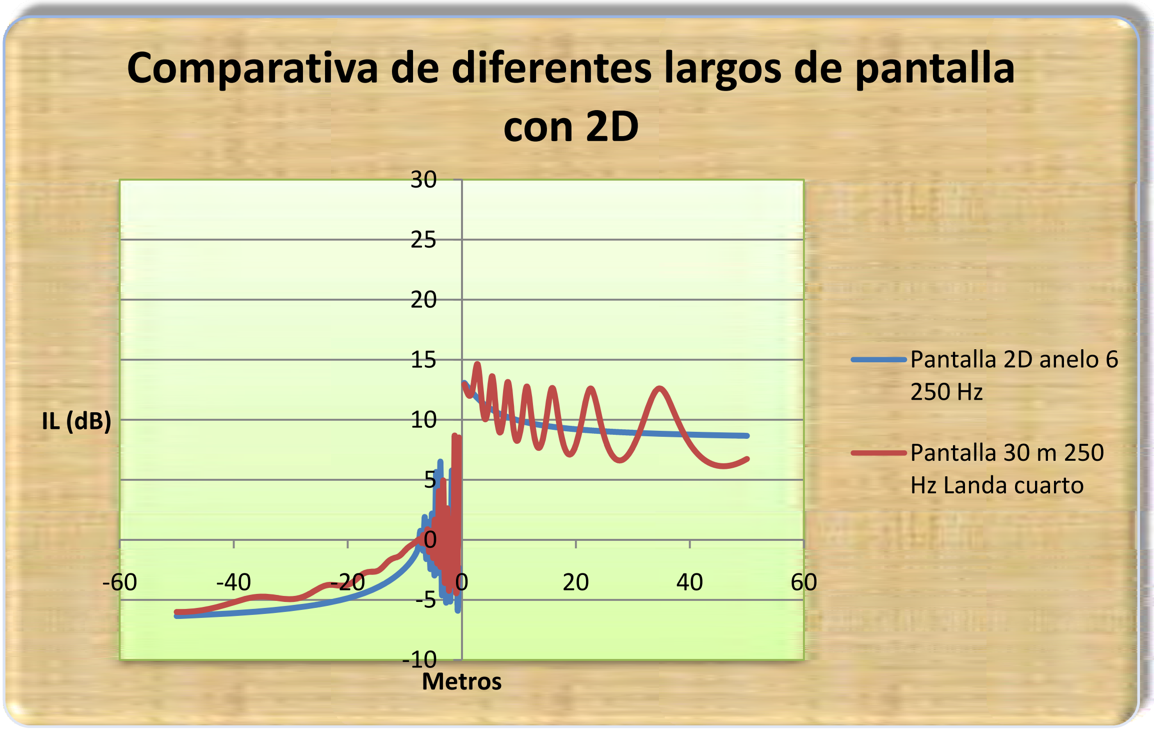


Figura 5.15 IL a 250 Hz para pantalla de 30 metros para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0)

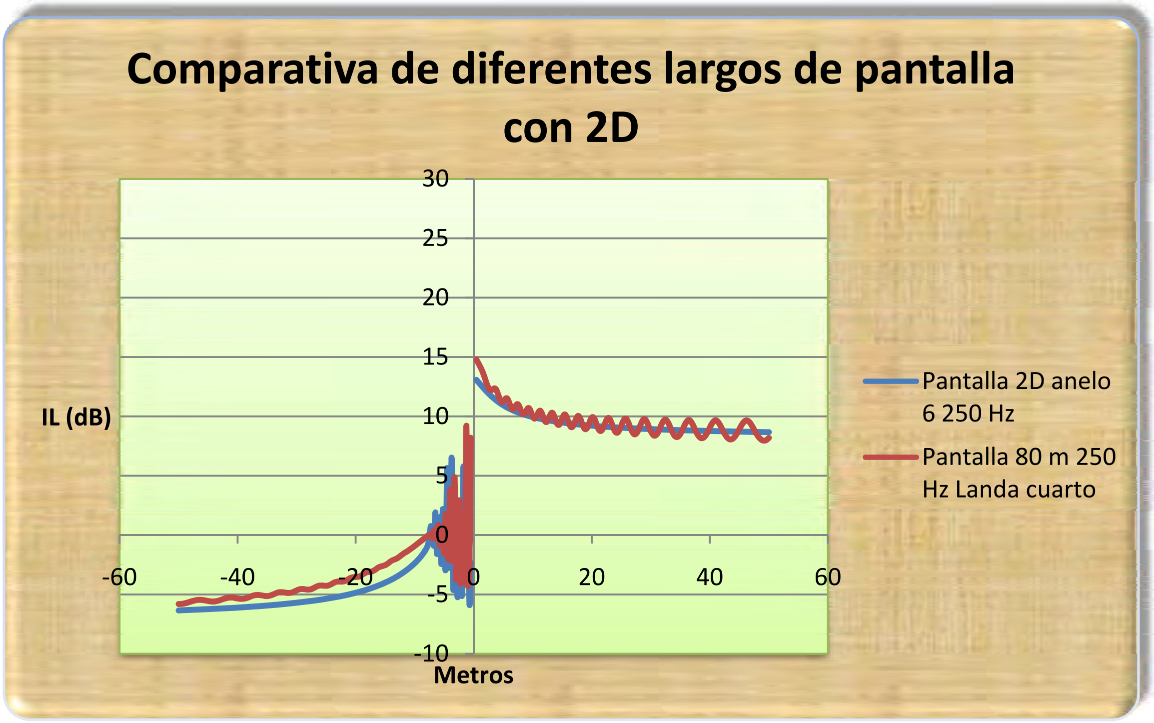


Figura 5.16 IL a 250 Hz para pantalla de 30 metros para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0)

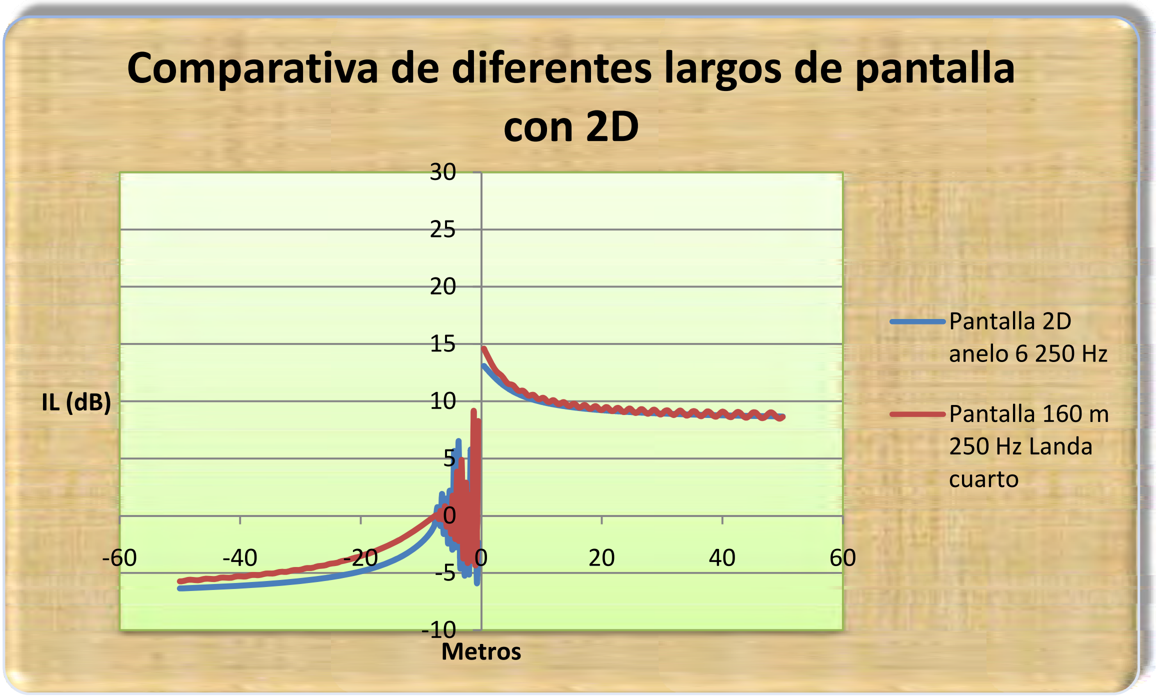


Figura 5.17 IL a 250 Hz para pantalla de 160 metros para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0)

En este caso se vuelve a repetir el fenómeno, aunque se puede observar que la amplitud va aumentando conforme el receptor se aleja de la barrera.

Mientras se realizaban estos experimentos, accidentalmente se comprobó un efecto curioso, el cual se puede observar en la siguiente gráfica, fruto de hallar el IL del mismo modo que en los casos anteriores, pero a diferentes cotas del receptor:

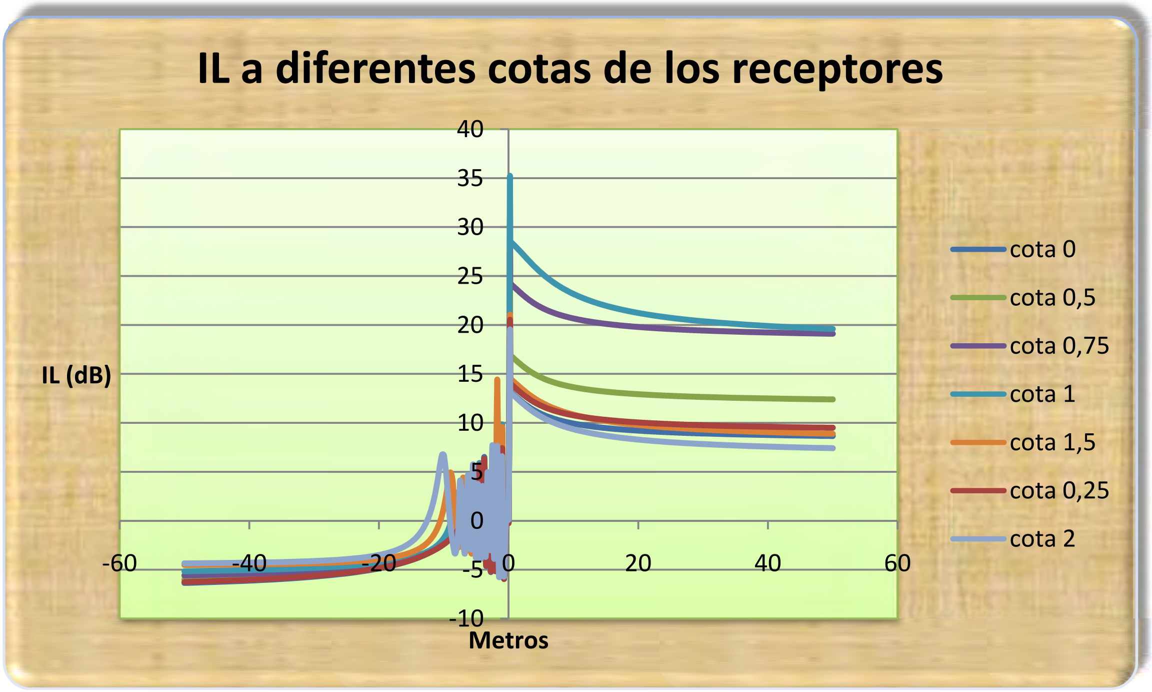


Figura 5.18 IL a 250 Hz para pantalla bidimensional para las diferentes posiciones del receptor a lo largo de una línea recta perpendicular a la pantalla (pantalla en x=0, emisor y receptor a diferentes cotas)

Esta gráfica se ha obtenido para una pantalla bidimensional en las mismas condiciones que las utilizadas hasta ahora, pero para diferentes receptores colocados a diferentes cotas. Se puede observar un efecto curioso: para la cota 0, el IL adopta un valor que va aumentando con la cota, hasta alcanzar la cota 1, a partir de la cual comienza a disminuir otra vez. Ello encuentra su explicación en el hecho de que el IL no sólo oscila de forma ondular a lo largo de la horizontal, sino también de la vertical. Dependiendo de la frecuencia, la longitud de onda será mayor o menor. Por tanto, dependiendo de la cota a la que se halle el receptor, se obtendrá un IL mayor o menor, dependiendo también de la amplitud de la onda. Esto se puede comprobar en la siguiente gráfica:

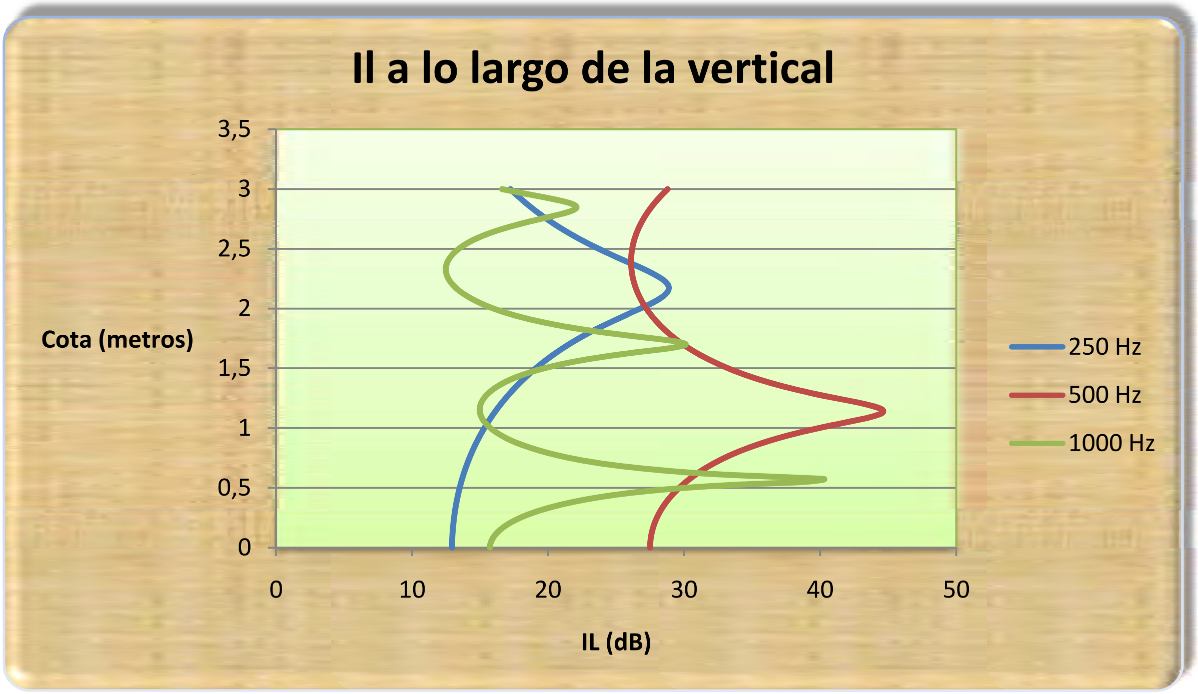


Figura 5.19 IL para diferentes frecuencias colocando el receptor en diferentes posiciones a lo largo de una línea vertical

Cada curva en esta gráfica muestra el IL para una frecuencia determinada, calculado a diferentes cotas, en un punto situado a 20 metros de distancia horizontal de la pantalla. Se puede observar, por tanto, que en una misma línea vertical, el IL varía dependiendo de la cota en la que se halle el receptor. Por tanto, es normal que el IL vaya aumentando con la cota hasta un máximo a partir del cual comienza a disminuir.

Hasta aquí se ha realizado una introducción a la influencia del efecto tridimensional. Se ha podido observar cómo la introducción de una nueva dimensión, así como la reducción del emisor y receptor de una línea a un punto, conlleva un comportamiento oscilatorio de la curva 3D con respecto a 2D. Esto se hace más acusado cuanto más corta es la pantalla. En cambio, pantallas largas parecen aproximarse al caso bidimensional, lo que arrojaría la posibilidad de no tener que recurrir al costoso análisis tridimensional cuando se trate de pantallas largas.

Sin embargo, no se ha analizado todo el fenómeno en su amplitud. Merece atención la influencia que pueda tener la frecuencia sobre esta tendencia oscilatoria, por lo que a continuación se realiza un estudio similar a los anteriores (hallar IL a lo largo de una línea de receptores para una frecuencia fija) para diferentes frecuencias.

5.4.3 Descripción del problema

Se situará una pantalla, con un receptor a 7.5 metros de la pantalla y 0.5 metros de altura, y se calculará el IL a lo largo de una línea de receptores en el lado opuesto de la pantalla, perpendicular a la misma, que va desde 5 metros a 60 metros de distancia de ésta, tal y como se observa en la figura:

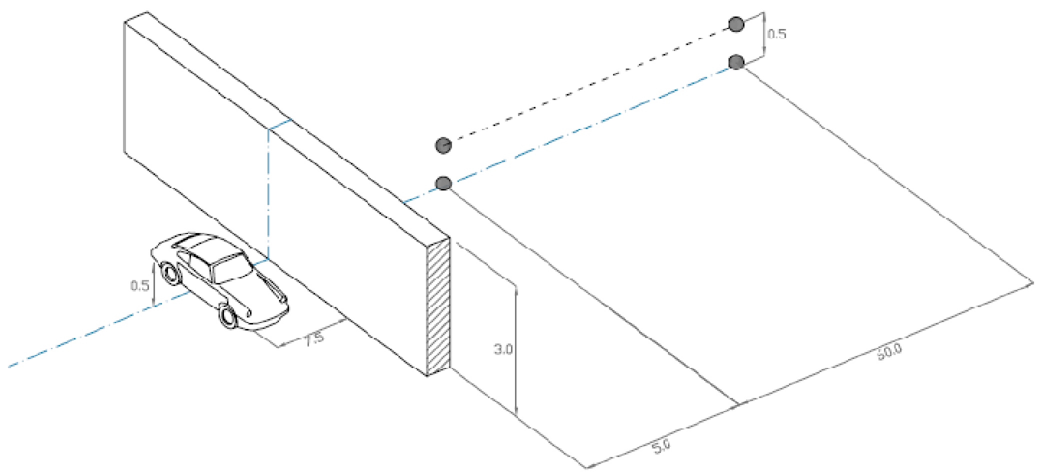


Figura 5.20

Se calcula y compara el IL para cuatro pantallas de 30, 60, 80 y 160 metros, repitiéndose el mismo procedimiento para las frecuencias de 100, 250, 400 y 800 Hz. Las pantallas tridimensionales se discretizan para la frecuencia mayor (800 Hz $\lambda/2$, 0.22 metros de tamaño de elemento). Los resultados obtenidos se comparan con su homólogo bidimensional. De este modo, para los receptores colocados a ras de suelo:

(Nota: a partir de ahora, el IL tiene el signo convenido en el anexo de variables utilizadas)

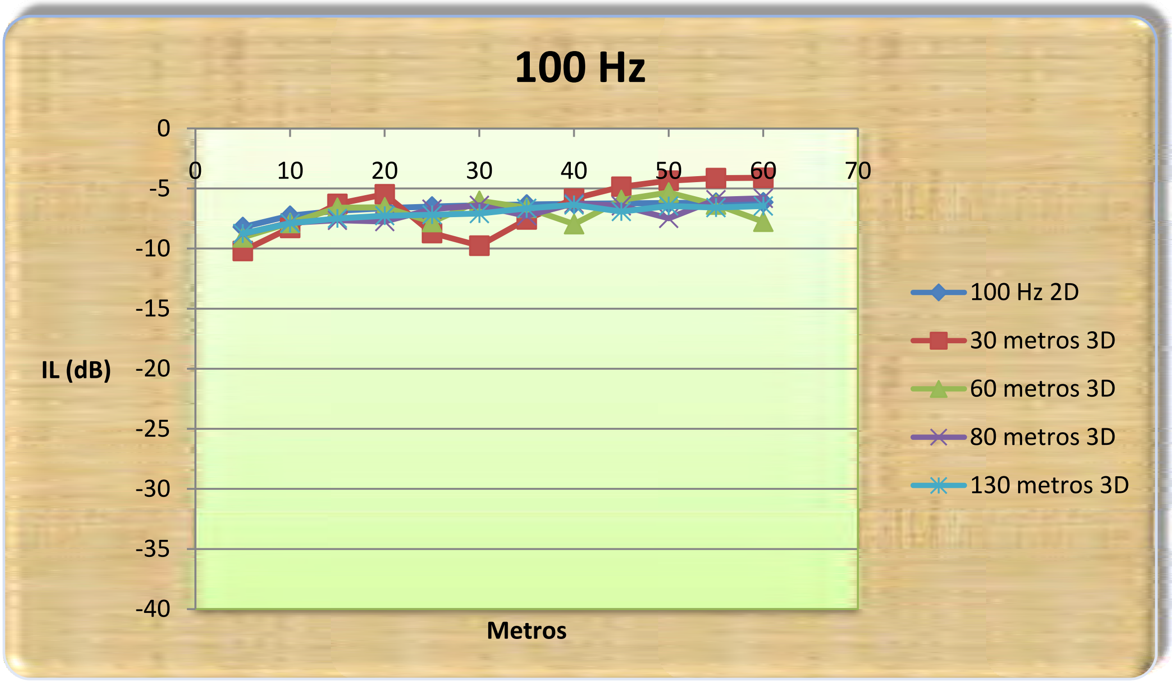


Figura 5.21 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0)

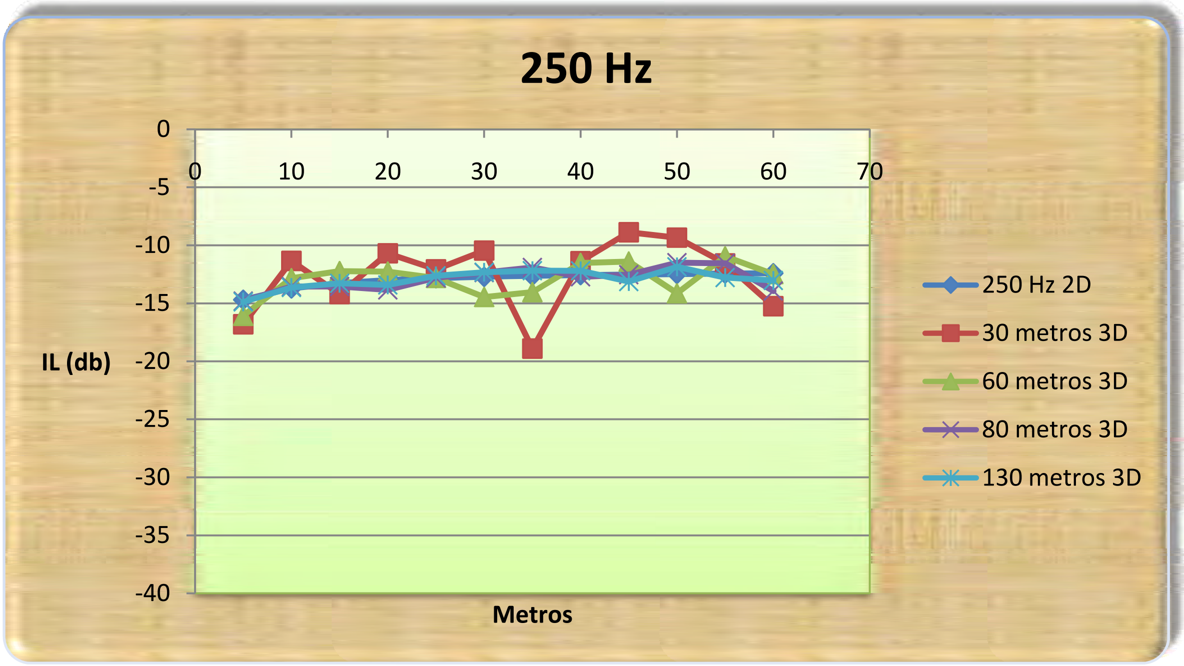


Figura 5.22 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0)

(Nota: se pone de manifiesto que en esta gráfica, aunque obtenida en condiciones muy similares a la figura 5.10, la magnitud de los valores obtenidos difieren de ella debido a que el emisor en el primer caso está a ras de suelo mientras que aquí está a 0.5 metros de altura)

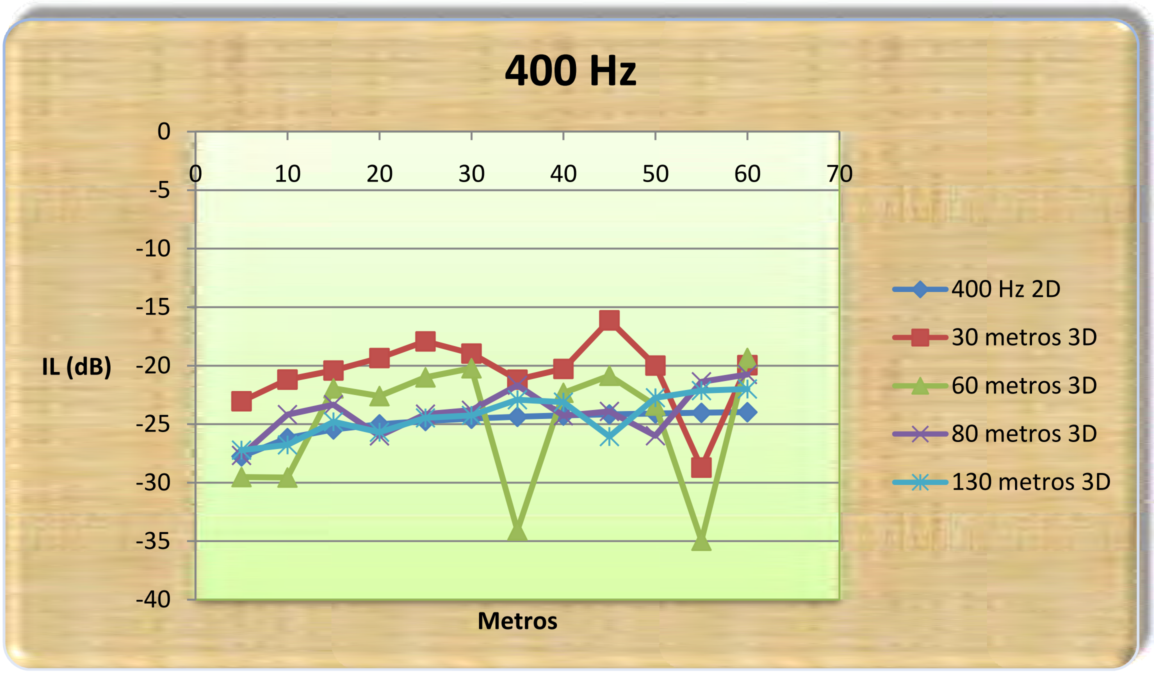


Figura 5.23 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0)

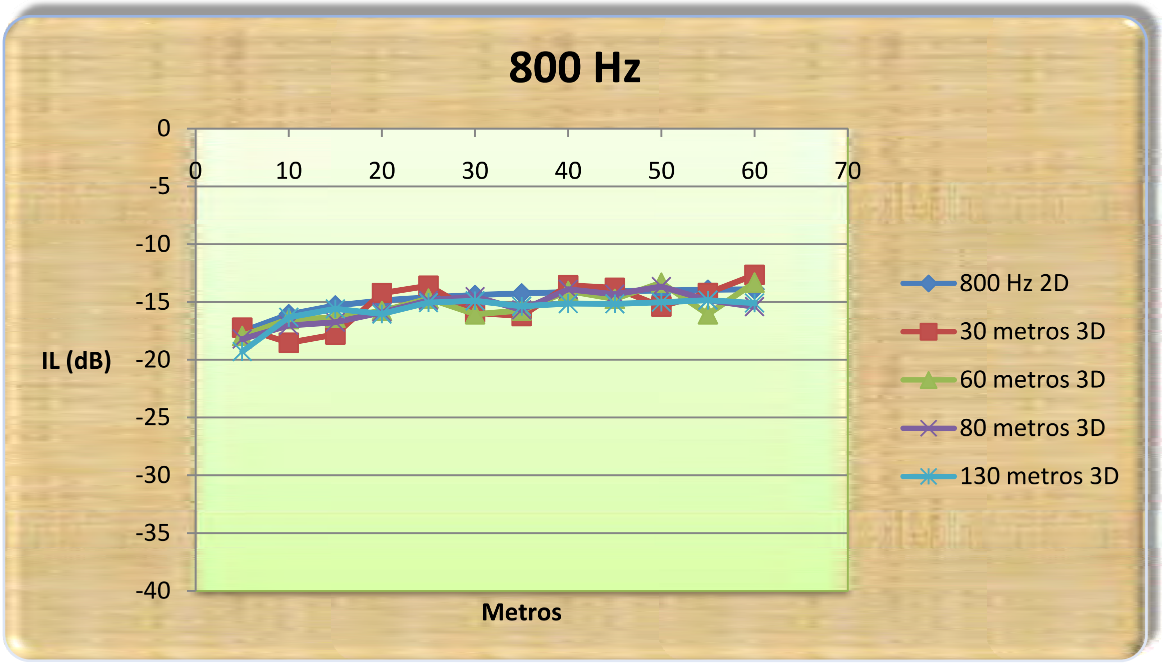


Figura 5.24 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0)

Se observa que la tendencia es a aumentar la oscilación conforme aumenta la frecuencia, hasta la frecuencia de 400 Hz, para luego volver a reducirse conforme aumenta la frecuencia, tendiendo asintóticamente al resultado obtenido para 2D. Este fenómeno es más acusado en las barreras de 30 y 60 metros, lo que permite intuir que las frecuencias para las que se produce la mayor oscilación se hallan cerca de la frecuencia de resonancia de estas pantallas.

A continuación se resuelve el mismo problema, pero esta vez colocando los receptores a 0.5 metros de altura, con lo que aparecerán picos que pueden complicar las curvas de las gráficas. De este modo:

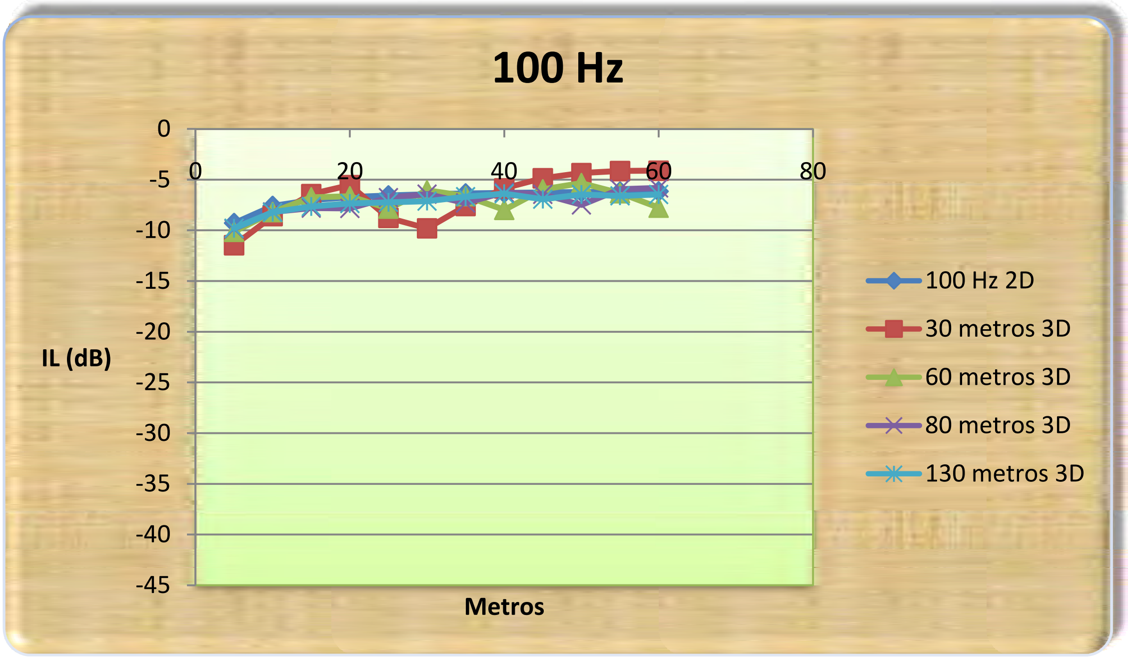


Figura 5.25 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5)

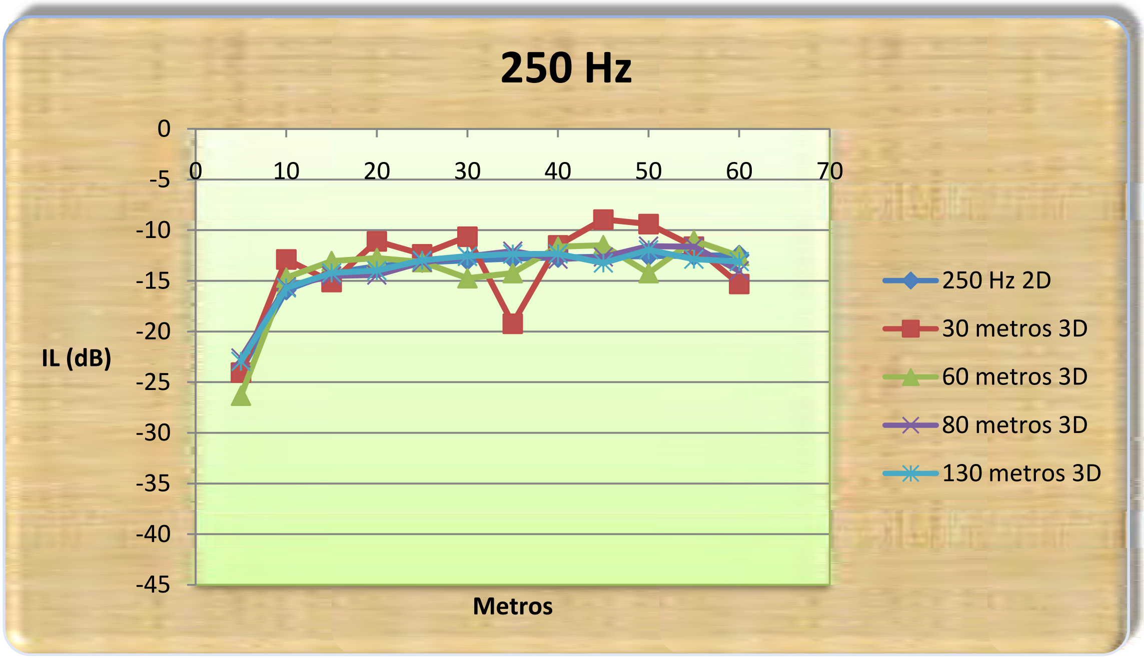


Figura 5.26 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5)

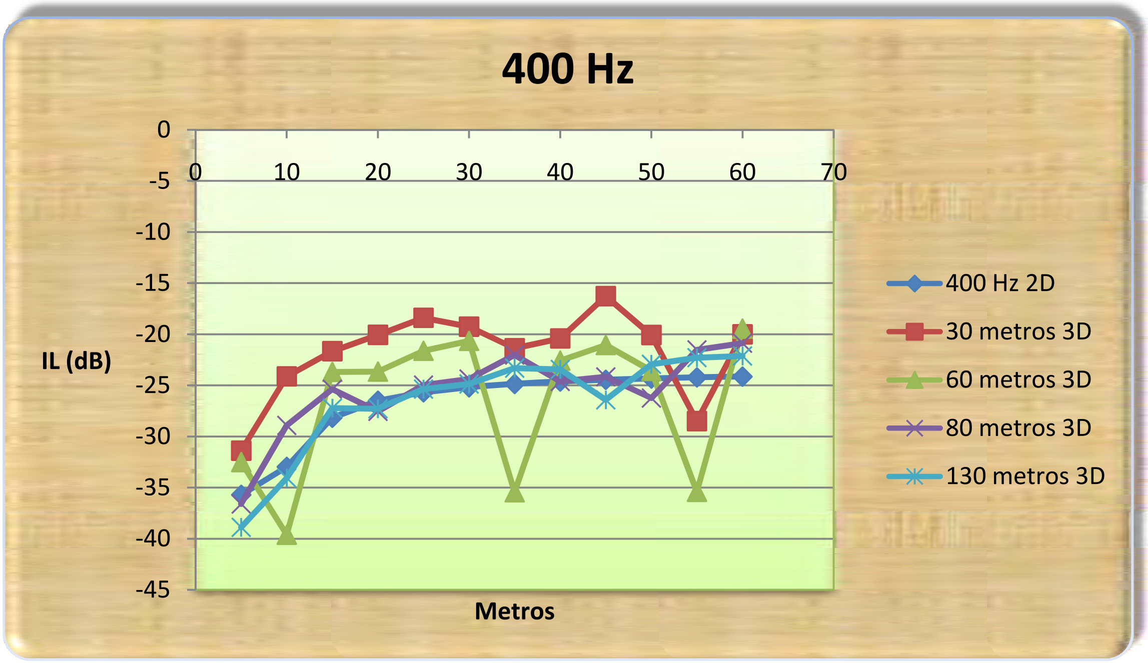


Figura 5.27 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5)

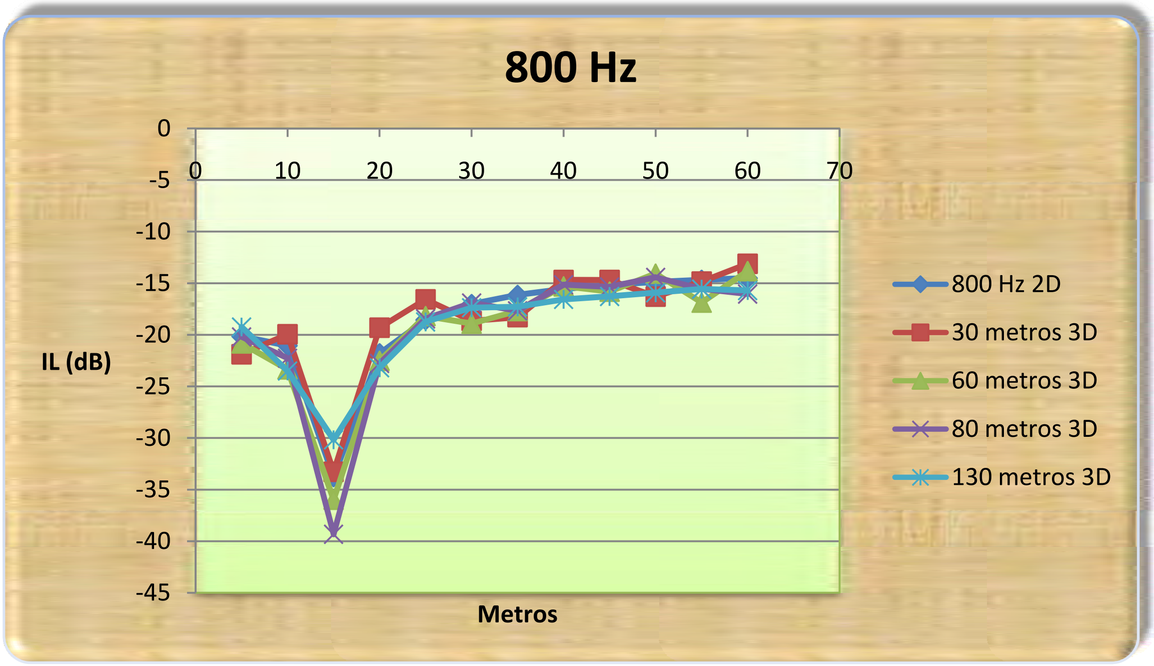


Figura 5.28 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5)

Aunque los picos aumentan, la tendencia asintótica al bidimensional conforme aumenta la frecuencia se mantiene, si bien la diferencia es algo mayor, lo que constituye una consideración a tener en cuenta si se sustituye el cálculo tridimensional por el bidimensional en frecuencias altas.

En conclusión, para longitudes de onda grandes (frecuencias pequeñas) se hace necesario el cálculo tridimensional, pues se acerca la longitud de onda al tamaño de la pantalla y se producen efectos de resonancia, efecto más acusado aún si además la pantalla es pequeña. Pero para frecuencias altas, y más aún si se trata de pantallas largas, la resolución del problema puede ser realizada por medio del cálculo bidimensional.

Ahora a continuación se analiza una nueva variable, que es el IL medio de una zona. Para ello, en la zona opuesta al emisor, se coloca una nube ordenada de receptores, divididos en tres zonas, tal y como muestra la figura:

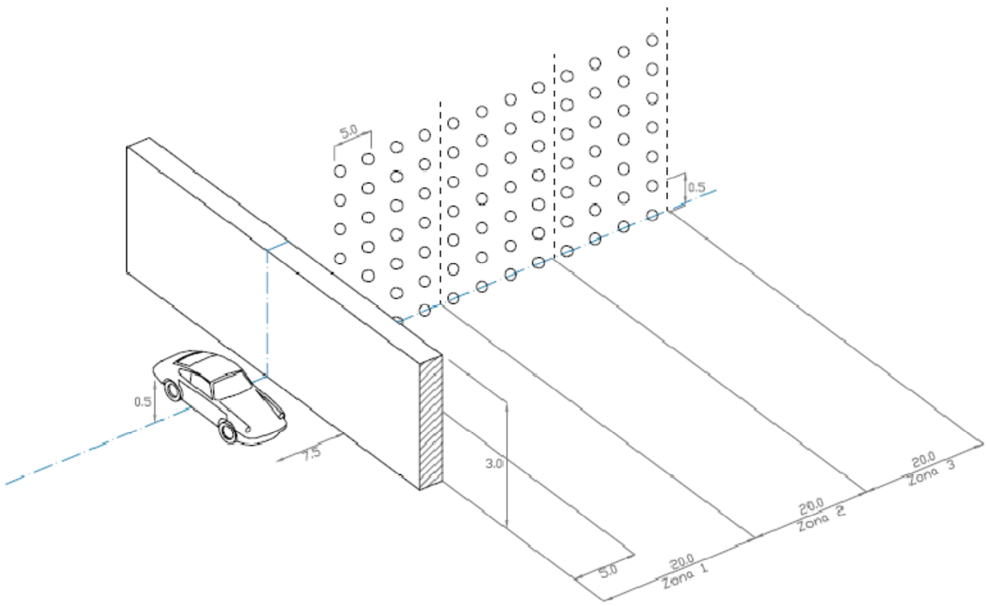


Figura 5.29

Se procede a calcular la media del IL de todos los receptores pertenecientes a cada zona, para cada una de las cuatro frecuencias analizadas hasta ahora (100, 250, 400 y 800 Hz). De este modo, se obtienen las siguientes gráficas:

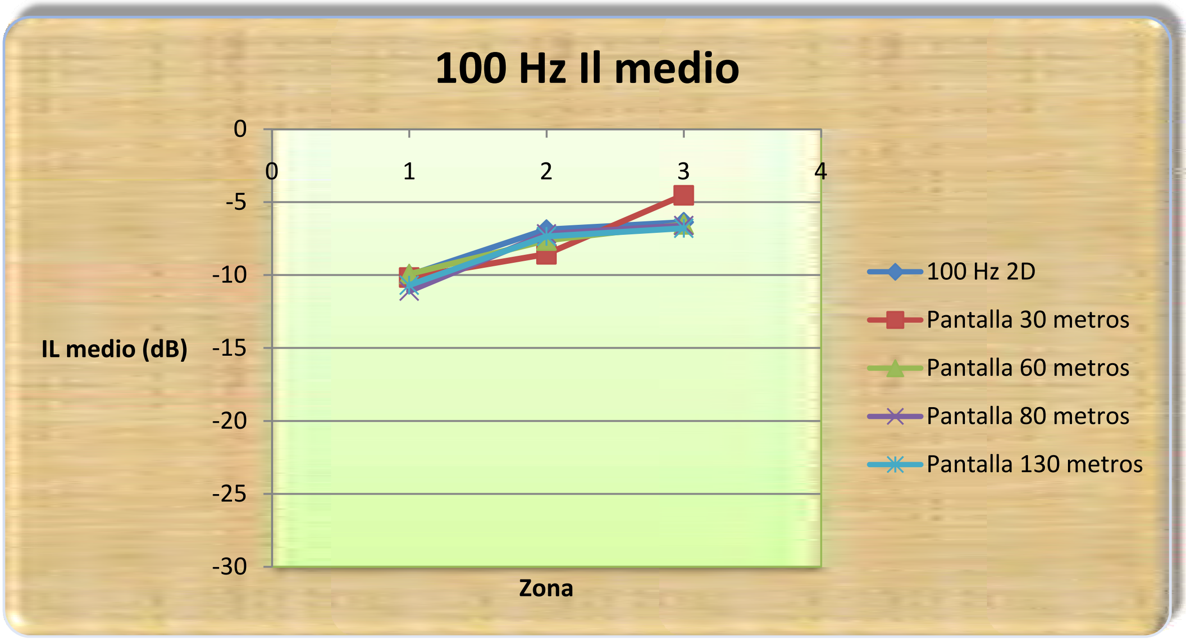


Figura 5.30 IL medio de los receptores situados en cada zona, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

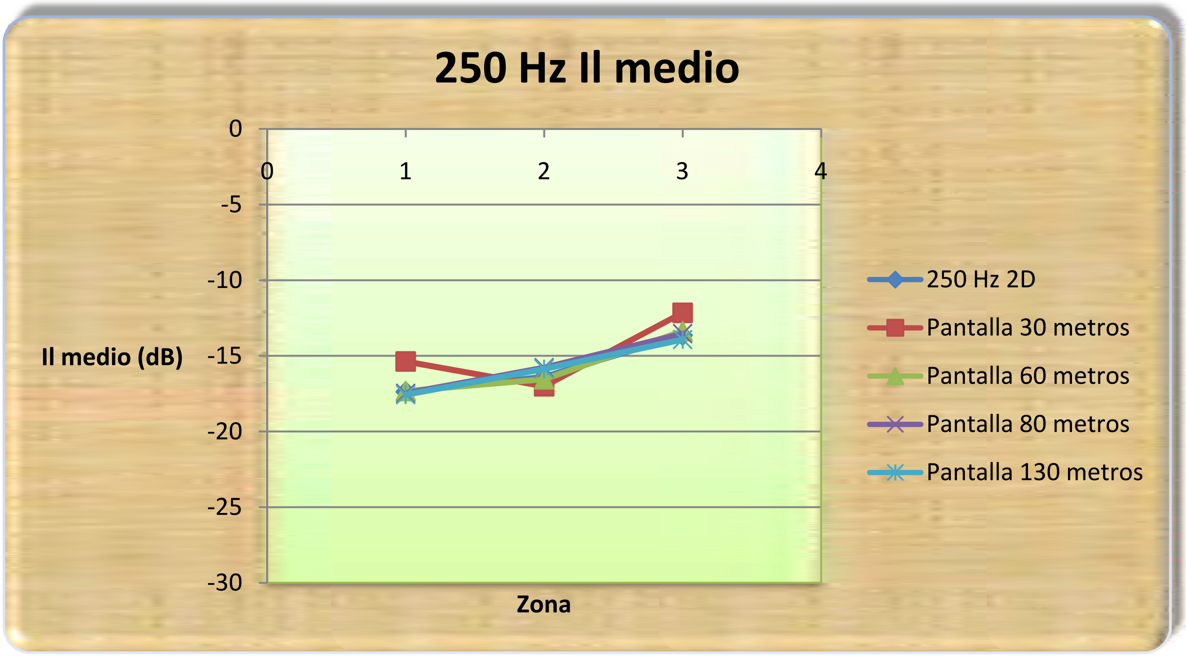


Figura 5.31 IL medio de los receptores situados en cada zona, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

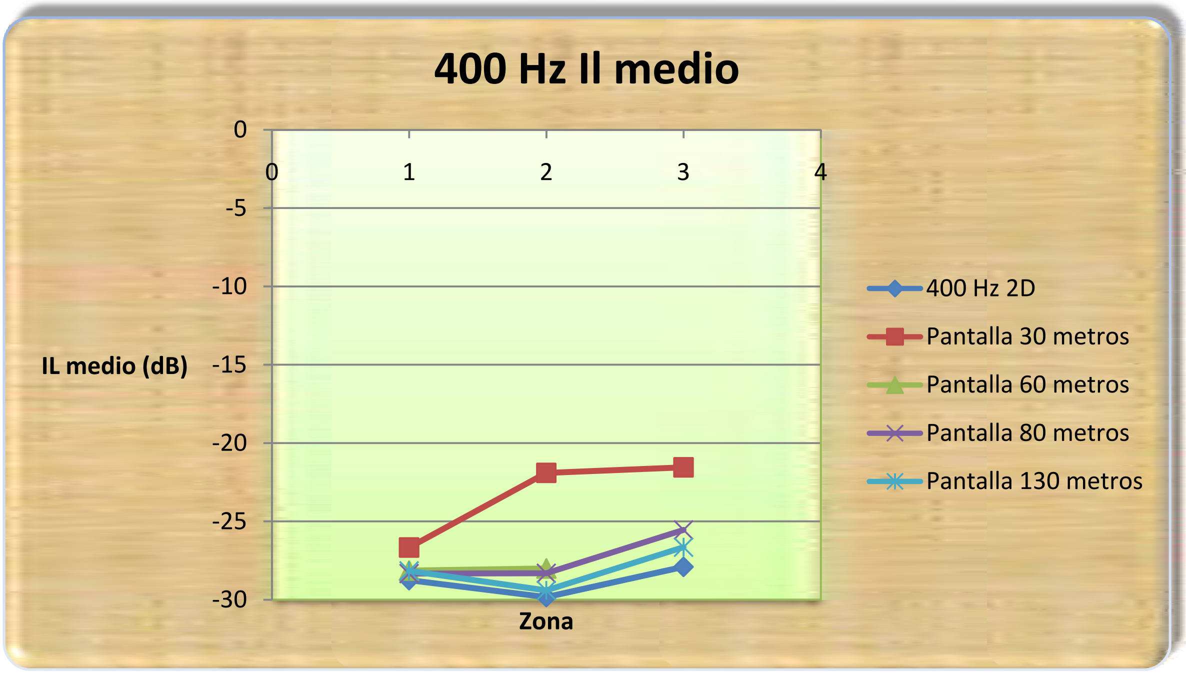


Figura 5.32 IL medio de los receptores situados en cada zona, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

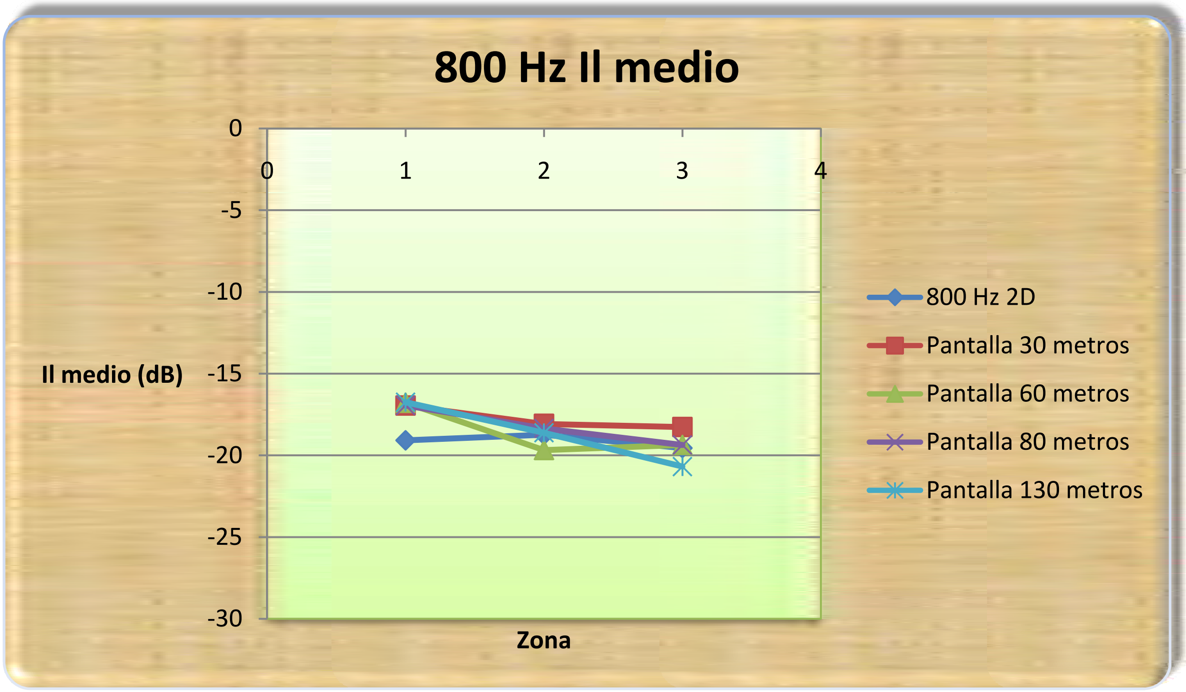


Figura 5.33 IL medio de los receptores situados en cada zona, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

A la luz de estas gráficas, se observa como en términos del IL medio, la diferencia entre el caso tridimensional y bidimensional disminuye. Además, la variable representada es una media de los IL de todos los puntos de cada zona para una frecuencia concreta, lo que permite una idea más general de la efectividad de la pantalla en toda la zona, y no en un punto concreto.

En próximo lugar, se muestra la diferencia en términos porcentuales de cada caso con respecto al caso bidimensional. De este modo:

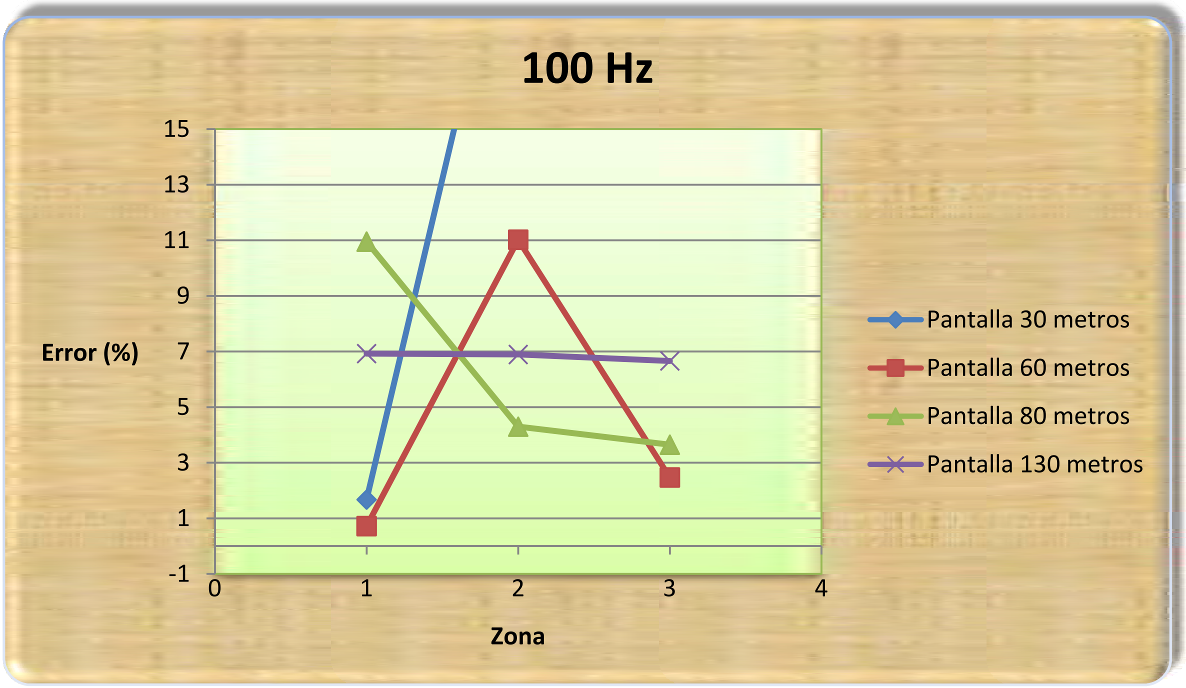


Figura 5.34 Desviación porcentual del IL obtenido para cada tamaño a la frecuencia indicada con respecto al caso bidimensional

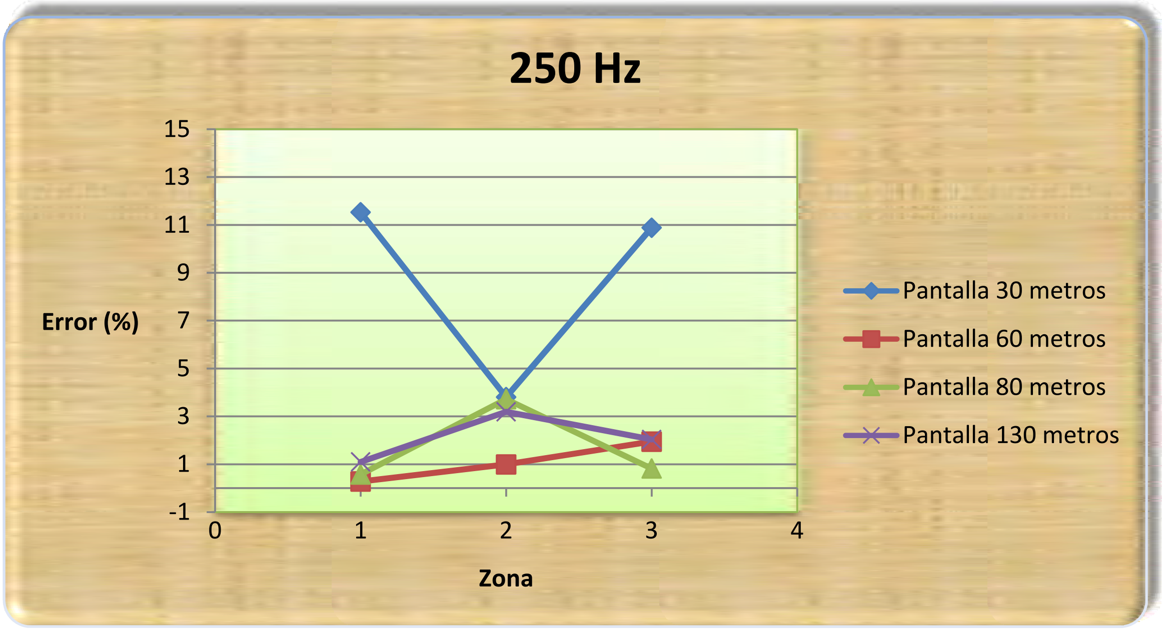


Figura 5.35 Desviación porcentual del IL obtenido para cada tamaño a la frecuencia indicada con respecto al caso bidimensional

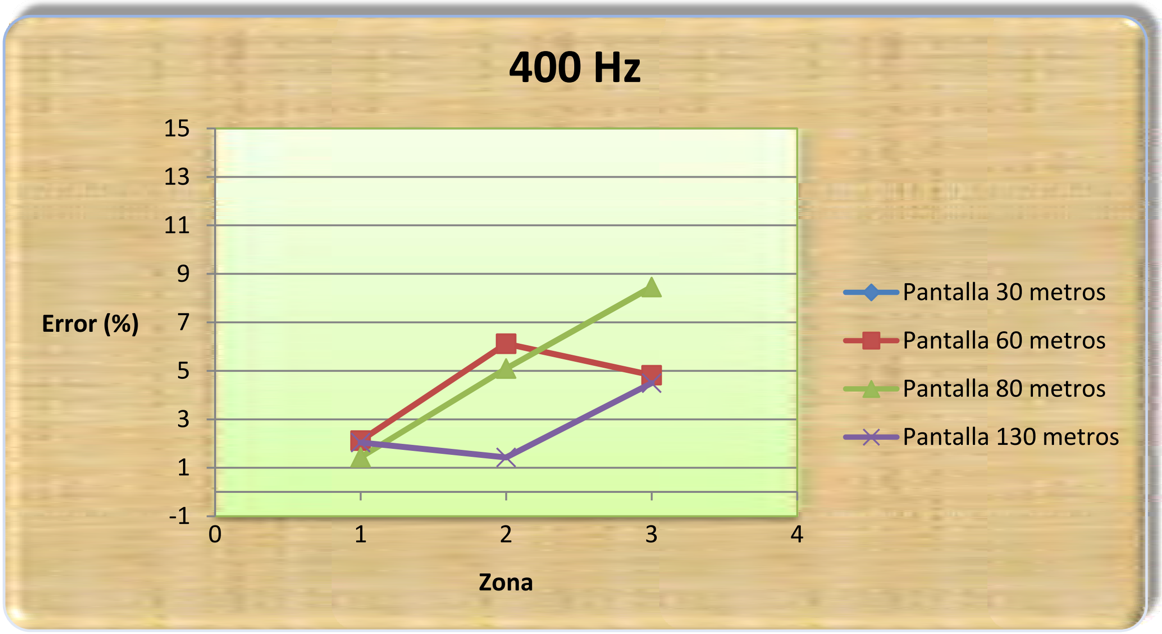


Figura 5.36 Desviación porcentual del IL obtenido para cada tamaño a la frecuencia indicada con respecto al caso bidimensional

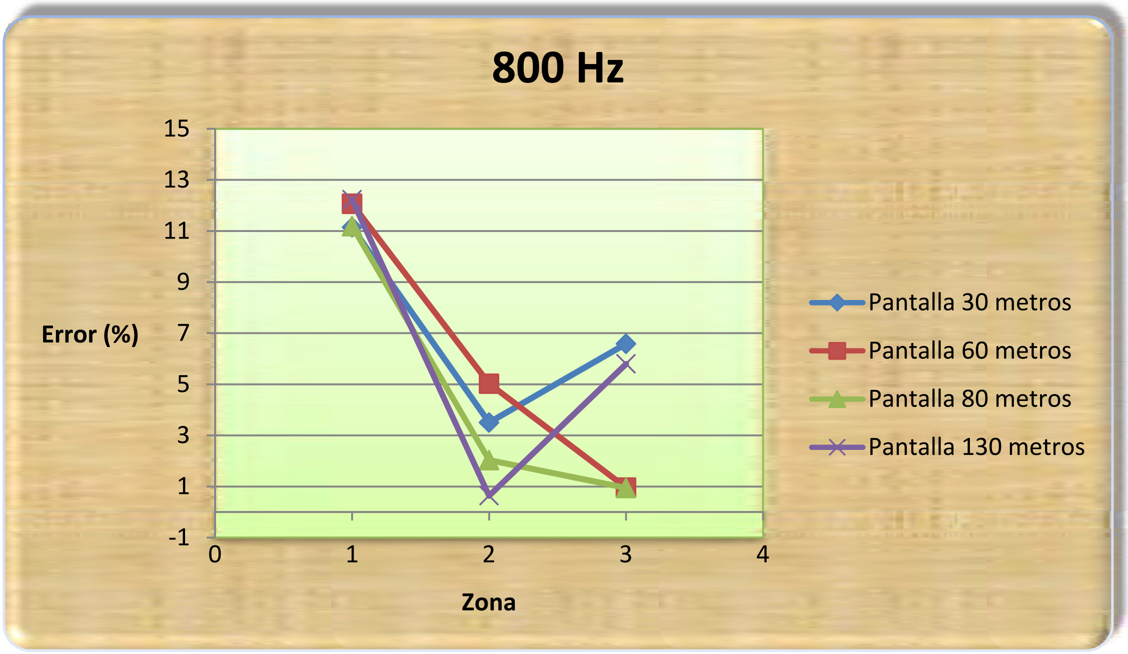


Figura 5.37 Desviación porcentual del IL obtenido para cada tamaño a la frecuencia indicada con respecto al caso bidimensional

El error cometido se mantiene dentro de un margen aceptable para las frecuencias medias y altas, si bien la tendencia es a aumentar para zonas próximas a la pantalla, así como para las pantallas más cortas. Se puede afirmar por tanto que también en términos de IL Medio se puede sustituir el cálculo tridimensional por el bidimensional en pantallas largas y para frecuencias altas, especialmente si se analizan zonas a una distancia intermedia de la pantalla (20-40 metros).

5.5 Desplazamiento de receptores

Como se mencionó anteriormente, una de las particularidades del problema tridimensional con respecto al bidimensional es que tanto receptor como emisor pasan de ser líneas infinitas pulsantes a puntos. Esto les confiere la posibilidad de desplazarse en una dirección paralela a la dimensión axial de la pantalla.

Hasta ahora se ha considerado que tanto emisor como receptor están situados en el plano de simetría de la pantalla. A continuación se mostrarán los resultados que surgen si se desplazan los receptores de la manera descrita, hacia el borde de la pantalla, alejándola del borde de simetría. Se presupone que así se acentúa un efecto que el problema bidimensional no contemplaba: la reflexión de las ondas por el borde lateral de la pantalla. Por tanto, este es un caso donde el efecto tridimensional será más acuciado.

5.5.1 Descripción del problema

Al igual que en el epígrafe anterior, se mostrarán los resultados comparados para pantallas de diferentes tamaños (30, 60, 80 y 130 metros). El emisor y receptores se disponen del mismo modo que en el caso anterior, con la particularidad de que ahora los receptores se separan del plano de simetría una distancia igual a un cuarto de la longitud de la pantalla, tal y como se indica en la figura:

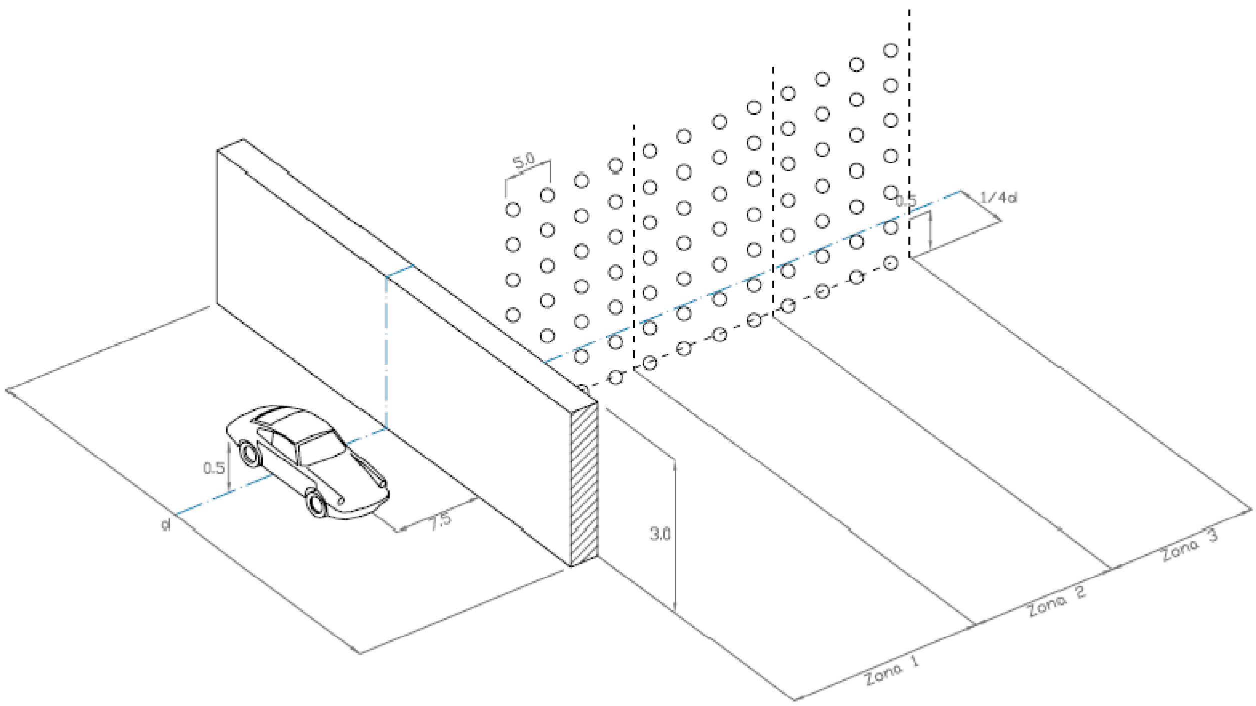


Figura 5.38

5.5.2 Resultados

Las gráficas mostradas a continuación detallan cómo varía el IL a lo largo de los receptores dispuestos a ras de suelo, perpendicularmente a la pantalla, para cada frecuencia analizada (100, 250, 400 y 800 Hz):

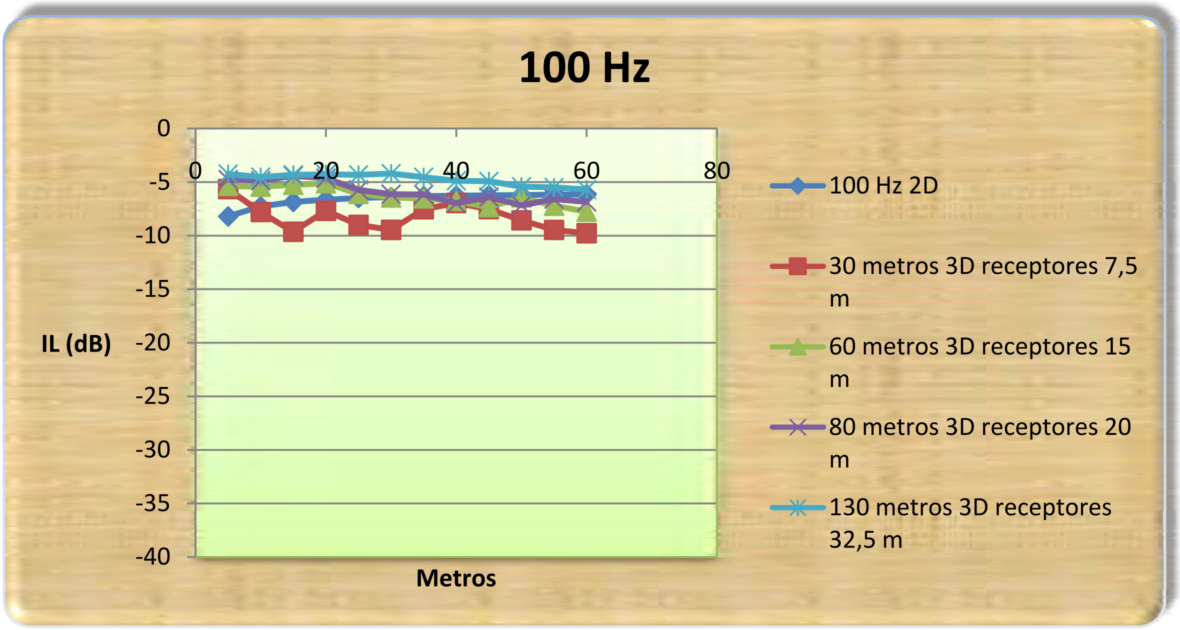


Figura 5.39 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

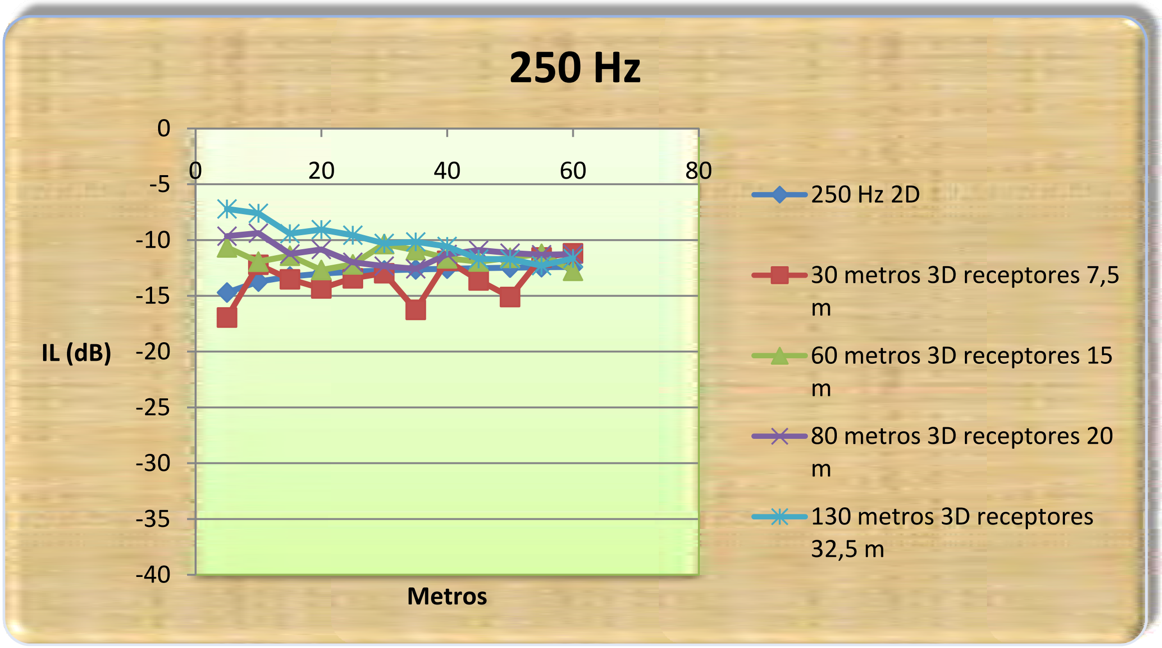


Figura 5.40 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

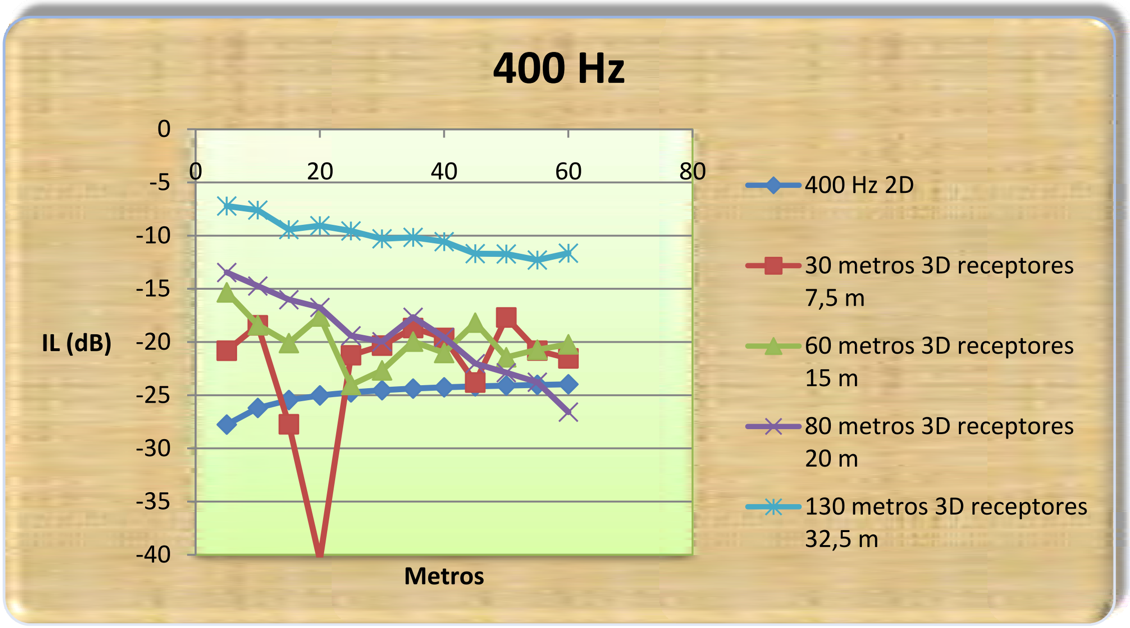


Figura 5.41 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

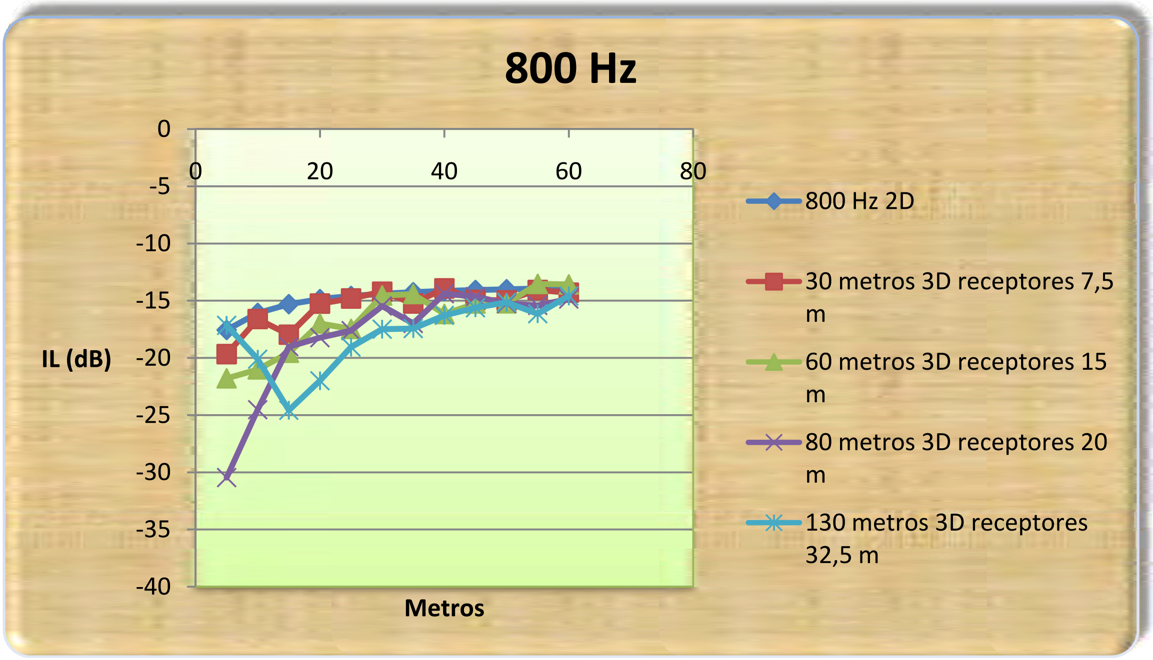


Figura 5.42 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, receptor a cota 0, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

Ahora la línea de receptores se coloca a una altura de 0,5 metros, con lo que aparecerán picos más acentuados:

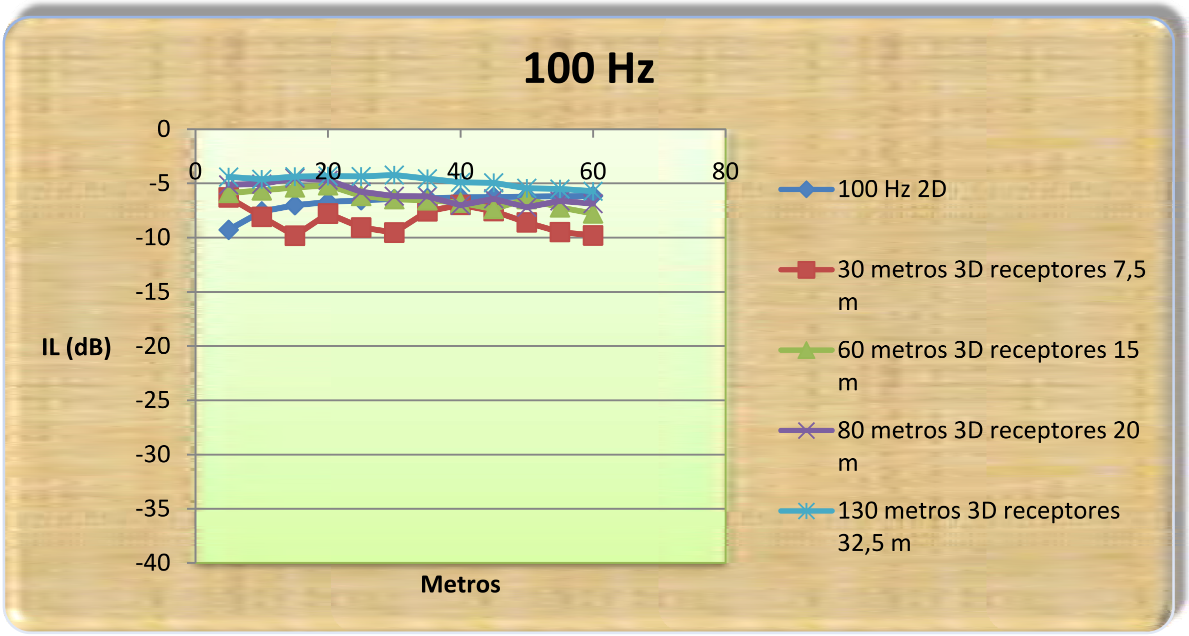


Figura 5.43 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

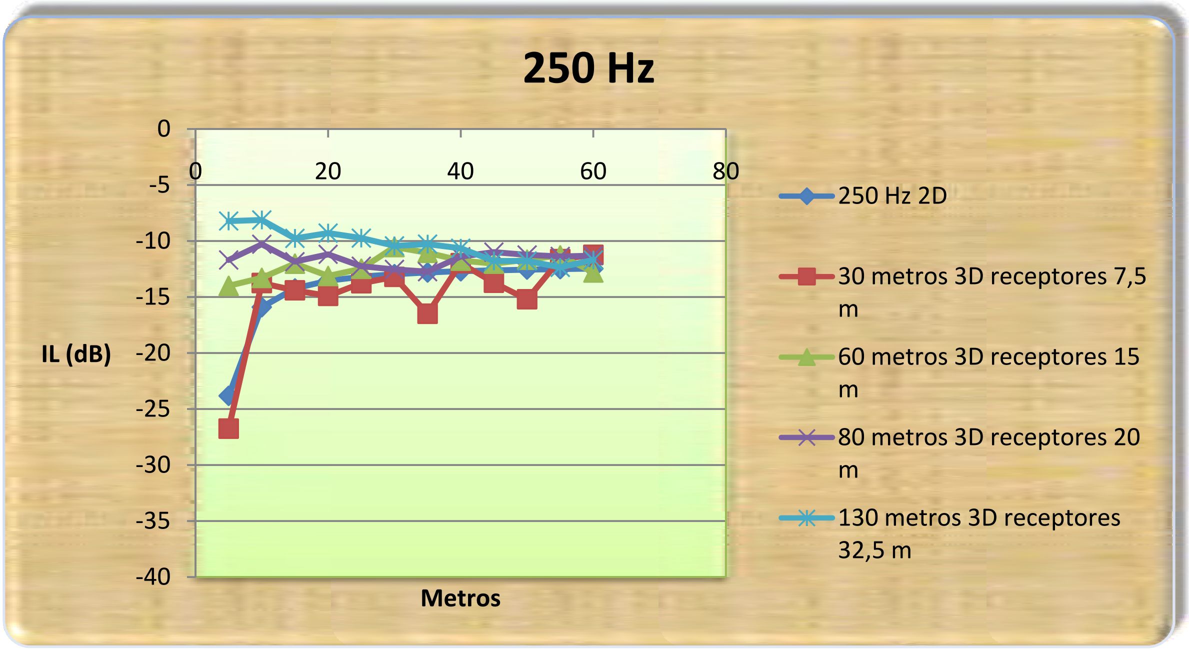


Figura 5.44 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

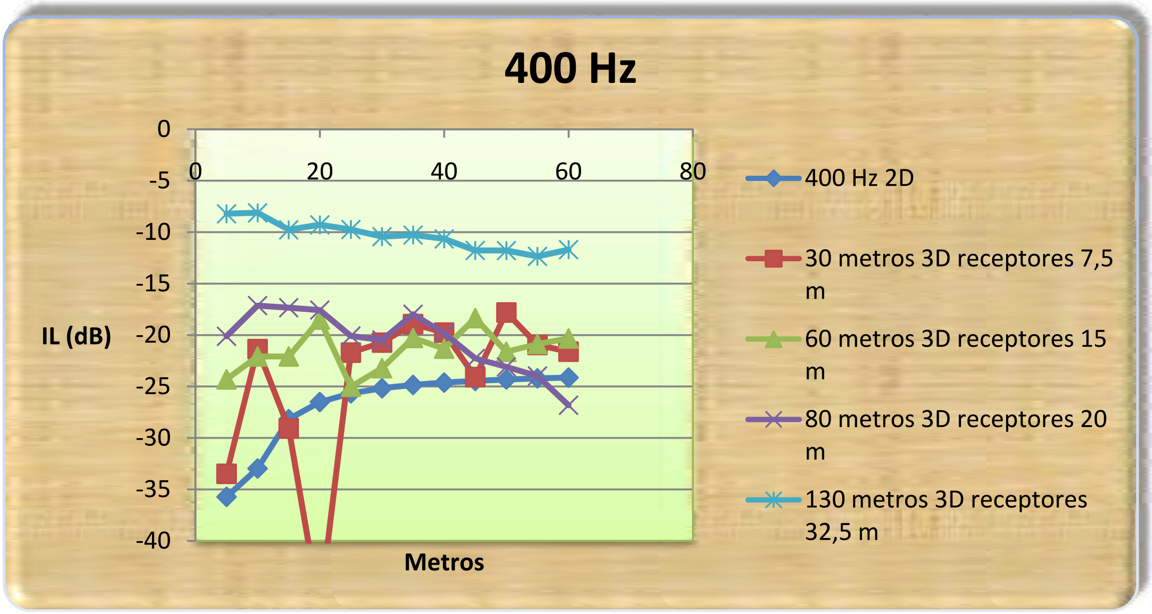


Figura 5.45 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

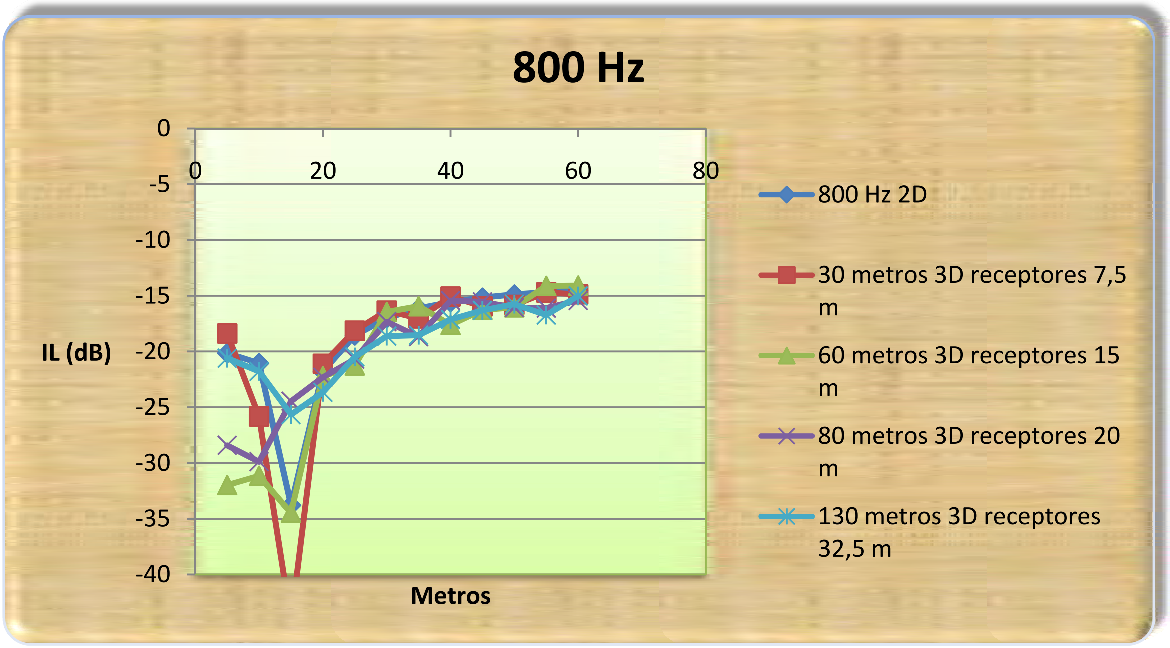


Figura 5.46 IL a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla, en receptores dispuestos a lo largo de una línea horizontal (pantalla en x=0, emisor y receptor a cota 0.5, desplazado con respecto a plano de simetría perpendicular a la pantalla la distancia indicada)

Y a continuación, igual que en el caso anterior, se muestra el IL Medio de la nube de puntos de cada zona, de modo que:

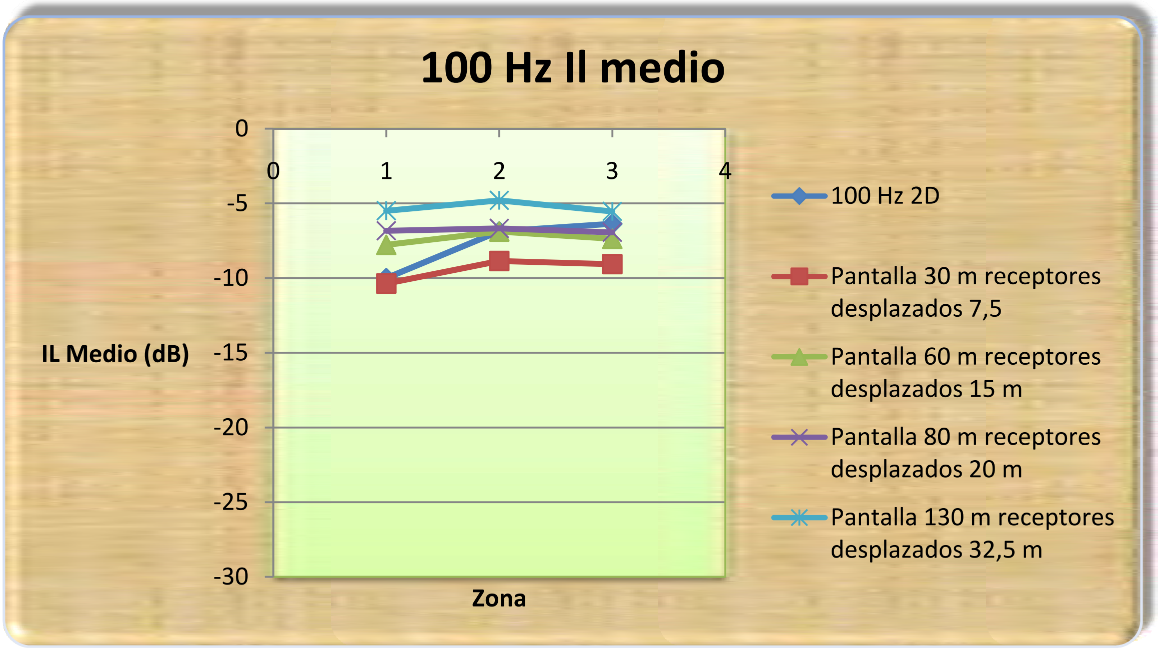


Figura 5.47 IL medio de los receptores situados en cada zona, desplazados con respecto al plano de simetría perpendicular de la pantalla, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

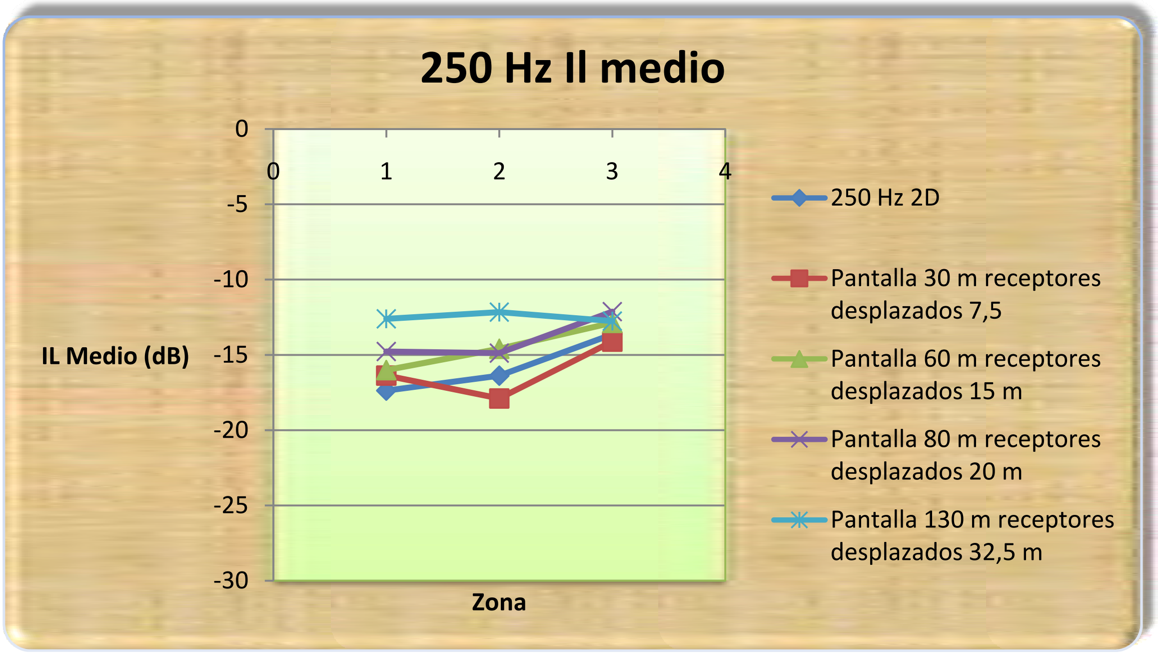


Figura 5.48 IL medio de los receptores situados en cada zona, desplazados con respecto al plano de simetría perpendicular de la pantalla, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

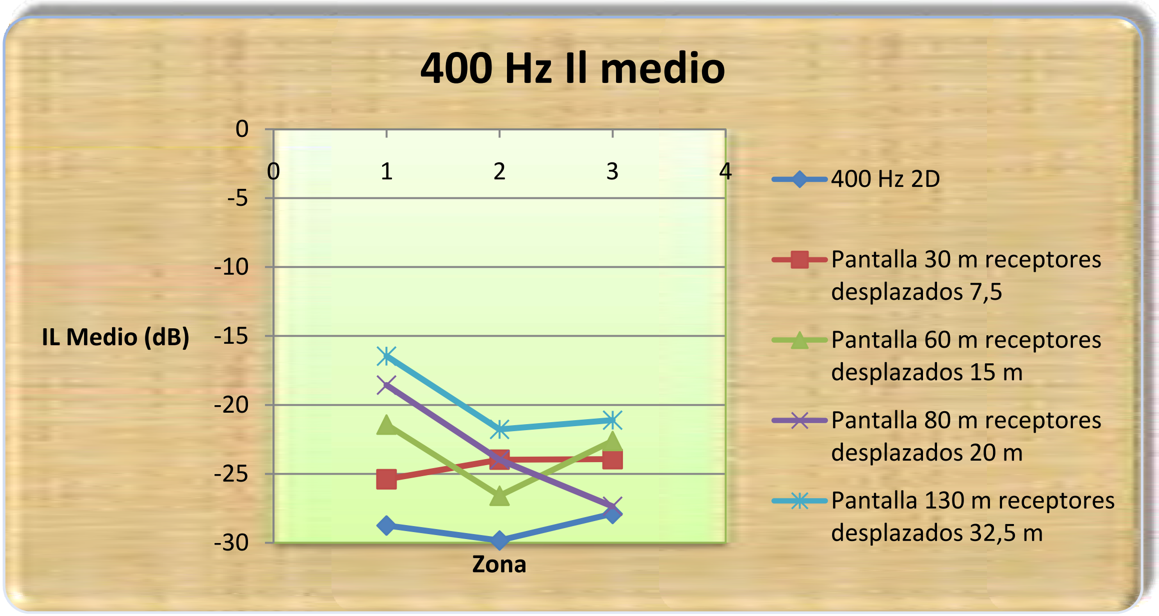


Figura 5.49 IL medio de los receptores situados en cada zona, desplazados con respecto al plano de simetría perpendicular de la pantalla, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

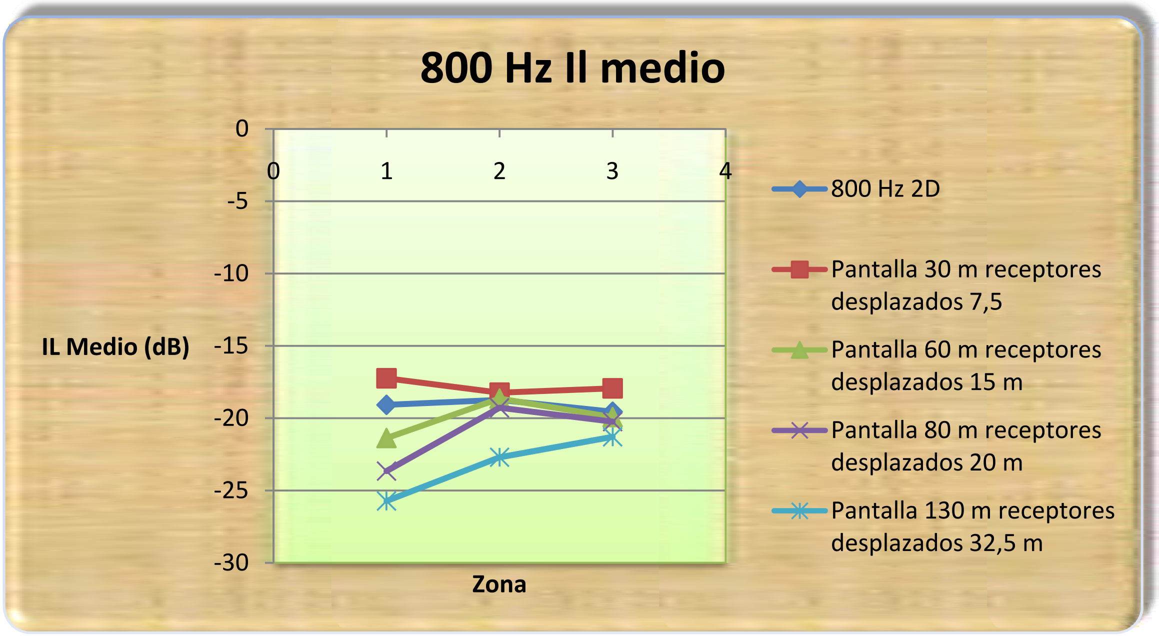


Figura 5.50 IL medio de los receptores situados en cada zona, desplazados con respecto al plano de simetría perpendicular de la pantalla, a una misma frecuencia para diferentes largos de pantalla

En estas gráficas se contempla que el desplazamiento de los receptores implica un desligamiento con respecto al problema bidimensional más acentuado aún. A ciertas frecuencias es mayor, aunque a la luz de estos datos no se puede inferir ningún patrón de comportamiento. Tampoco se puede deducir del tamaño de pantalla, pues al contrario del caso anterior, la pantalla más larga presenta precisamente una de las mayores diferencias. Por tanto, se puede extraer la conclusión de la inconveniencia de sustituir el cálculo tridimensional por el bidimensional en cualquier caso si los receptores no se hallan en el plano de simetría de la pantalla.

Capítulo 6

Experimentos numéricos relacionados con la discretización tridimensional

6 Experimentos numéricos relacionados con la discretización

La primera cuestión que se impone a la hora de estudiar una pantalla y su comportamiento acústico por medio del MEC, es el grado de refinamiento de la malla con la que va a ser discretizada. La elección de este grado de refinamiento es de magna importancia en el sentido en que de ello depende críticamente la agilidad computacional del proceso, por un lado, antojándose así conveniente reducir al mínimo posible el número de grados de libertad del sistema, lo que revierte en un sistema con menor número de incógnitas y, por tanto, de ecuaciones; y por otro lado, también depende de dicho refinamiento la precisión de los resultados. En consecuencia, he aquí dos tendencias contrapuestas, la de reducir el grado de refinamiento a fin de ahorrar recursos computacionales, y la de discretizar finamente para así reproducir resultados más satisfactorios, tendencias las cuales han de encontrar su solución de equilibrio a fin de satisfacer óptimamente ambos requerimientos. Por tanto, es imperativo, especialmente en lo que concierne a pantallas largas, lograr una malla lo suficientemente fina como para lograr resultados satisfactorios, y a la par, lo suficientemente gruesa como para poder ser computada, y, deseablemente, dentro de unos márgenes temporales aceptables.

A modo de ilustración, sirva el siguiente ejemplo: se trata de una pantalla de 60 metros que ha sido discretizada para tres frecuencias diferentes (500, 800 y 1000), utilizando el criterio de $\lambda/2$, lo que corresponde a las siguientes figuras:

Discretización	**Tamaño de elemento (m)**
500 landa medio	0,35
800 landa medio	0,21
1000 landa medio	0,17

500 Hz:

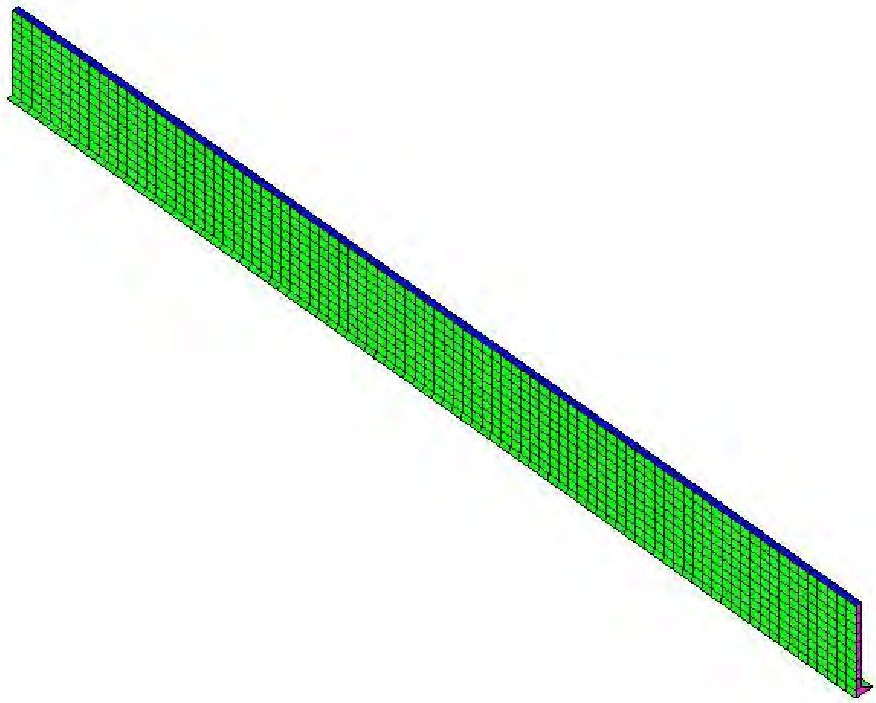


Figura 6.1

800 Hz:

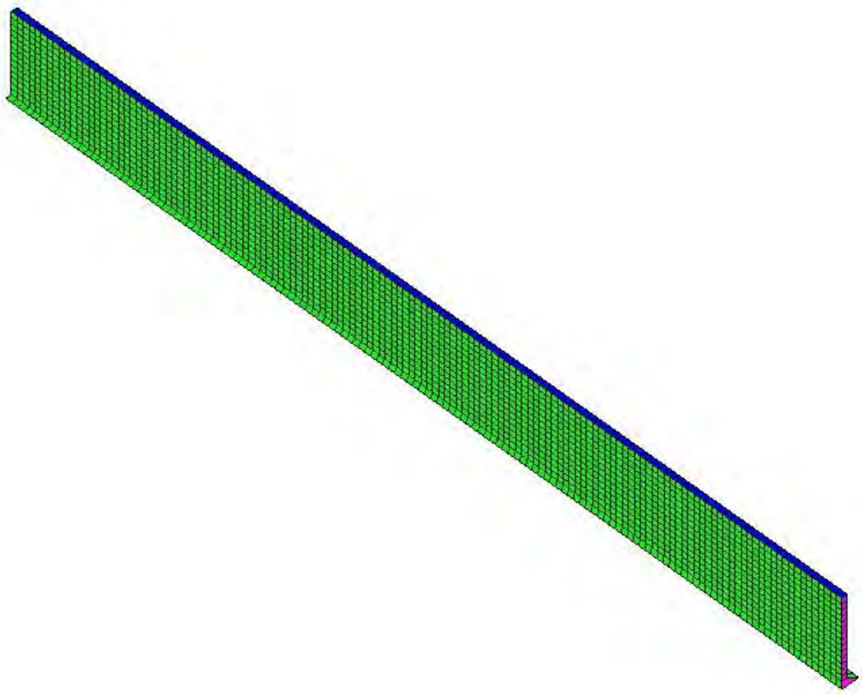


Figura 6.2

1000 Hz:

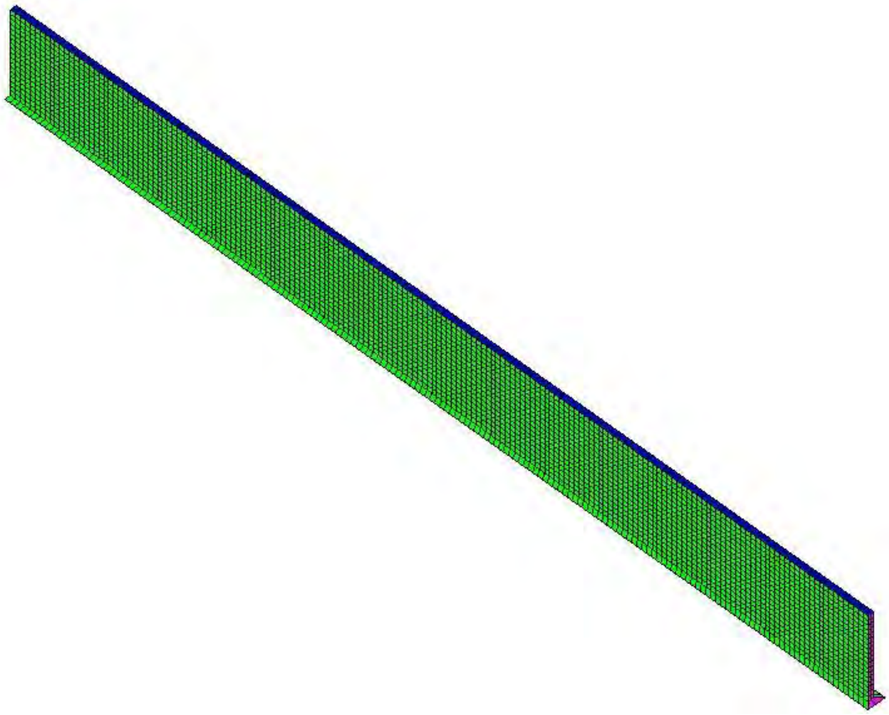


Figura 6.3

En estas imágenes se observa como aumenta el refinamiento de la malla con la frecuencia para la que se refina. La malla de 500 Hz implica unos 8028 grados de libertad, lo que son unos 1031 Megabytes; la de 800 Hz, son 18358 grados de libertad, que se traducen en 5392 MBytes; y la malla refinada para 1000 Hz suponen 29328 grados de libertad, que son 13762 MBytes. Hay que tener en cuenta que de los 60 metros de pantalla sólo se discretizan 30, por las consideraciones de simetría que utiliza el programa Ruido3D, como ya se ha indicado anteriormente (ver capítulo 3), estrategia que permite un importante ahorro de gdl. El equipo más potente utilizado para la resolución de estos problemas es capaz de computar hasta 40000 MBytes. Tal y como se observa, la carga computacional del problema aumenta exponencialmente con la longitud. Ello implica que para un mallado medio de 1000 Hz $\lambda/2$ se podría pasar una pantalla de hasta unos 80 o 100 metros, y su procesado tardaría unos 3 días. Por ello, serán las pantallas largas las que impliquen mayor problema a la hora de procesarlas, pues suponen un número mayor de grados de libertad.

Este capítulo trata, por tanto, de establecer el grado de influencia del refinamiento del mallado. Además, a la luz de los resultados obtenidos en el capítulo anterior se ha empezado a intuir que ciertas variables pueden estar más influidas por el grado de refinamiento que otras, por lo que también se tratará de averiguar qué variables aportan resultados más satisfactorios con mallas más gruesas e imprecisas.

6.1.1 Pantalla simple de dos metros

Para iniciar el estudio de la influencia del grado de refinamiento, se recurre en primer lugar a una pantalla pequeña, de dos metros de alto por dos de largo. Al ser una pantalla tan pequeña, el carácter tridimensional es muy acusado, lo que dará lugar a grandes oscilaciones de las variables obtenidas. No obstante, con una pantalla así, refinamientos muy espesos no suponen un número de grados de libertad excesivamente grande, lo que podrá ser asumible computacionalmente; por tanto, se utiliza una pantalla tan pequeña para poder estudiar y comparar mallas discretizadas muy finamente, que de utilizar pantallas más largas implicarían un mayor peso computacional y, por tanto, más tiempo de cálculo.

6.1.1.1 Descripción del problema

Se dispone una pantalla de dos metros de largo por dos de alto, y 20 centímetros de espesor, sin ningún tratamiento absorbente. A un lado de la pantalla se dispone un emisor, a 5 metros de distancia y ras de suelo, en el plano de simetría de la misma. Al otro lado de la pantalla, se distribuye una nube de receptores, agrupados en tres zonas diferentes, cada cual más alejada de la pantalla, a razón de 20 receptores por zona, en el mismo plano de simetría. En cada zona, se sitúan los receptores en cinco filas (cuatro por fila), a las cotas de 0, 0.5, 1, 1.5 y 2 metros. La distancia horizontal que separa cada receptor es de 5 metros. La primera zona comprenderá los receptores situados entre 0 y 20 metros de distancia de la pantalla. La segunda, entre 25 y 40; y la tercera, entre 45 y 60 metros. Todo esto se muestra de modo esquemático en la figura siguiente:

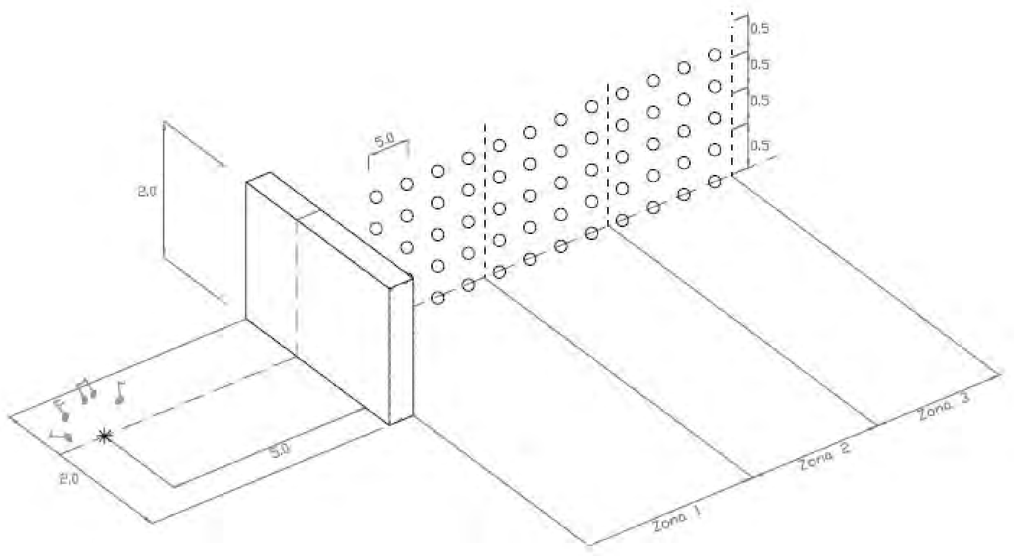


Figura 6.4

6.1.1.2 Primera comprobación

Se estudiará un primer y sencillo caso a fin de dilucidar el peso del criterio fraccional elegido ($\lambda/2, \lambda/3, \lambda/4\ldots$) para una misma frecuencia sobre el resultado del sistema. Para ello se estudiará el *IL Medio Espectral* de la pantalla mencionada, para el espectro normalizado de frecuencias (100, 125, 160, 200, 250, 315, 400, 500, 630, 800, 1000, 1250, 1600, 2000 y 2500 Hz). Por tanto, se adoptará la mayor frecuencia, 2500 Hz, como la frecuencia para la que se discretizará, lo que garantiza un grado de precisión bastante alto. Se compararán los resultados obtenidos para una discretización 2500 Hz $\lambda/2$ con una para 2500 Hz $\lambda/4$ (0.07 y 0.034 metros de tamaño de elemento respectivamente), a fin de comprobar el grado de precisión del criterio más grueso.

La pantalla discretizada según 2500 Hz $\lambda/2$ será[1]:

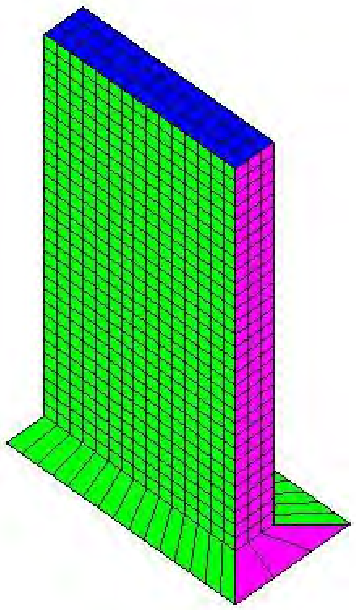


Figura 6.5

La misma pantalla para 2500 Hz $\lambda/4$:

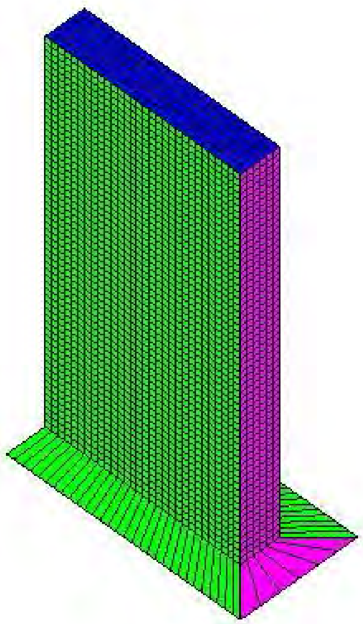


Figura 6.6

---

[1] En la imagen sólo aparece la mitad de la pantalla debido a las consideraciones simétricas de Ruido3D

6.1.1.2.1 Resultados

Tras procesar el problema con el programa Ruido3D, se obtiene como resultado el *IL Medio Espectral* para cada una de las tres zonas de receptores. De este modo:

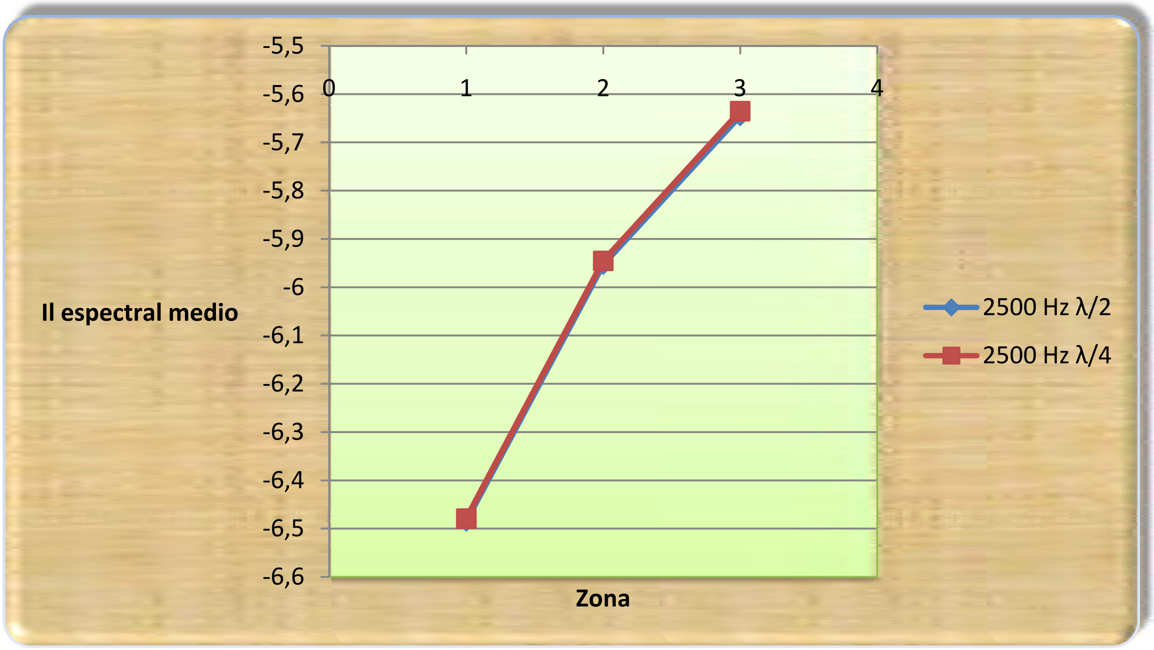


Figura 6.7 Primera comprobación: IL espectral medio de cada zona para dos discretizaciones diferentes según el espectro Normalizado Europeo

Discretización	Tamaño de elemento (m)
2500 Hz Landa medio	0.07
2500 Hz Landa cuarto	0.034

Este IL Medio Espectral ha sido calculado según el *Espectro Normalizado Europeo*, que otorga unos pesos más o menos homogéneos a todas las frecuencias. En cambio, el *Espectro Nórdico* considera de mayor importancia las frecuencias altas. Resolviendo el mismo problema pero considerando ahora este último espectro, se obtiene:

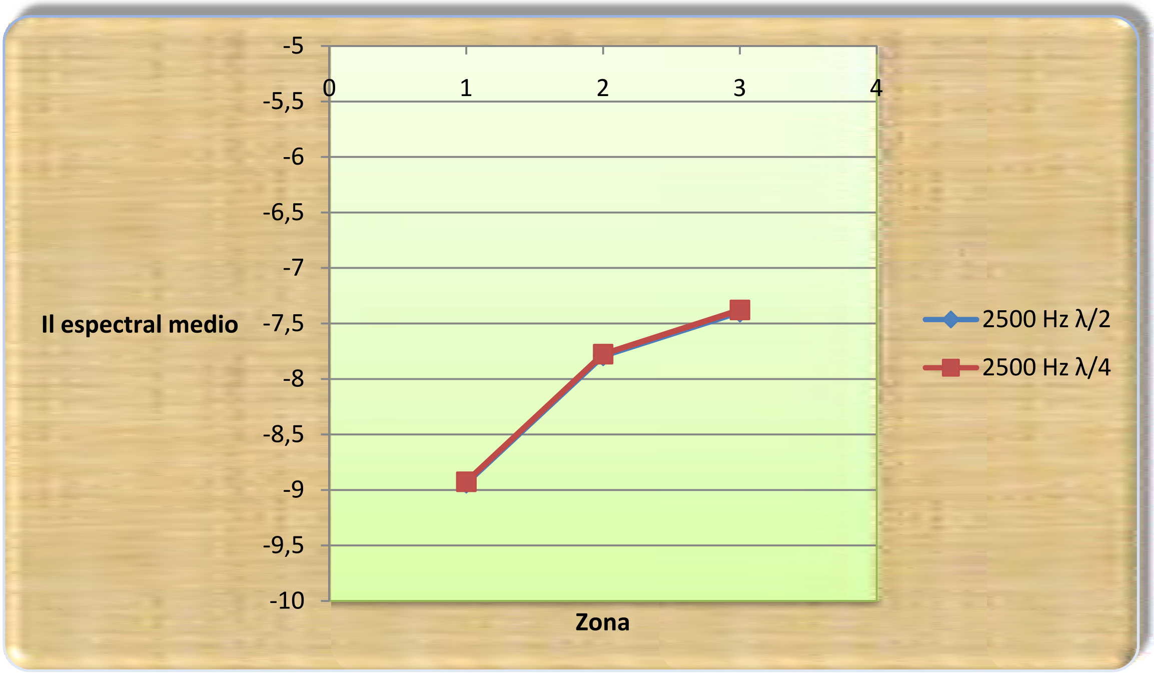


Figura 6.8 Primera comprobación: IL espectral medio de cada zona para dos discretizaciones diferentes según el espectro Nórdico

De estas gráficas se comprueba que la diferencia entre utilizar $\lambda/2$ o $\lambda/4$ es prácticamente nula. Mallar conforme a $\lambda/2$ supone resultados igualmente satisfactorios que haciéndolo con $\lambda/4$, lo que además implica un ahorro de aproximadamente el 25% de grados de libertad, y, por tanto, de ecuaciones y tiempo de computación.

En conclusión, de aquí en adelante, y siempre que no sea requerida una precisión exquisita, se utilizará como criterio discretizador $\lambda/2$.

6.1.1.3 Segunda comprobación

En la última comprobación quedó resuelta la suficiencia de discretizar conforme a $\lambda/2$. Se asumió como frecuencia de discretización 2500 Hz, habida cuenta de que la mayor frecuencia de los espectros utilizados era ésta, en virtud de lograr la mayor precisión posible. No obstante, cabe plantearse, en consecución de la mayor economía posible, si la utilización de una frecuencia de referencia inferior a 2500 Hz podría facilitar resultados igualmente satisfactorios. Es ésta, por tanto, la finalidad de esta comprobación.

6.1.1.3.1 Descripción del problema

Se estudiará el mismo caso descrito en la comprobación anterior, si bien esta vez se mantendrá fijo el criterio fraccional ($\lambda/2$), siendo variada la frecuencia de referencia de discretización, estudiando así los resultados obtenidos para cada variación. De este modo, se discretizará la pantalla de la misma manera que en la anterior comprobación, con mallas correspondientes a 400, 630, 800, 1000, 1600 y 2500 Hz. Se obtendrán los resultados del problema en función del *IL Medio Espectral*, para cada discretización, comparándolos entre sí.

Discretización	**Tamaño de elemento (m)**
400 Hz Landa medio	0.428
630 Hz Landa medio	0.272
800 Hz Landa medio	0.214
1000 Hz Landa medio	0.171
1600 Hz Landa medio	0.107
2500 Hz Landa medio	0.068

Así, para 400 Hz, pantalla discretizada tendrá la siguiente apariencia:

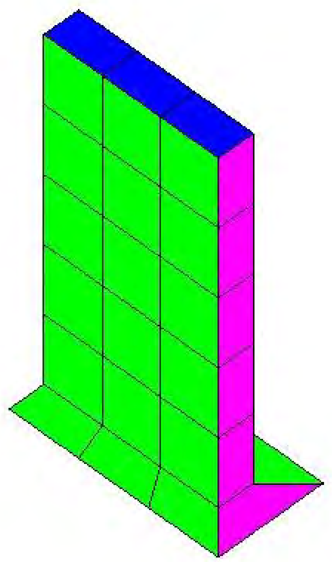


Figura 6.9

Para 630 Hz:

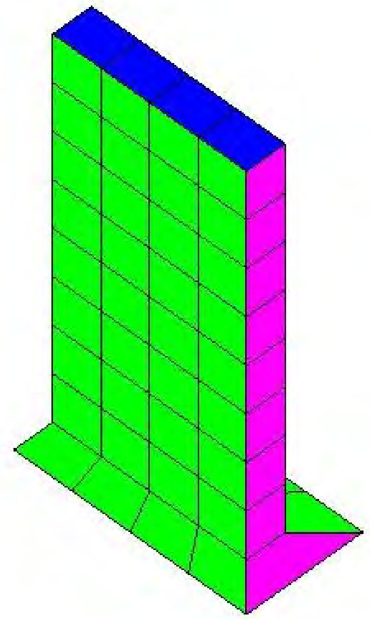


Figura 6.10

Para 800 Hz:

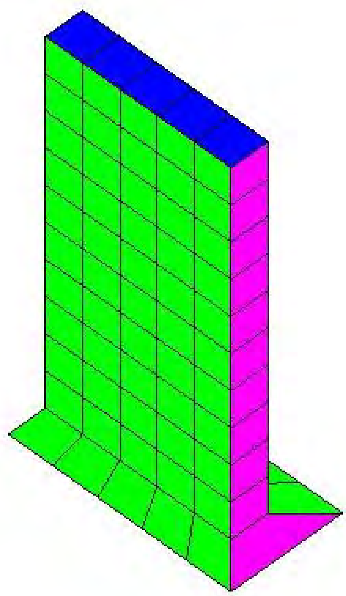


Figura 6.11

Para 1000 Hz:

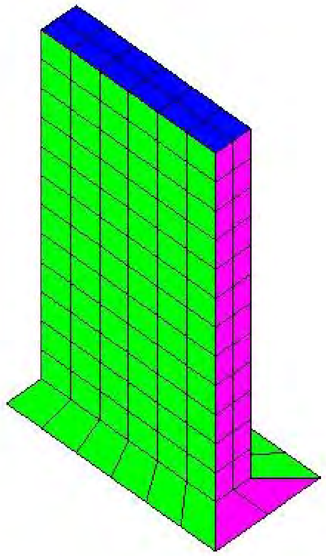


Figura 6.12

Para 1600 Hz:

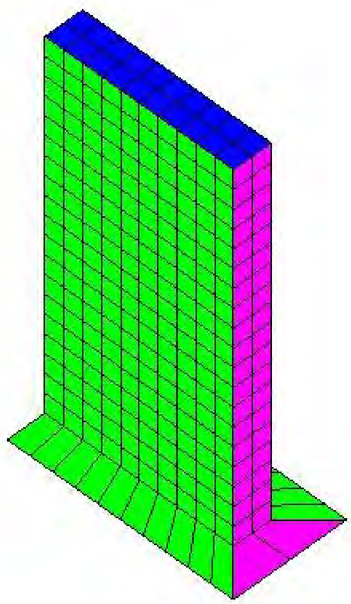


Figura 6.13

Se puede apreciar en estas imágenes la diferencia de refinamientos de la pantalla.

6.1.1.3.2 Resultados

Con el *Espectro Normalizado Europeo*:

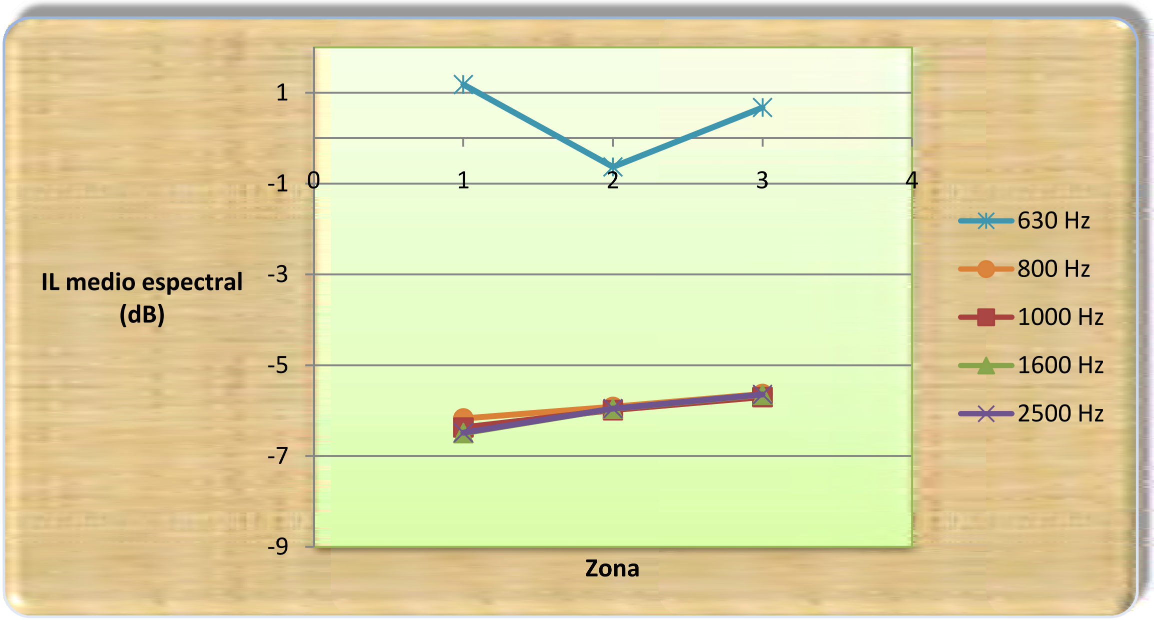


Figura 6.14 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cada zona de receptores para varias discretizaciones diferentes con espectro Normalizado Europeo

Y con el *Espectro Nórdico*:

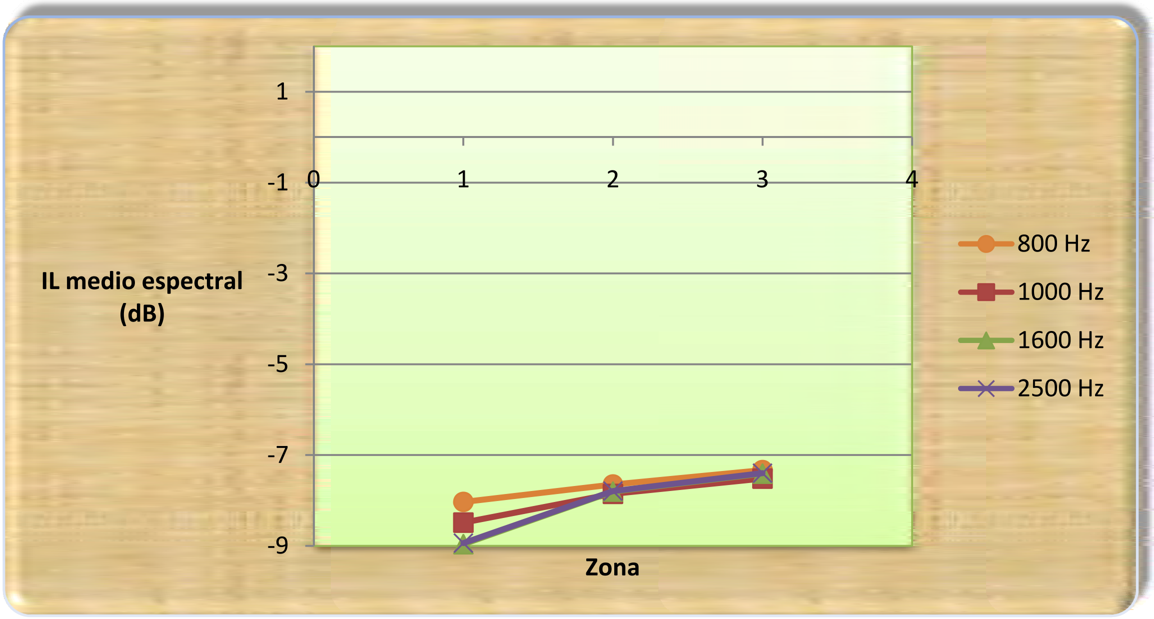


Figura 6.15 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cada zona de receptores para varias discretizaciones diferentes con espectro Nórdico

Con estas gráficas puede afirmarse que, asumiendo como frecuencia de discretización cualquiera que esté por encima de 800 Hz, la diferencia entre los resultados es inapreciable. Por lo tanto, se podrá asumir holgadamente 1000 Hz como frecuencia de referencia para la discretización, lo que implica un considerable ahorro de grados de libertad con respecto al caso anterior.

El ejemplo anterior se realizo calculando en valor medio espectral del IL en acuerdo a todos los puntos de una zona. A continuación, se muestra el IL espectral pero calculado sólo en un punto representativo de cada zona (el cdg). De este modo:

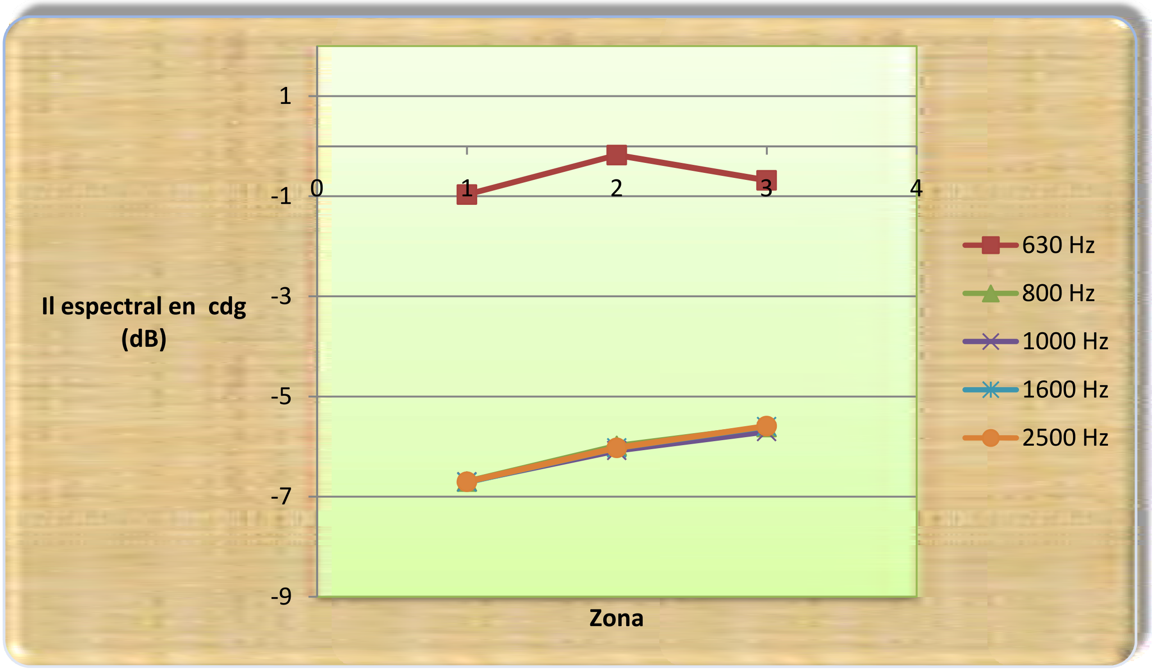


Figura 6.16 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cdg de cada zona para varias discretizaciones diferentes con espectro Normalizado Europeo

Haciendo lo mismo con el Espectro Nórdico:

Figura 6.17 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cdg de cada zona para varias discretizaciones diferentes con espectro Normalizado Europeo

Para ambas gráficas, se observa el mismo comportamiento que con el *IL Medio Espectral*: adoptando como frecuencia de discretización 800 Hz ya se obtienen resultados satisfactorios para todo un espectro que llega hasta los 2500 Hz, considerando como variable el *IL espectral*, tanto como media de una nube de puntos, como calculándolo en un único punto.

A continuación, se detalla el error producido al utilizar cada discretización con respecto a la discretización más fina, la correspondiente a 2500 Hz, para cada una de las tres zonas. Así, cuando se utilizó el *Espectro Normalizado Europeo*, el error, en función de los grados de libertad utilizados por cada discretización, fue:

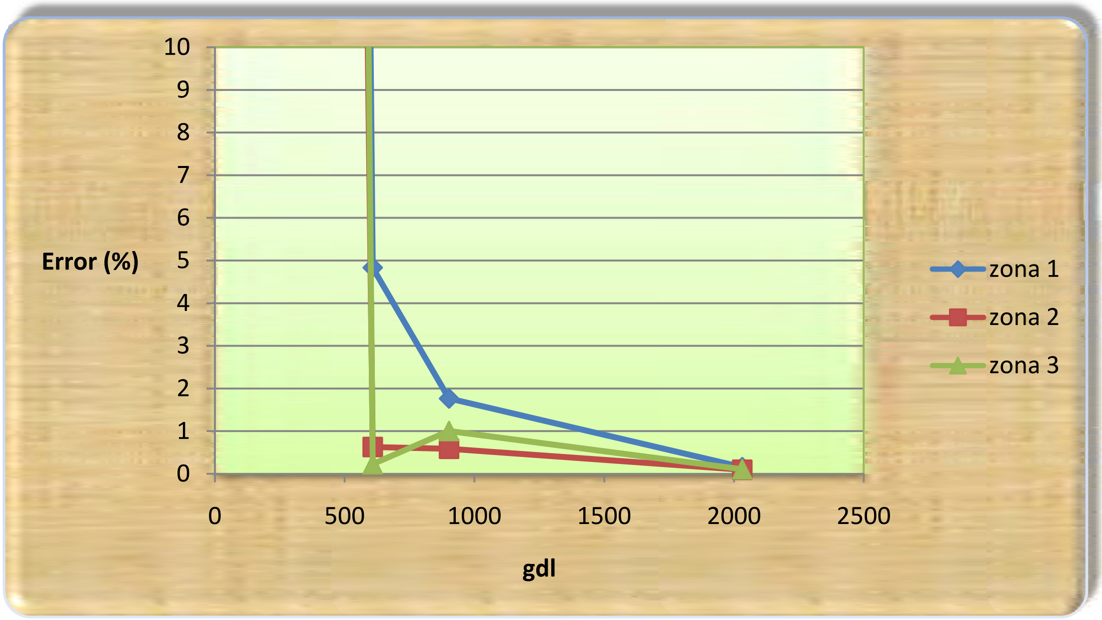


Figura 6.18 Segunda comprobación: desviación porcentual de cada discretización con respecto a la discretización de 2500 Hz con espectro Normalizado Europeo

Con el *Espectro Nórdico*:

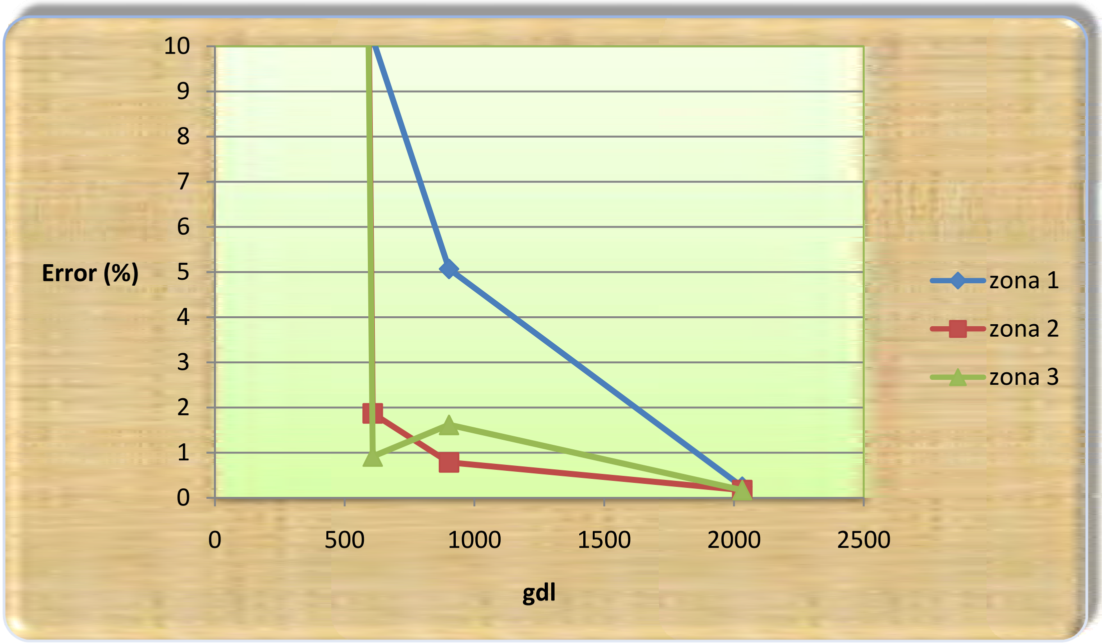


Figura 6.19 Segunda comprobación: desviación porcentual de cada discretización con respecto a la discretización de 2500 Hz con espectro Nórdico

A partir de los 902 grados de libertad (que corresponden con la discretización para 1000 Hz) el error cometido ya es asumible. Por tanto, como conclusión, se puede afirmar que en este caso de pantalla simple de pequeña longitud, en el estudio de la variable *IL Espectral*, asumiendo un espectro hasta los 2500 Hz, basta con una discretización para 1000 Hz $\lambda/2$, lo que supone el estudio de un margen bastante amplio de frecuencias con una discretización bastante manejable.

Hasta ahora se ha estudiado el *IL Medio Espectral*, lo que implica el estudio de la pérdida por inserción de la pantalla para todas las frecuencias en una región entera (no en un solo punto), todo aglutinado en una sola variable. Es de suponer que en lo que respecta al IL clásico, a partir de cierta frecuencia se empiecen a producir desviaciones con respecto a la solución considerada de referencia, y esta frecuencia será tanto más baja como más baja sea la frecuencia para la que se ha discretizado la pantalla. Todo esto puede ser comprobado analizando el *IL* obtenido para una serie de frecuencias del espectro para cada una de las discretizaciones, en un punto dado, que será el cdg de cada zona. De este modo, se obtiene:

Figura 6.20 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

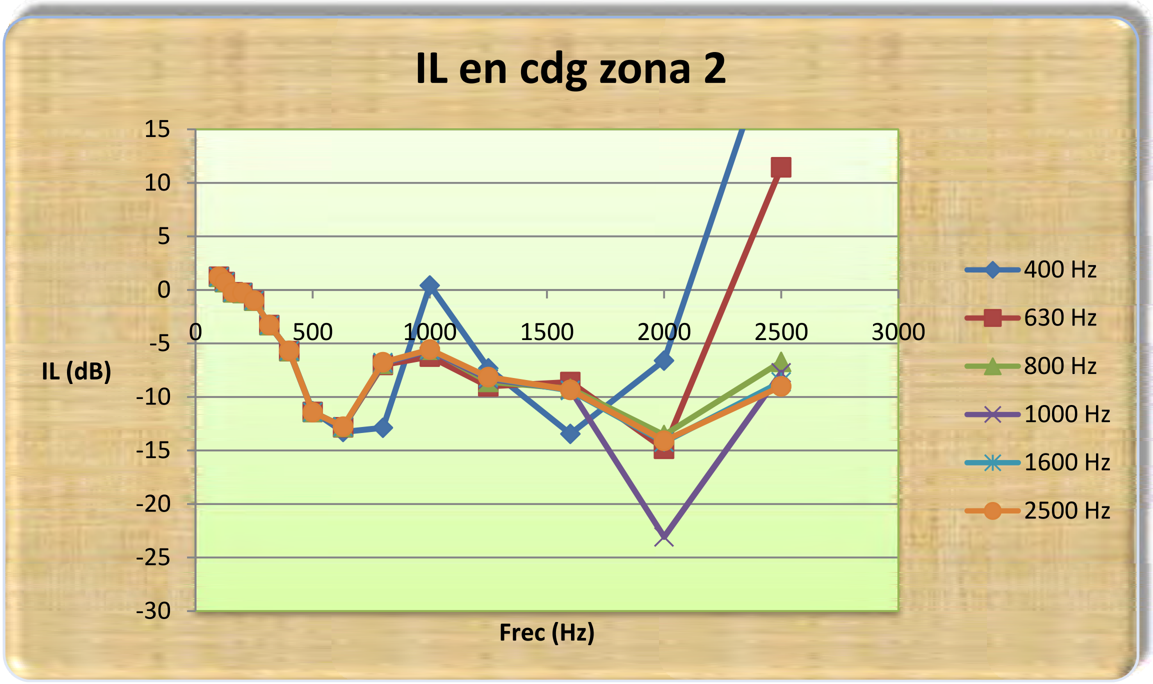


Figura 6.21 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

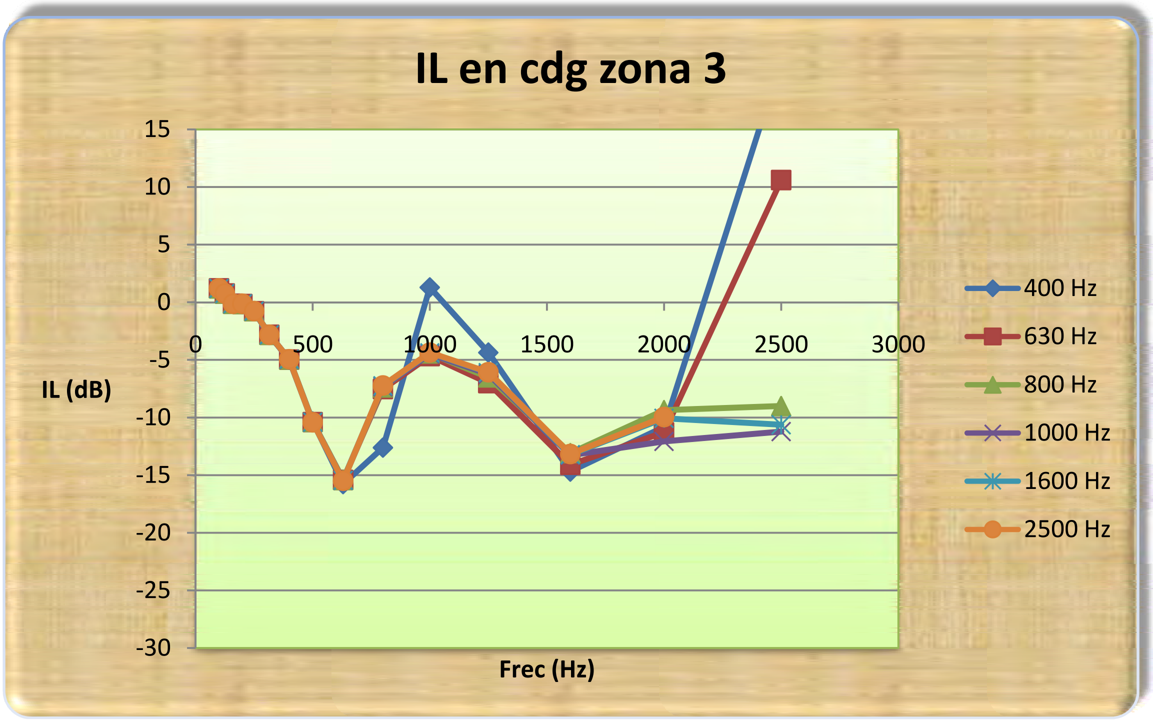


Figura 6.22 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

Antes de extraer conclusión alguna de estas gráficas, se puede completar la información observando qué ocurre si se sitúa el receptor a cota 0. Por tanto, el punto considerado como receptor estará a cota cero, en la misma vertical que el cdg. Así:

Figura 6.23 Segunda comprobación: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

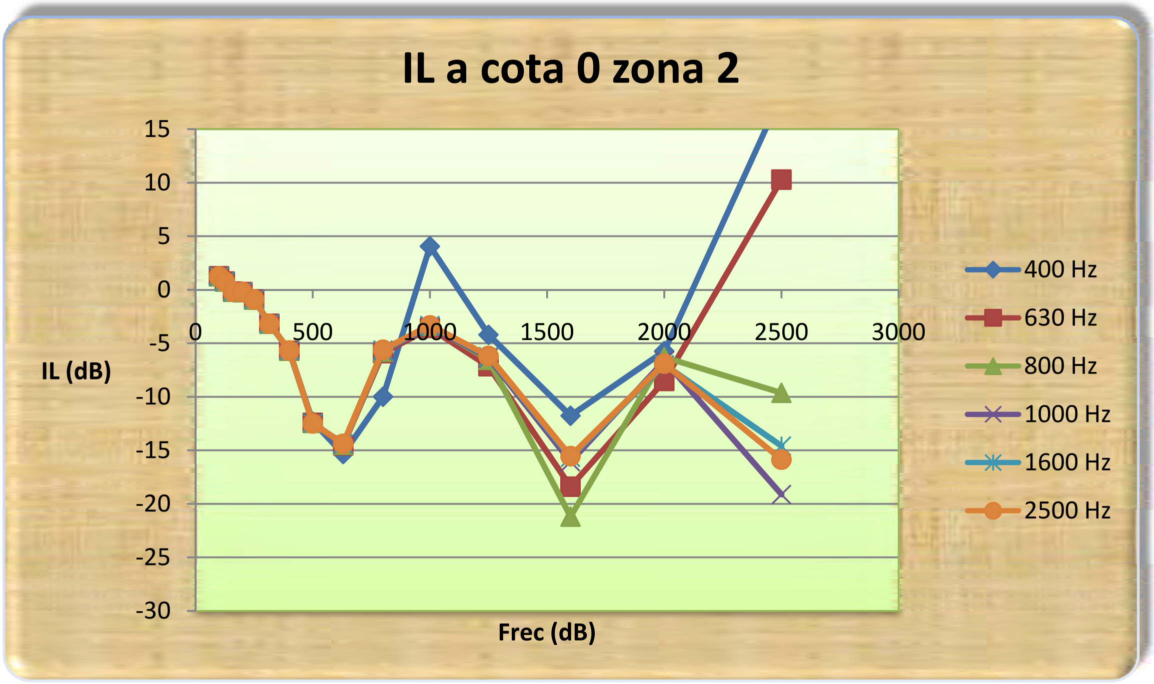


Figura 6.24 Segunda comprobación: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

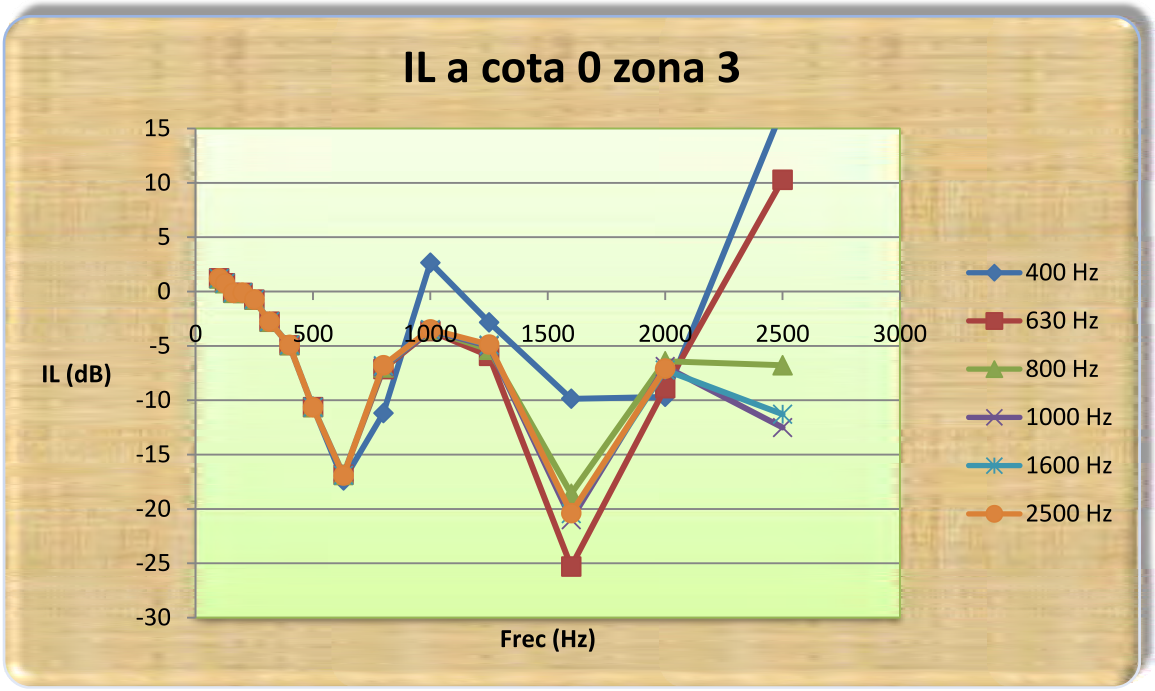


Figura 6.25 Segunda comprobación: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones

En ambas situaciones (receptores a 1.5 metros o a cota cero), la tendencia observada es la misma. Discretizando para 400 Hz sólo se obtienen resultados fiables por debajo de 630 Hz. Algo similar ocurre con las discretizaciones correspondientes a 630 y 800 Hz. En cambio, una conclusión muy interesante es que para este caso de pantalla corta, con una discretización de 1000 Hz $\lambda/2$ se puede cubrir de manera fiable en prácticamente todos los casos el análisis de hasta 2500 Hz, aunque para evitar imprecisiones imprevistas se puede adoptar 1600 Hz como frecuencia de discretización, lo que sigue suponiendo un importante ahorro de grados de libertad con respecto a la discretización correspondiente a 2500 Hz, obteniéndose resultados fiables.

A continuación, se pueden hacer las mismas comprobaciones, pero esta vez posicionando el emisor a cierta cota, por ejemplo 0.5 metros sobre el nivel del suelo. Como se ha visto con anterioridad, esto implica la aparición de picos en las gráficas, y aumenta la exigencia de precisión en el cálculo numérico, por lo que evidenciará con mayor claridad las desviaciones que puedan derivarse de utilizar discretizaciones gruesas, pudiéndose así matizar las conclusiones extraídas hasta ahora si se antojase preciso.

Así, el *IL Medio Espectral* en cada zona para cada discretización, será (esta vez sólo para el *Espectro Normalizado Europeo*):

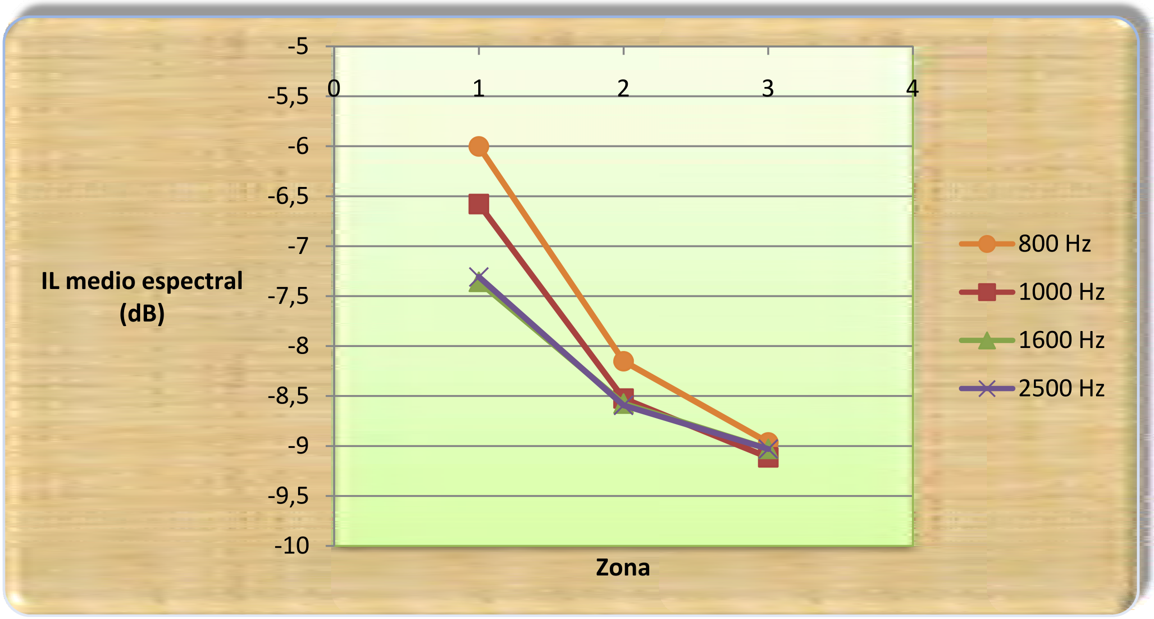


Figura 6.26 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cada zona de receptores para varias discretizaciones diferentes con espectro Normalizado Europeo (emisor a 0.5 m de cota)

Esto implica el *IL Espectral* como media del obtenido en todos los puntos de cada zona. Estudiando únicamente el *IL Espectral* obtenido en un solo punto (cdg):

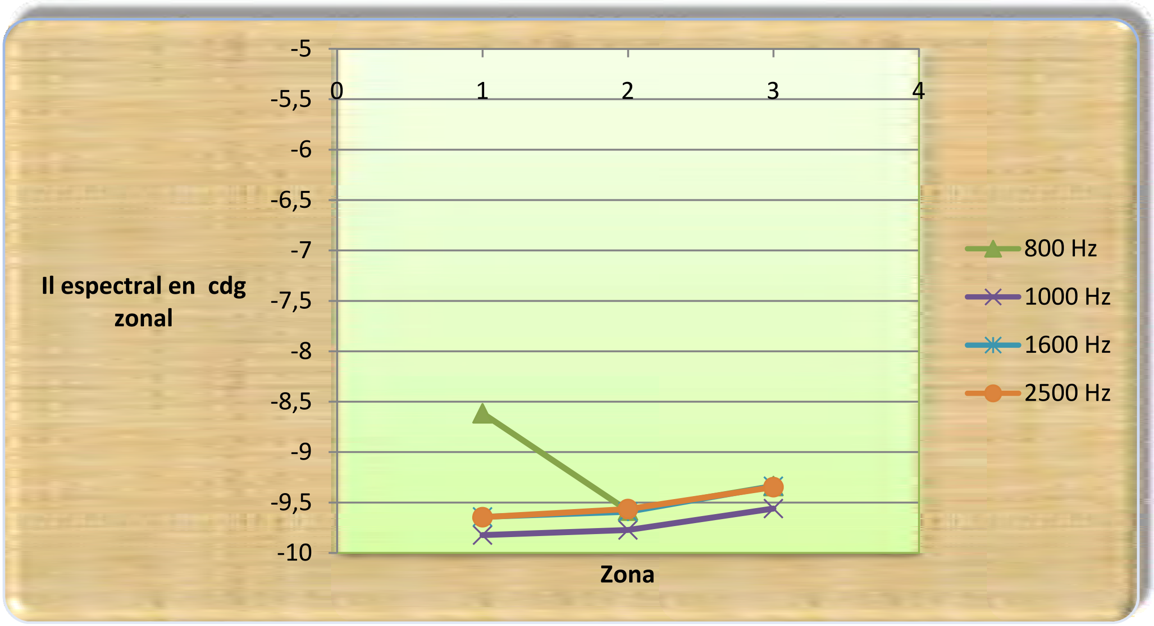


Figura 6.27 Segunda comprobación: IL Medio Espectral en cada zona de receptores para varias discretizaciones diferentes con espectro Nórdico (emisor a 0.5 m de cota)

Y la desviación de cada una de estas frecuencias de discretización con respecto a la de referencia (2500 Hz) será:

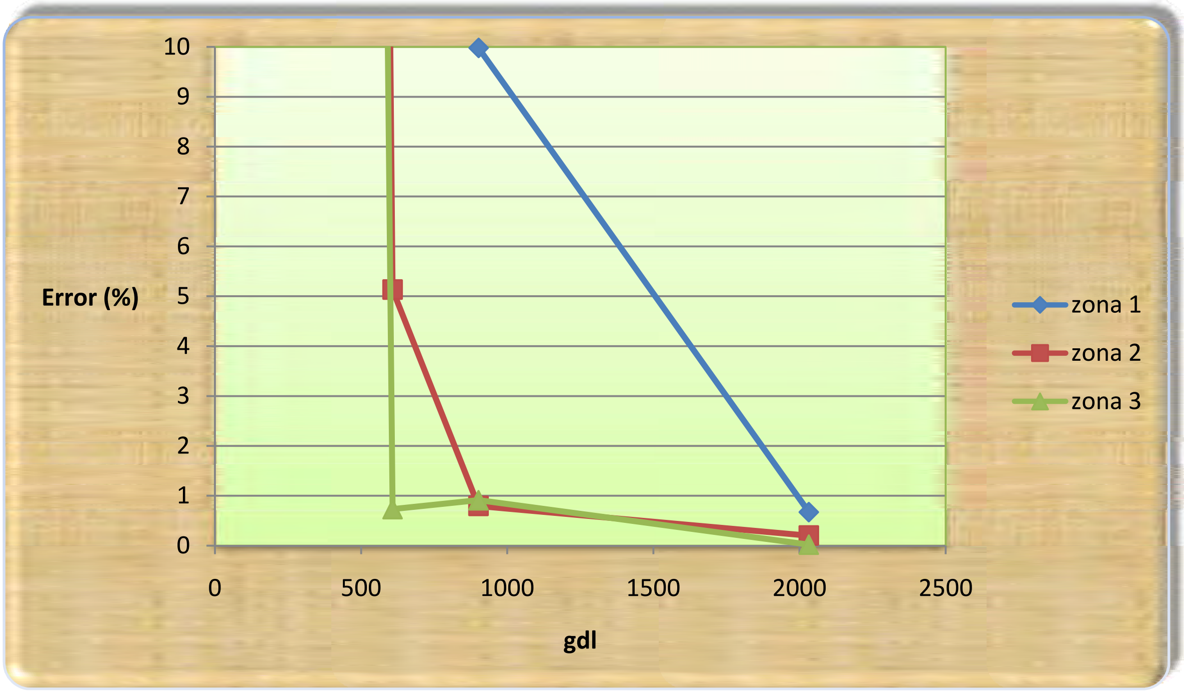


Figura 6.28 Segunda comprobación: desviación porcentual de cada discretización con respecto a la discretización de 2500 Hz con espectro Normalizado Europeo (emisor a 0.5 m de cota)

Se observa que a partir de 900 gdl, correspondiente a una discretización para 1000 Hz, se obtienen resultados satisfactorios en las zonas 2 y 3, pero no en la zona 1. De hecho, en este caso, viendo las gráficas anteriores se comprende que para obtener fiabilidad en los resultados, en este caso con receptor elevado, se hace imperativo recurrir a una discretización correspondiente a una frecuencia de 1600 Hz o superior.

A continuación, se estudia el IL para cada frecuencia en los cdg de cada zona y en la cota 0 de su vertical:

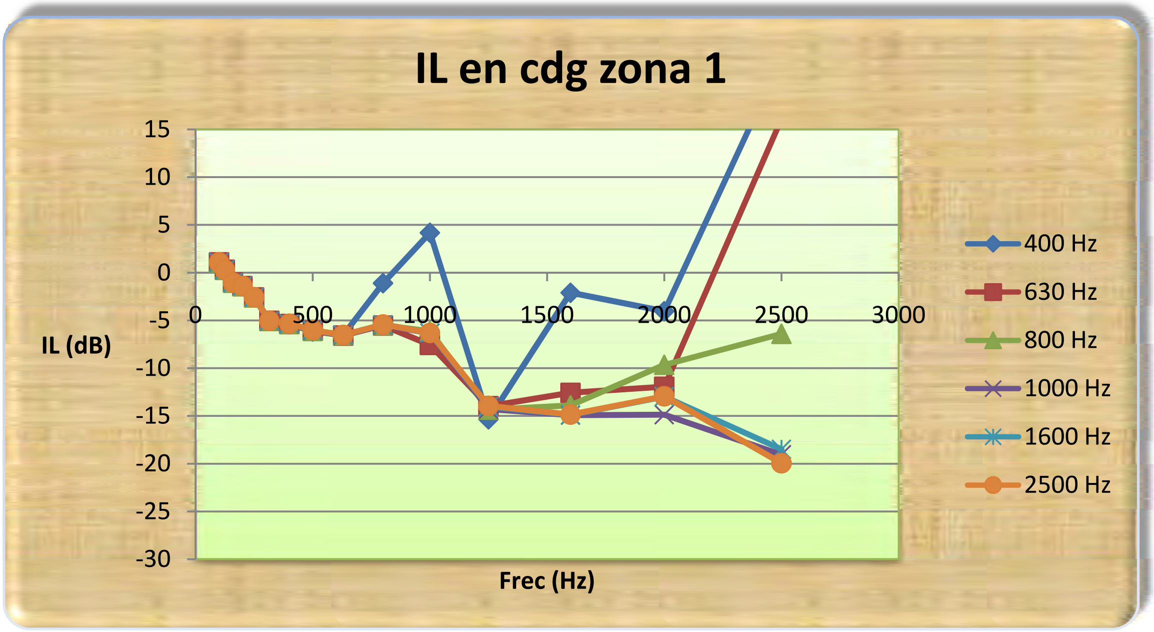


Figura 6.291 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota)

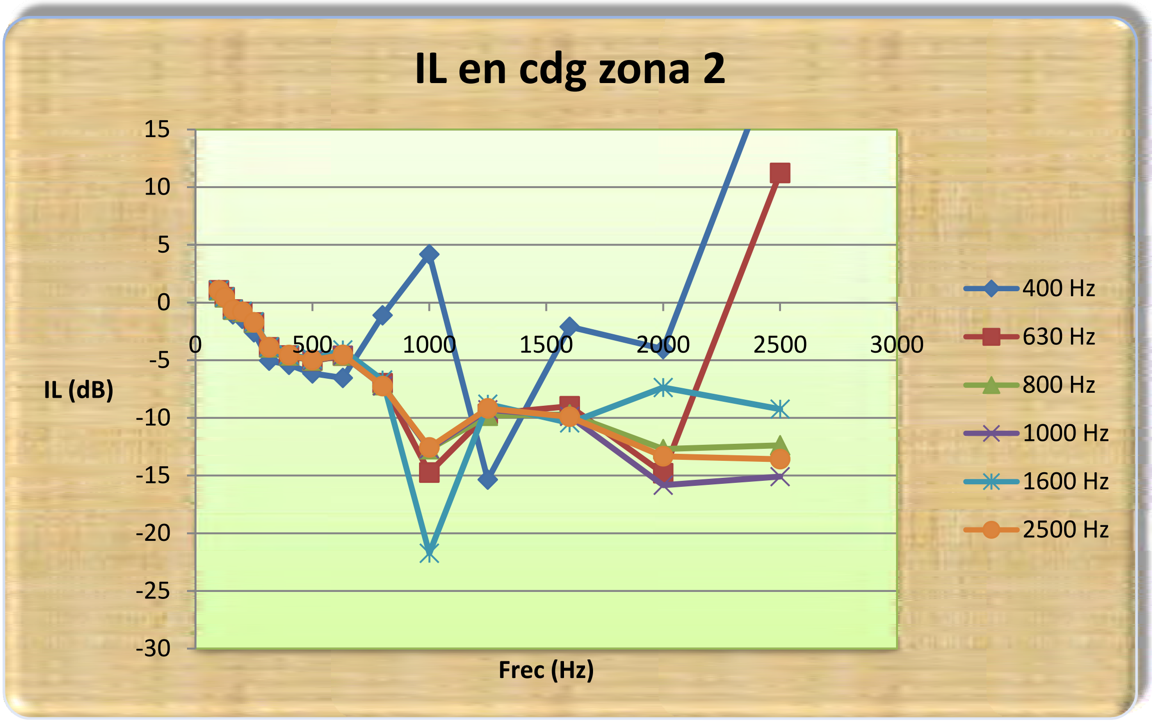


Figura 6.30 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota)

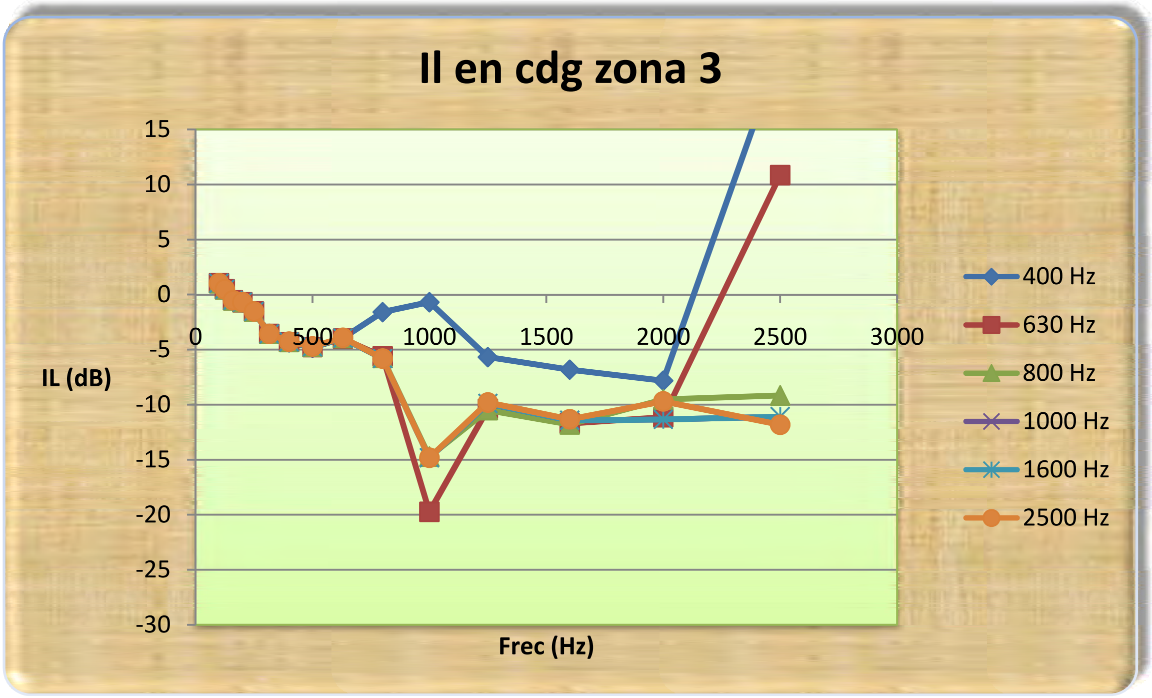


Figura 6.31 Segunda comprobación: IL en el cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota)

Y en la cota 0:

Figura 6.32 Segunda comprobación: IL en punto a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota)

Figura 6.33 Segunda comprobación: IL en punto a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota).

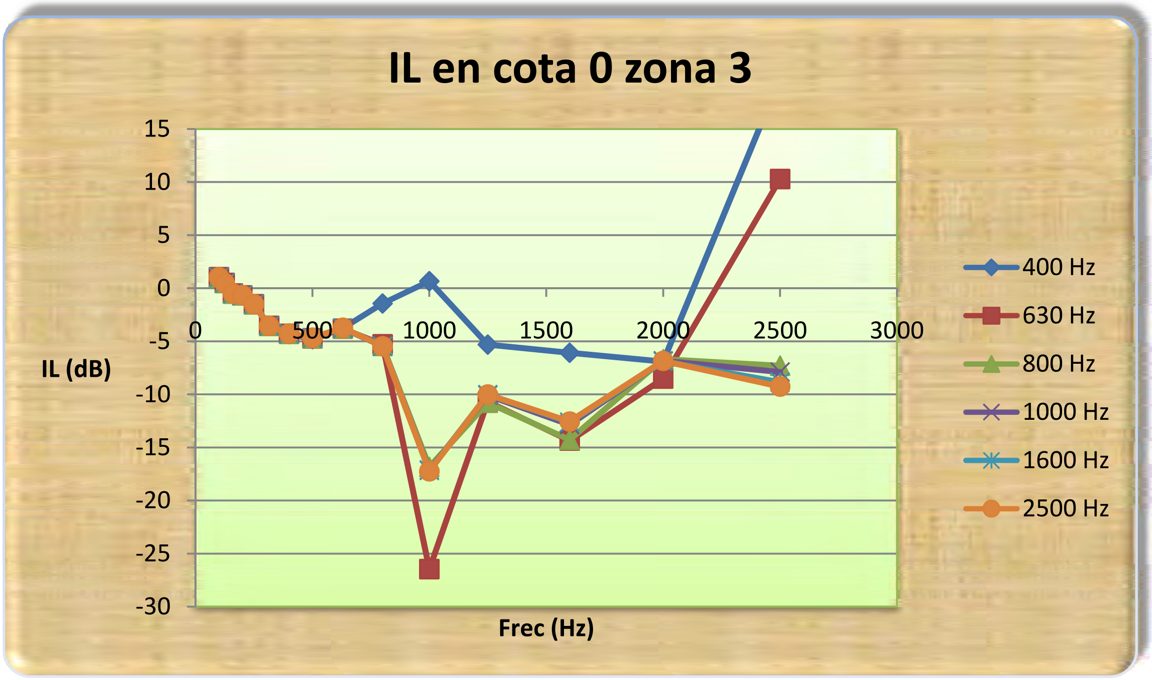


Figura 6.34 Segunda comprobación: IL en punto a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada a diferentes frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor a 0.5 metros de cota)

Se observa que al igual que en el caso anterior (emisor a cota 0), la discretización con respecto a 1000 Hz proporciona resultados fiables en la mayoría de los casos hasta una frecuencia de unos 2000 Hz, si bien para frecuencias mayores ya es preciso recurrir a una discretización de 2500 Hz. Por otra parte, cabe cuestionarse por qué si la discretización de 1000 Hz ofrece resultados óptimos hasta frecuencias altas, salvando la de 2500 Hz, el resultado de *IL Medio Espectral* no es tan bueno.

De este apartado se puede concluir que para pantallas pequeñas, una discretización de 1000 Hz $\lambda/2$ es suficiente para analizar el problema con el *IL Medio Espectral*, siempre y cuando el emisor se encuentre a ras de suelo. Se producen ciertas desviaciones si se analizan puntos cercanos a la pantalla, donde quizá sea aconsejable utilizar una discretización correspondiente a 1600 Hz. Si el emisor está elevado del suelo, entonces será aconsejable una discretización de 1600 Hz para analizar frecuencias de hasta 2500 Hz. Por otra parte, si lo que se analiza es el *IL* a secas, para todos los casos se obtienen resultados precisos discretizando para 1000 Hz si se analizan frecuencias bajas y medias, hasta unos 2000 Hz. Si se quiere analizar frecuencias de hasta 2500 Hz, será precisa una discretización para al menos 1600 Hz, especialmente si el emisor está elevado del suelo.

6.2 Refinamiento selectivo de caras

Las acciones llevadas a cabo hasta el momento en las dos últimas comprobaciones han perseguido el fin último de reducir el número de grados de libertad del sistema o, lo que es lo mismo, de hallar el tamaño de malla más grueso que satisfaga unos niveles de precisión mínimos en los resultados finales, a fin de lograr un procesado computacional más ligero y rápido. Una vez obtenido el patrón de comportamiento, se podrá extrapolar a pantallas más grandes, cuyo procesado con elementos muy refinados resultaría imposible, o cuando menos muy lento.

En este apartado, se da un paso más en la búsqueda de la reducción de gdl, pero haciendo uso esta vez de mallados disconformes: se estudiará la respuesta del sistema al discretizar finamente sólo una cara de la pantalla, discretizando la otra con elementos más gruesos.

La cuestión reside en dilucidar qué cara más refinada proporciona resultados más satisfactorios, así como el nivel de precisión de éstos. Del estudio homólogo bidimensional realizado en el capítulo anterior, se dedujo que para el caso bidimensional, era la cara correspondiente al emisor la que exigía más exquisitez en el refinamiento. Se comprobará si este comportamiento es extrapolable y en qué medida al caso tridimensional.

6.2.1 Descripción del problema

El problema es idéntico a los últimos casos analizados: misma posición de receptores y emisor a cota 0, misma pantalla. El experimento consistirá en calcular una serie de variables para los dos casos planteados: refinando finamente la cara del emisor y de manera gruesa la del receptor y viceversa. A continuación, los resultados obtenidos para cada una de las variables analizadas serán comparados con la discretización más fina, y por tanto más precisa, realizada hasta ahora, la correspondiente a 2500 Hz $\lambda/2$ (0.068 metros de tamaño de elemento).

El lado más refinado se discretizará en un primer momento con el criterio que hasta el momento demostró verter resultados correctos: 1000 Hz $\lambda/2$ (0.172 metros). De este modo, la cara más refinada adoptará este aspecto:

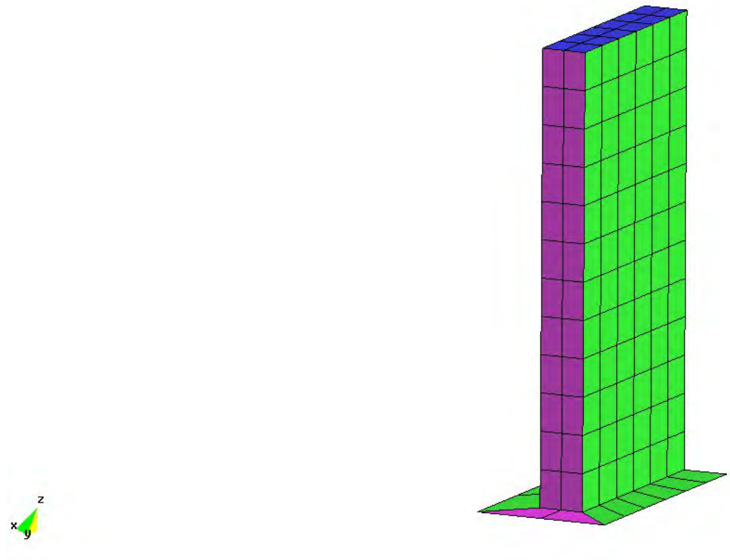


Figura 6.35

En cuanto a la cara menos refinada, ésta se hará para 500 Hz $\lambda/2$ (0.343 metros), de modo que su aspecto será como aparece en la siguiente imagen (compruébese la disconformidad entre la cara superior y frontal con la lateral[2]):

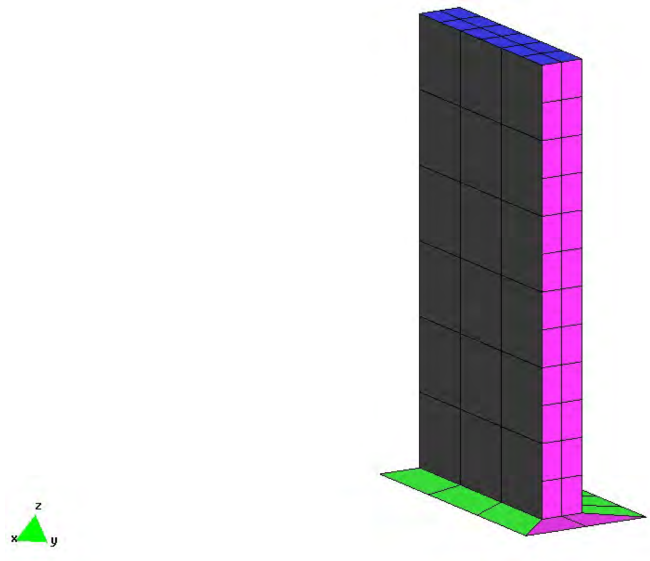


Figura 6.36

6.2.2 Resultados

A continuación se muestran los resultados correspondientes al *IL Medio Espectral* en cada una de las tres zonas:

[2] Si se extrapola el refinamiento selectivo a pantallas muy largas, es lógico presuponer que no será preciso utilizar un mallado fino para la cara frontal, pues en este caso se acentúa el efecto bidimensional, perdiendo importancia las ondas difractadas por los laterales de la pantalla.

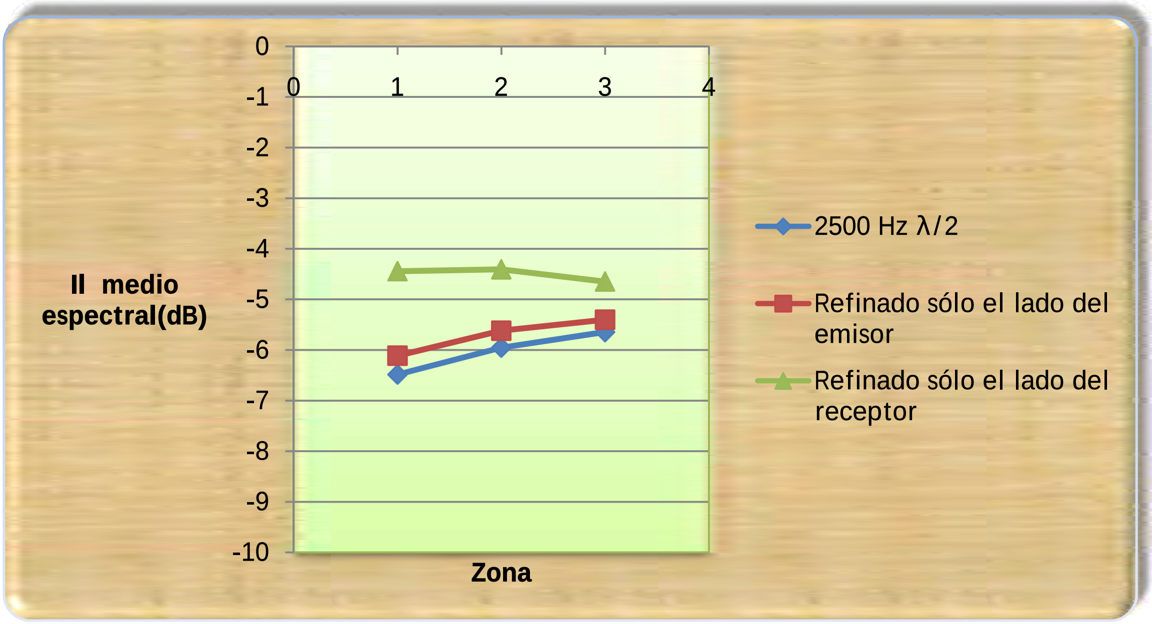


Figura 6.37 Refinamiento selectivo de caras: IL Medio Espectral refinando selectivamente cada cara Vs. pantalla bidimensional con espectro Normalizado Europeo

Discretización	Tamaño de elemento (m)
2500 Hz landa medio	0.068
1000 Hz landa medio	0.172
500 Hz landa medio	0.343

Con el *Espectro Nórdico*:

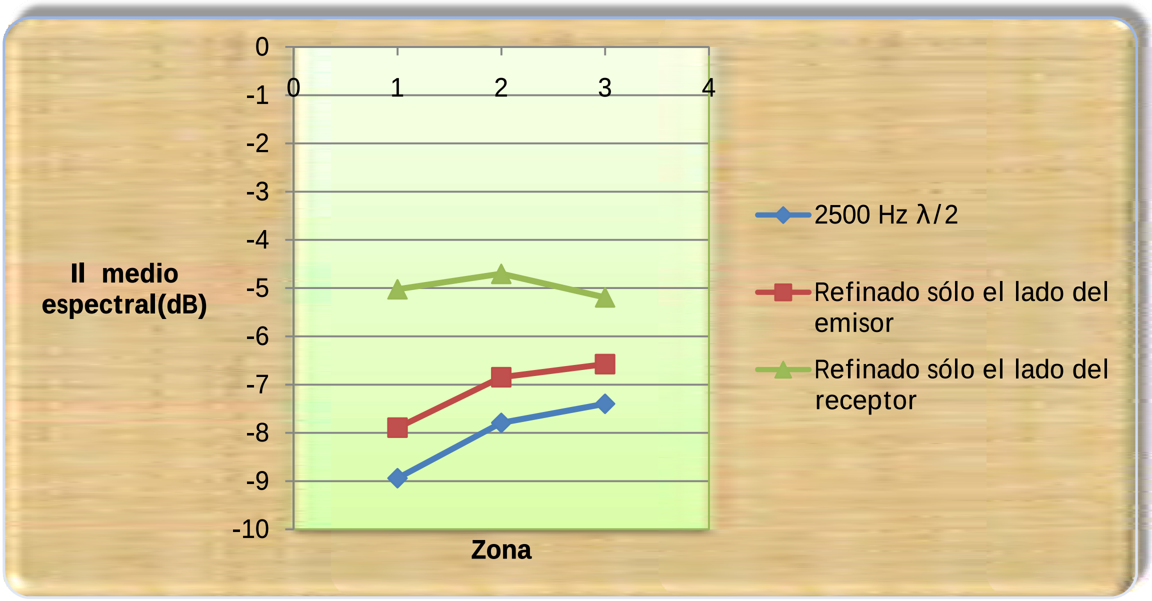


Figura 6.38 Refinamiento selectivo de caras: IL Medio Espectral refinando selectivamente cada cara Vs. pantalla bidimensional con espectro Nórdico

Se observa que los resultados más satisfactorios se obtienen cuando la cara más refinada corresponde a la del emisor. El error cometido, especialmente en el caso del *Espectro Normalizado Europeo*, es perfectamente asumible (tomar en cuenta la escala de ordenadas).

Estas gráficas están realizadas para un espectro de frecuencias que llega hasta 2500 Hz, mientras que la cara más finamente discretizada se hizo conforme a 1000 Hz y $\lambda/2$. Ello implica que los resultados serán más fieles para frecuencias inferiores a 1000 Hz, pero sin poder afirmar a qué frecuencia deja de serlo si la variable estudiada es *IL Espectral*. Para poder estudiar a partir de qué frecuencias deja de ser fiable la discretización, será preciso hacer uso del IL para cada frecuencia, estudiado en un punto concreto de la zona de receptores, que por costumbre será el cdg y la cota cero de su vertical. De este modo se obtiene:

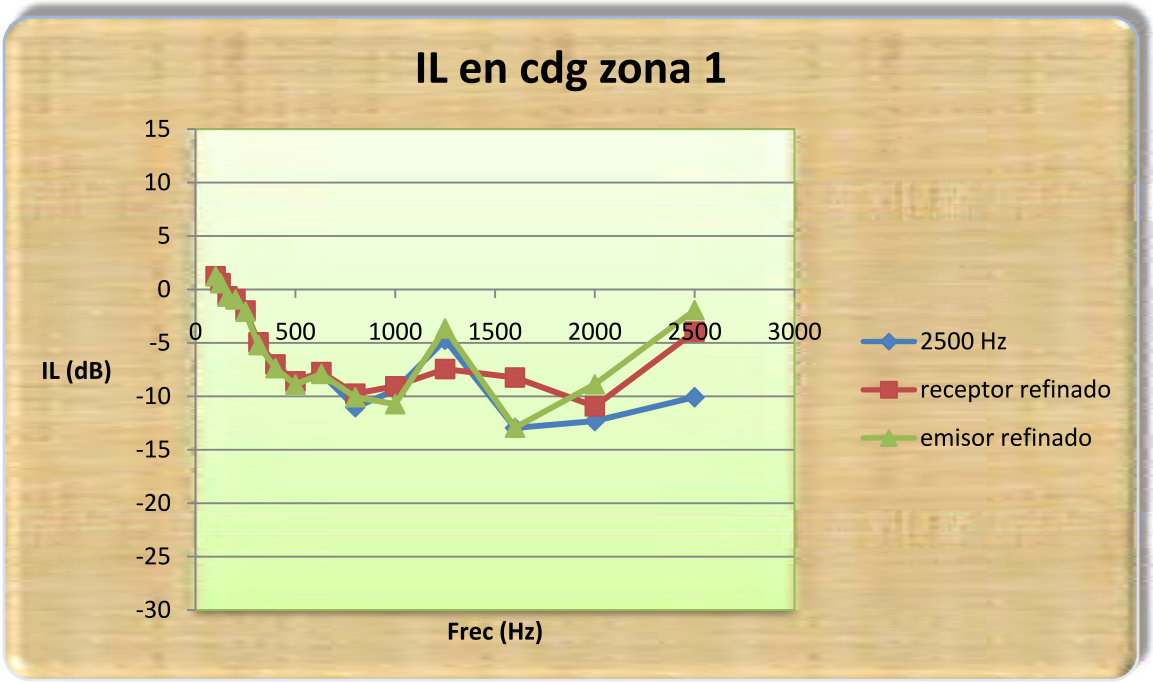


Figura 6.39 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Figura 6.40 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

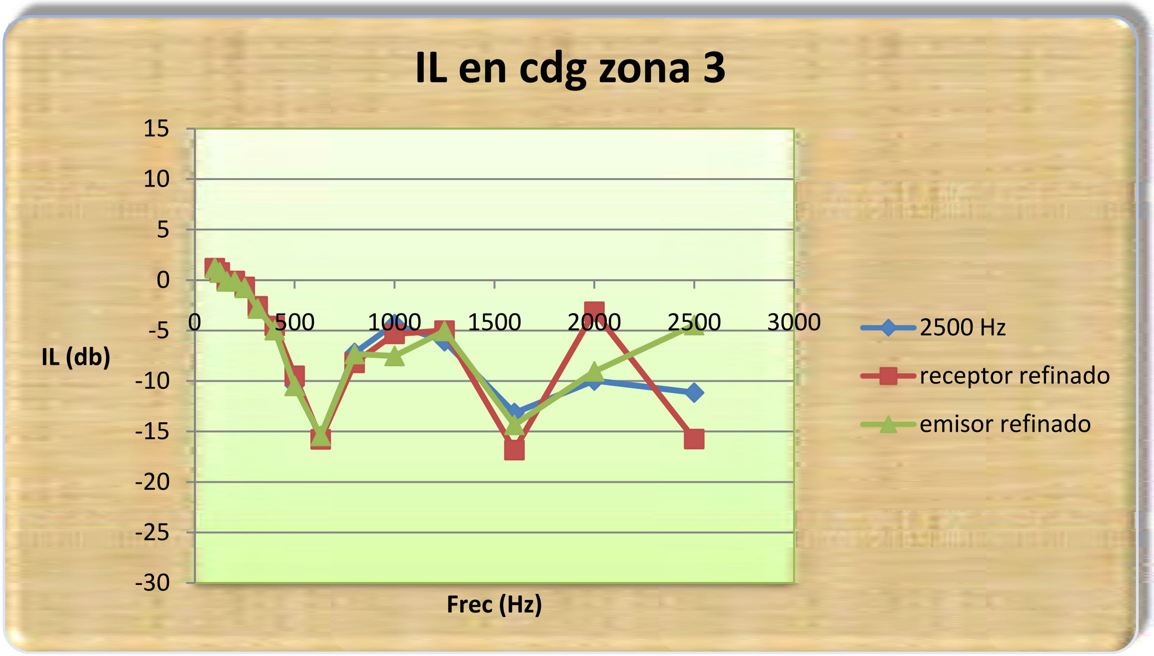


Figura 6.41 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Y analizando el IL en los puntos situados a cota 0 en la vertical del cdg:

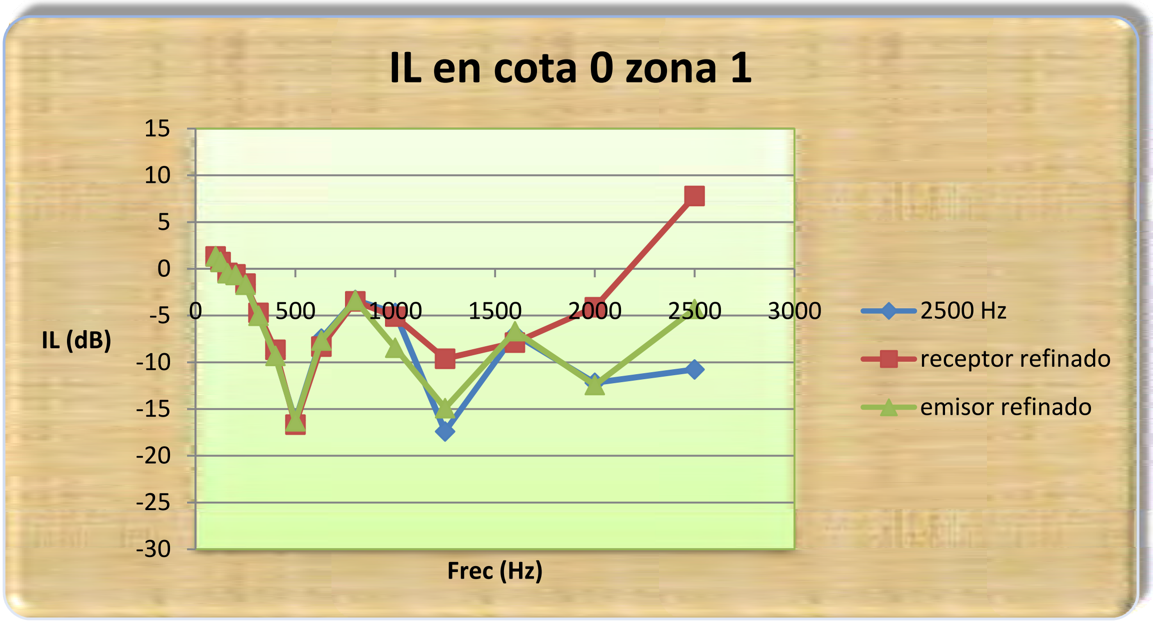


Figura 6.42 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

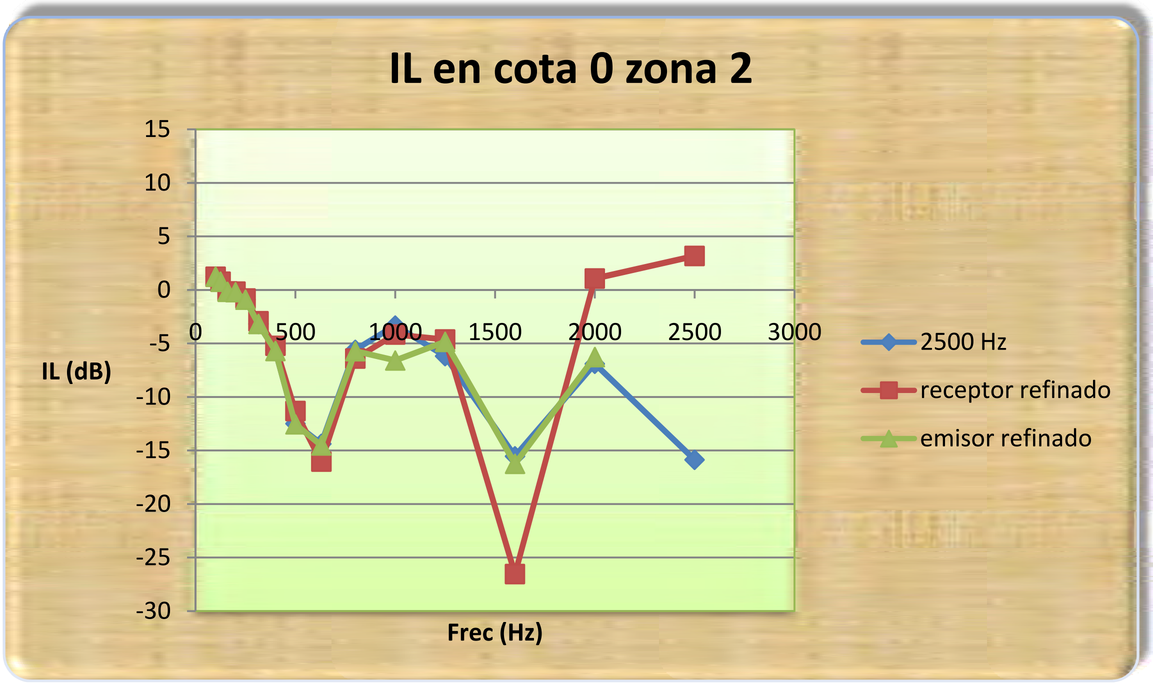


Figura 6.43 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Figura 6.44 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Se entiende que el refinamiento selectivo de caras ofrece resultados más satisfactorios si se estudia el IL para una determinada frecuencia. De este modo, la discretización utilizada (más finamente por el lado del emisor) ofrece resultados satisfactorios hasta 2000 Hz, lo que implica un claro ahorro de gdl. Si la variable analizada es IL Medio Espectral, si se quiere lograr una precisión importante entonces es aconsejable recurrir a discretizaciones homogéneas. No obstante, con respecto al IL Medio Espectral, la desviación cometida con respecto a la discretización homogénea es de 1 dB aproximadamente, lo que es asumible si el análisis realizado no ha de ser muy exigente con la precisión.

A continuación se realiza el mismo experimento pero situando el emisor a cota 0,5 metros. De este modo, el *IL Medio Espectral* de todos los puntos de cada zona quedará:

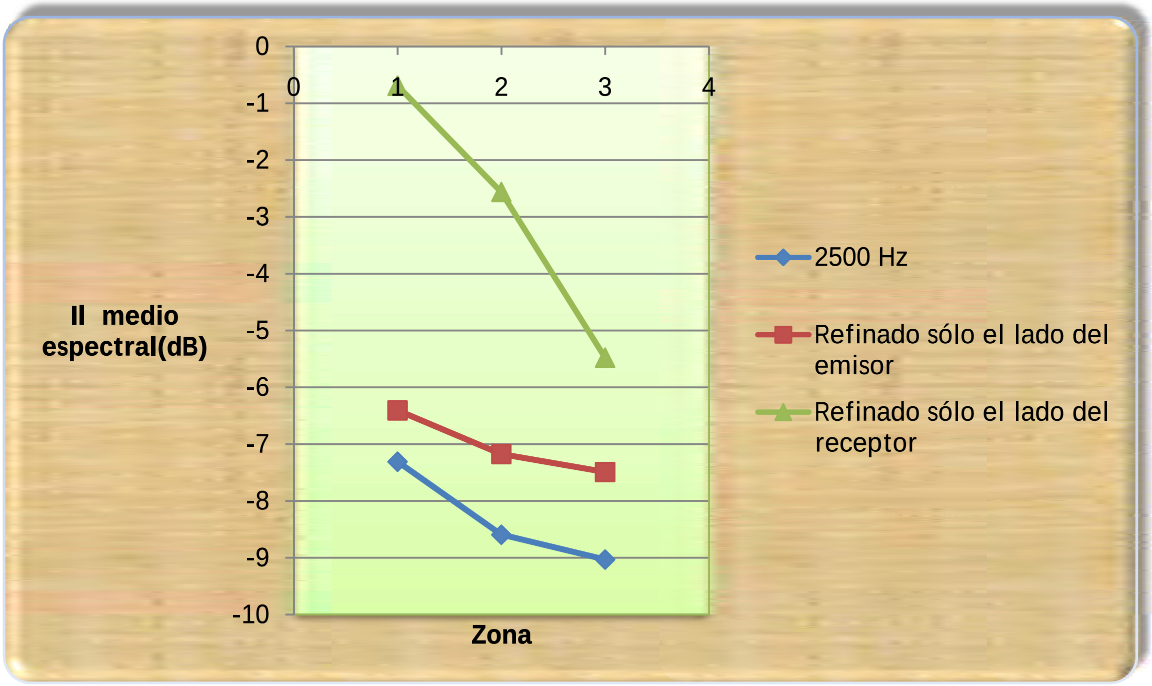


Figura 6.45 Refinamiento selectivo de caras: IL Medio Espectral refinando selectivamente cada cara Vs. pantalla bidimensional con espectro Normalizado Europeo (emisor a cota 0.5 m)

Se comprueba que elevando el emisor por encima del suelo, la desviación con respecto a la solución óptima aumenta en lo que respecta al *IL Medio Espectral*, siendo ya el error bastante considerable. Cabe preguntarse a partir de qué frecuencia empieza a producirse el error, para lo que es preciso calcular el *IL* en función de la frecuencia para un punto de cada zona.

Por tanto, el *IL* en función de la frecuencia calculado en los puntos del cdg de cada zona será:

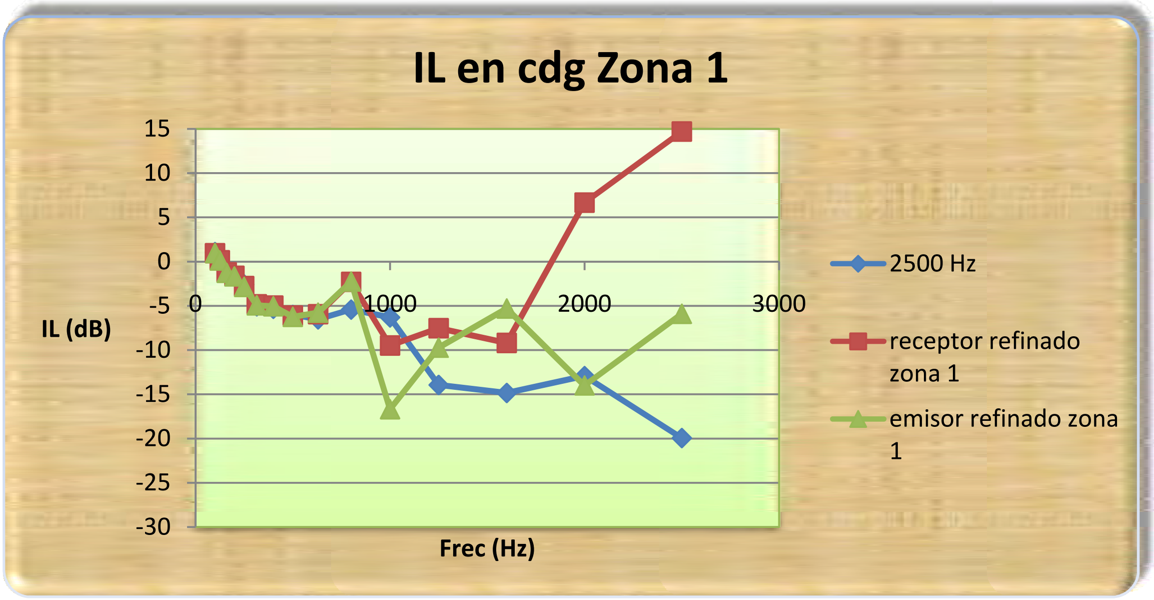


Figura 6.46 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

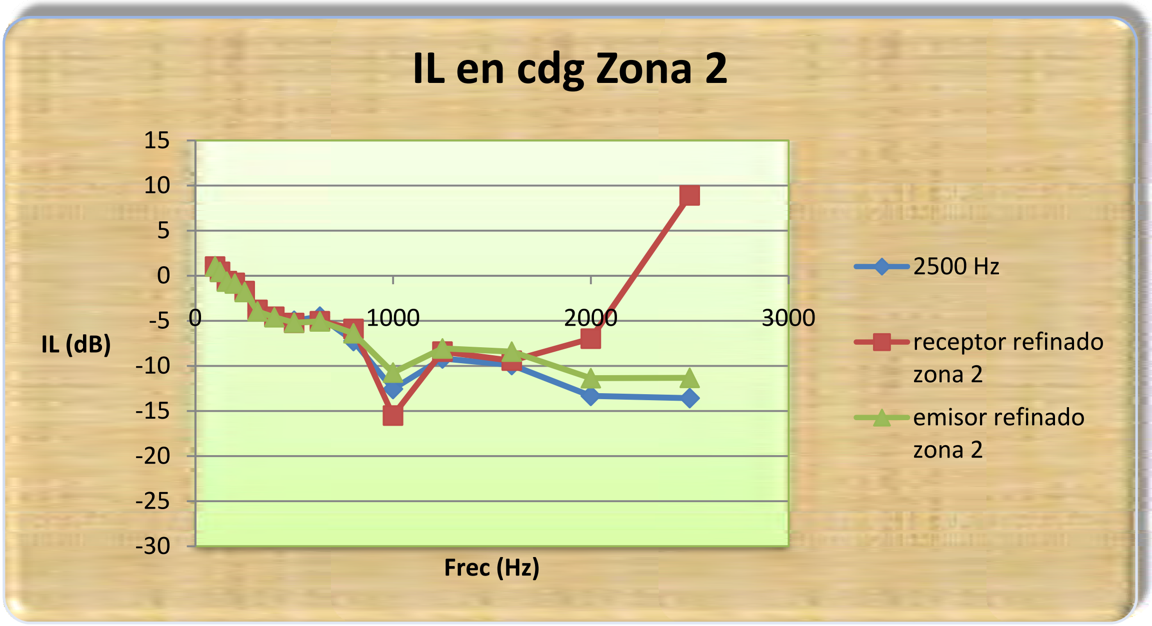


Figura 6.47 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

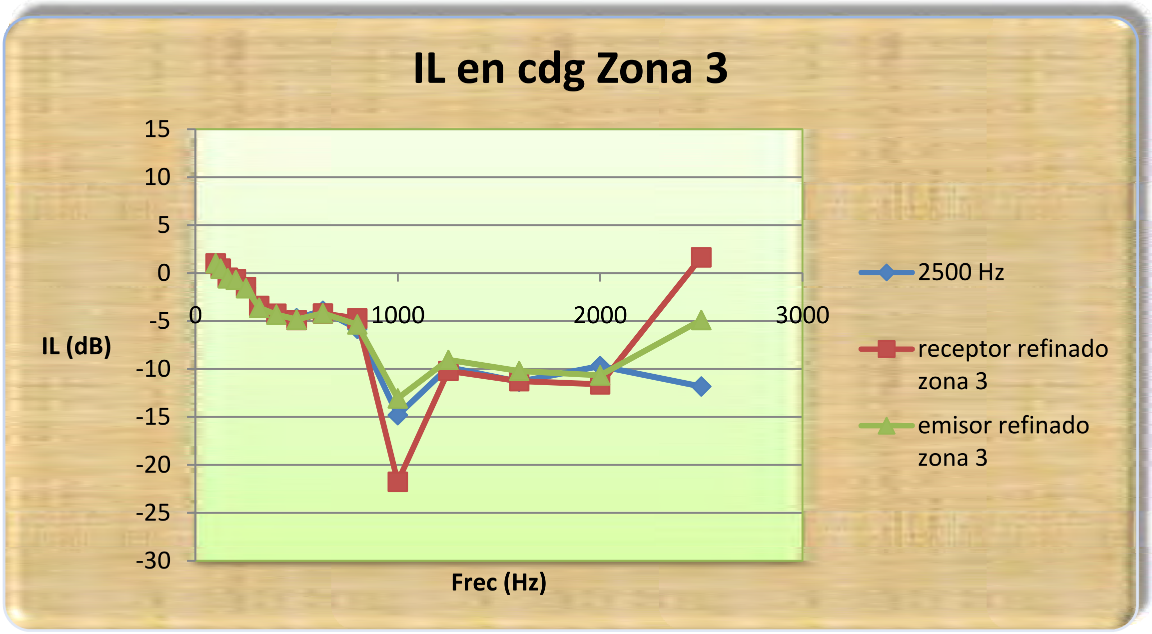


Figura 6.48 Refinamiento selectivo de caras: IL en el cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

Y por último, el mismo *IL* calculado en los puntos situados en la vertical del cdg, a ras de suelo:

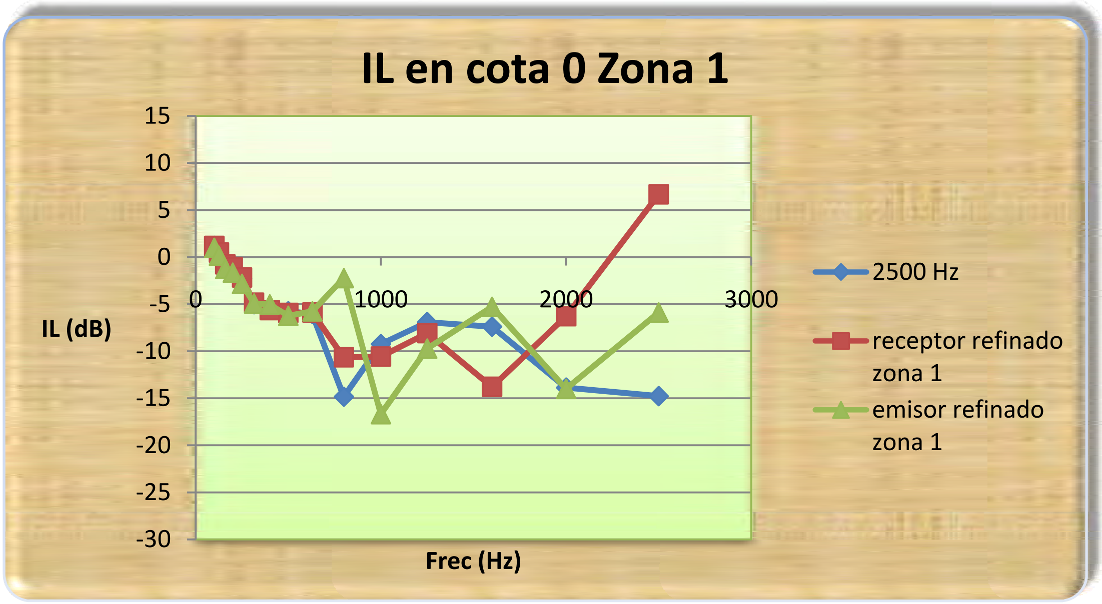


Figura 6.49 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

Figura 6.50 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

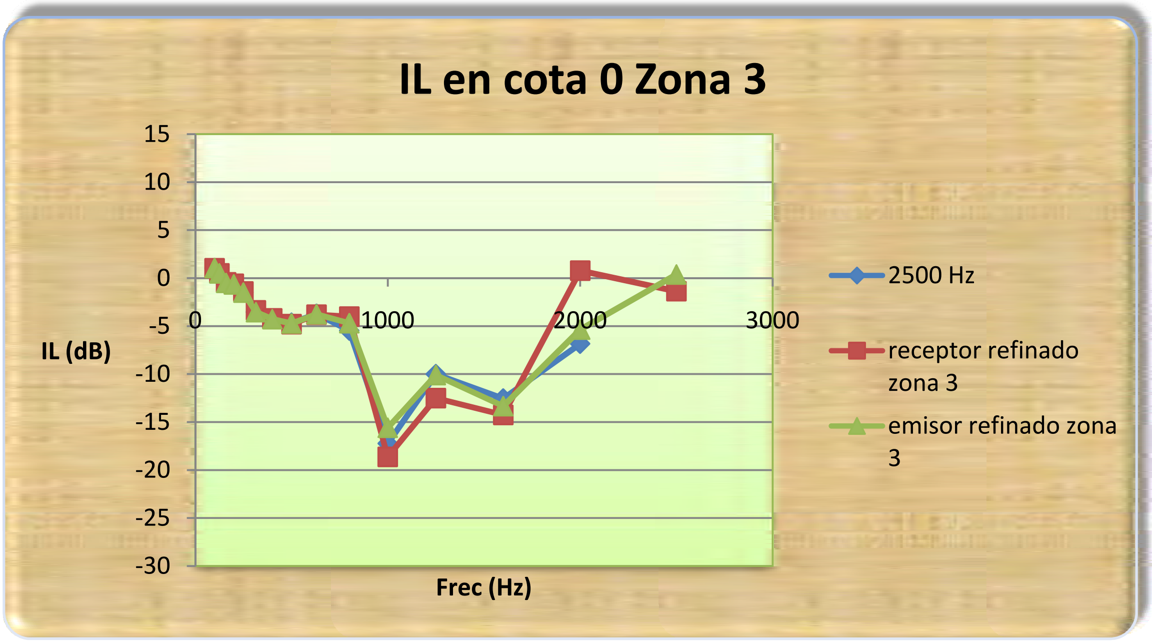


Figura 6.51 Refinamiento selectivo de caras: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones (emisor cota 0.5 m)

De este estudio se puede concluir que, en caso de optar por el refinamiento selectivo de caras como estrategia para reducir gdl en pantallas cortas, la cara que ha de ser discretizada más finamente será la del emisor. Si el emisor se sitúa a ras de suelo, el modelo ofrece resultados fiables para el *IL Medio Espectral*, pero especialmente para el

IL calculado para frecuencias concretas, hasta frecuencias un 50% mayores que la frecuencia para la que se ha discretizado la cara más fina. Los resultados son menos fiables si el receptor está próximo a la pantalla. Por otra parte, si el emisor se sitúa por encima del nivel del suelo, aumenta la desviación, desaconsejándose su uso para el cálculo del *IL Medio Espectral*. No obstante, sigue siendo fiable para el *IL* para determinadas frecuencias, especialmente si los receptores están alejados de la pantalla, hasta frecuencias un 30-50% mayores que la frecuencia para la que se ha discretizado la cara más fina. A modo de ejemplo, la discretización utilizada en este caso (1000 Hz $\lambda/2$ para la cara más fina y 500 Hz $\lambda/2$ para la más gruesa) permite resultados fiables hasta una frecuencia de 1250 Hz en el peor de los casos (emisor en altura y receptores en altura y próximos a la pantalla).

Para completar este estudio, se procede al apartado siguiente, que consiste en comparar pantallas similares pero de longitud creciente (30, 60, 80 y 130 metros), con la misma disposición de emisor y receptores, tal y como se representa en la ilustración siguiente:

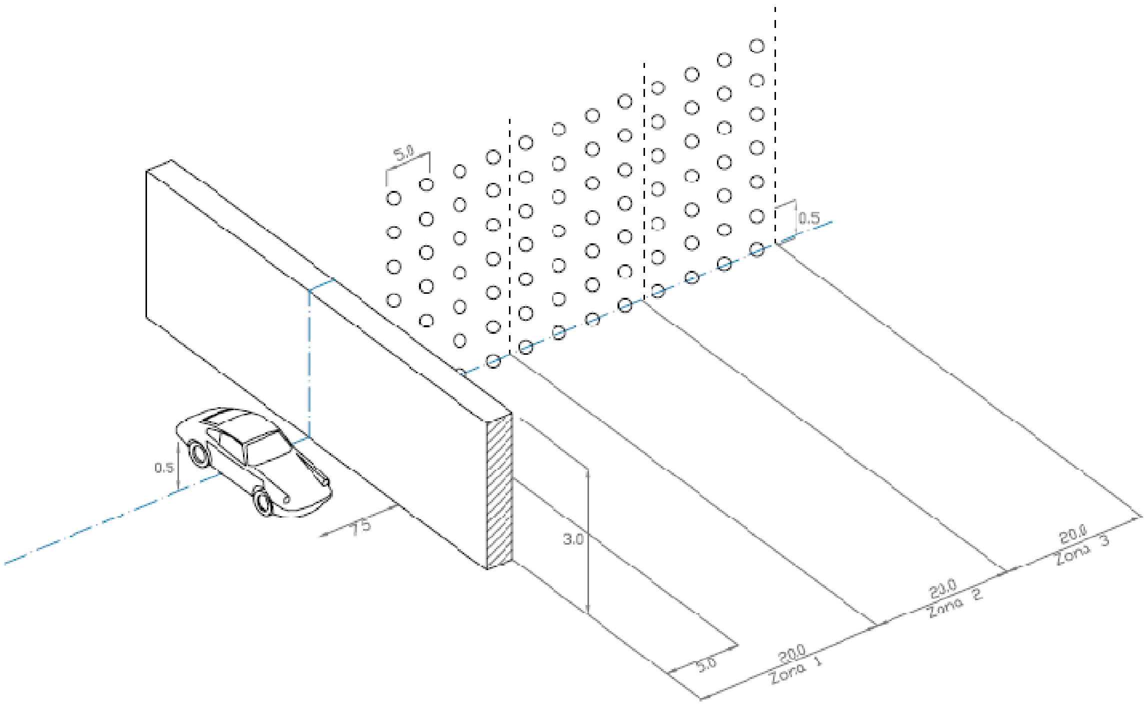


Figura 6.52

Las pantallas se discretizarán según el mismo criterio de refinamiento selectivo: 800 Hz $\lambda/2$ para la cara más refinada y 400 $\lambda/2$ para la más gruesa. Se hará el estudio para cuatro frecuencias fijas (100, 250, 400 y 800 Hz), analizando para cada una de ellas el IL a lo largo de 60 metros desde la pantalla, para los receptores situados a cota 0 y a 0,5 metros de altura. De este modo, para los receptores situados a cota 0, refinando más finamente el lado del **emisor**:

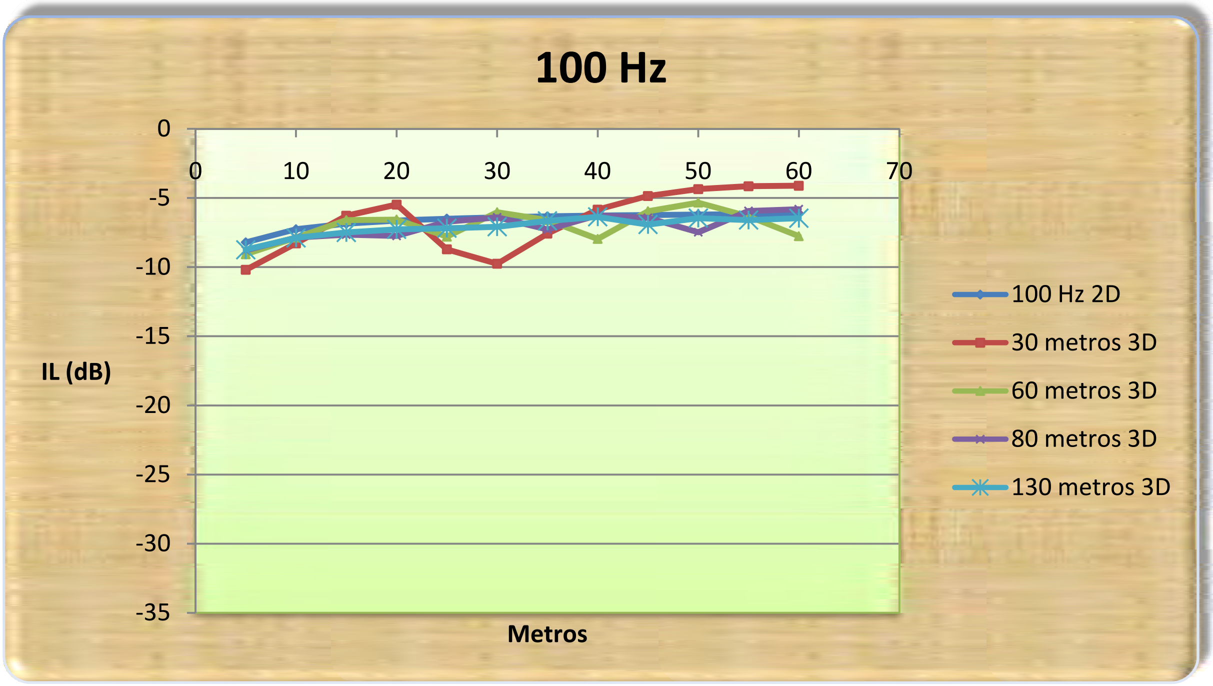


Figura 6.53 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

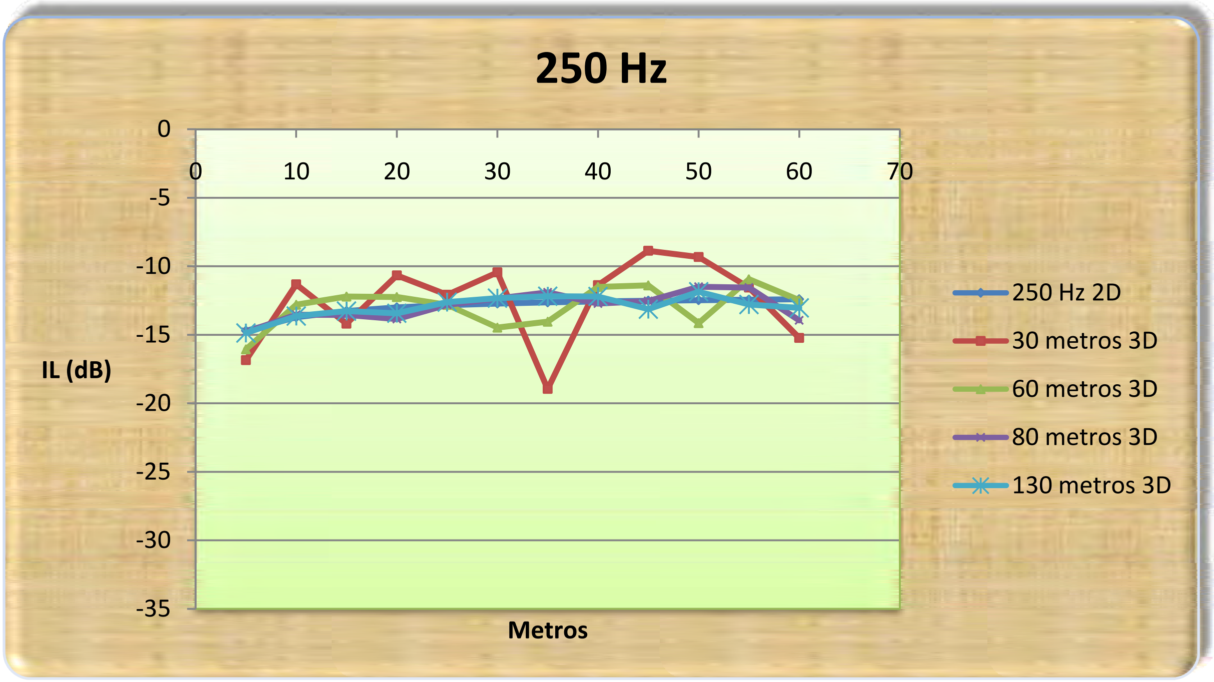


Figura 6.54 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

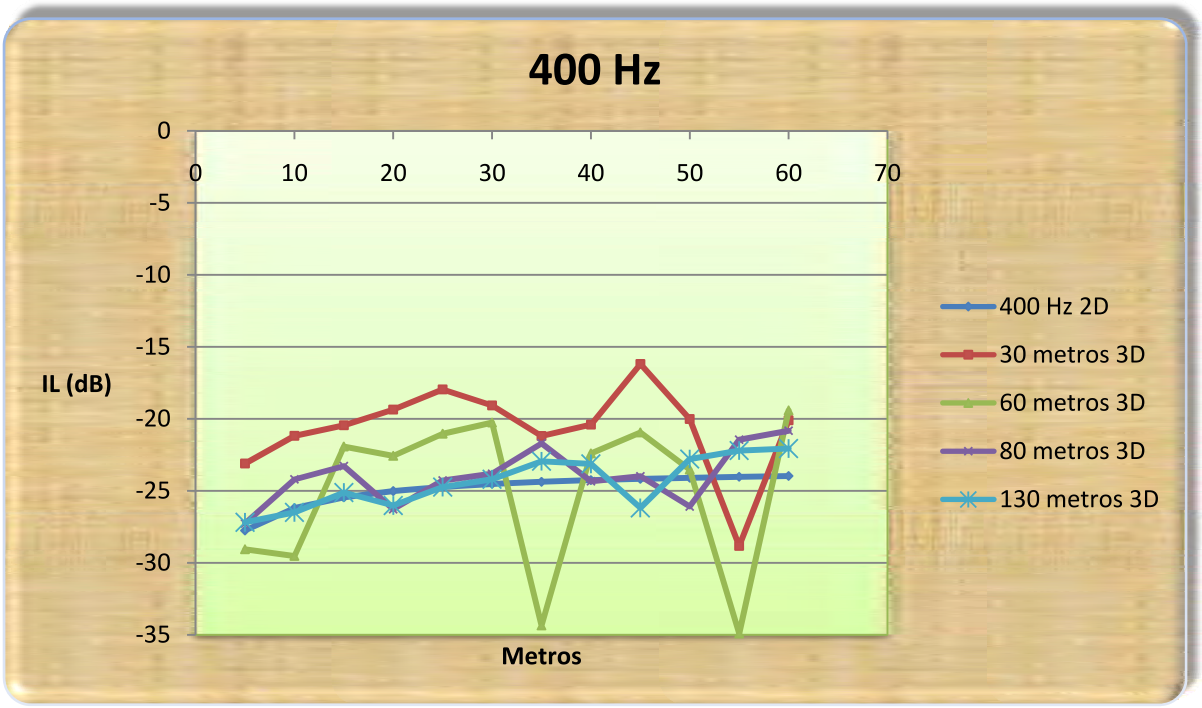


Figura 6.55 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

Figura 6.56 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

Lo mismo, pero con los receptores situados a cota 0.5 metros:

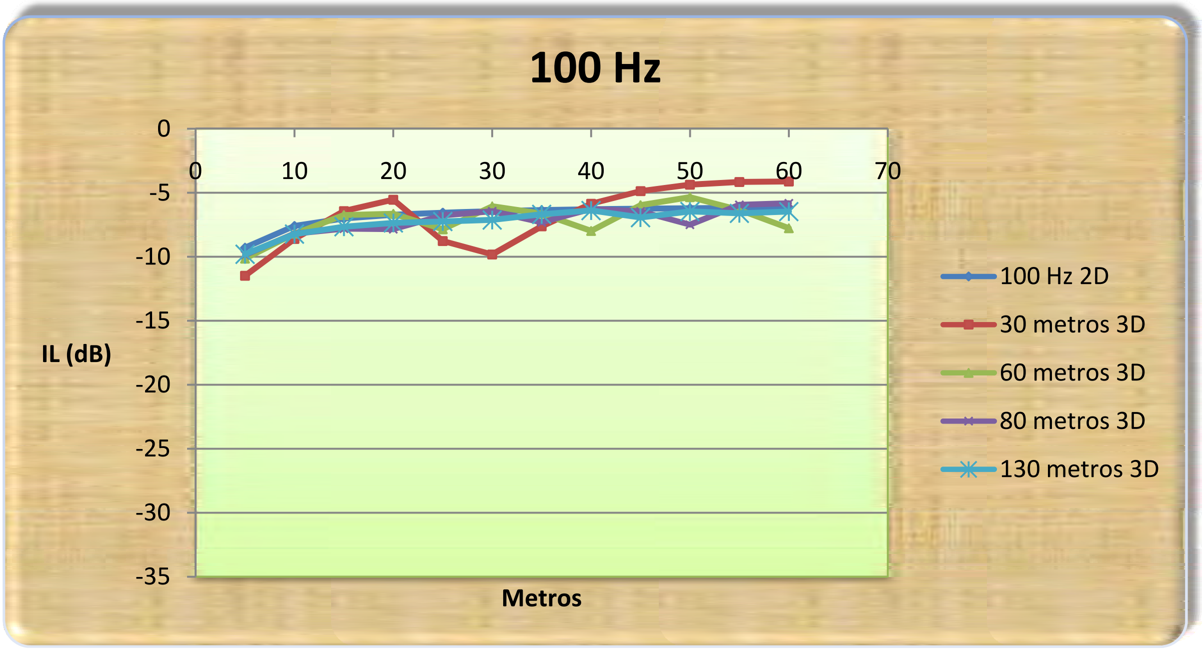


Figura 6.57 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

Figura 6.58 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

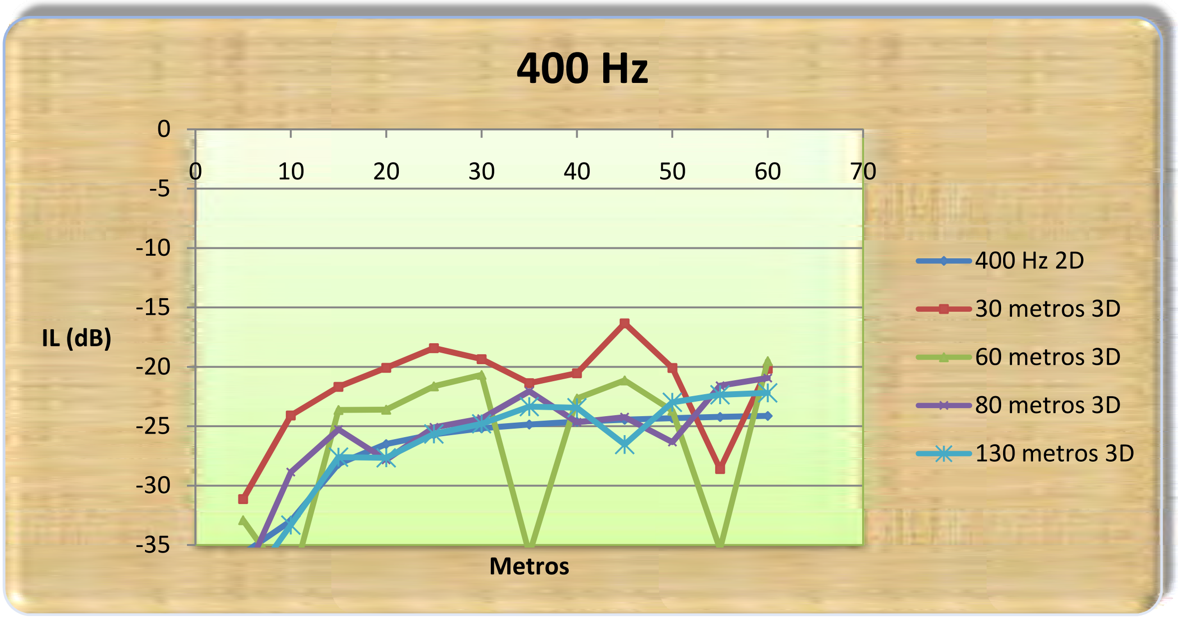


Figura 6.59 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

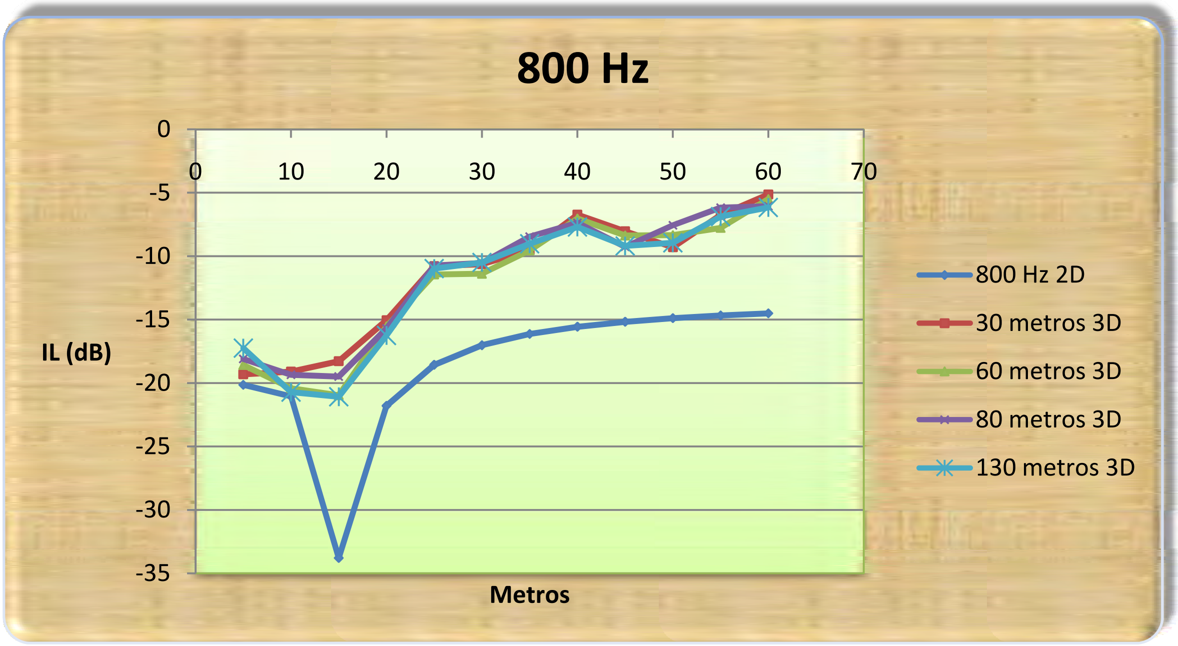


Figura 6.60 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de emisor más refinado

Y el IL calculado como media del de todos los receptores, para cada zona:

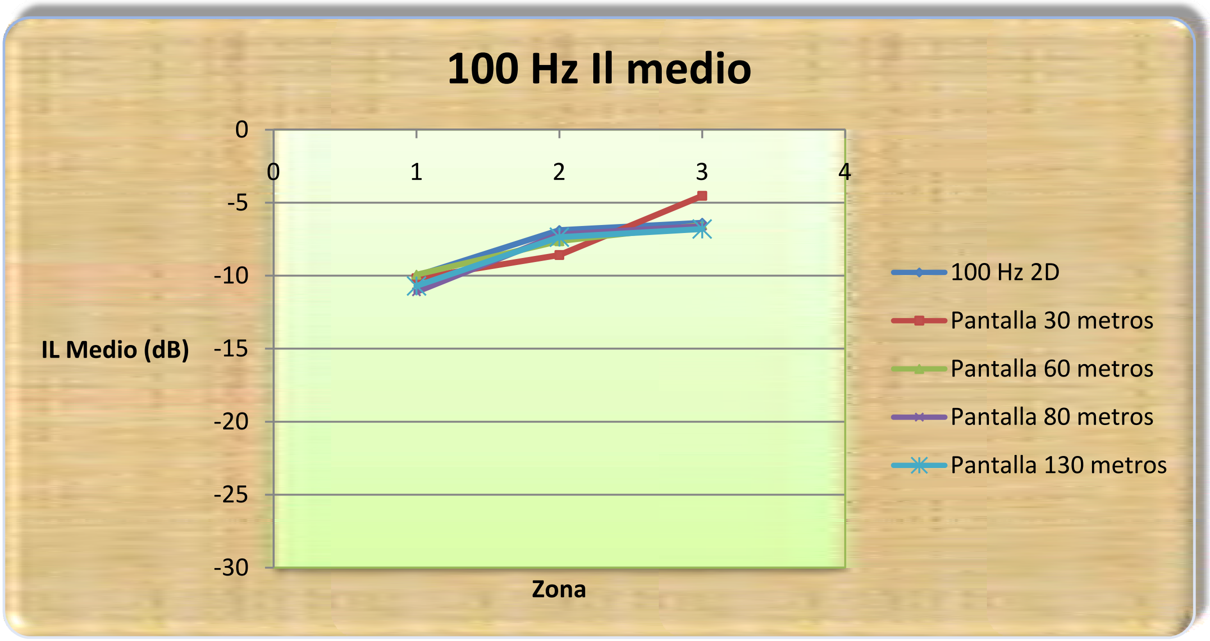


Figura 6.61 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada , con lado de emisor más refinado

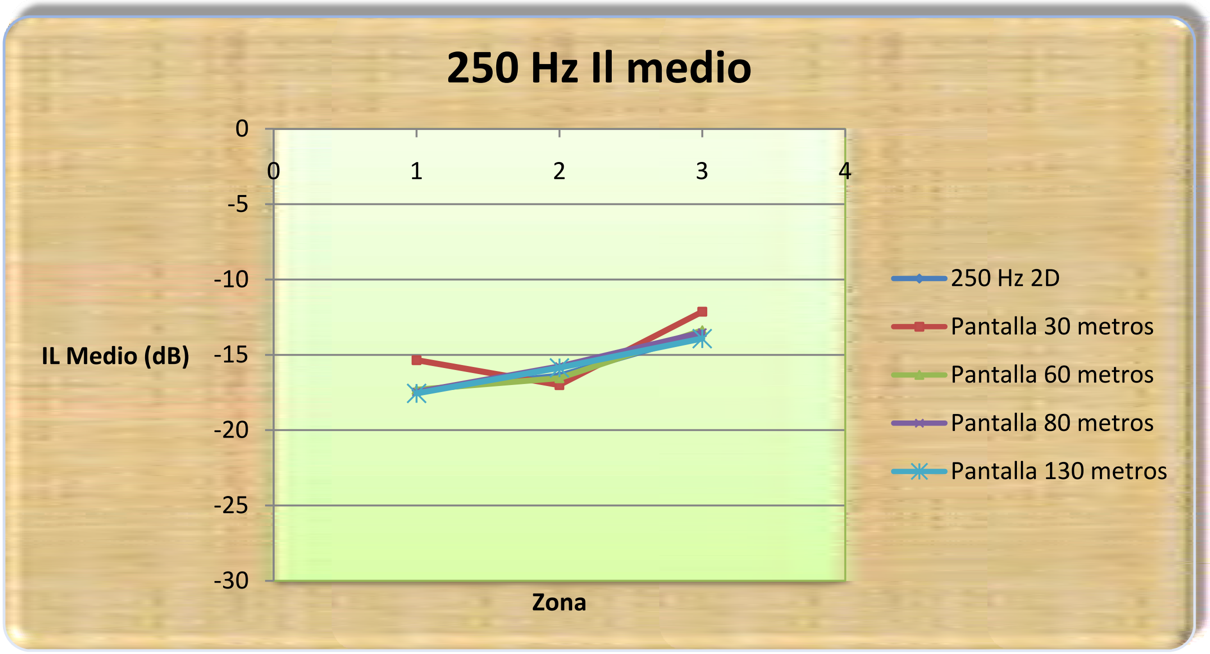


Figura 6.62 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con lado de emisor más refinado

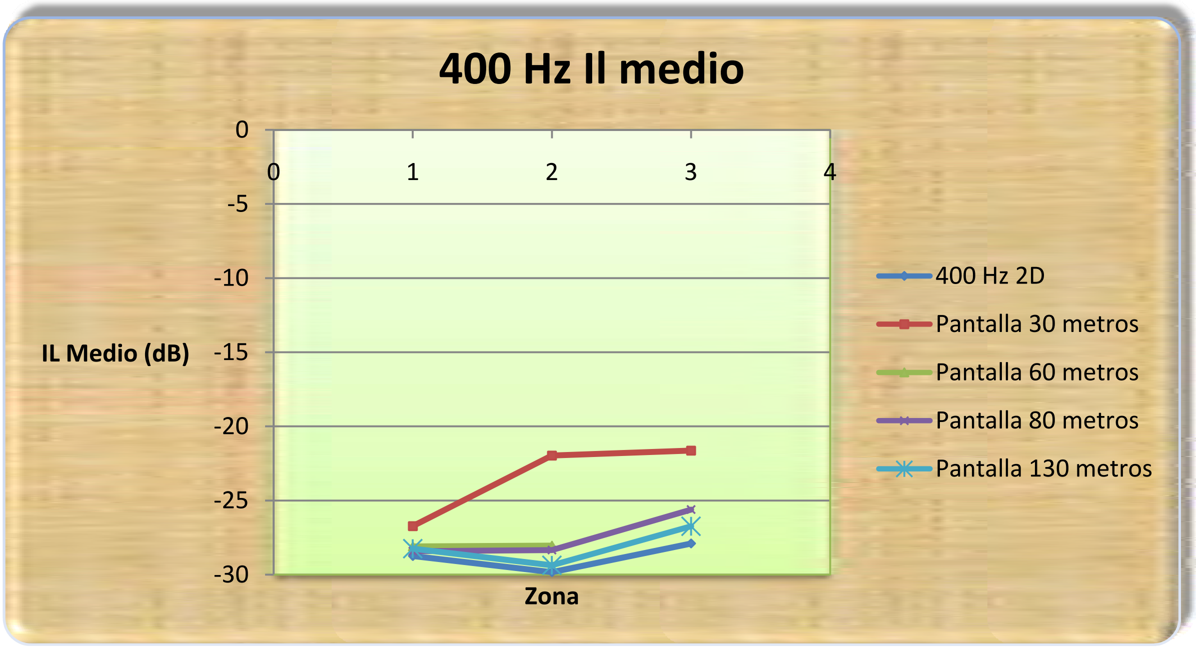


Figura 6.63 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con lado de emisor más refinado

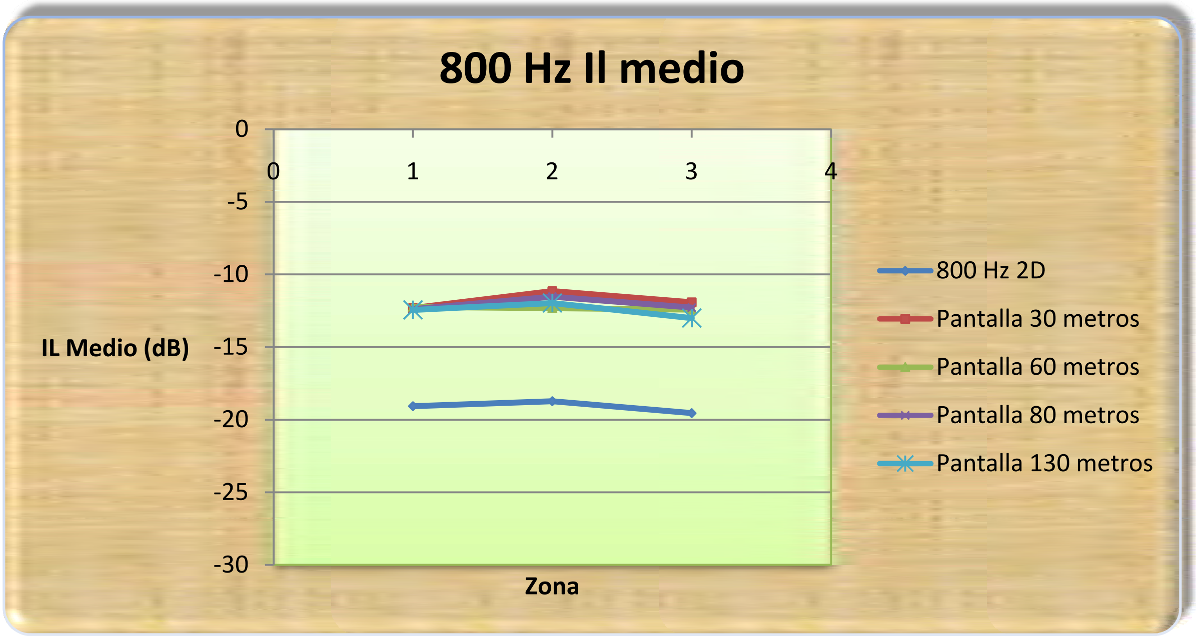


Figura 6.64 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con lado de emisor más refinado

A continuación, a fin de establecer una comparativa, se hace el mismo estudio pero refinando más finamente la cara de los receptores. De este modo, para el IL a lo largo de los receptores situados a cota 0, se obtiene:

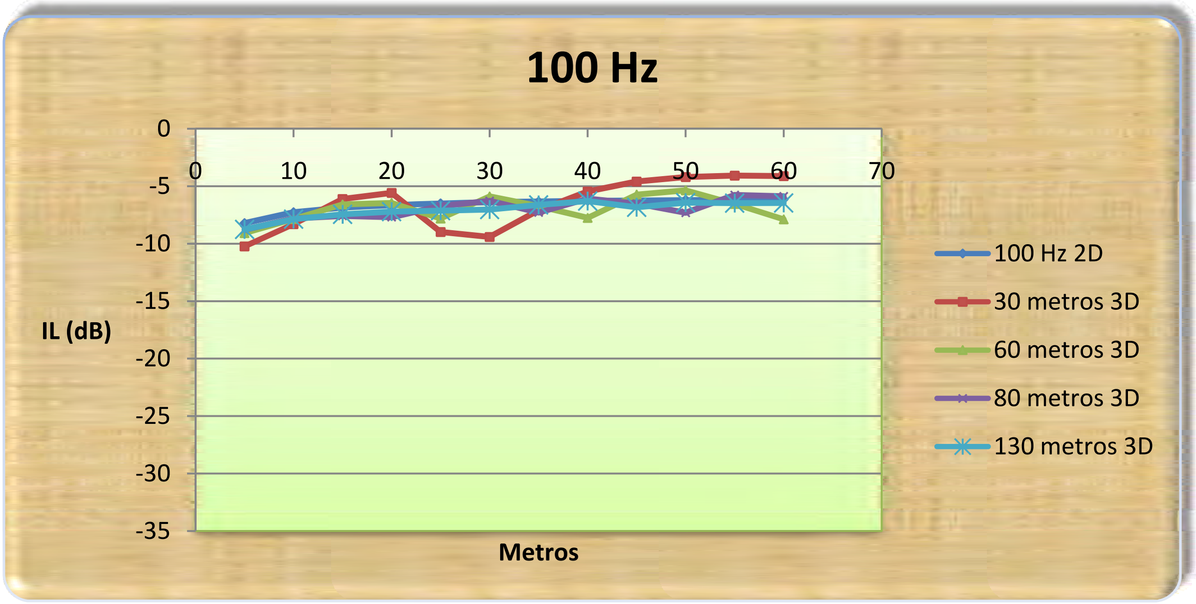


Figura 6.65 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

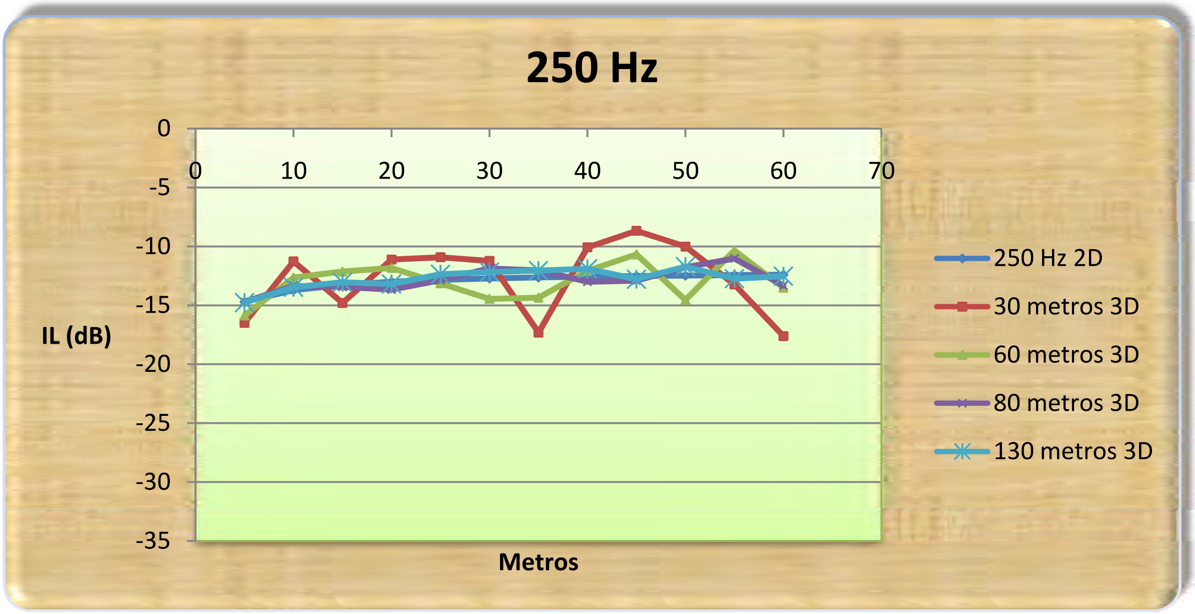


Figura 6.66 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

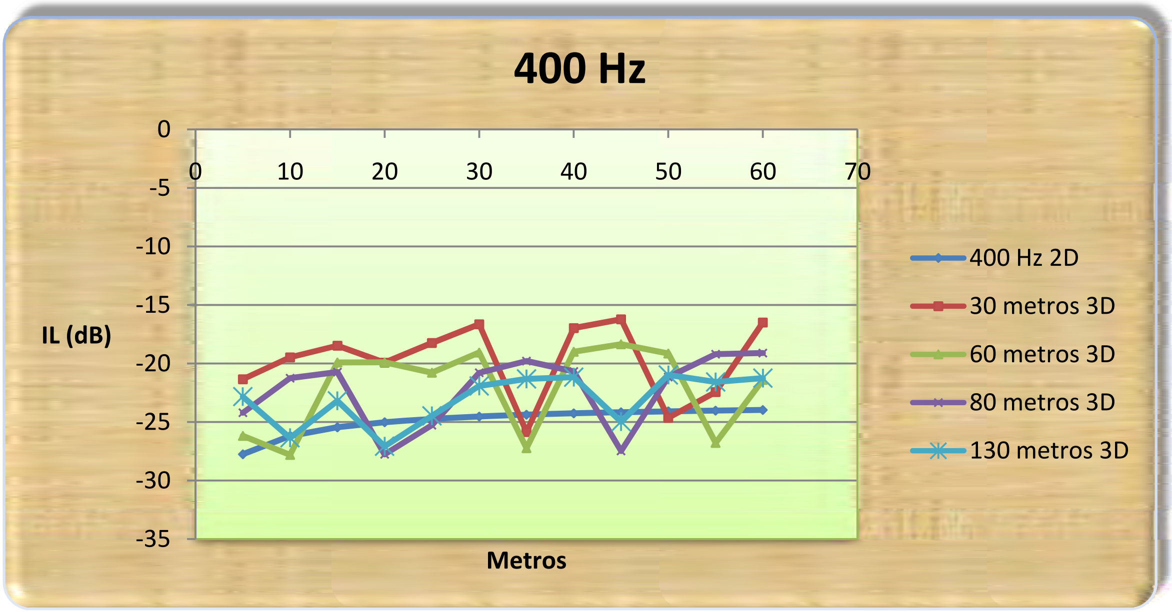


Figura 6.67 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

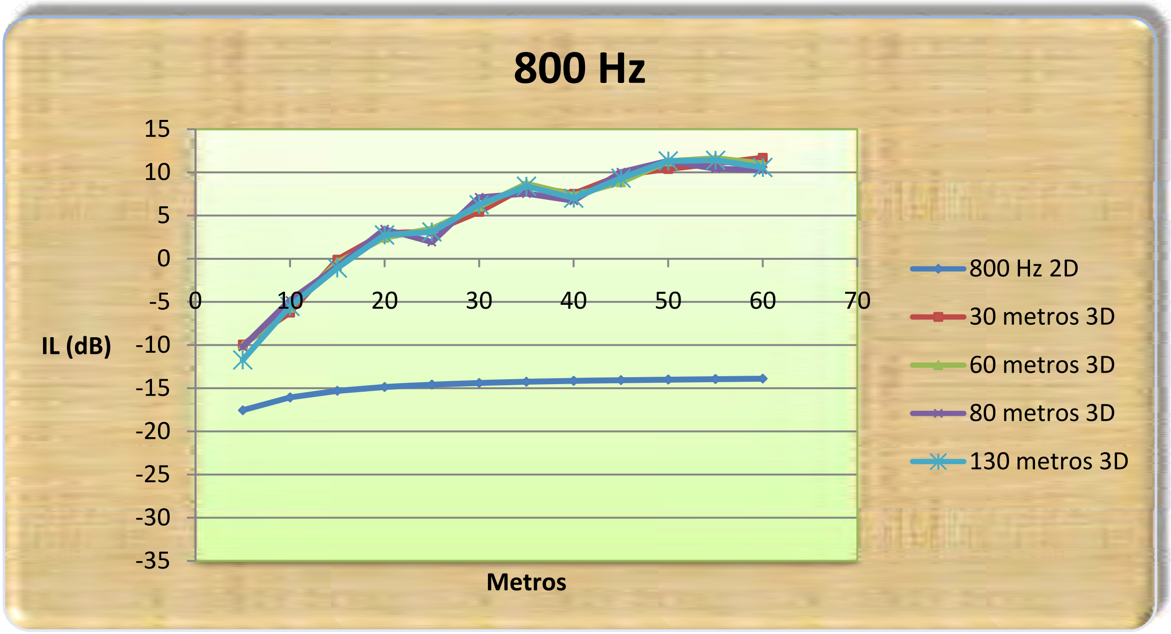


Figura 6.68 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0 desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

El mismo caso, pero situando los receptores a 0.5 metros de altura:

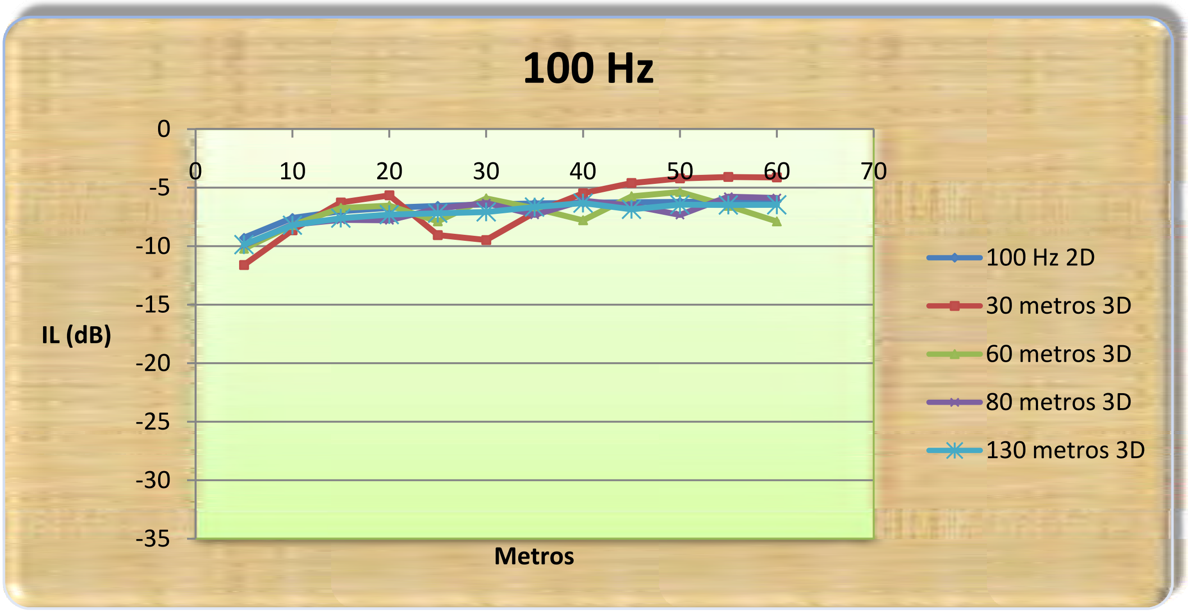


Figura 6.69 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

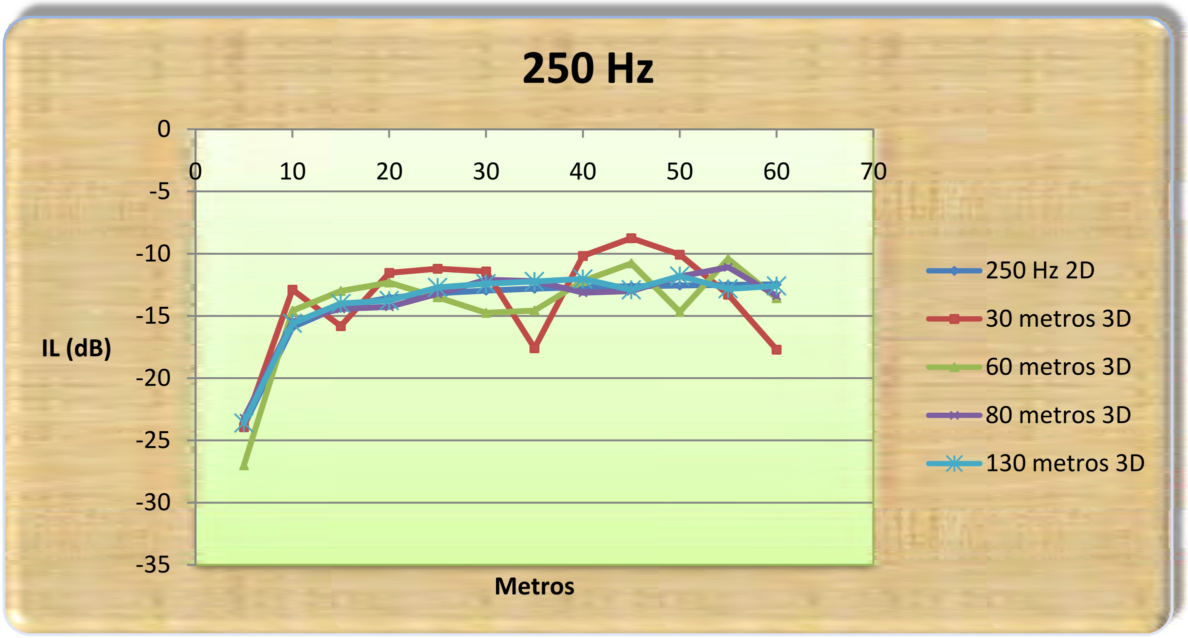


Figura 6.70 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

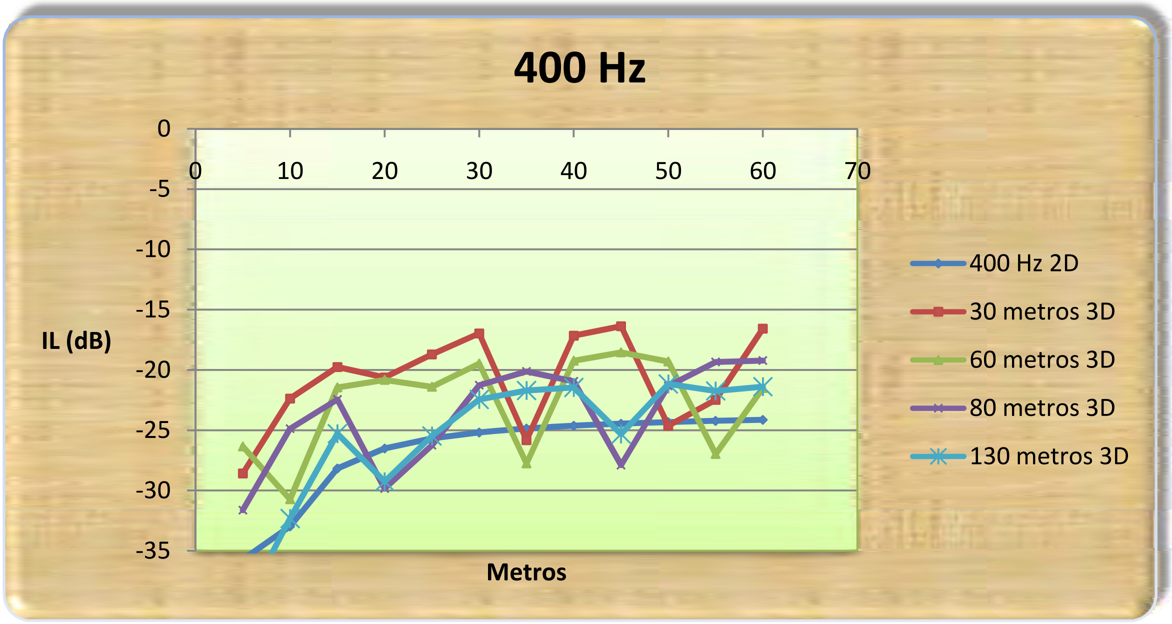


Figura 6.71 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

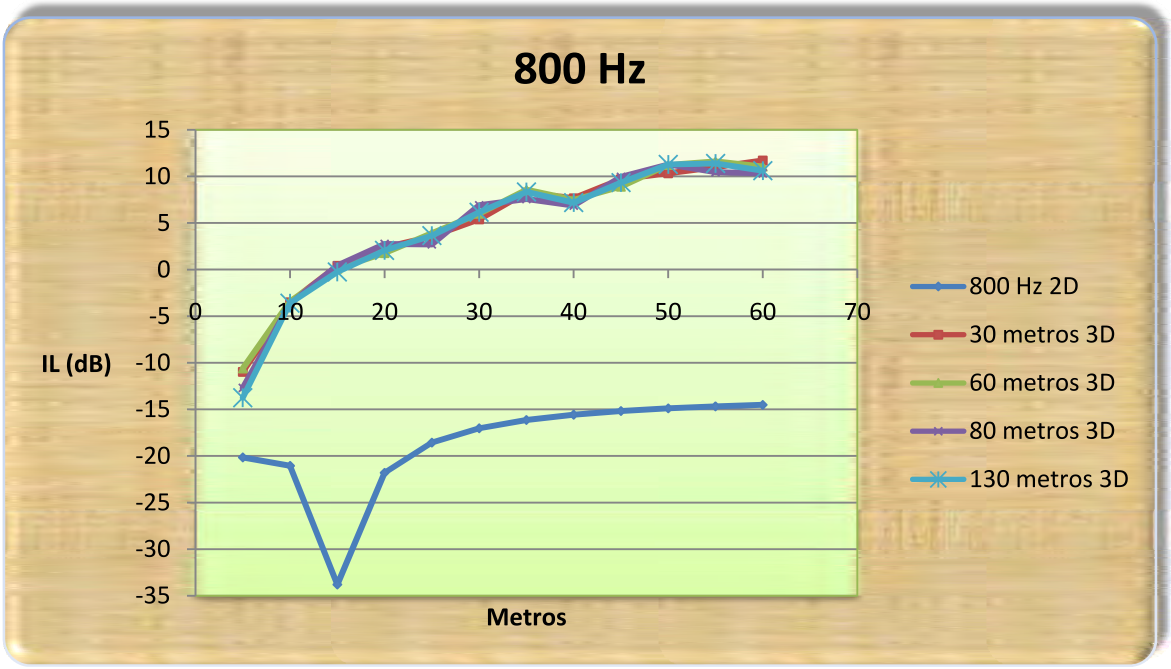


Figura 6.72 IL de pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada a lo largo de una línea de receptores colocados a cota 0.5 m desde 5 a 60 metros de la pantalla, con lado de los receptores más refinado

Y el IL calculado como media del de todos los receptores, para cada zona:

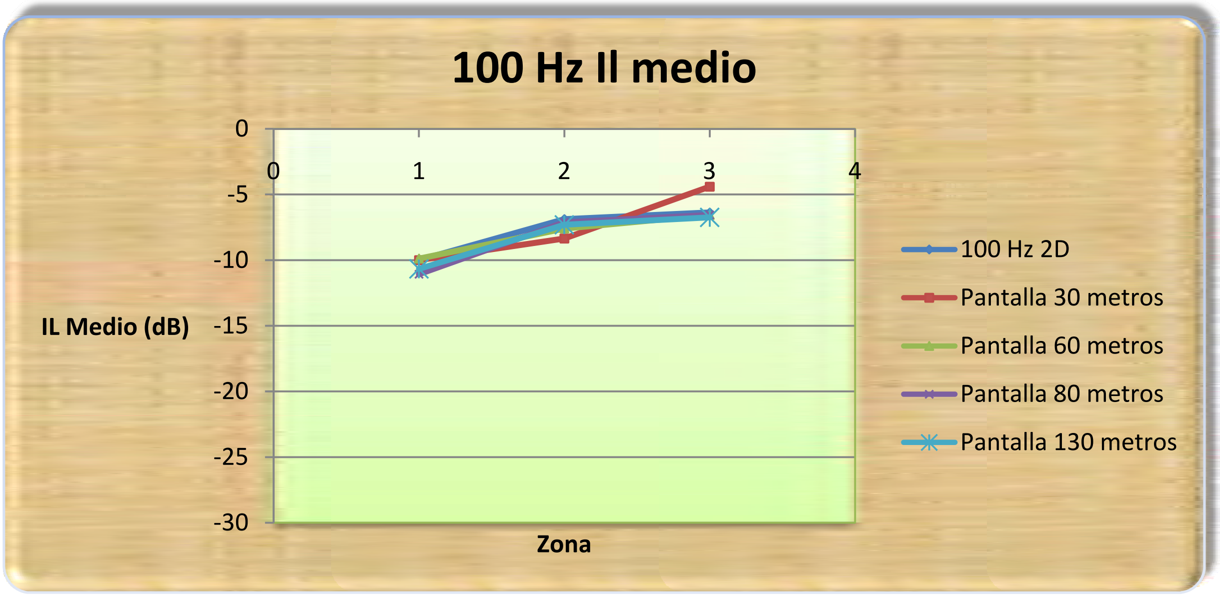


Figura 6.73 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con el lado de los receptores más refinado

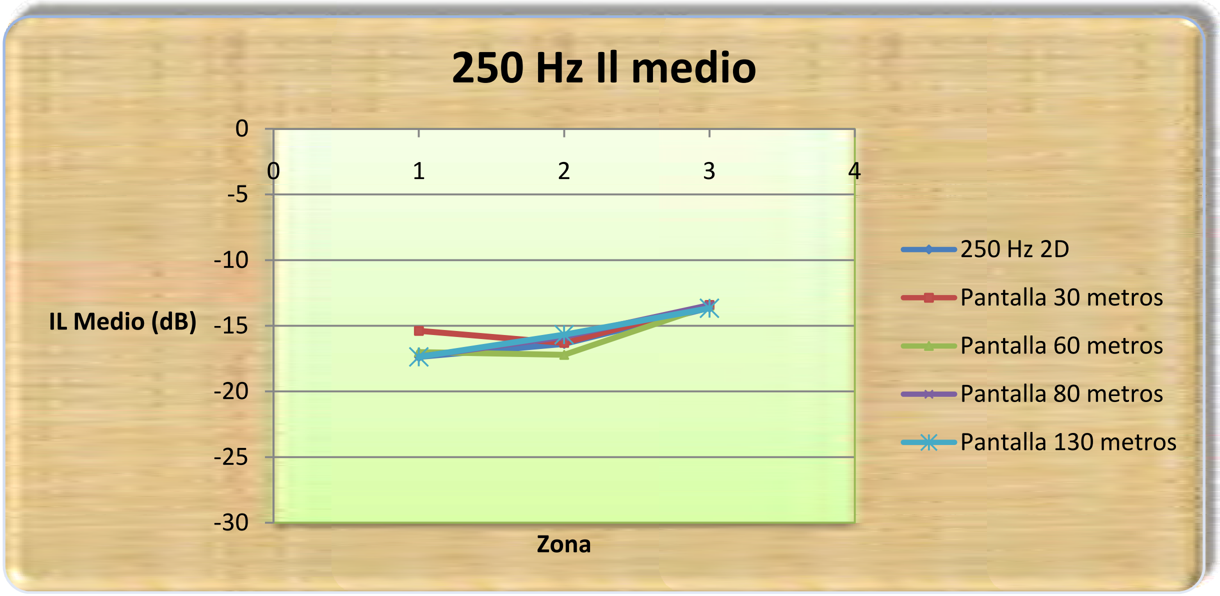


Figura 6.74 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con el lado de los receptores más refinado

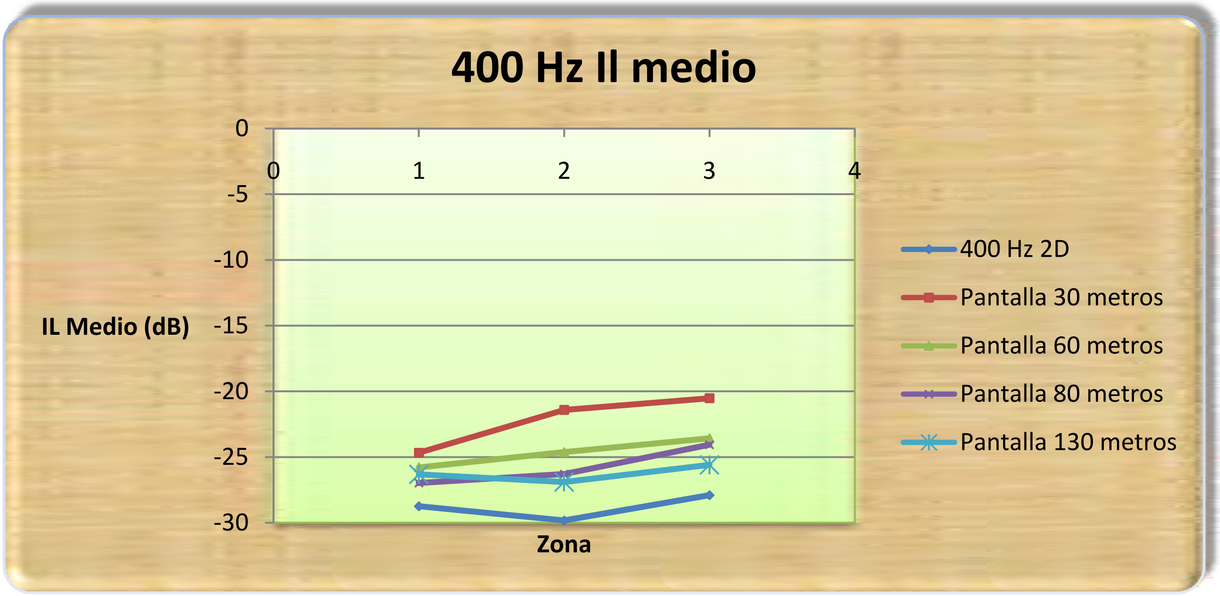


Figura 6.75 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con el lado de los receptores más refinado

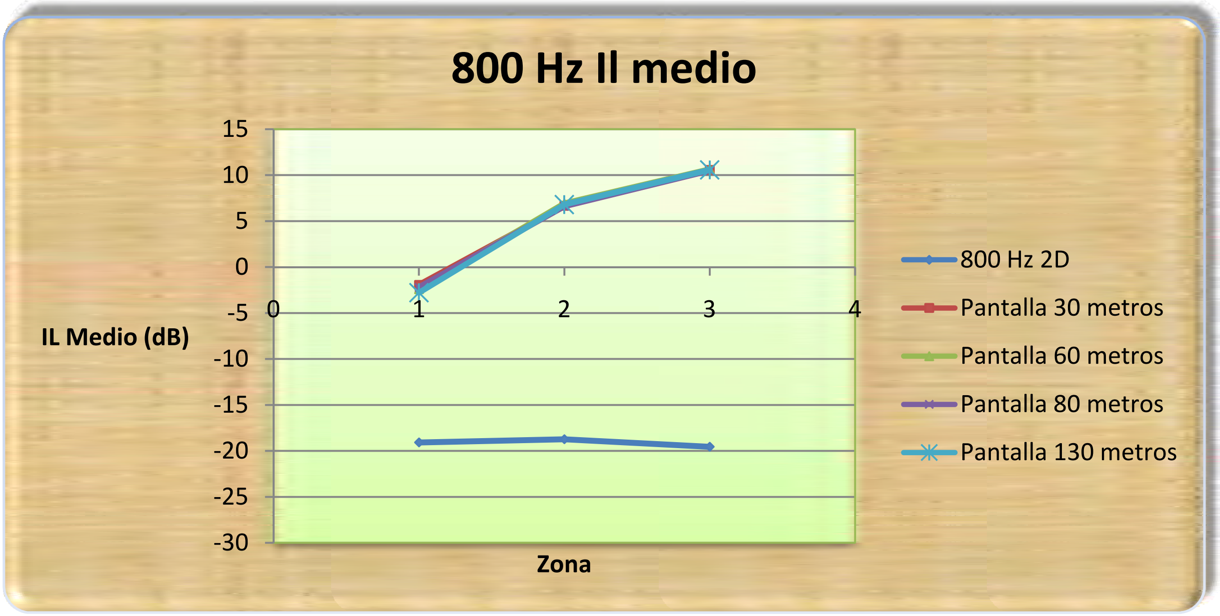


Figura 6.76 IL medio de todos los receptores de cada zona para pantallas de diferente longitud a la frecuencia indicada, con el lado de los receptores más refinado

En las gráficas correspondientes a discretizar más finamente sólo la cara del emisor, se observa que la precisión es mayor que al hacer lo propio con la cara del receptor. En ambos casos, la precisión se pierde a la frecuencia de 800 Hz, si bien la diferencia es mucho más notable en el segundo caso. En las demás frecuencias, para el primer caso, se obtienen buenos resultados, siendo las oscilaciones perfectamente achacables al efecto tridimensional.

Este último estudio viene a confirmar lo extraído de los anteriores, y es que el refinamiento selectivo del lado del emisor ofrece resultados óptimos, no ocurriendo lo mismo si el lado refinado es el del receptor. Por otra parte, se va perdiendo algo de precisión a medida que la frecuencia estudiada se acerca a la frecuencia para la que se ha discretizado. Por tanto, esta estrategia es óptima para variables que contemplen el estudio aglutinado de un amplio rango de frecuencias (como por ejemplo el *IL Medio Espectral* o el *IL Espectral*), debiendo ser la frecuencia más fina de discretización una de las más altas de ese rango.

6.3 Pantalla simple de 30 metros (discretizaciones disconformes)

Uno de los puntos esenciales que ha ocupado el grueso de este capítulo es lo concerniente a la reducción de grados de libertad. Como se ha mencionado, establecer una estrategia de ahorro de los mismos es de magna importancia, a fin de poder manejar computacionalmente casos que con discretizaciones homogéneas serían inabordables. Hasta ahora se ha propuesto como estrategia el refinamiento selectivo de la cara del emisor, lo que ha demostrado ser de utilidad pues reduce de manera eficaz el número de gdl y permite obtener resultados precisos.

En este epígrafe, siguiendo la misma línea, se desarrollarán y estudiarán nuevas estrategias de reducción de grados de libertad, mediante el uso de discretizaciones disconformes, estrategias tales como:

- Refinado más fino de los bordes y más grueso en el interior de las caras
- Refinado selectivo de caras, refinando más finamente los bordes
- Refinado más fino de sólo una parte de la pantalla, etc.

Habrá de comprobarse así mismo la calidad de los resultados obtenidos.

Para poder sopesar mejor el impacto de estas estrategias, es conveniente recurrir a una pantalla lo suficientemente larga como para advertir el ahorro de grados de libertad, y lo suficientemente corta como para no representar una carga computacional elevada que derive en mucho tiempo de procesado. Por tanto, se selecciona para ello una pantalla de 30 metros.

6.3.1 Planteamiento del problema

Todos los casos que se estudiarán corresponden a un mismo problema: se sitúa una pantalla de 30 metros, separando un emisor y un receptor. De este modo, el emisor quedará a 7.5 metros de la pantalla, y el receptor a 22.5 metros, estando ambos a cota 0 en todos los casos salvo que se indique lo contrario, todo tal y como se muestra en la figura:

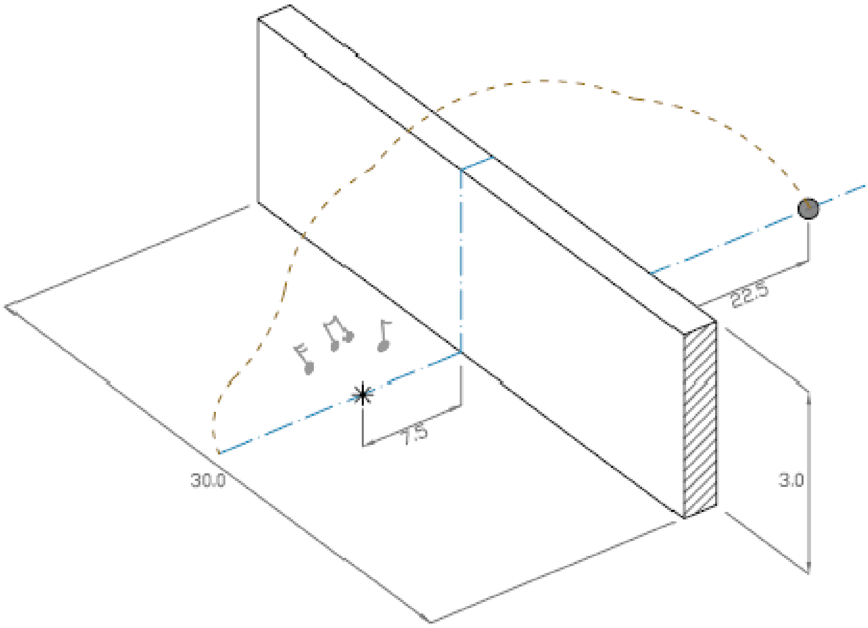


Figura 6.77

En todos los casos se representará gráficamente el *IL* obtenido cambiado de signo, en el receptor mencionado, en ordenadas; y en abscisas, el espectro de frecuencias en Hz.

En primer lugar, se compara la resolución del problema utilizando una pantalla de 30 metros con una discretización conforme de 1000 Hz y $\lambda/2$ (0.17 metros de tamaño de elemento), con la resolución obtenida al discretizar según este criterio sólo el borde de la pantalla (el borde será igual al doble del espesor de la pantalla, es decir, 0.4 metros), aplicando este criterio a ambas caras de la pantalla. En el interior de la cara, el refinamiento será más grueso (para 250 Hz $\lambda/2$, 0.686 metros de tamaño de elemento). En este caso concreto, y como excepción a los demás, se dispondrá el emisor a 0.5 metros de altura y el receptor a 1.5 metros. De este modo, la pantalla quedará discretizada así:

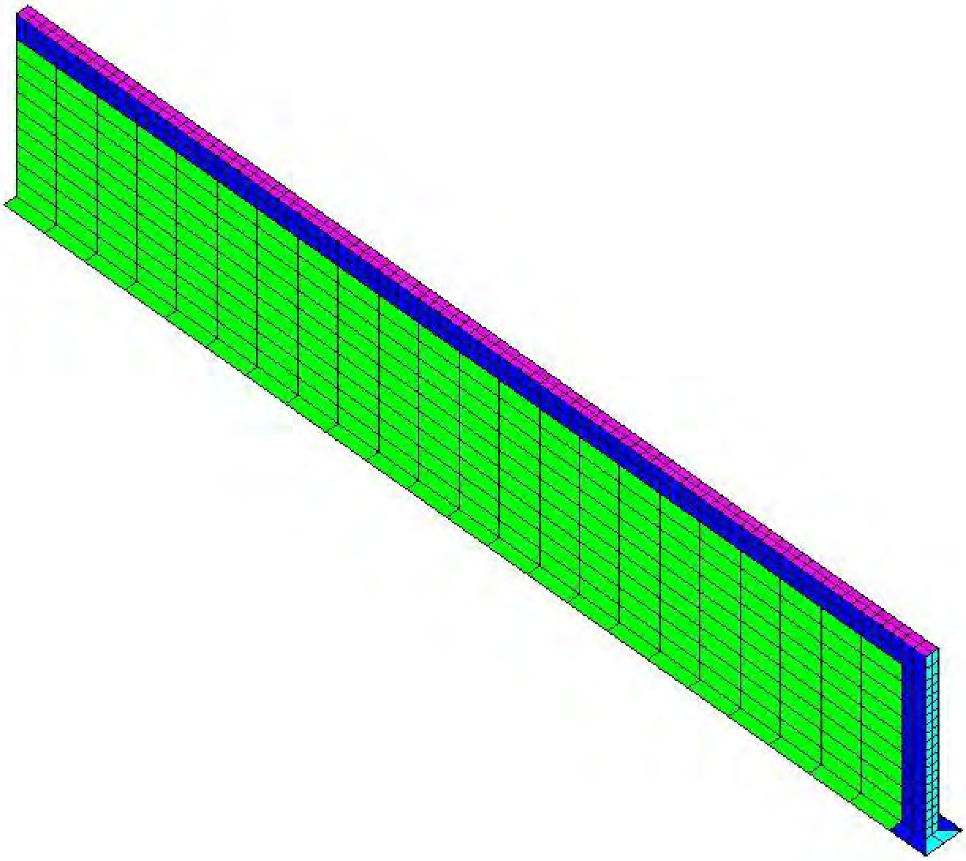


Figura 6.78

Discretización	Tamaño de elemento (m)
250 Hz landa medio	0.686
1000 Hz landa medio	0.172

6.3.2 Resultados

La gráfica obtenida será:

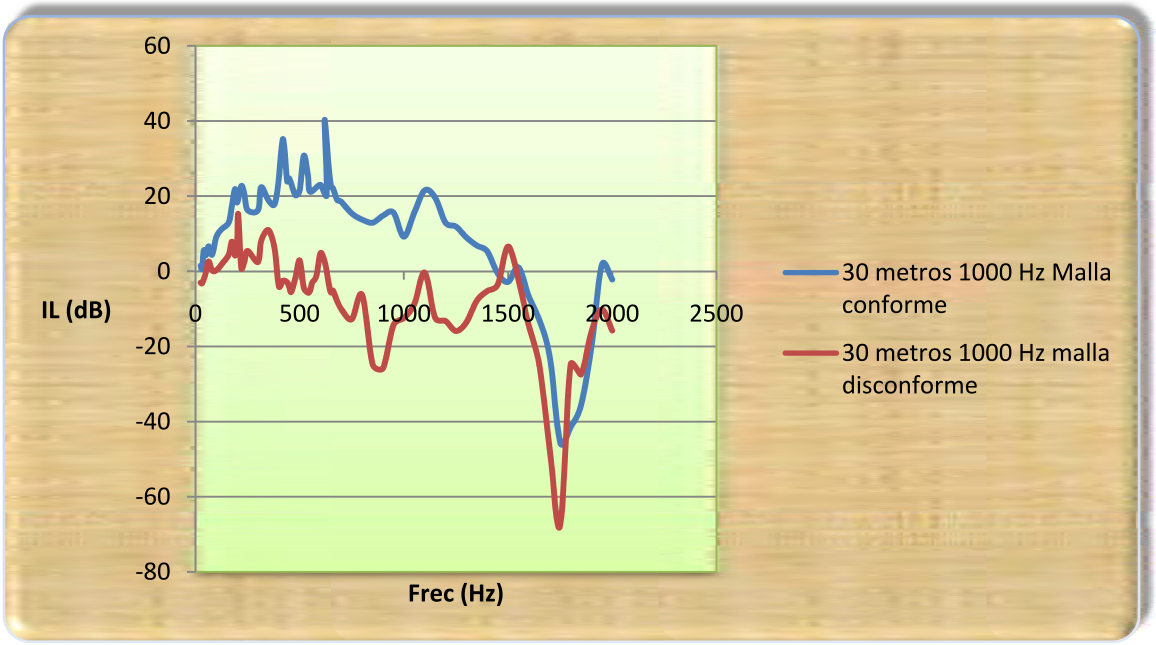


Figura 6.79 Discretizaciones disconformes: IL a largo del espectro de frecuencias de pantalla refinada según figura 6.75 Vs. discretización homogénea

Se comprueba que la malla disconforme no es muy precisa. Aún así no conviene descartar aún esta estrategia: se puede refinar el interior de la pantalla con una discretización más fina (500 Hz $\lambda/2$):

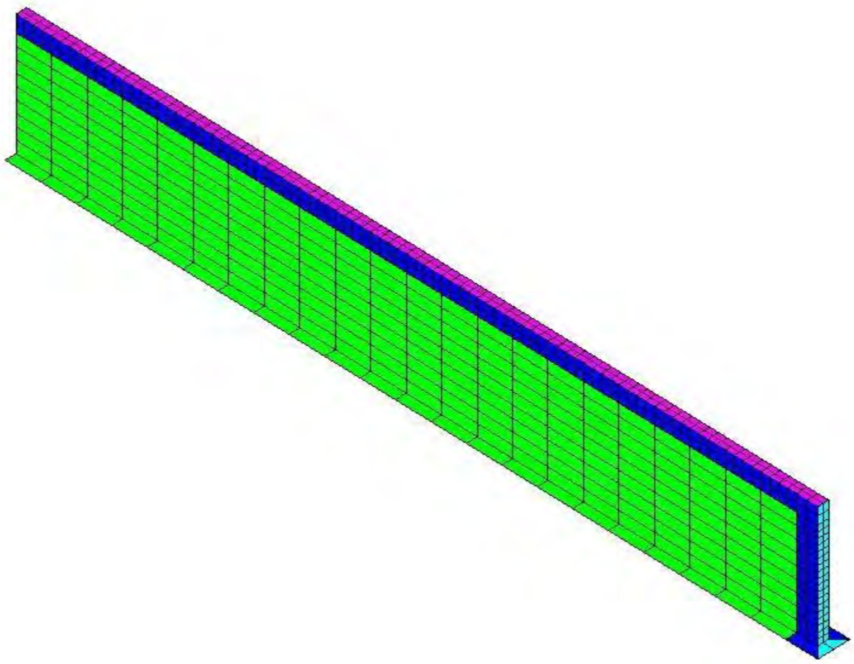


Figura 6.80

Discretización	Tamaño de elemento (m)
500 Hz landa medio	0.343
1000 Hz landa medio	0.172

Esto se comparará también con una pantalla discretizada de la misma manera pero duplicando el tamaño del borde más refinado, de este modo quedará:

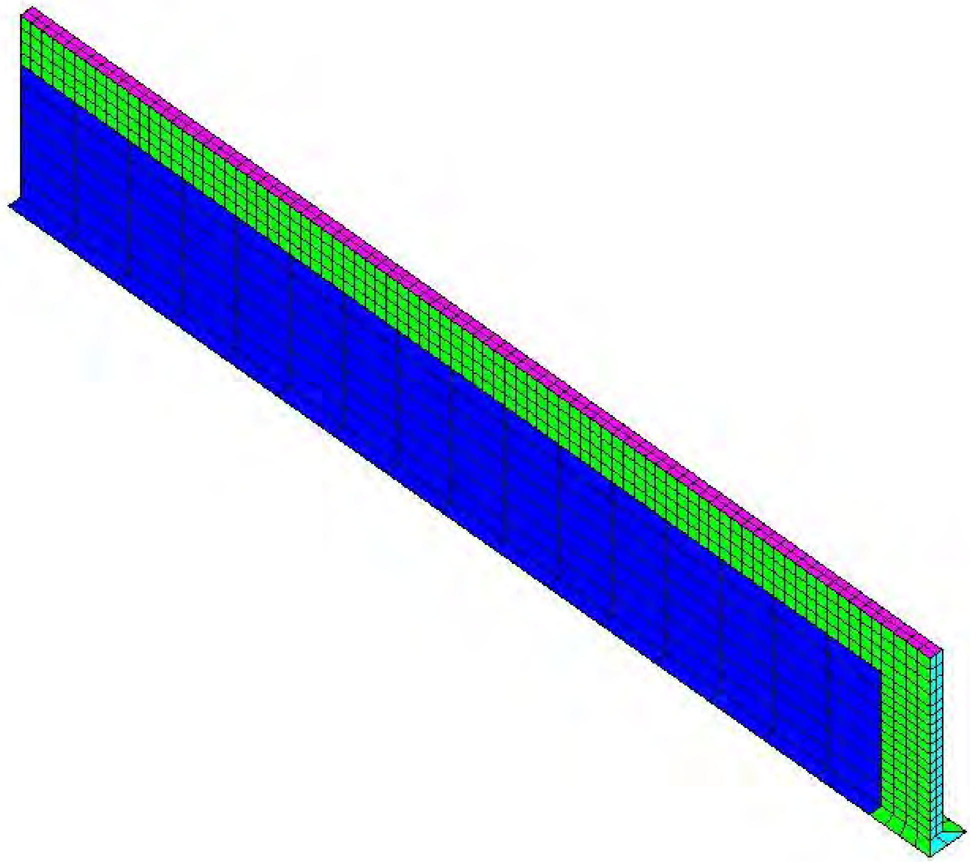


Figura 6.81

Así, comparando los tres casos descritos hasta ahora con el resultado de refinar homogéneamente:

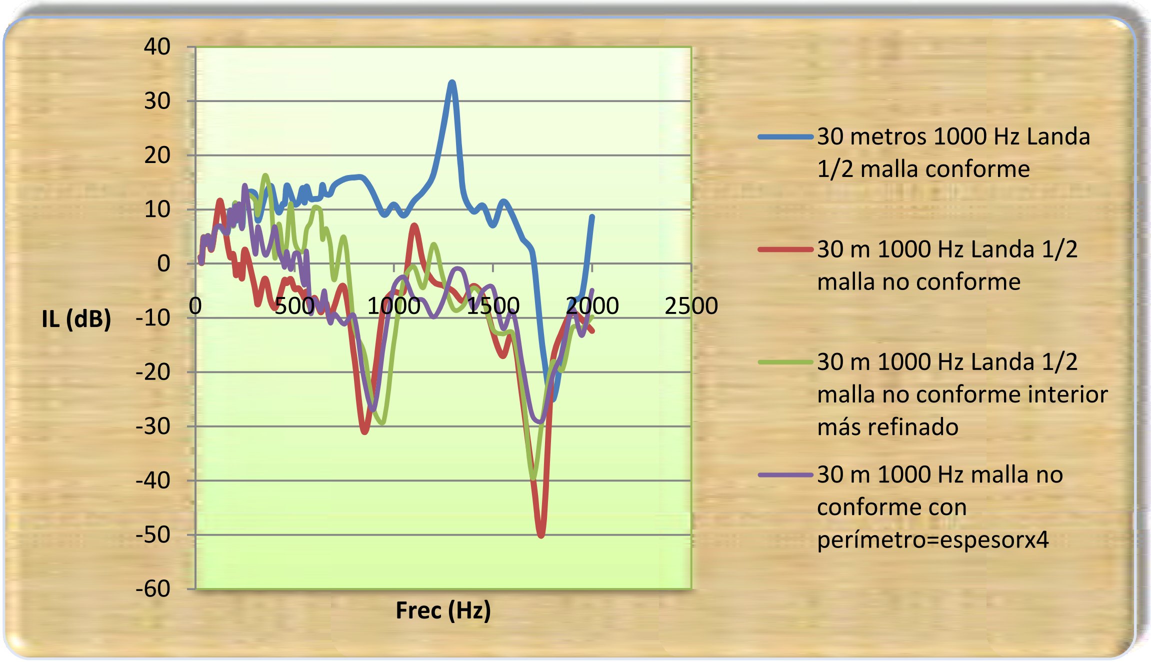


Figura 6.82 IL a lo largo del espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones disconformes de la pantalla de 30 metros

A la luz de estas gráficas, se comprueba que ninguno de estos resultados obtiene una precisión suficiente como para considerar esta estrategia como viable, siendo por tanto oportuno descartarla.

Otra estrategia posible consistiría en mallar un lado de la pantalla con el criterio anterior (borde fino, interior grueso), refinando finamente la cara opuesta (bien la del emisor, bien la del receptor, con 1000 Hz $\lambda/2$). Como se ha visto hasta ahora, se puede prever que la solución más correcta será la de refinar finamente la cara del emisor. De este modo, la pantalla quedará discretizada así:

Lado grueso:

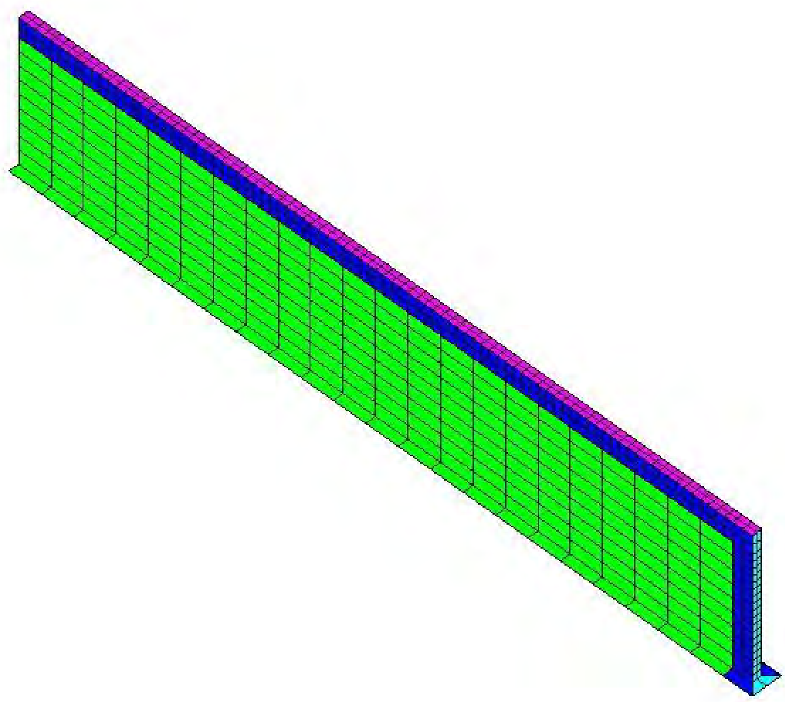


Figura 6.83

Lado fino y homogéneo:

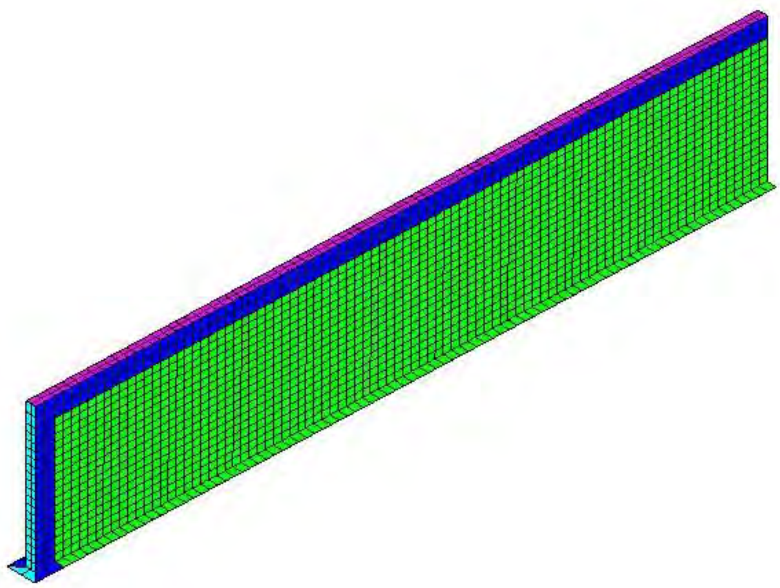


Figura 6.84

El resultado obtenido de resolver este problema para ambos casos, comparado con la resolución del problema utilizando una discretización homogénea es:

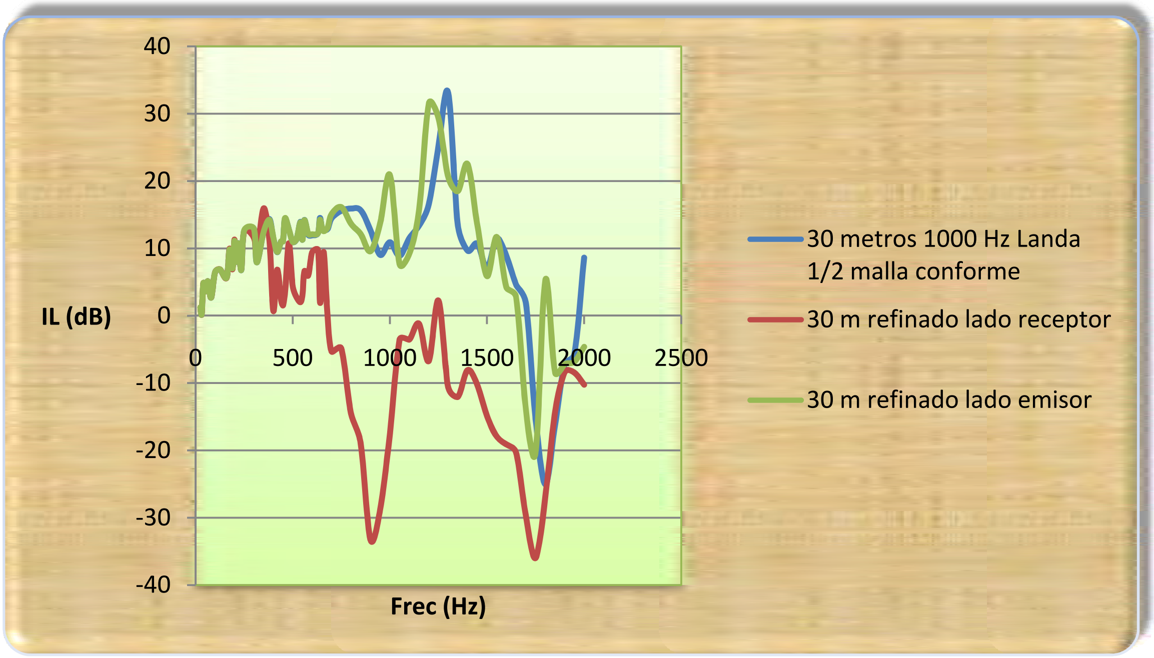


Figura 6.85 IL a lo largo del espectro de frecuencias para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea

Se comprueba que efectivamente la solución más correcta se obtiene refinando sólo el lado del emisor. Aún así, los resultados obtenidos no son especialmente precisos, y el ahorro de gdl que se obtiene no es mucho mayor que con la estrategia del refinado selectivo de la cara del emisor, vista en el epígrafe anterior. Por tanto, esta estrategia también puede descartarse.

Otra posible discretización que ofrece un ahorro de gdl atractivo consistiría en refinar sólo una parte de la pantalla. Es decir, si la pantalla mide 30 metros, se refinarían finamente 7.5 metros por cada lado del eje de simetría (1000 Hz $\lambda/2$), quedando 7.5 metros refinados más gruesamente (500 Hz $\lambda/2$, 3.43 metros de longitud de elemento) en los dos extremos de la pantalla. Teniendo en cuenta las consideraciones de simetría propias del Ruido3D, la pantalla quedaría:

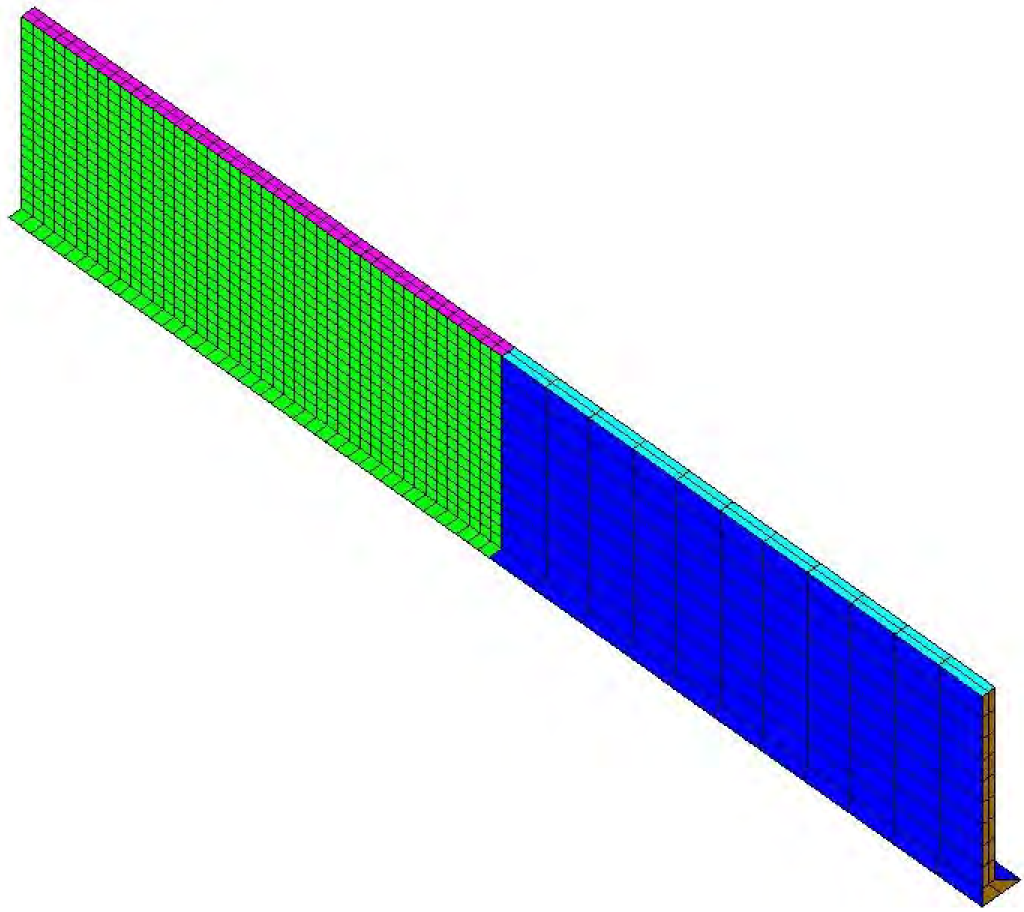


Figura 6.86

Esta estrategia sólo tendría sentido en pantallas largas, pues en pantallas cortas el ahorro de gdl es nimio, aparte de aumentar la imprecisión de los resultados al ser más acusado el efecto tridimensional.

El resultado que se obtiene al resolver este problema es:

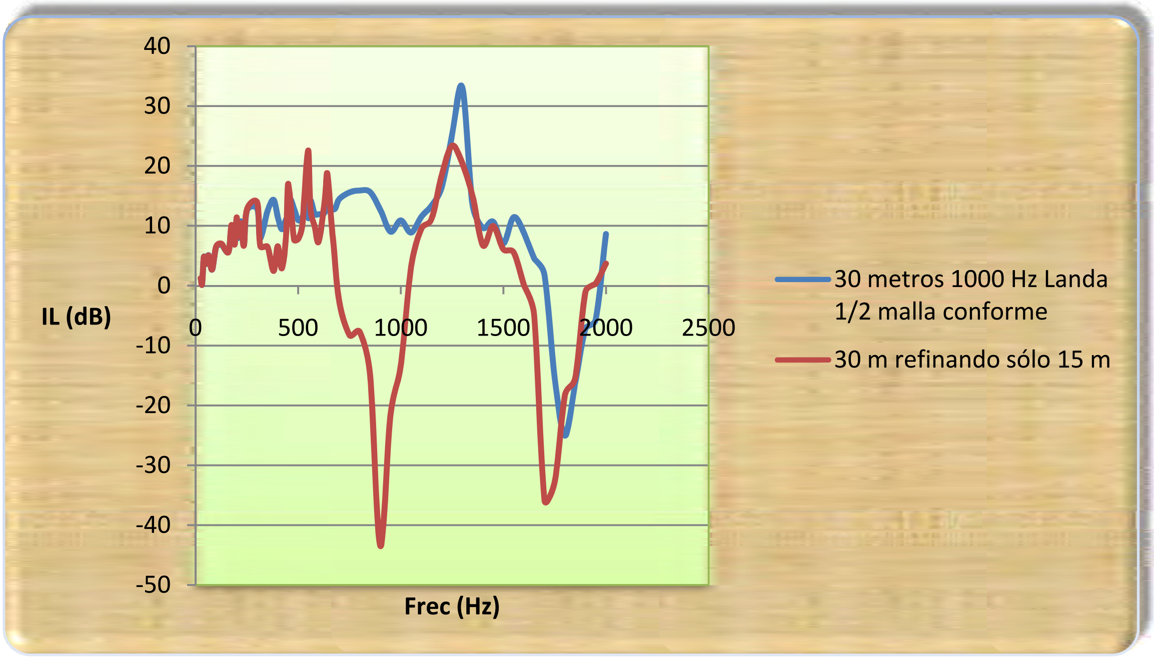


Figura 6.87 IL a lo largo del espectro de frecuencias refinando sólo la mitad de la pantalla Vs. discretización homogénea

En este caso los resultados tampoco son satisfactorios, pues sólo ofrecen precisión hasta unos 300 Hz, bastante por debajo de la frecuencia más fina para la que se discretiza la pantalla.

Existen infinidad de estrategias planteables para reducir gdl en el problema. Sin embargo todas ellas siguen una política similar a las analizadas hasta aquí. No obstante, las analizadas hasta ahora tienen un carácter lo suficientemente general como para poder afirmar la inutilidad de recurrir a ellas. Los resultados obtenidos carecen de una precisión satisfactoria, y por tanto, la única estrategia de reducción de gdl que se puede dar por válida es el refinamiento selectivo de la cara del emisor, hasta el momento demostrado únicamente en pantallas cortas.

6.4 Pantalla de 130 metros

Se demostró con anterioridad que el estudio de pantallas largas podía ser abordado de manera bastante fidedigna con el modelo bidimensional. Esto es porque la pantalla larga se aproxima bastante a la hipótesis bidimensional de pantalla infinita. Sin embargo, procede realizar un estudio de las pantallas largas en 3D. A fin de poder estudiar el máximo largo posible (limitado por la capacidad computacional a 42000 gdl), a esta pantalla se le aplicarán los criterios de ahorro de gdl que hasta ahora han demostrado efectividad (refinamiento selectivo de la cara del emisor). Aplicando estas premisas, se puede computar una pantalla de hasta 130 metros de longitud, que será la elegida para este estudio.

6.4.1 Descripción del problema

Se estudiará una pantalla de 130 metros de longitud, por tres de altura. El emisor se situará a cinco metros de la pantalla y cota cero, en el plano de simetría. La red de receptores se dispone de forma similar a los casos anteriores, en tres zonas, según el esquema:

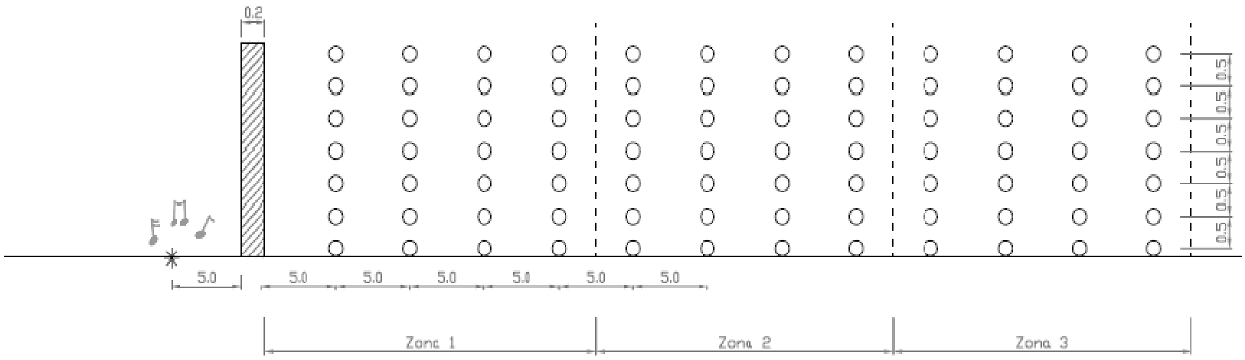


Figura 6.88

La pantalla será discretizada aplicando el refinamiento selectivo de caras: la cara refinada más finamente, cara extrema y superior se discretizarán para 1000 Hz $\lambda/2$, mientras que la cara gruesa se hará para 500 Hz $\lambda/2$. Se repetirá el estudio dos veces: una refinando finamente la cara de los receptores y otra haciendo lo propio con la del emisor.

Discretización	Tamaño de elemento (m)
500 Hz landa medio	0.343
1000 Hz landa medio	0.172

Los resultados que se obtienen para las diferentes variables estudiadas serán comparados con los correspondientes a una pantalla infinita con igual altura y espesor en 2D, donde receptores y emisor son lineales y las coordenadas de los mismos idénticas al caso en 3D.

6.4.2 Resultados

La primera variable estudiada será el IL Medio Espectral de todos los puntos de cada zona, y así se obtiene:

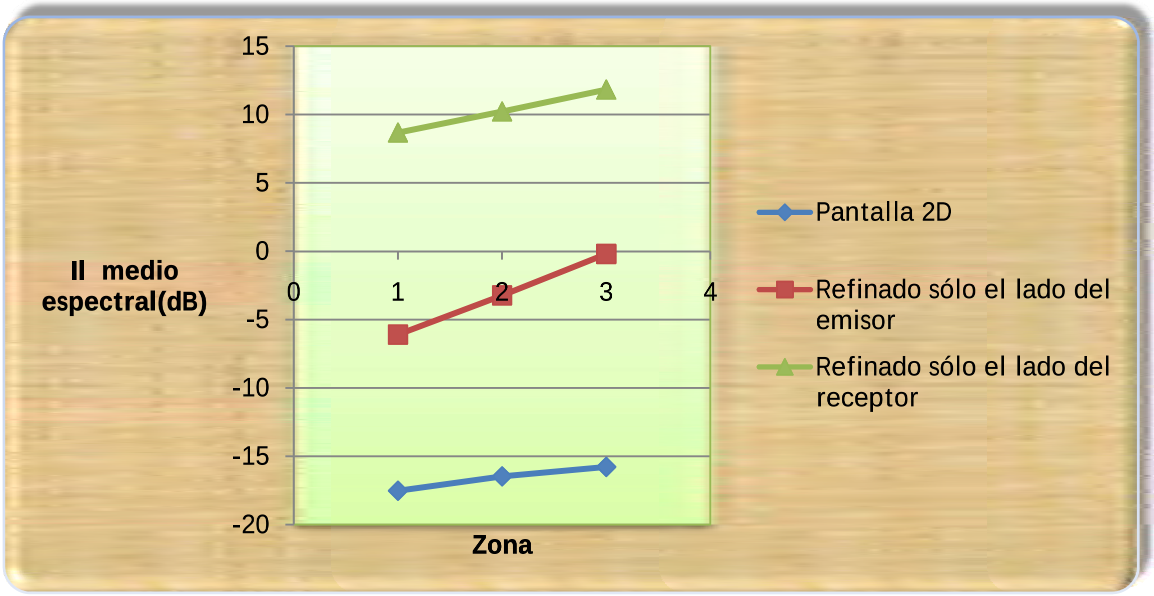


Figura 6.89 IL Medio Espectral de pantalla de 130 metros con refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

Esta última gráfica corresponde al valor medio del IL Espectral obtenido en todos los puntos de cada una de las tres zonas de recepción. A continuación se representan sólo los resultados obtenidos en los puntos del cdg de cada zona:

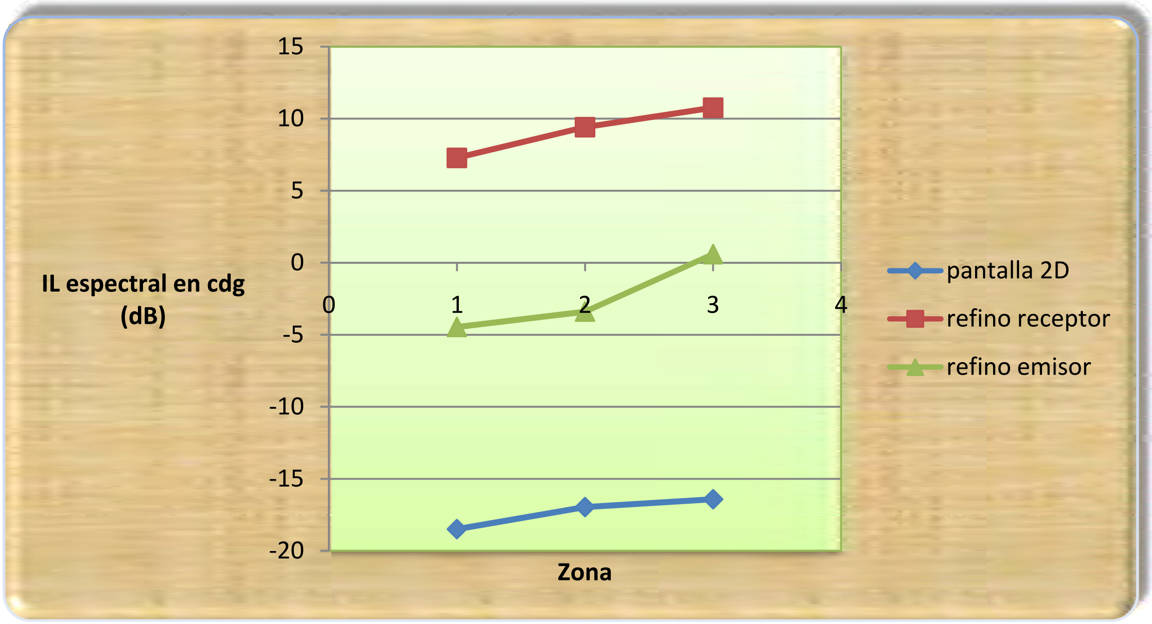


Figura 6.90 Pantalla de 130 metros: IL espectral en los receptores colocados en cdg de cada zona para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea bidimensional

Y el error cometido con respecto al modelo bidimensional:

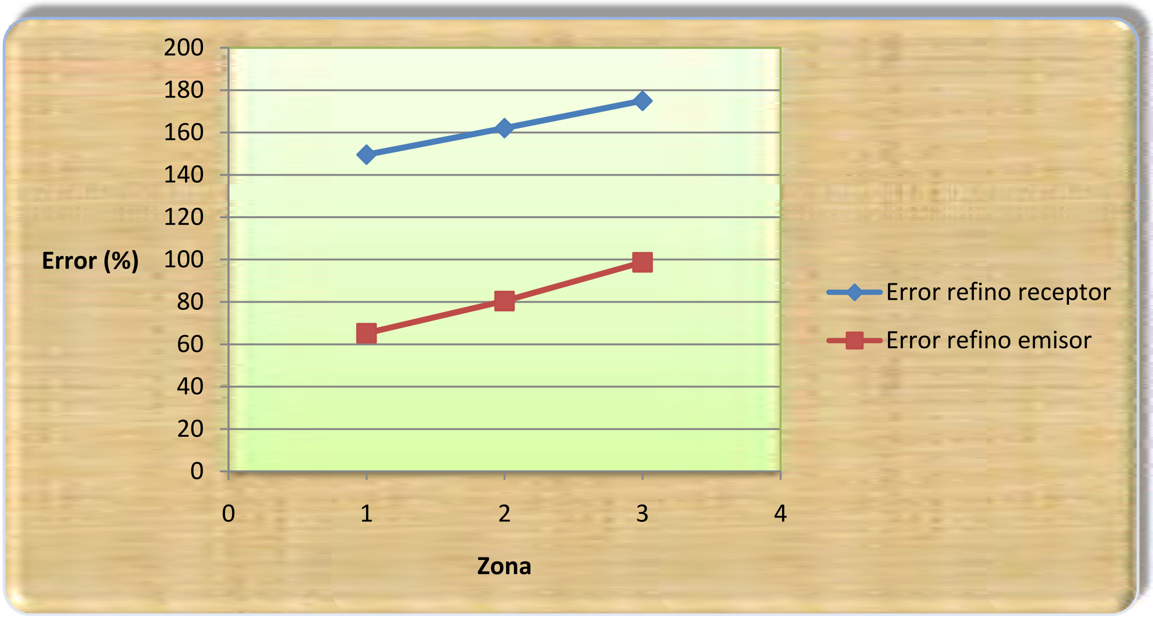


Figura 6.91 Pantalla de 130 metros: Desviación con respecto al caso bidimensional cometido con el refinamiento selectivo de caras

En estas gráficas se observa que el error cometido con respecto al caso bidimensional es excesivo. El comportamiento de la pantalla 3D, al ser larga, debiera asemejarse al obtenido por la pantalla 2D, pues se aproxima a la hipótesis de pantalla infinita. Esto no se debe tanto a efectos tridimensionales como a falta de precisión en la discretización. Esto se comprobará fácilmente haciendo un estudio del IL en un punto concreto de la zona de recepción para un espectro de frecuencias. Se intuye que a partir de una frecuencia determinada, los resultados bi y tridimensionales empezarán a diferir.

De este modo, se representa a continuación el IL en el cdg para cada zona, para un espectro de frecuencias:

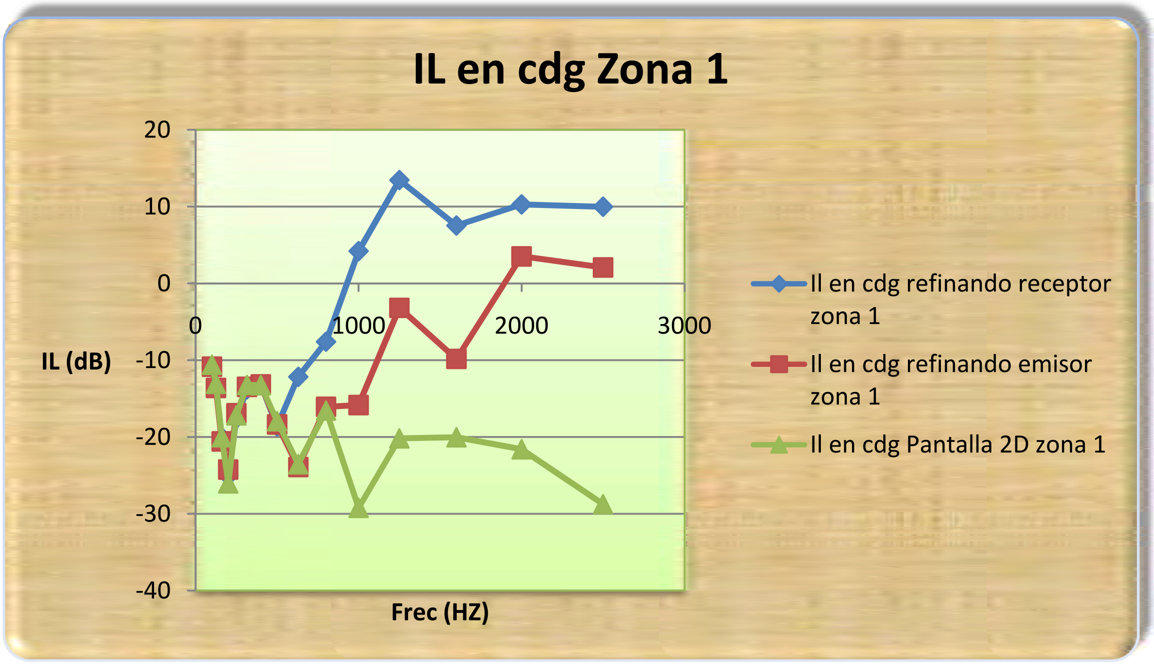


Figura 6.92 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

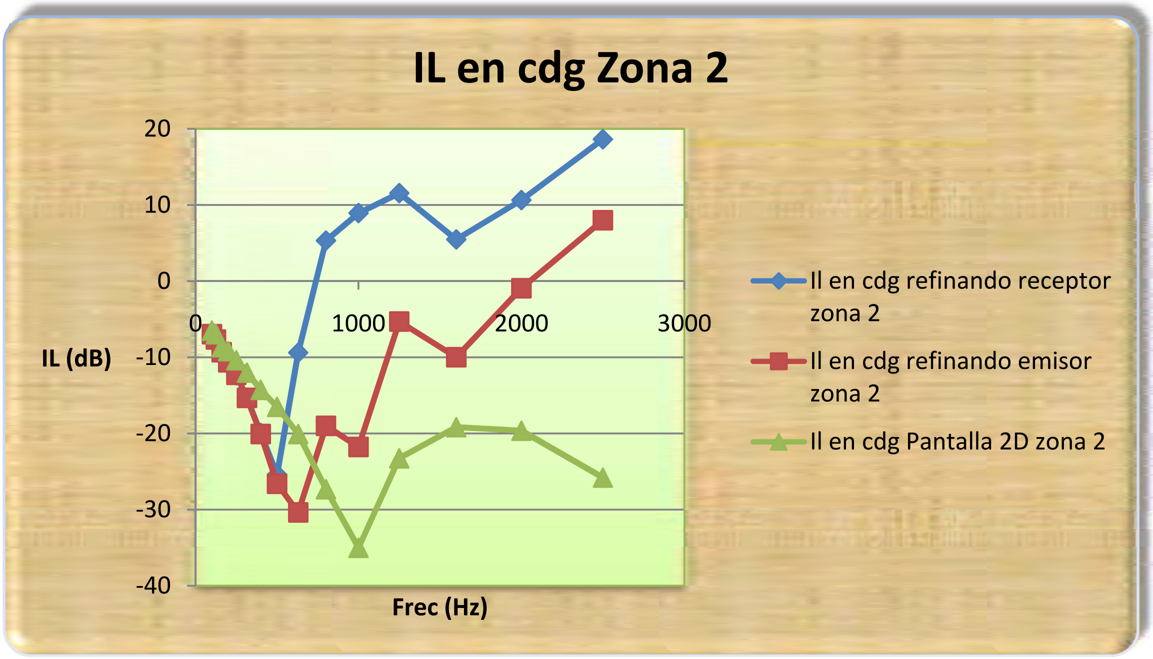


Figura 6.93 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

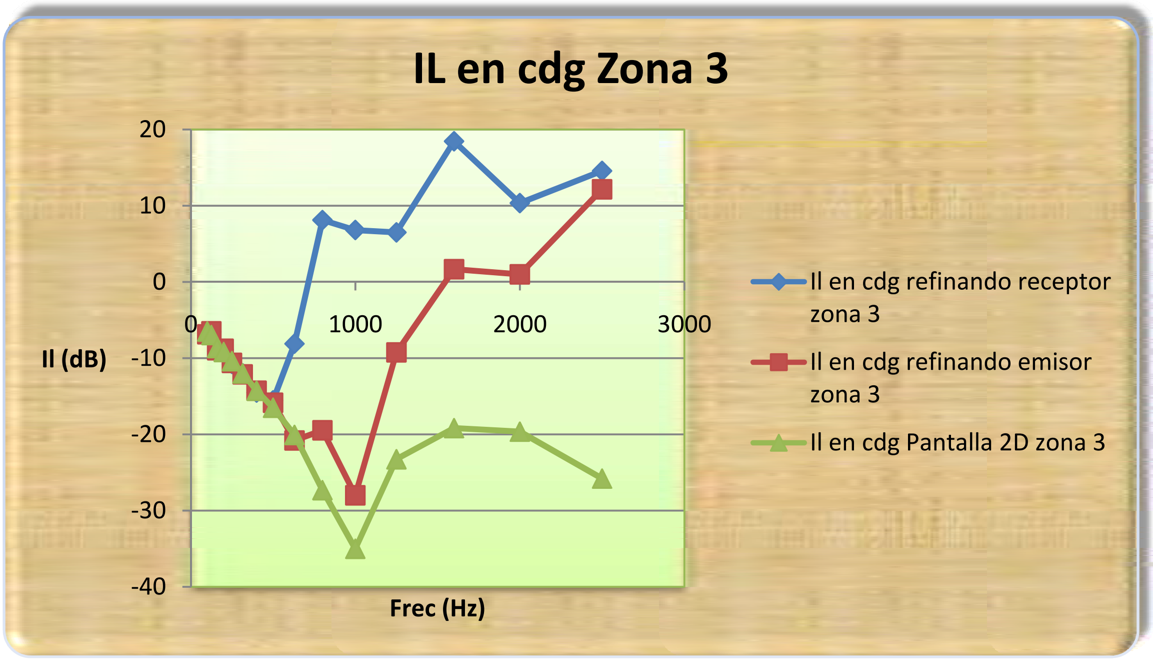


Figura 6.94 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

A fin de aportar más datos a este estudio, se puede hacer lo propio pero esta vez utilizando como receptor el punto situado a cota cero en la vertical del punto del cdg de cada zona:

Figura 6.95 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor a cota cero en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

Figura 6.96 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor a cota cero en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

Figura 6.97 Pantalla de 130 metros: IL en el receptor a cota cero en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para refinamiento selectivo de caras Vs. discretización homogénea en 2D

En todas estas gráficas se observa el mismo fenómeno: los resultados tridimensionales refinando la cara del emisor son fieles a los bidimensionales hasta una frecuencia que en ningún caso supera los 1000 Hz. Esto corrobora la sospecha inicial de que la desviación en el comportamiento estaba relacionada con el grado de refinamiento de la malla. El criterio de refinamiento selectivo de caras no es por tanto viable en pantallas largas pues el error se multiplica con los grados de libertad. Sólo sería posible en pantallas de este tamaño el estudio de frecuencias más bajas, pues la discretización no podrá ser más fina ya que no sería afrontable computacionalmente.

En el capítulo anterior, en el estudio del problema bidimensional, se hizo una primera aproximación a la estrategia del refinamiento selectivo de caras. Es de recibo extraer los resultados de tal estudio en 2D y compararlos con los homólogos en 3D. De este modo, a continuación se detallan los resultados obtenidos de diferentes variables para una pantalla tridimensional refinando selectivamente cada cara, y el problema idéntico en 2D, comparándolos entre sí. En primer lugar, el *IL Medio Espectral* de la nube de puntos de cada zona:

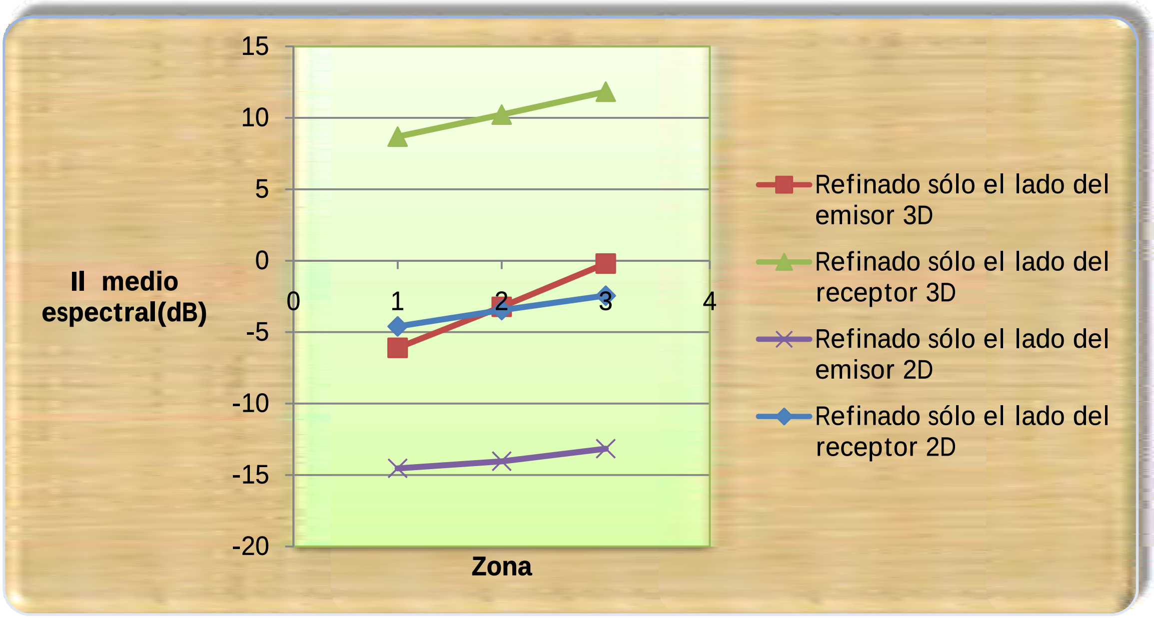


Figura 6.98 Pantalla de 130 metros: IL Medio Espectral de los receptores de cada zona para refinamiento selectivo de caras en 3D y 2D

Lo mismo, pero esta vez sólo en un punto representativo de cada zona (el cdg):

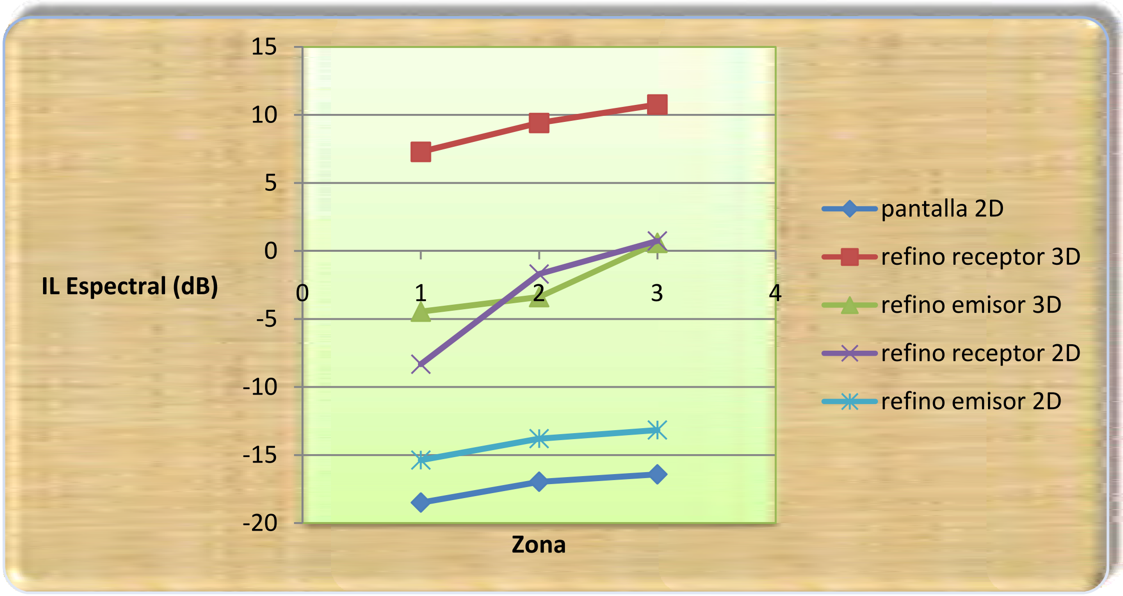


Figura 6.99 Pantalla de 130 metros: IL Espectral de los receptores colocados en el cdg de cada zona para refinamiento selectivo de caras en 3D y 2D

Y el error cometido con respecto a refinar homogéneamente la pantalla bidimensional:

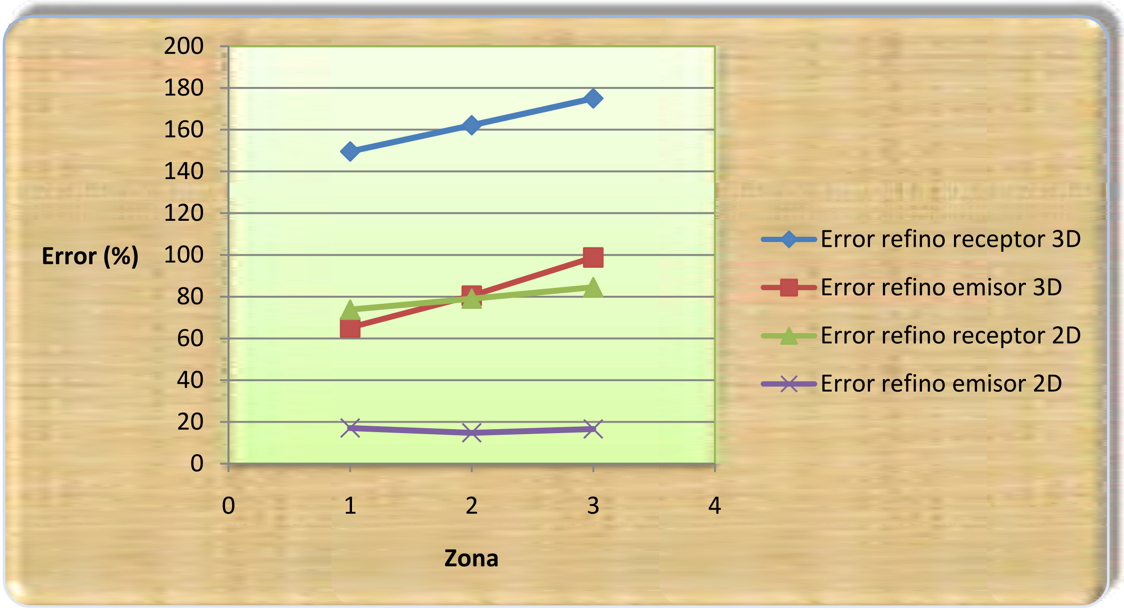


Figura 6.100 Pantalla de 130 metros: Desviación del IL Medio Espectral de cada zona para diferentes discretizaciones según refinamiento selectivo de caras con respecto a discretización homogénea bidimensional

A continuación, se representa el IL en un solo punto (cdg) en función de la frecuencia, para cada zona:

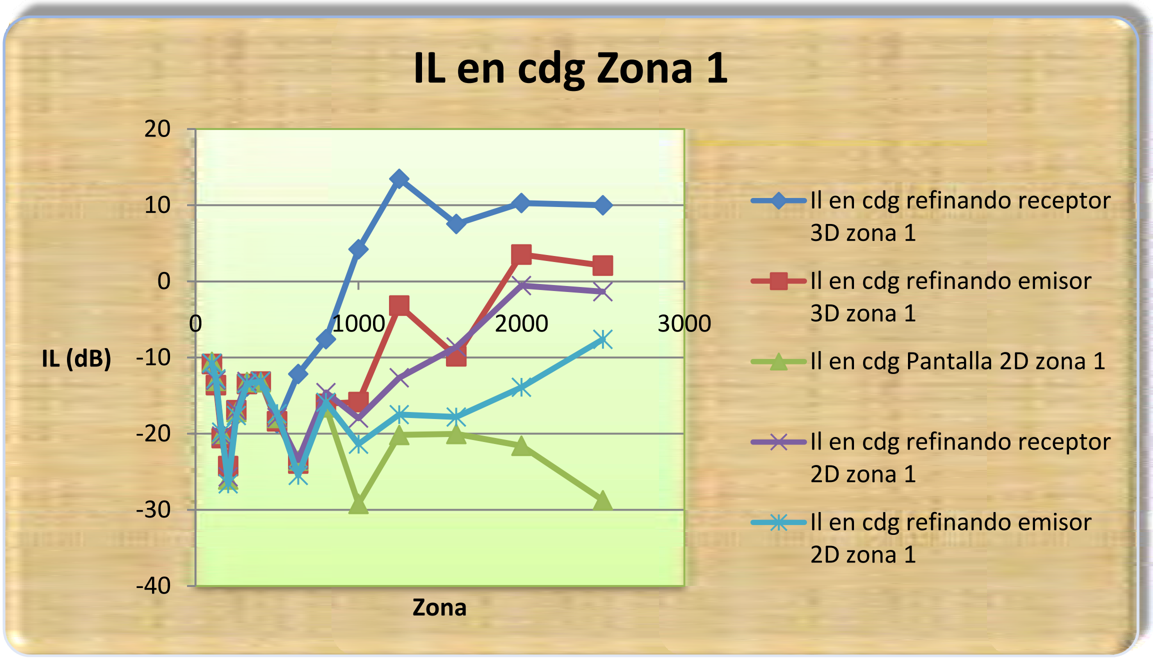


Figura 6.101 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

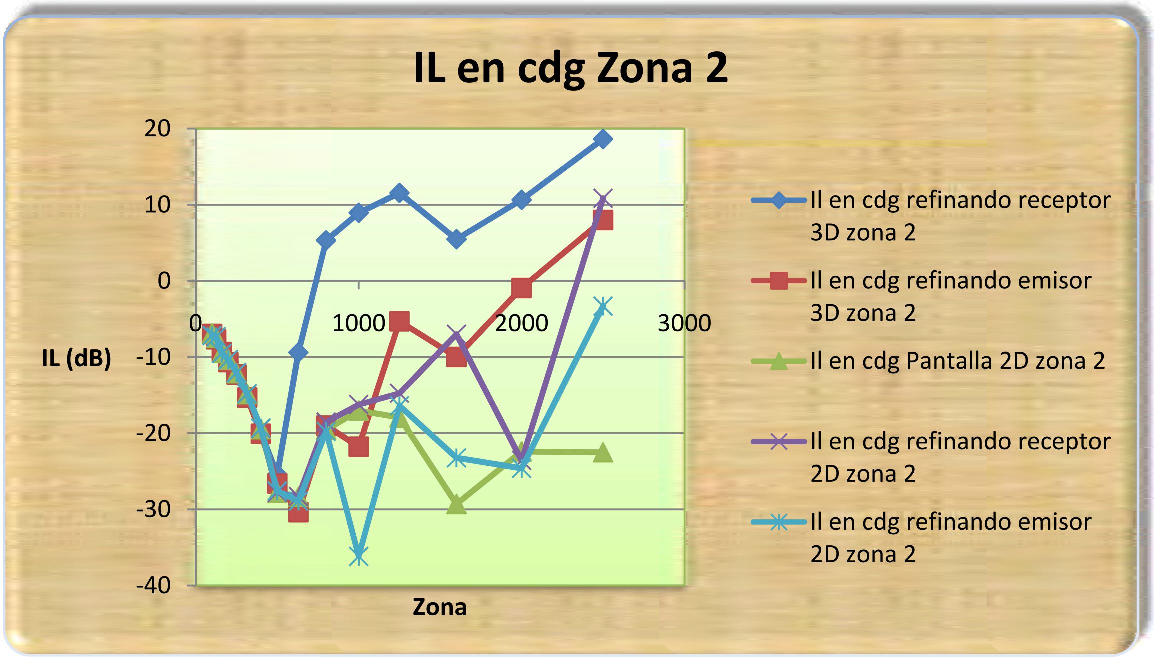


Figura 6.102 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

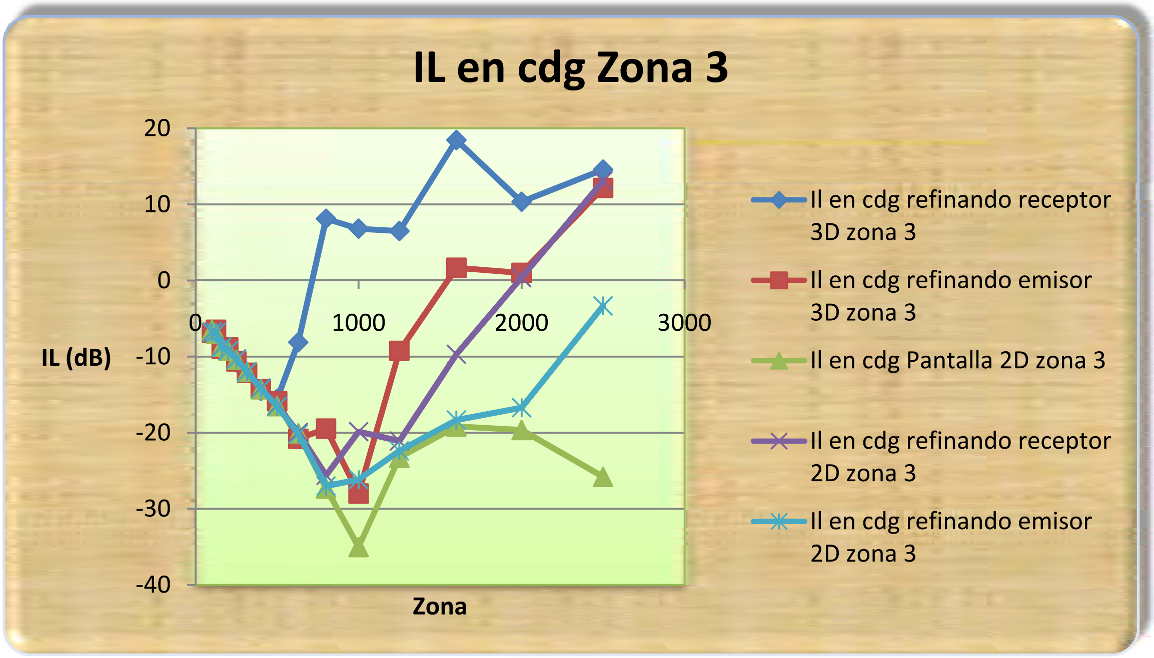


Figura 6.103 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

Y lo mismo pero disponiendo el receptor a ras de suelo en la vertical del cdg:

Figura 6.104 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

Figura 6.105 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

Figura 6.106 Pantalla de 130 metros: IL en receptor colocado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para diferentes refinamientos selectivos de caras

Se observa a la luz de todos estos resultados que la distorsión tan grande existente en los *IL Espectrales* es debido a las desviaciones producidas a partir de 800 Hz aproximadamente, si bien hasta esa frecuencia los resultados son fidedignos al caso bidimensional. Por otra parte, tal y cómo se puede inferir de las dos gráficas de *IL Espectrales*, la estrategia de refinar selectivamente las caras de la pantalla en 2D tampoco ofrece resultados especialmente buenos, lo que implica que no es una estrategia aconsejable en casos que se aproximen a la hipótesis bidimensional y puedan ser resueltos con la misma.

Dados los malos resultados al tratar de abordar la pantalla de 130 metros por medio del refinamiento selectivo, se puede proponer hacerlo con un refinamiento homogéneo. El problema radica en que el tamaño de la pantalla no permitirá un refinamiento muy denso. De hecho, la frecuencia máxima que es computacionalmente abordable utilizando este refinamiento homogéneo es de 800 Hz. Sus resultados se detallarán a continuación.

El *IL Medio Espectral* de la nube de puntos de cada zona será:

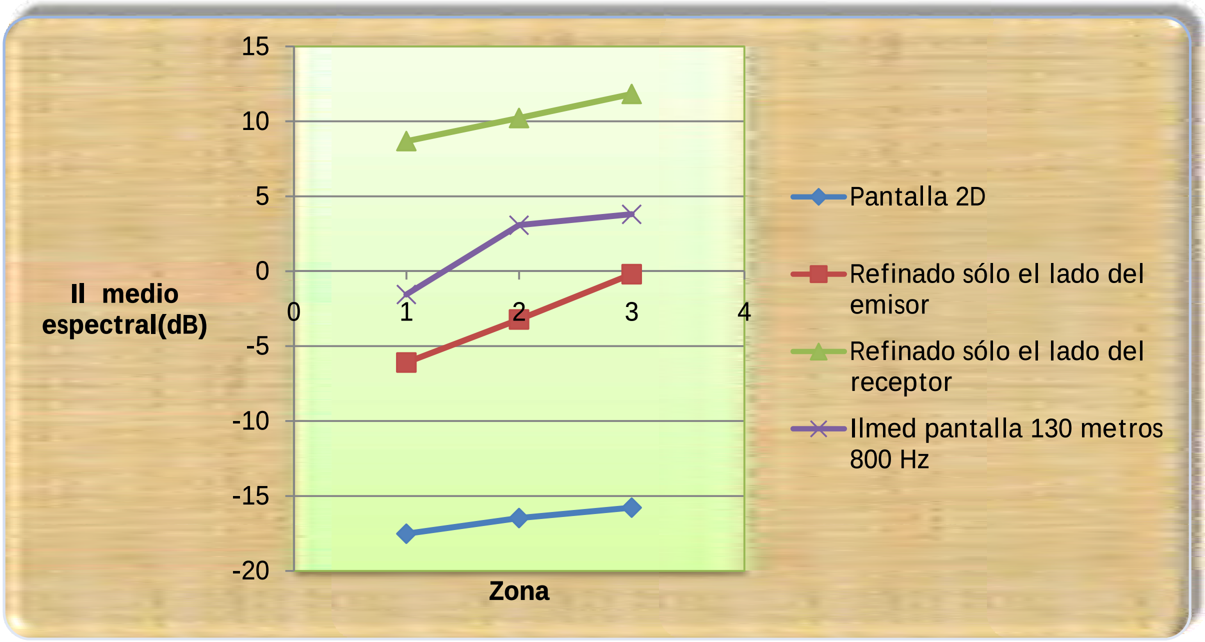


Figura 6.107 Pantalla de 130 metros: IL Medio Espectral de los receptores de cada zona para diferentes refinamientos selectivos y homogéneos de la pantalla Vs. refinamiento homogéneo en 2D

Los resultados en términos del IL Medio Espectral son igualmente imprecisos. Cabe estudiar frecuencia a frecuencia el comportamiento del IL en un punto concreto (cdg), a fin de averiguar hasta cuál de ellas funciona correctamente:

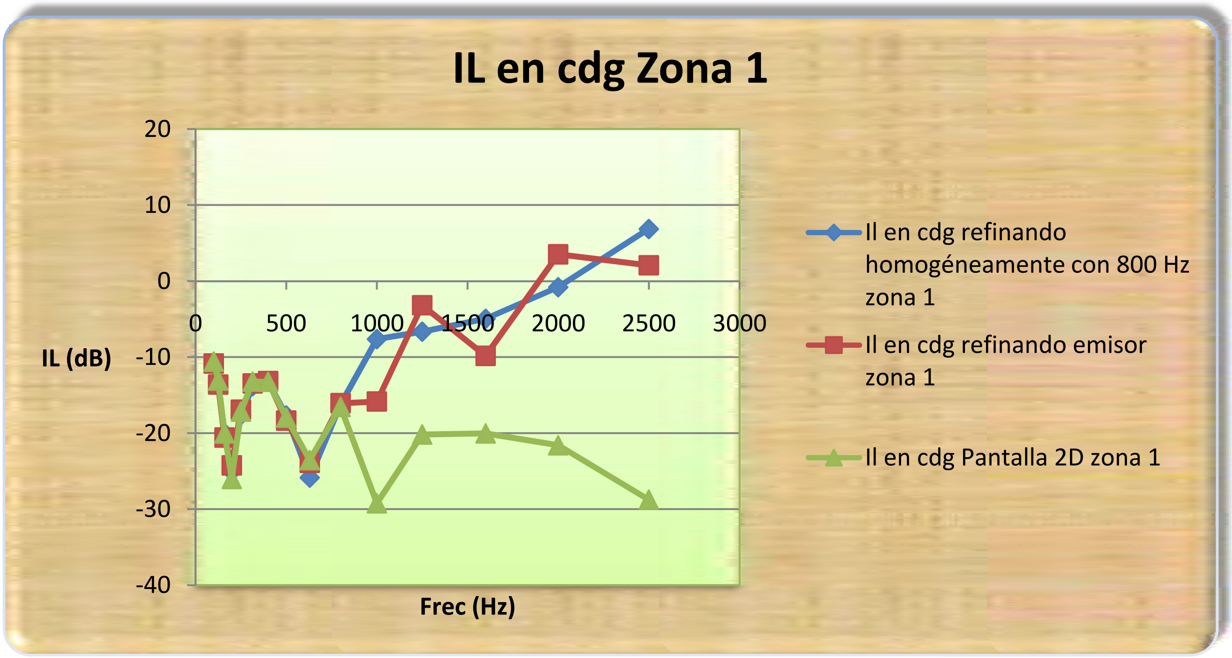


Figura 6.108 Pantalla de 130 metros: IL en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

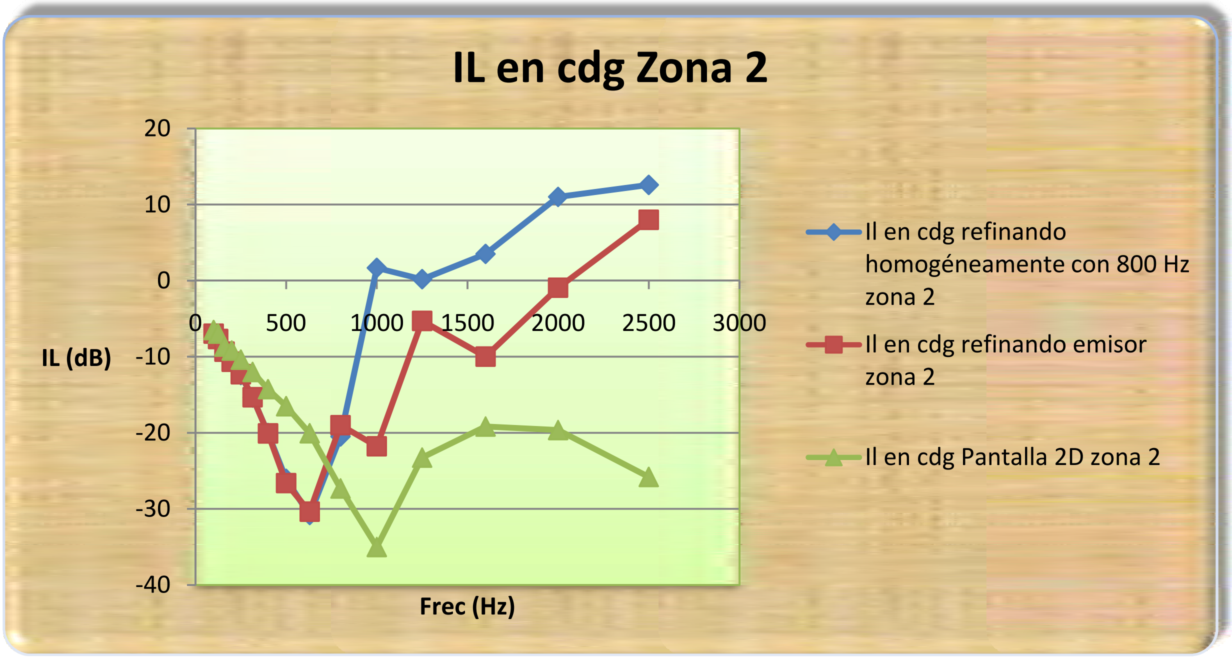


Figura 6.109 Pantalla de 130 metros: IL en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

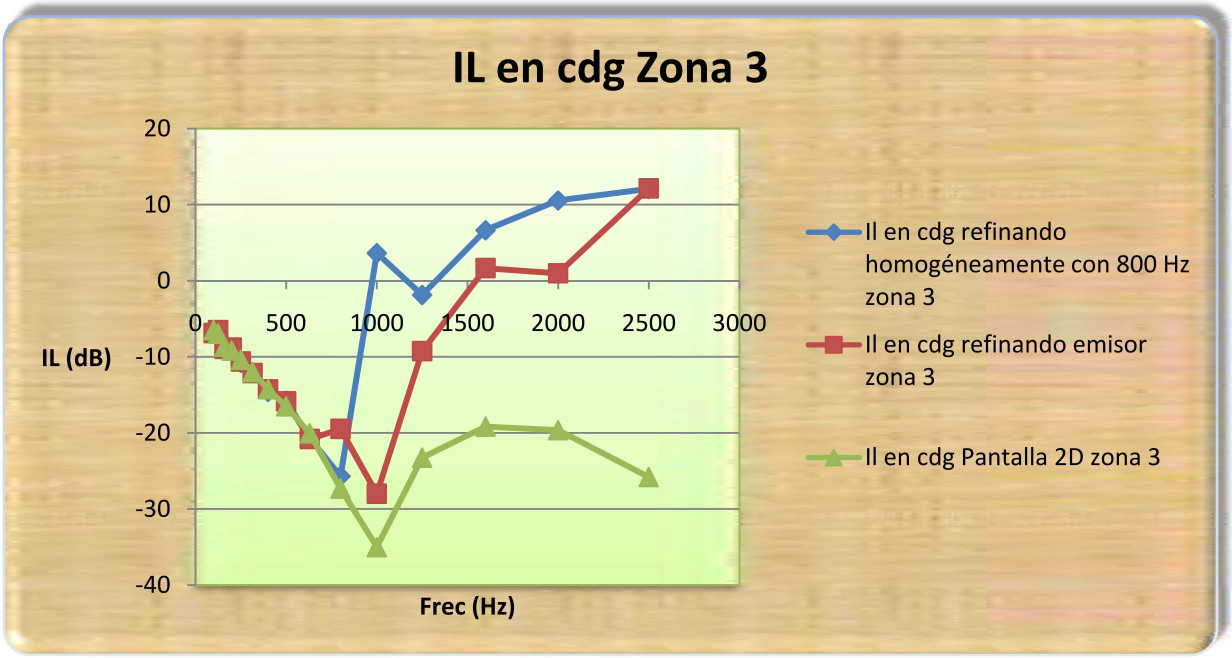


Figura 6.110 Pantalla de 130 metros: IL en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Y en cota 0, en la vertical del cdg:

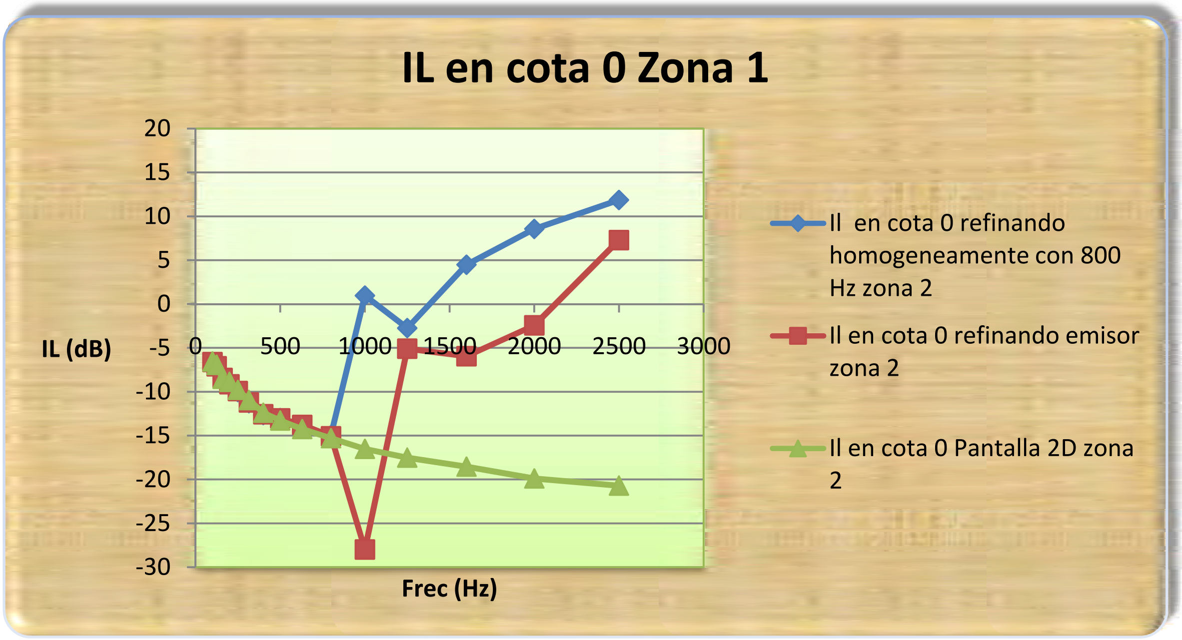


Figura 6.111 Pantalla de 130 metros: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Figura 6.112 Pantalla de 130 metros: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

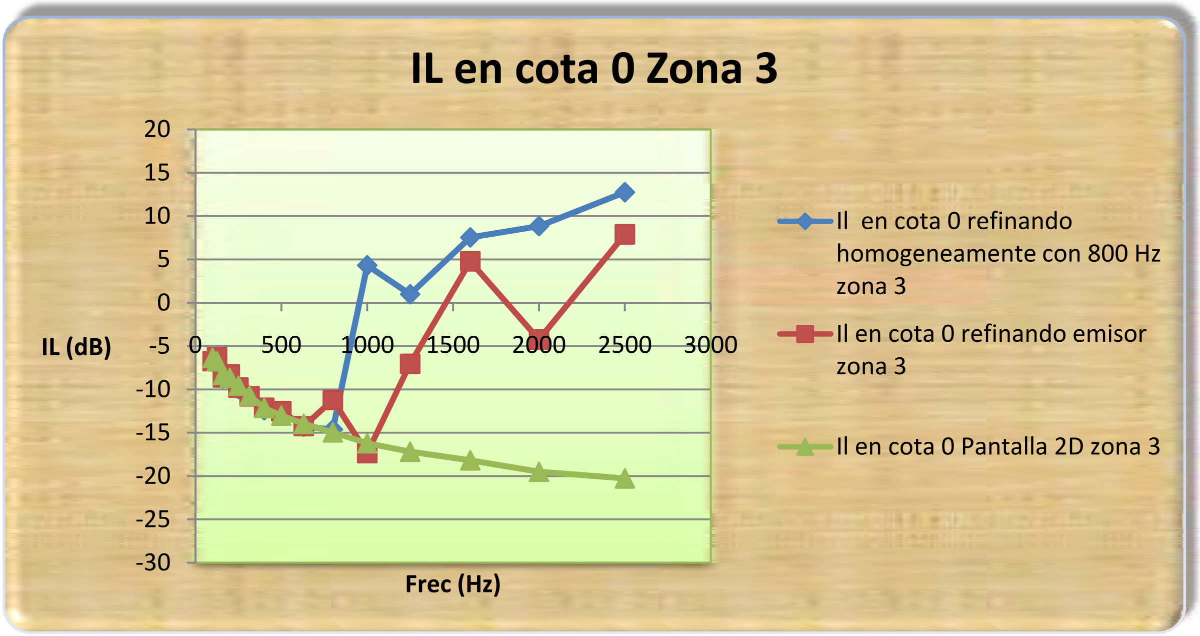


Figura 6.113 Pantalla de 130 metros: IL a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias para diferentes discretizaciones

Según estos resultados, refinar homogéneamente con 800 Hz sólo ofrece resultados fiables hasta una frecuencia similar. Ello certifica una vez más el alto grado de dependencia de la precisión de los resultados en el grado de refinamiento de la discretización. Por tanto, se concluye que para abordar el estudio de pantallas largas, es preciso realizar discretizaciones con un alto grado de refinamiento, al menos discretizar para la frecuencia máxima que se vaya a experimentar. No obstante, como ya se demostró con anterioridad, el efecto tridimensional en el caso de pantallas largas es poco acusado, lo que permite acometer su estudio por medio del modelo bidimensional; por tanto, es posible prescindir de la problemática planteada por la discretización en el caso de pantallas largas, recurriendo simplemente a la resolución bidimensional.

6.5 Incorporación del contorno absorbente

La superficie de la pantalla puede llevar integrado un material absorbente capaz de reducir el ruido, con lo que la pérdida por inserción de la pantalla (IL) aumentaría. La capacidad absorbente de un material, como ya se ha visto, viene determinada por la admitancia β del contorno. Esta a su vez está relacionada con la resistividad al flujo de aire del material (σ) a través del modelo de Delany y Bazley (consultar capítulo 1 y *2* de *Aznárez y Maeso, 2005*).

A continuación se comprobará el contraste producido al incorporar a la pantalla un contorno absorbente.

6.5.1 Planteamiento del problema

El problema será exactamente igual al planteado en el epígrafe "Pantalla simple de 2 metros", con la salvedad de que aquí la superficie de la pantalla lleva incorporado un tratamiento absorbente con $\sigma = 20000\ \mathrm{Nsm}^{-4}$. La pantalla será discretizada para 2500 Hz con $\lambda/2$.

6.5.2 Resultados

En primer lugar se mostrarán los resultados de calcular el *IL Medio Espectral* de la nube de receptores de cada zona, comparando los resultados de aplicar o no un tratamiento absorbente. De este modo, se obtiene:

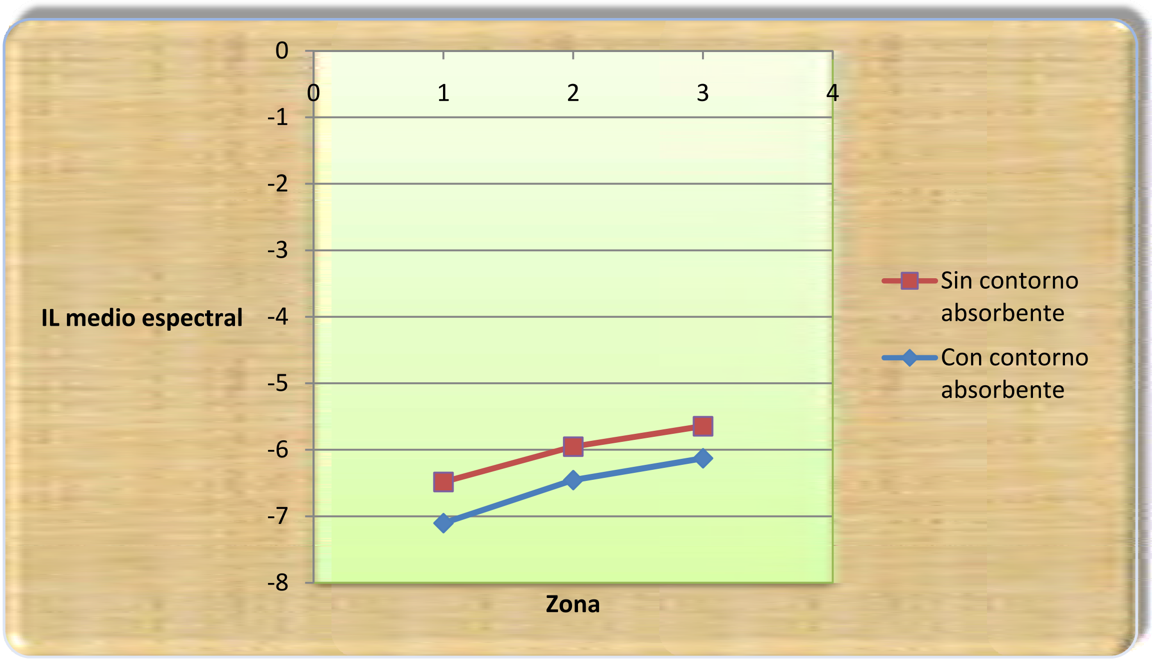


Figura 6.114 IL Medio Espectral de pantalla de 2 metros con contorno absorbente Vs. sin tratamiento absorbente

Se hace lo propio, pero esta vez con el *IL Espectral* en un punto representativo de cada zona, correspondiente al cdg:

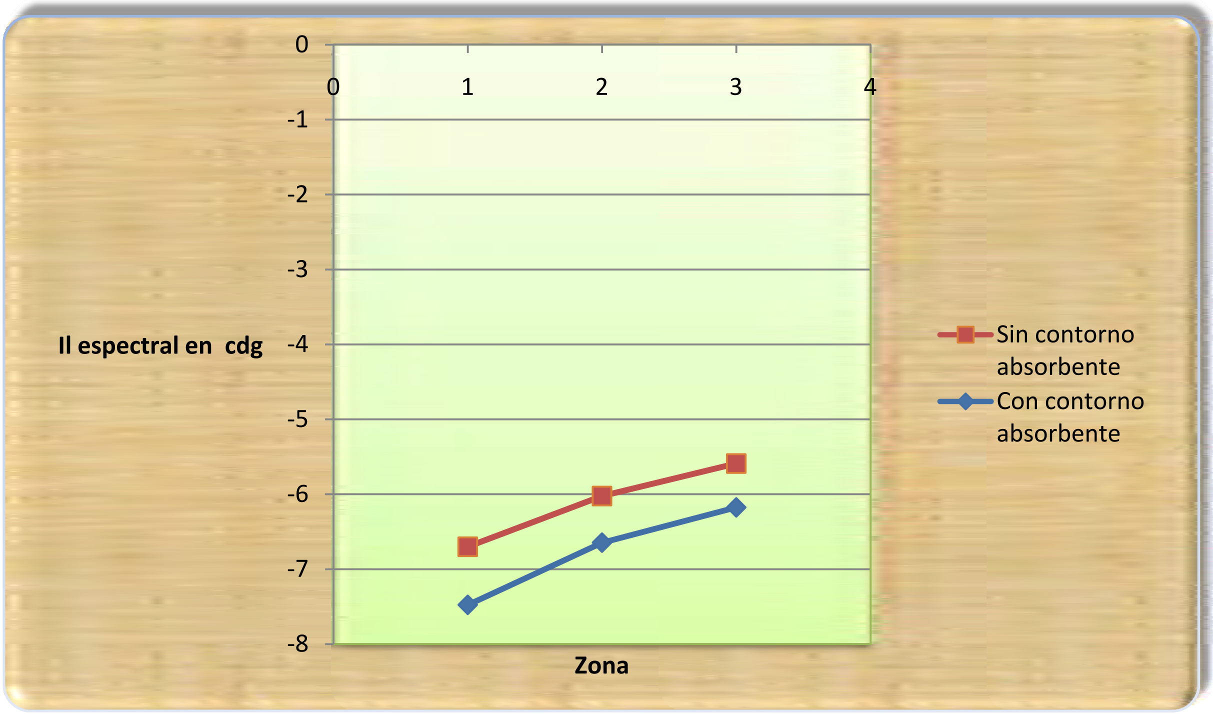


Figura 6.115 IL espectral en receptor colocado en cdg de cada zona para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

Efectivamente se observa como el tratamiento absorbente hace que la pantalla sea más efectiva, aumentando la pérdida por inserción (*IL*) de la pantalla en prácticamente 1 dB, como valor medio en la zona de recepción, ponderado para un espectro de frecuencias de hasta 2500 Hz.

A continuación, se muestra el *IL* calculado en un punto (cdg) de la zona de recepción, para una serie de frecuencias determinadas:

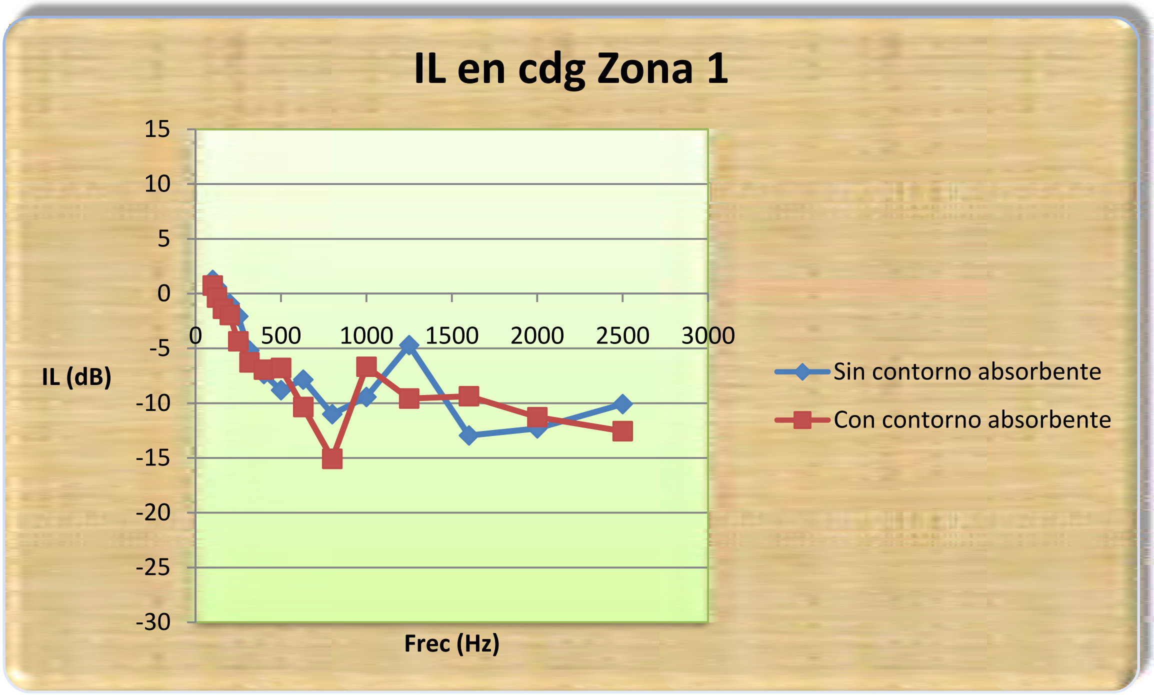


Figura 6.116 IL en receptor en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

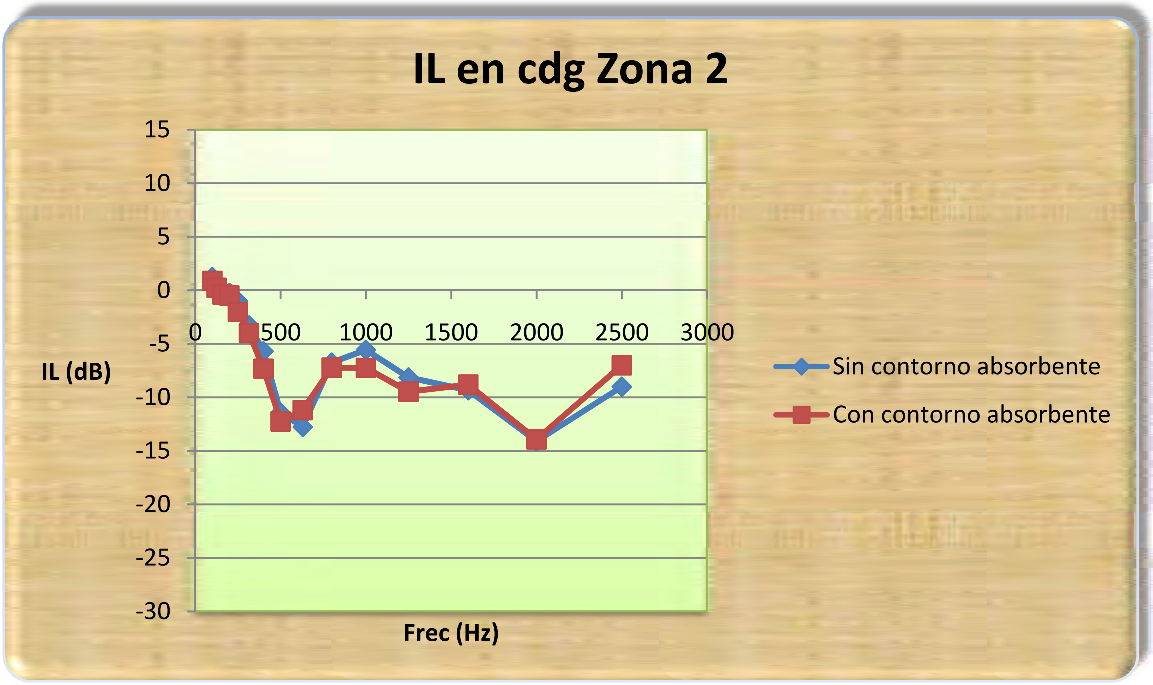


Figura 6.117 IL en receptor en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

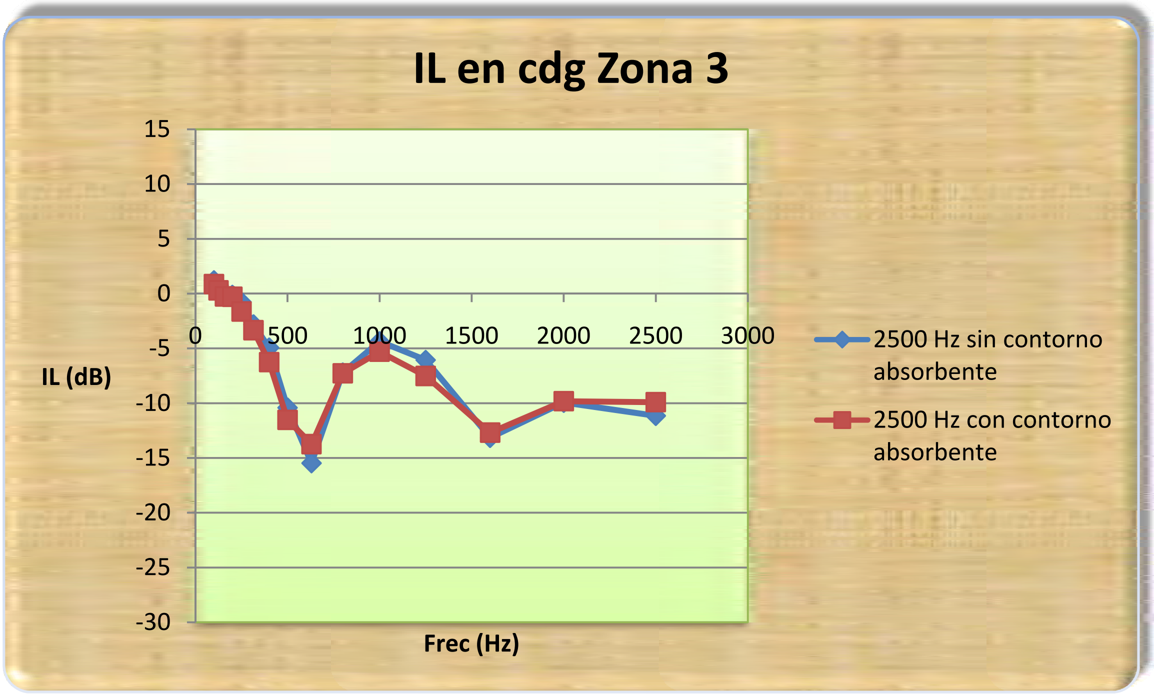


Figura 6.118 IL en receptor en cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

Y ahora con el receptor situado a cota cero, en la misma vertical que el cdg:

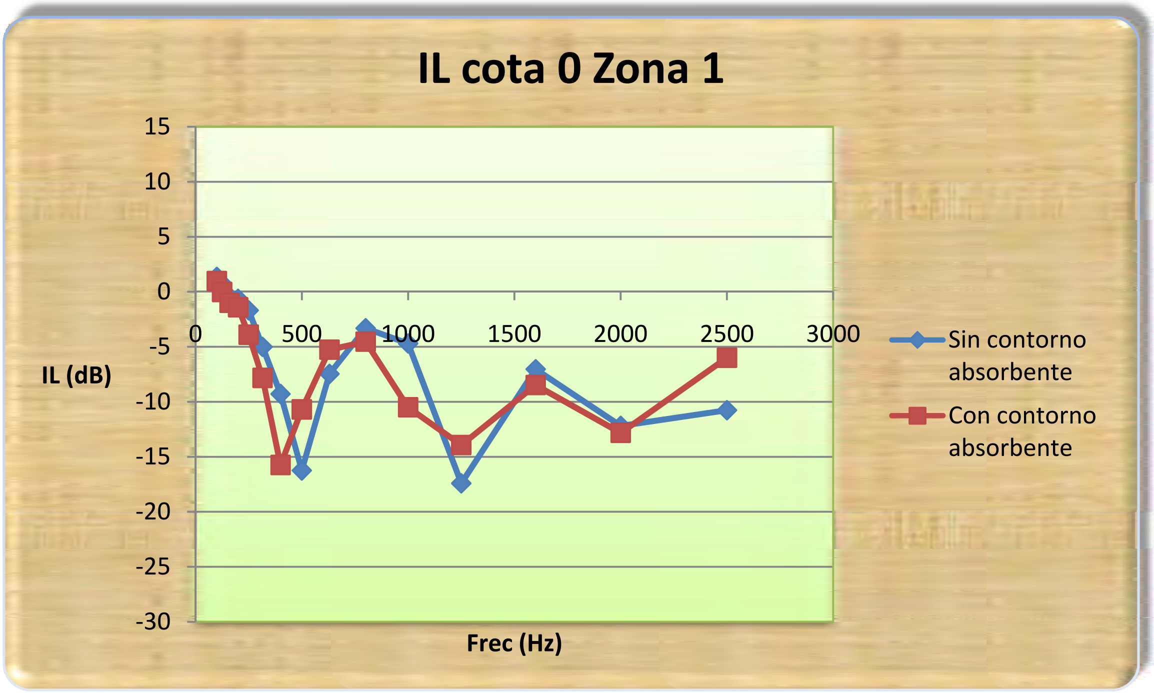


Figura 6.119 IL en receptor a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

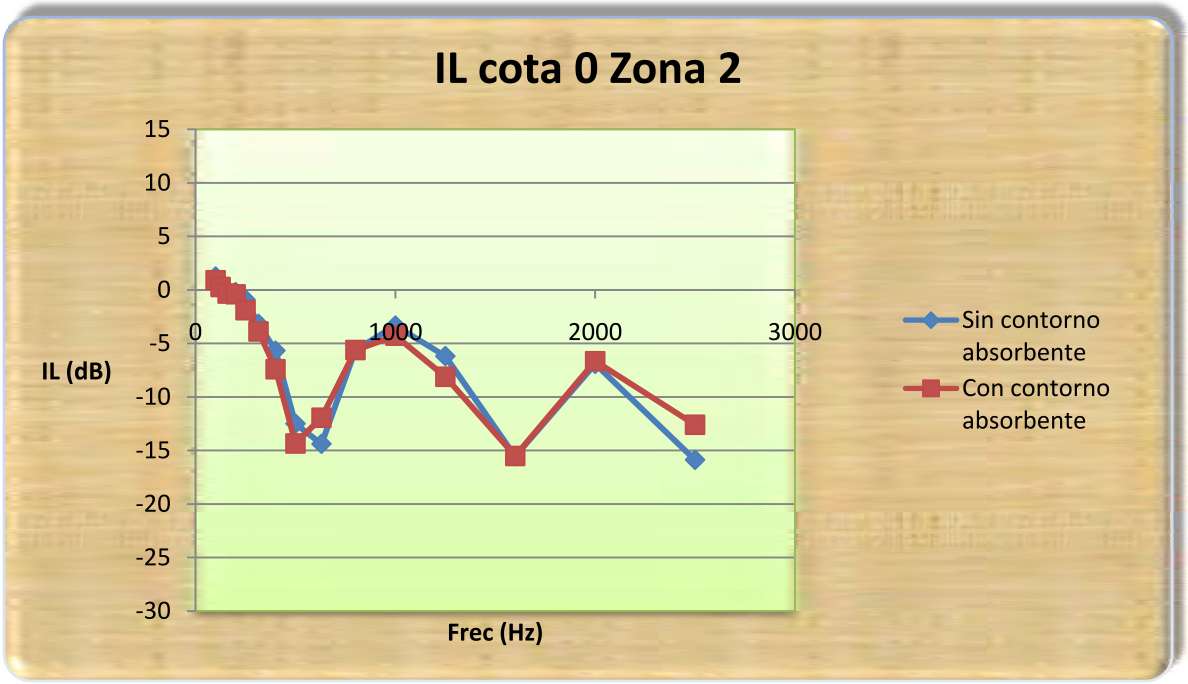


Figura 6.120 IL en receptor a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

Figura 6.121 IL en receptor a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada para el espectro de frecuencias, para pantalla de 2 metros con y sin tratamiento absorbente

Se comprueba que el efecto de introducir un contorno absorbente se hace más notable a medida que los receptores se alejan del suelo, siendo casi imperceptible para los receptores situados a cota cero. Además, el efecto es más acusado en los receptores próximos a la pantalla que en los más alejados.

Capítulo 7

Otras geometrías de pantalla

7 Otras geometrías de pantallas

7.1 Introducción

Hasta ahora se estudiaron diferentes problemas con el elemento común de que el medio utilizado para la reducción del impacto acústico consistía en una pantalla simple, bien fuera en 2D o 3D, con independencia de la colocación del emisor y receptor, así como del tamaño de la misma. No obstante, otras geometrías más complicadas de la pantalla son posibles, a fin de aumentar su efecto reductor del impacto acústico, reduciendo el material empleado, o buscando incluso aumentar el *IL* sólo en zonas específicas. Este capítulo se dedica al estudio pormenorizado de pantallas con diferentes geometrías en 3D, utilizando para ello algunas de las variables que se han venido poniendo en uso hasta ahora.

De este modo, para cada caso, se estudiará el *IL* en una serie de puntos receptores situados a cota 0 que se van alejando paulatinamente de la pantalla, para las frecuencias fijas de 100, 250, 400 y 800 Hz; lo mismo, pero con una serie de puntos situados ahora a cota 0.5; y, por último, el *IL Medio* de la red de receptores dividida en tres zonas. Todo esto se hará para pantallas de diferentes tamaños, comparándolas entre sí y con una pantalla de similar geometría pero estudiada bidimensionalmente.

7.2 Pantalla con sección transversal acodada

El primer estudio consistirá en una pantalla con un brazo inclinado 45º, tal y como se observa en la figura:

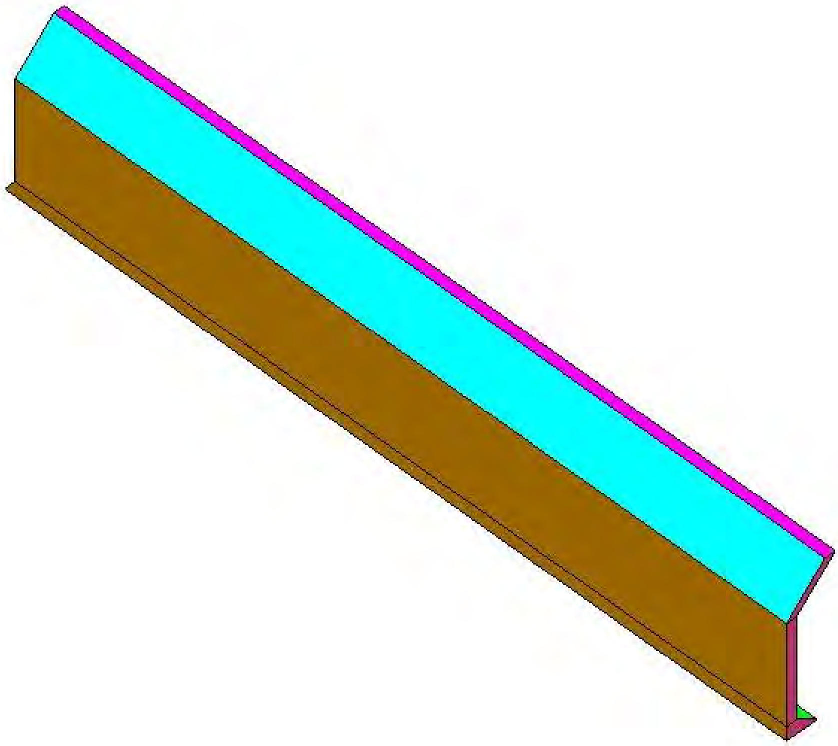


Figura 7.1

Esta pantalla tiene un tramo vertical de dos metros y otro tramo inclinado 45º hacia la zona del emisor, de suerte que la altura efectiva[3] de la pantalla será de 3 metros. El espesor es constante, de 0.2 metros. El emisor estará a 7.5 metros de la pantalla y 0.5 metros de altura, y los receptores siguiendo la disposición en red adoptada hasta ahora, tal y como se esquematiza en la figura siguiente:

[3] Consultar concepto de altura efectiva (h_{ef}) en Anexo I: Variables utilizadas

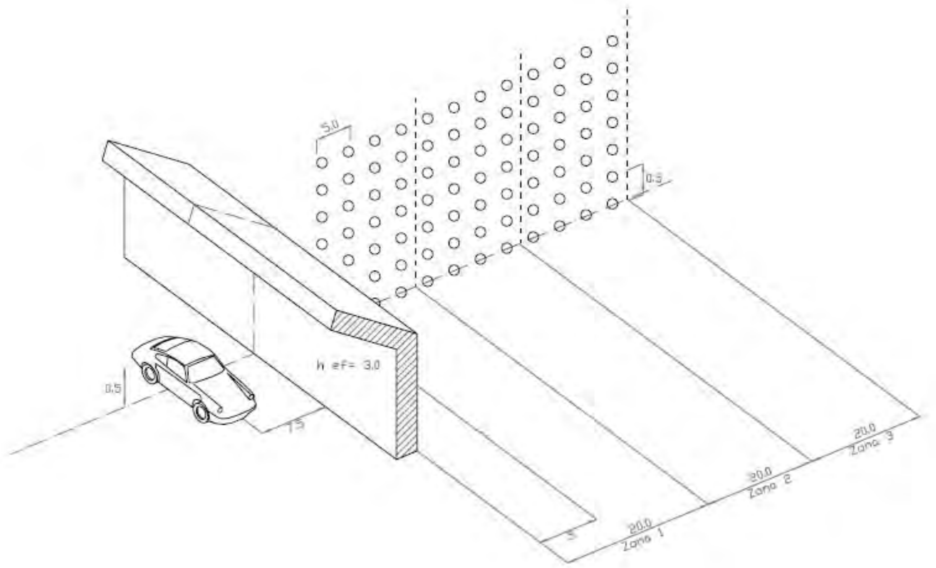


Figura 7.2

La pantalla será discretizada para la frecuencia máxima analizada, es decir, para 800 Hz $\lambda/2$ (0,214 metros de tamaño de elemento).

A continuación, se muestran los resultados del *IL* para diferentes frecuencias, a lo largo de una línea de receptores que se van alejando de la pantalla de forma perpendicular a la misma, situados dichos receptores en el plano de simetría. Esto se hace para una pantalla de 30, 60 y 80 metros, así como para una bidimensional, comparándolos entre sí a diferentes frecuencias.

Para la cota 0:

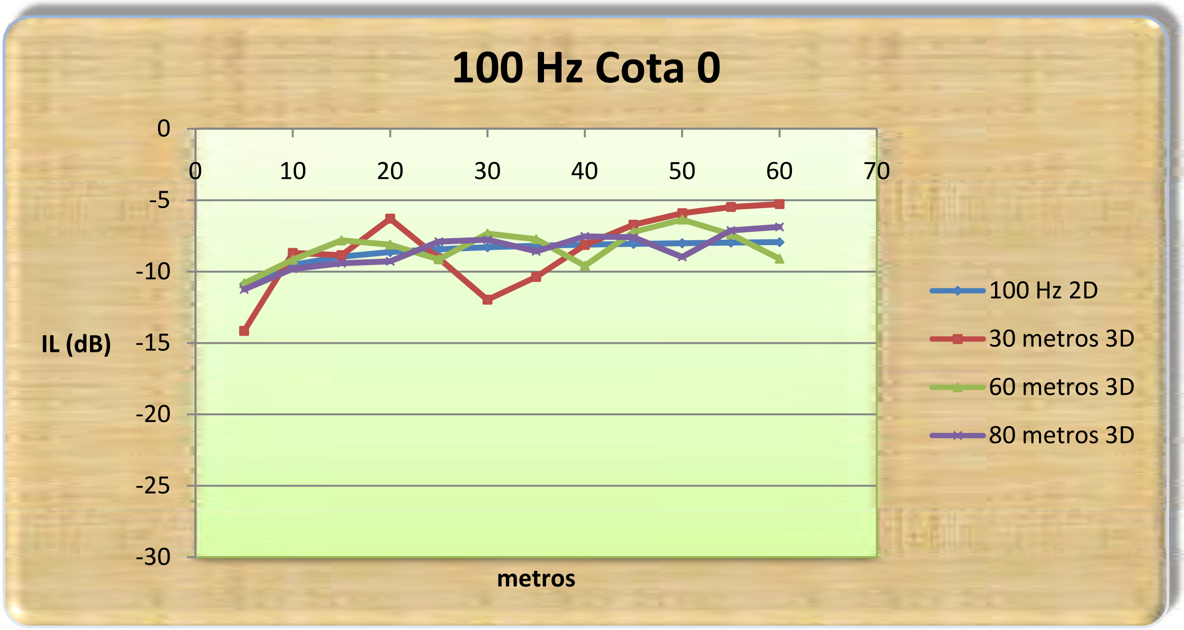


Figura 7.3 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

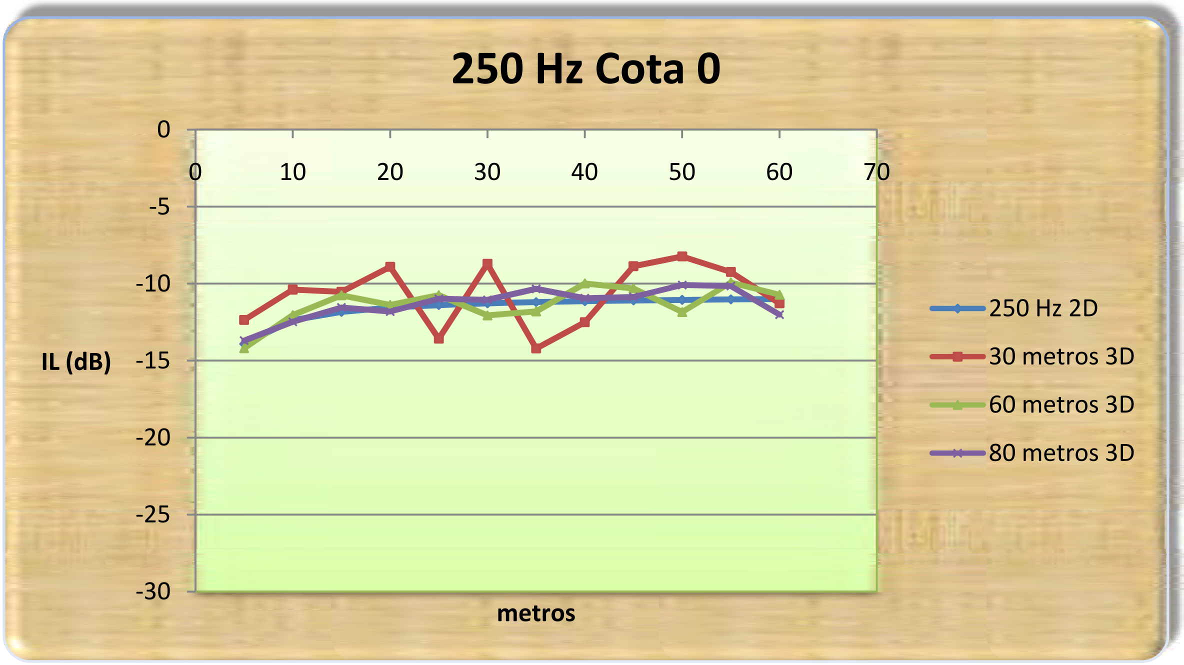


Figura 7.4 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

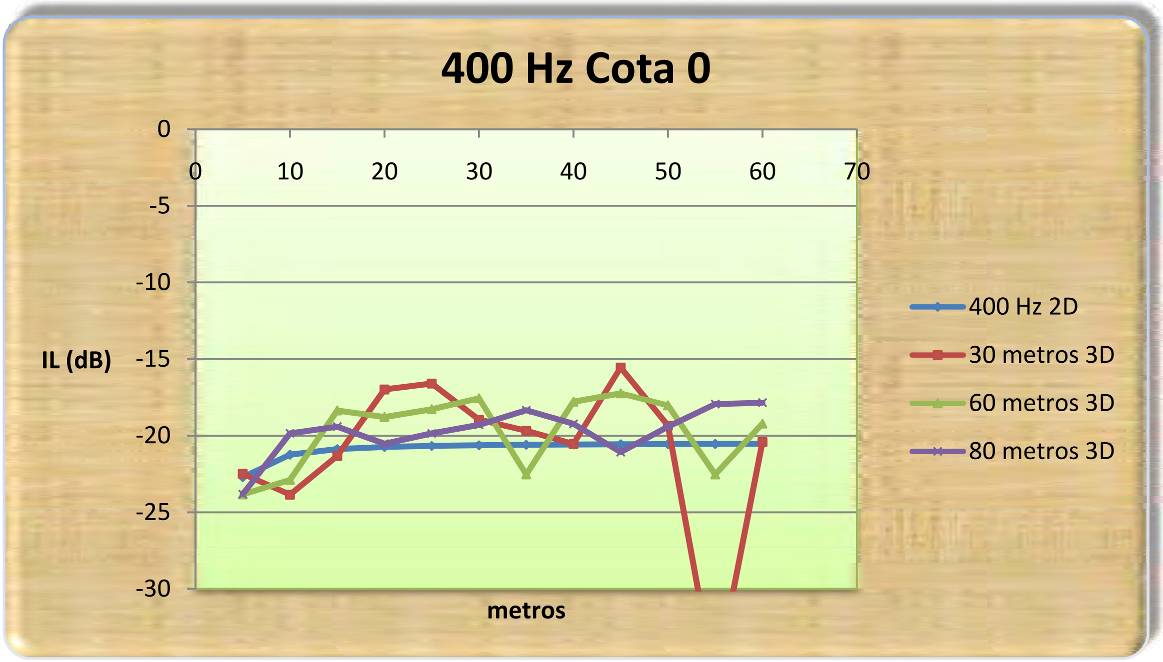


Figura 7.5 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

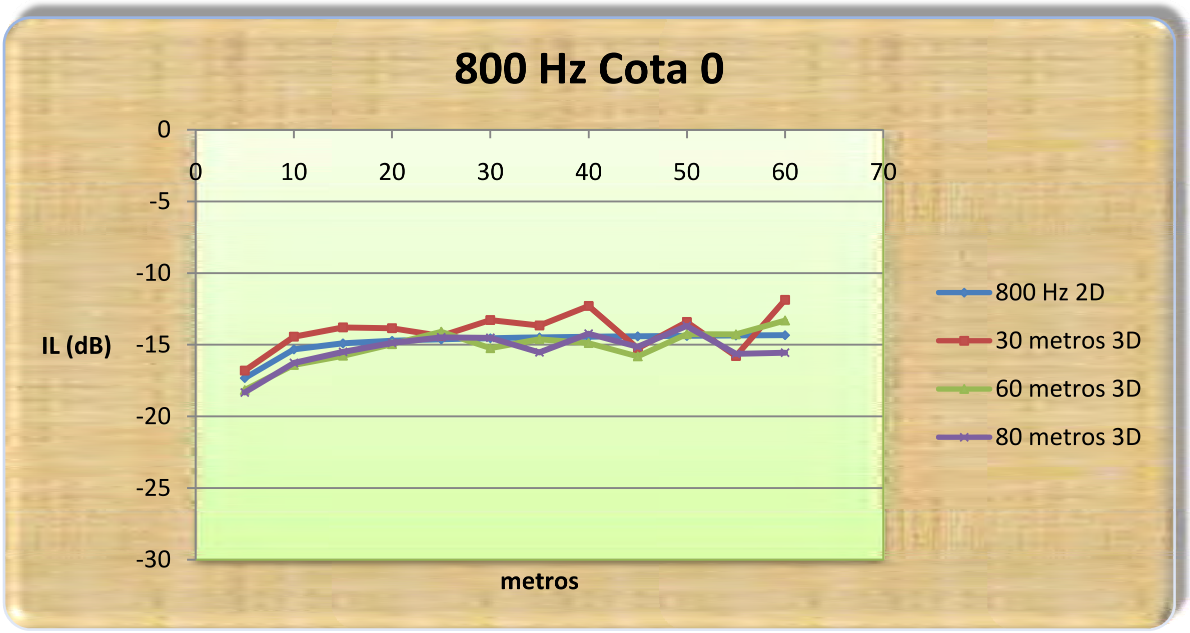


Figura 7.6 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

Lo mismo, pero calculado en los receptores situados a 0.5 metros sobre el suelo:

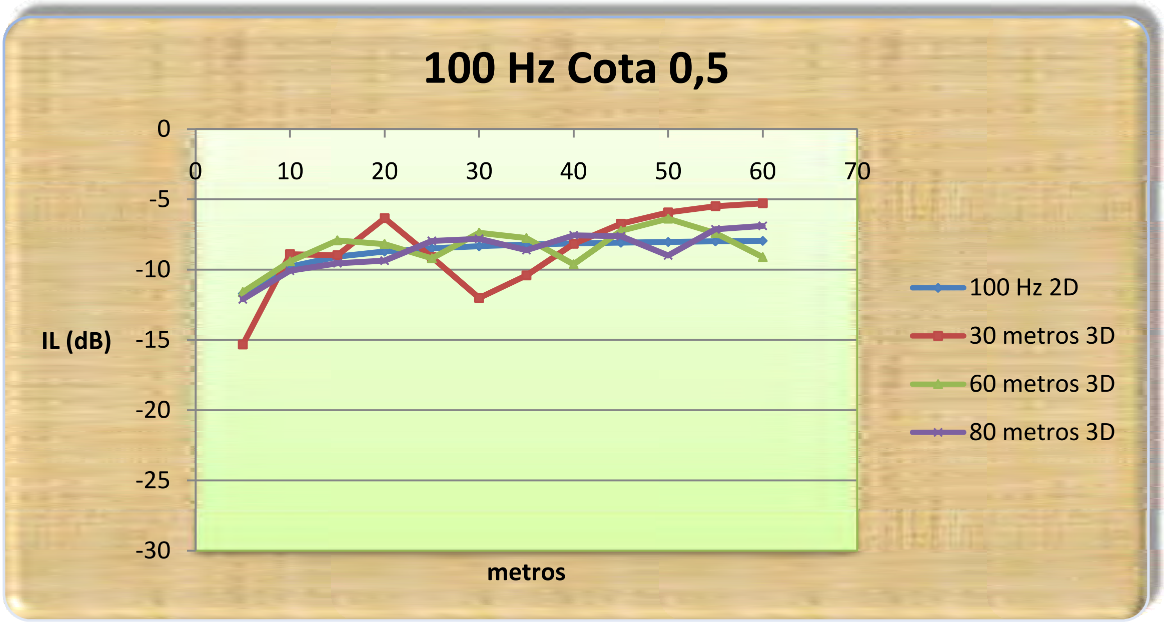


Figura 7.7 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

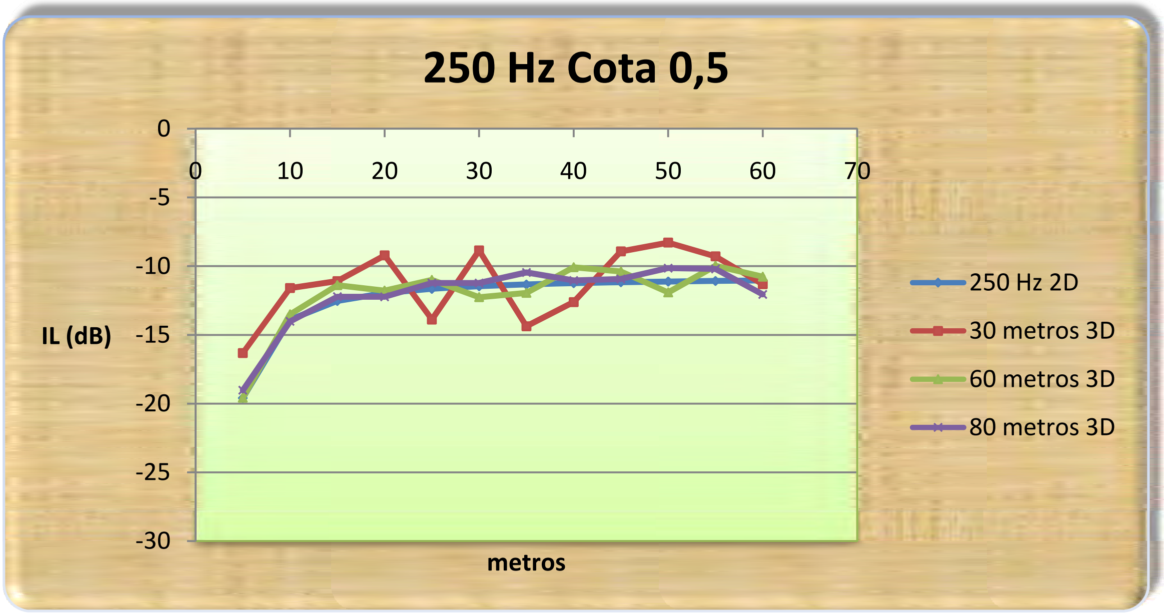


Figura 7.8 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

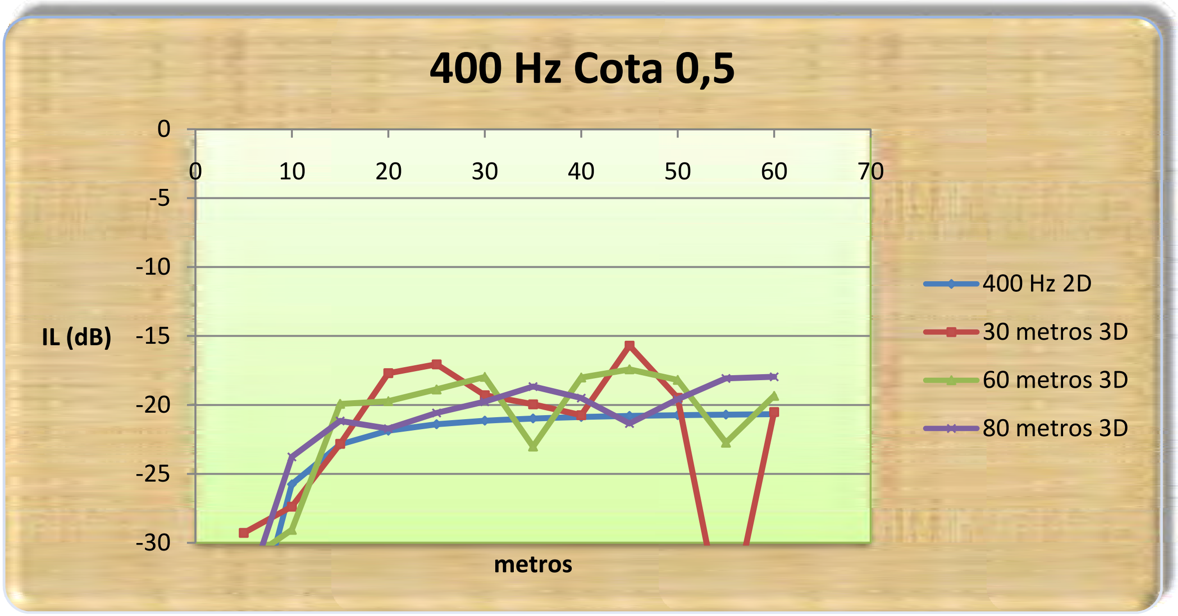


Figura 7.9 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

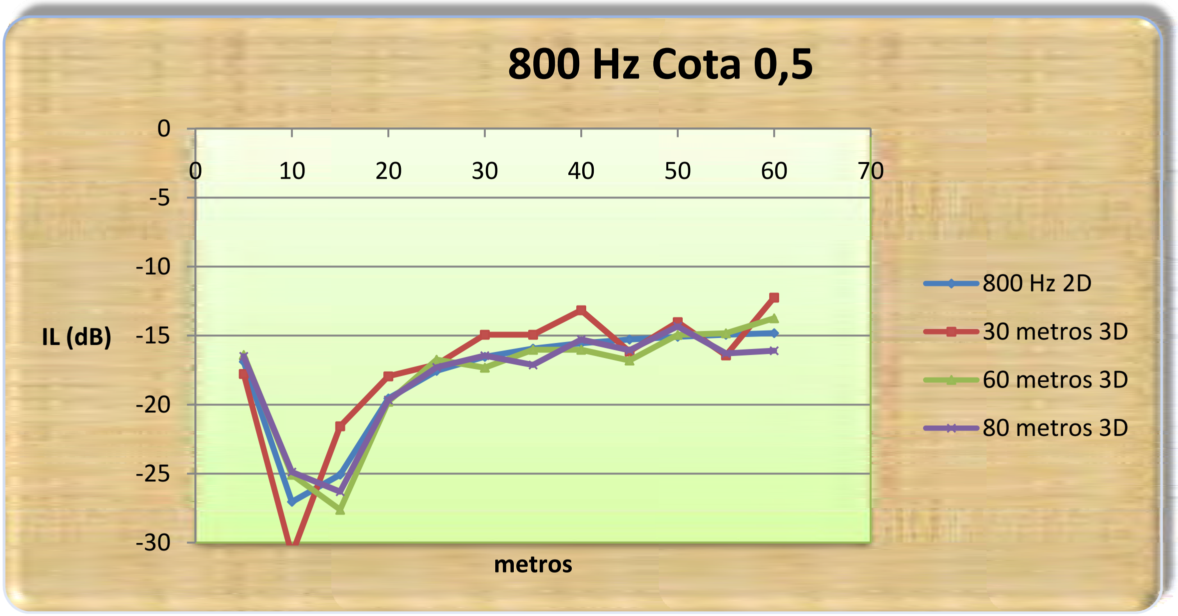


Figura 7.10 Pantalla con brazo inclinado: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

Y, en último lugar, las gráficas correspondientes al *IL Medio* de la red de receptores dividida en zonas (media aritmética de los *IL* de cada zona):

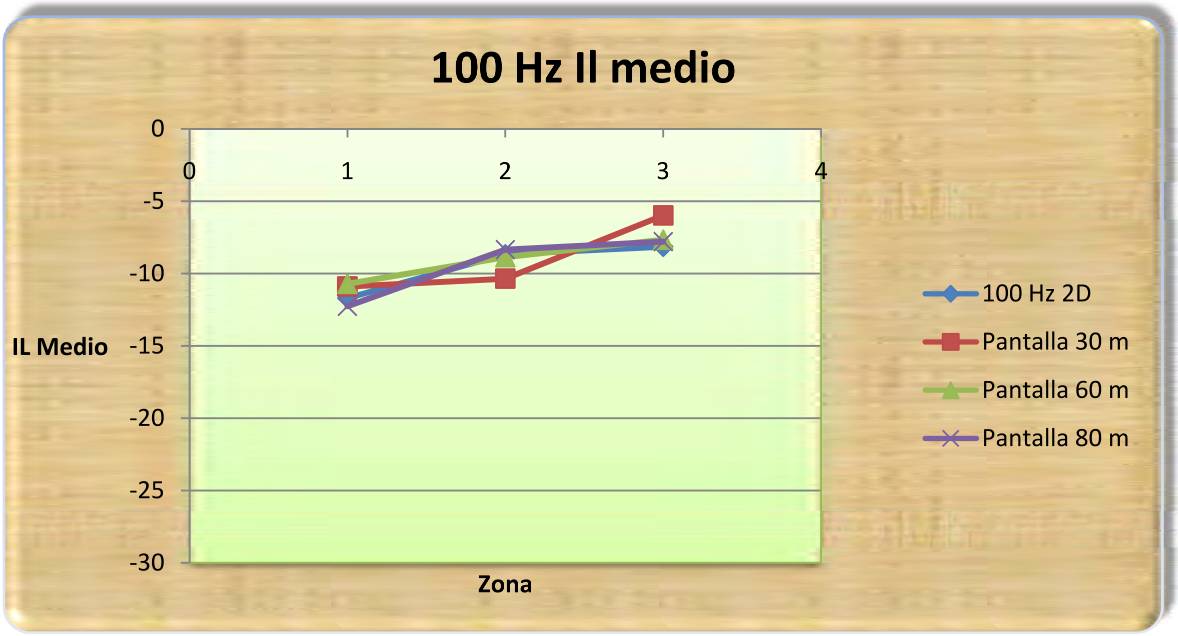


Figura 7.11 Pantalla con brazo inclinado: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

Figura 7.12 Pantalla con brazo inclinado: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

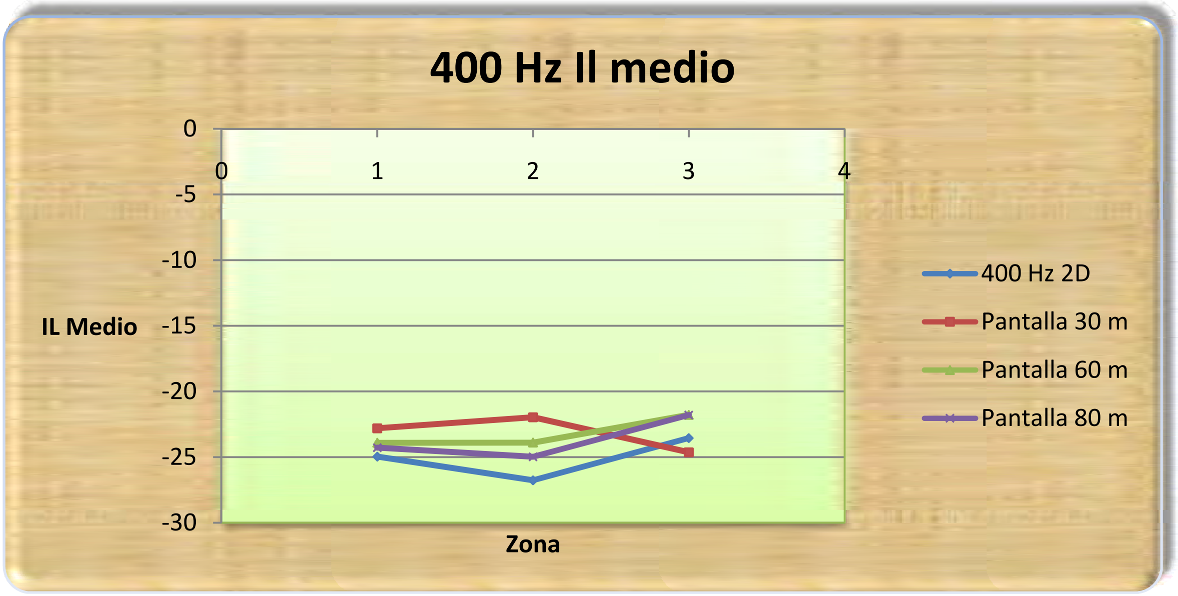


Figura 7.13 Pantalla con brazo inclinado: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

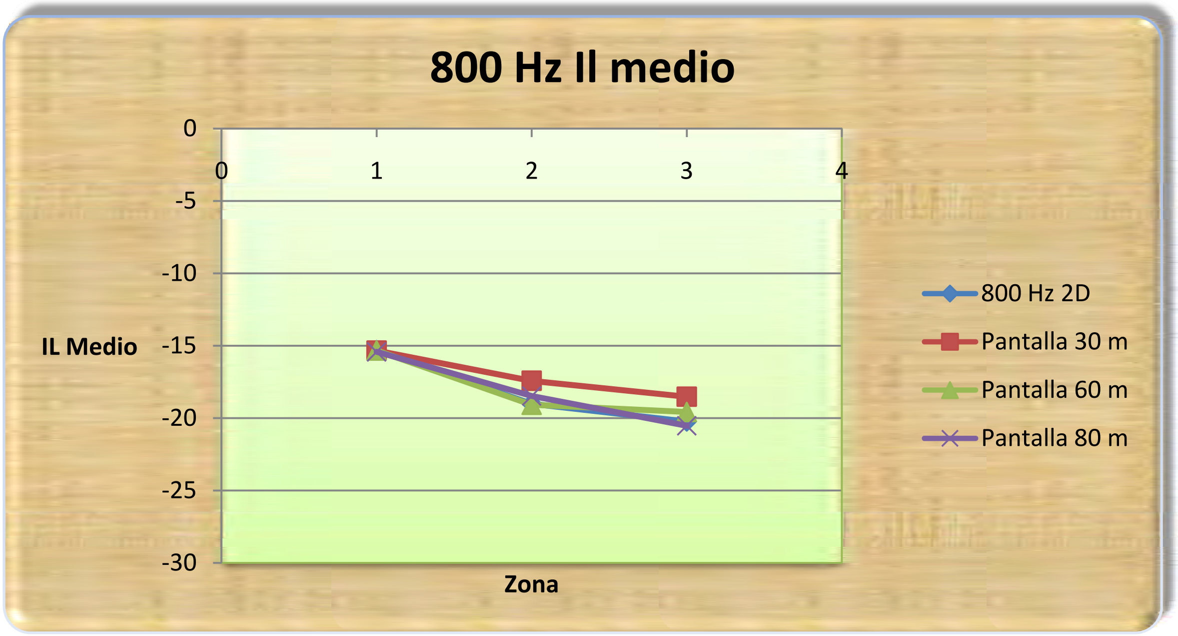


Figura 7.14 Pantalla con brazo inclinado: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

En las gráficas correspondientes al cálculo del *IL* en un punto, bien a cota cero, bien a 0.5 metros, se puede observar el mismo comportamiento que con la pantalla simple: el carácter oscilatorio tridimensional se acentúa a medida que disminuye el tamaño de la pantalla. Conforme ésta crece, tiende asintóticamente a los resultados bidimensionales.

Por otra parte, los resultados del *IL Medio* parecen indicar que la pantalla simple ofrece resultados sensiblemente mejores que la de brazo inclinado, con lo cual se intuyen que en la eficacia de la pantalla entran en juego otras variables aparte de la altura efectiva, como por ejemplo la geometría local de la misma. No obstante, la longitud transversal de la pantalla acodada para una misma altura efectiva que la simple vertical es menor, lo que implica menos material y menos peso, y, por tanto menor coste económico.

A continuación, se muestra para cada frecuencia la desviación porcentual del *IL Medio* de cada tamaño de pantalla con respecto al caso bidimensional:

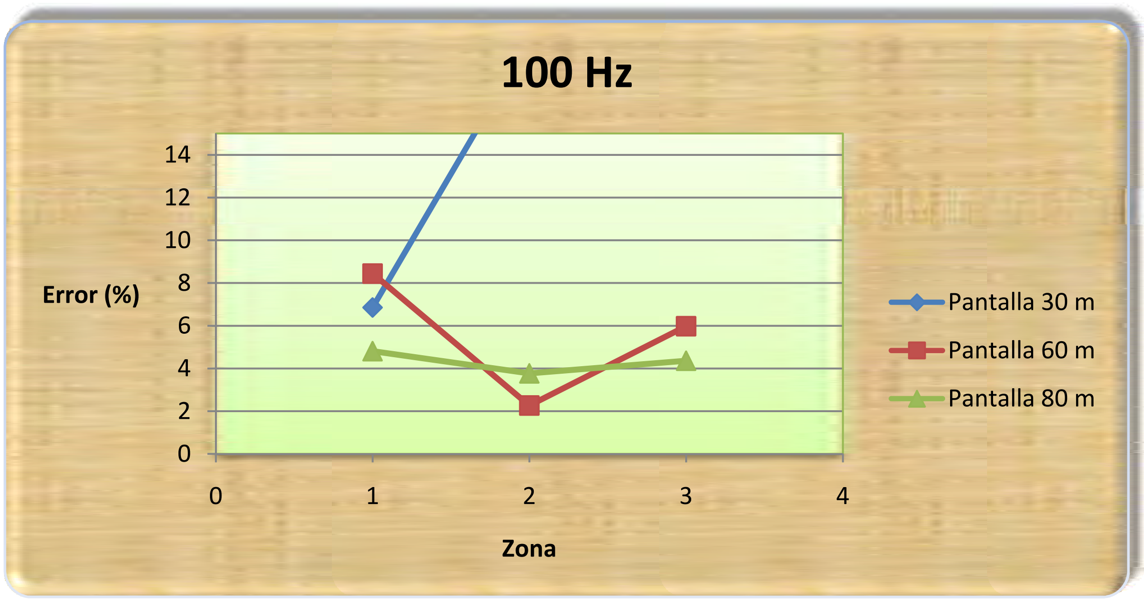


Figura 7.15 Pantalla inclinada: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

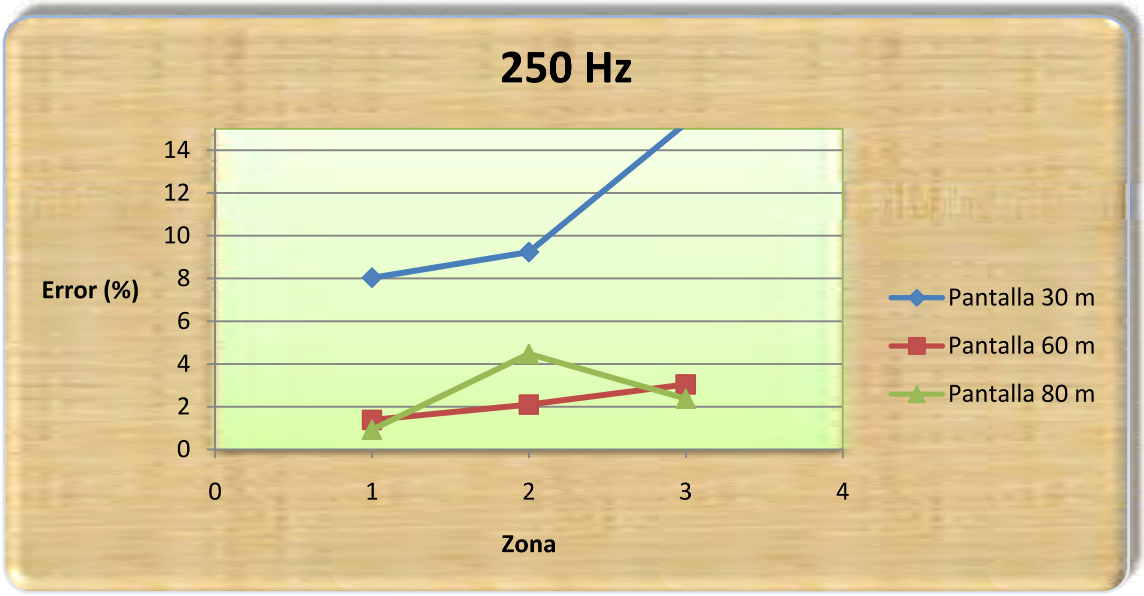


Figura 7.16 Pantalla inclinada: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

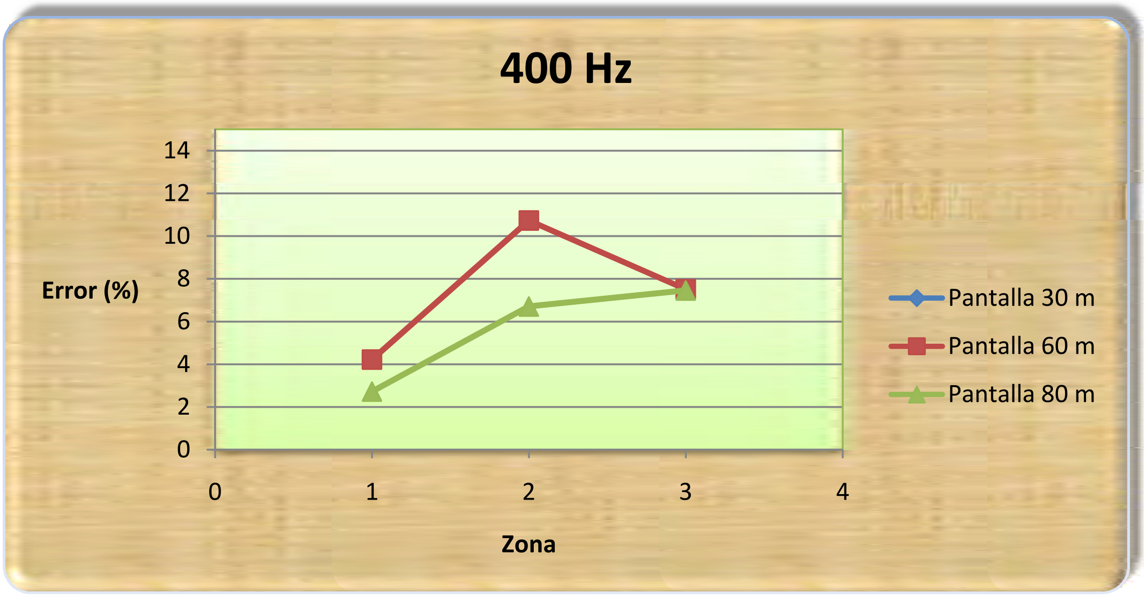


Figura 7.17 Pantalla inclinada: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

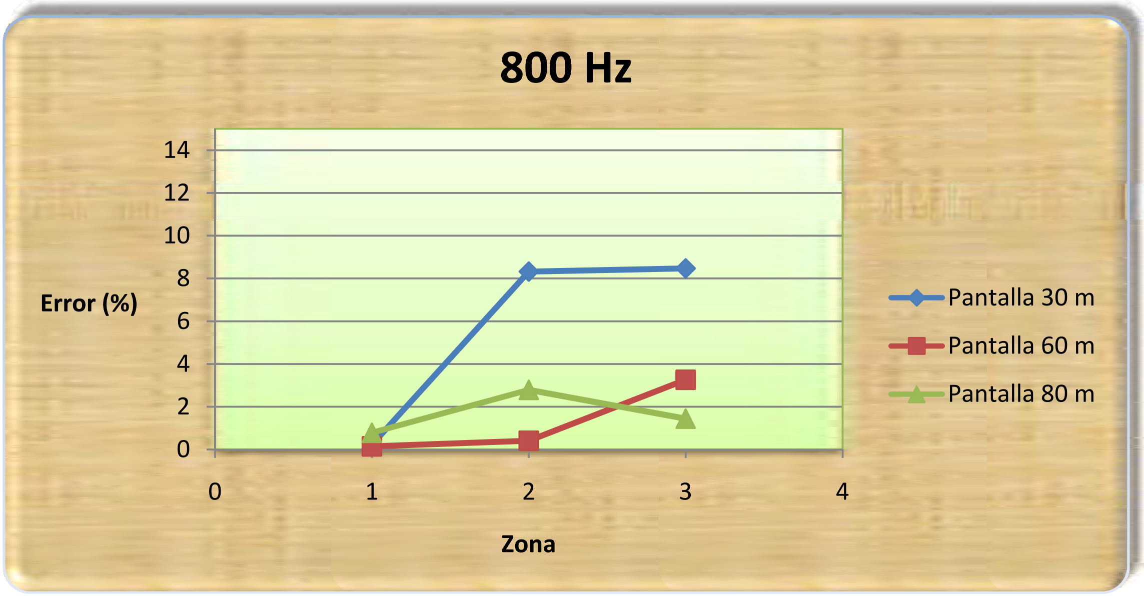


Figura 7.18 Pantalla inclinada: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

Se comprueba efectivamente la tendencia a disminuir el error conforme aumenta el tamaño de pantalla. No se puede extraer un patrón de comportamiento relacionado con la frecuencia, si bien parece que en la mayoría de los casos el error es menor cuando los receptores están más próximos a la pantalla. Esto puede ser debido a que la difracción de la onda por los laterales de la pantalla tiene mayor influencia sobre las zonas alejadas de la misma, pues en los puntos próximos se pueden crear ángulos muertos o de no influencia de estas ondas difractadas.

7.3 Sección transversal en Y

La experiencia de las pantallas acodadas aconseja probar geometrías que dificulten la difracción de la onda por detrás de la pantalla. Para ello, se puede probar un modelo de pantalla en forma de Y, tal y como se muestra en la figura:

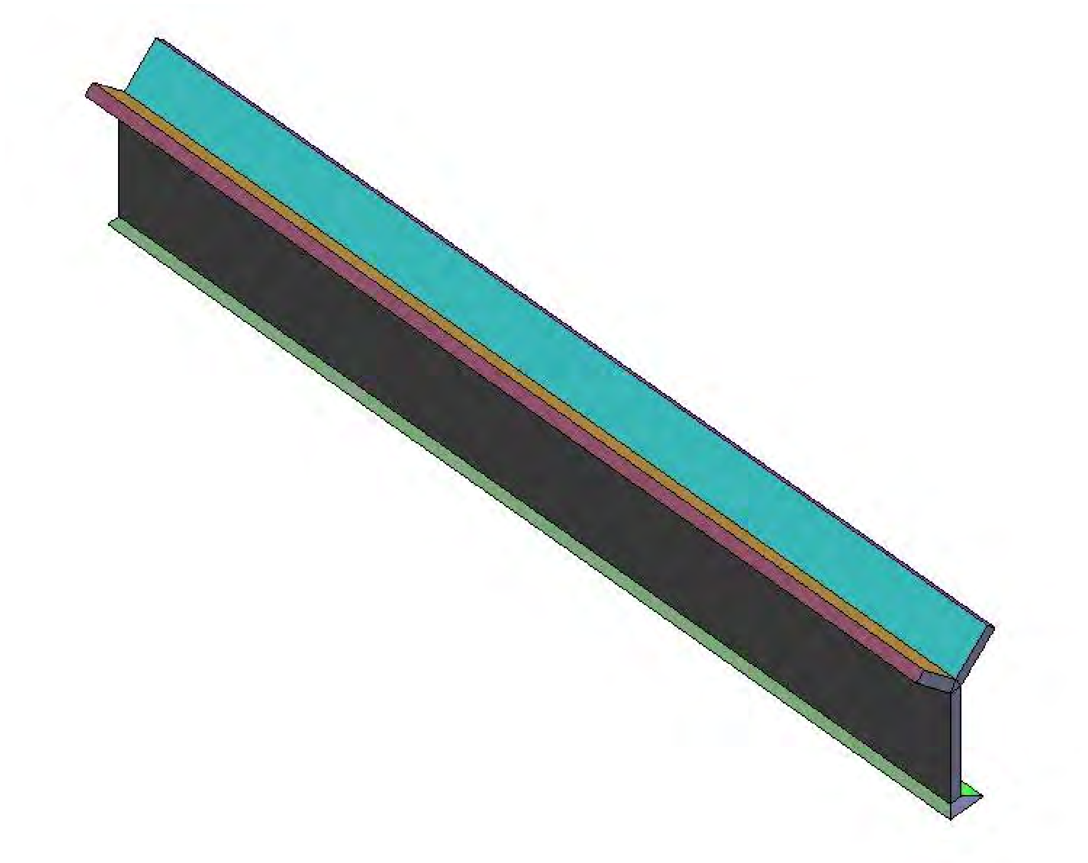


Figura 7.19

El problema a resolver será similar al anterior. Se dispondrá una pantalla separando un emisor de una serie de receptores.

La pantalla consta de un tramo vertical de 2 metros de alto, y los brazos tienen una inclinación de 45º y una longitud tal que la altura efectiva de la pantalla será de 3 metros.

La disposición de receptores y emisor es exactamente igual que en el caso anterior, y las variables a estudiar serán exactamente las mismas, también para diferentes tamaños de la pantalla. De este modo, las gráficas obtenidas para el *IL* en los puntos situados a cota cero, a una distancia variable de la pantalla y en el plano de simetría, quedarán tal que:

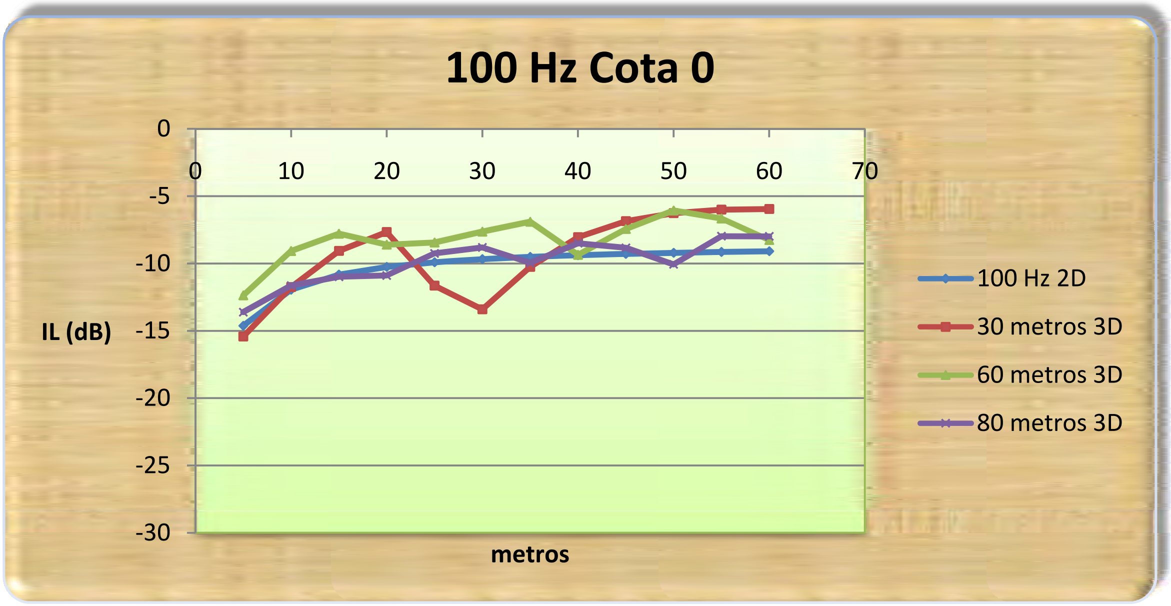


Figura 7.20 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

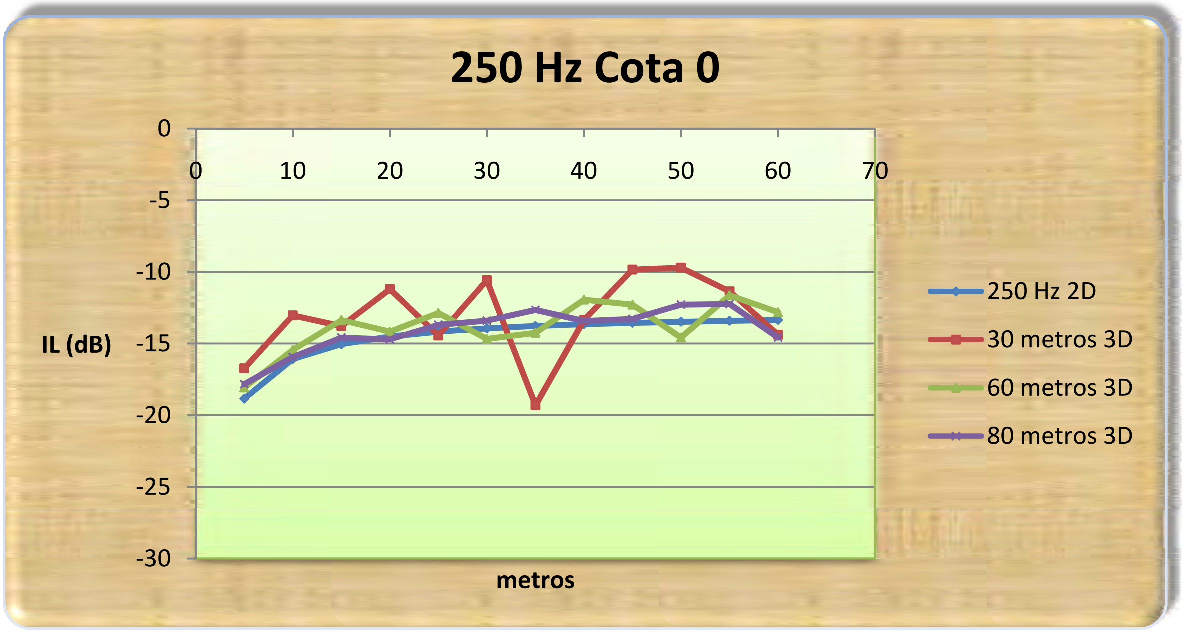


Figura 7.21 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

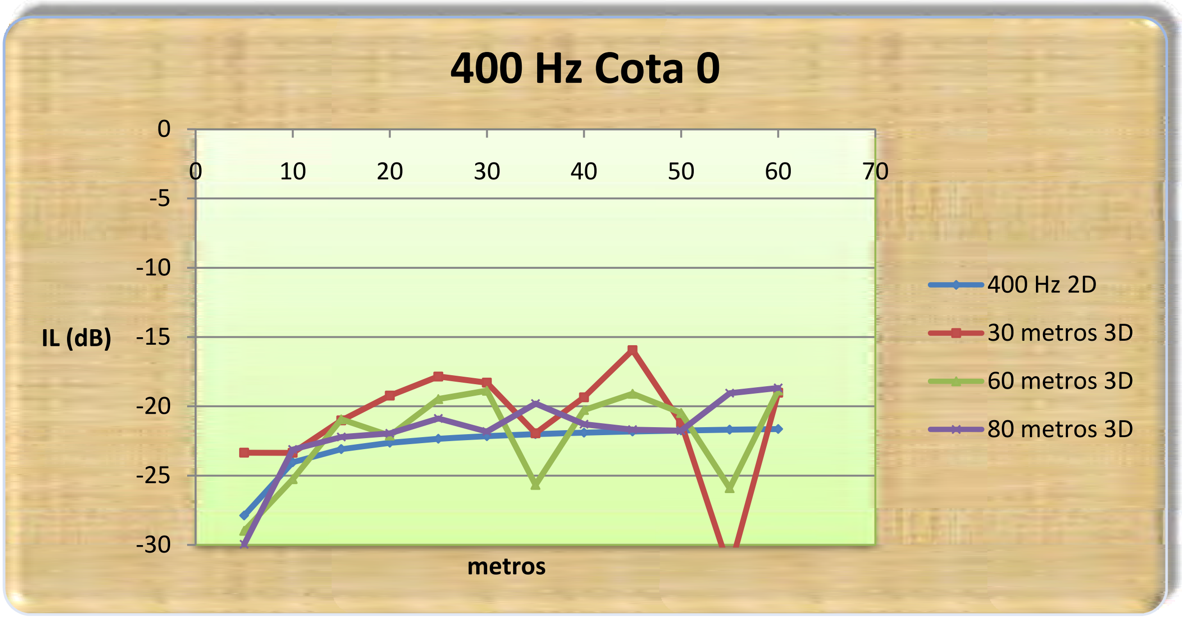


Figura 7.22 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

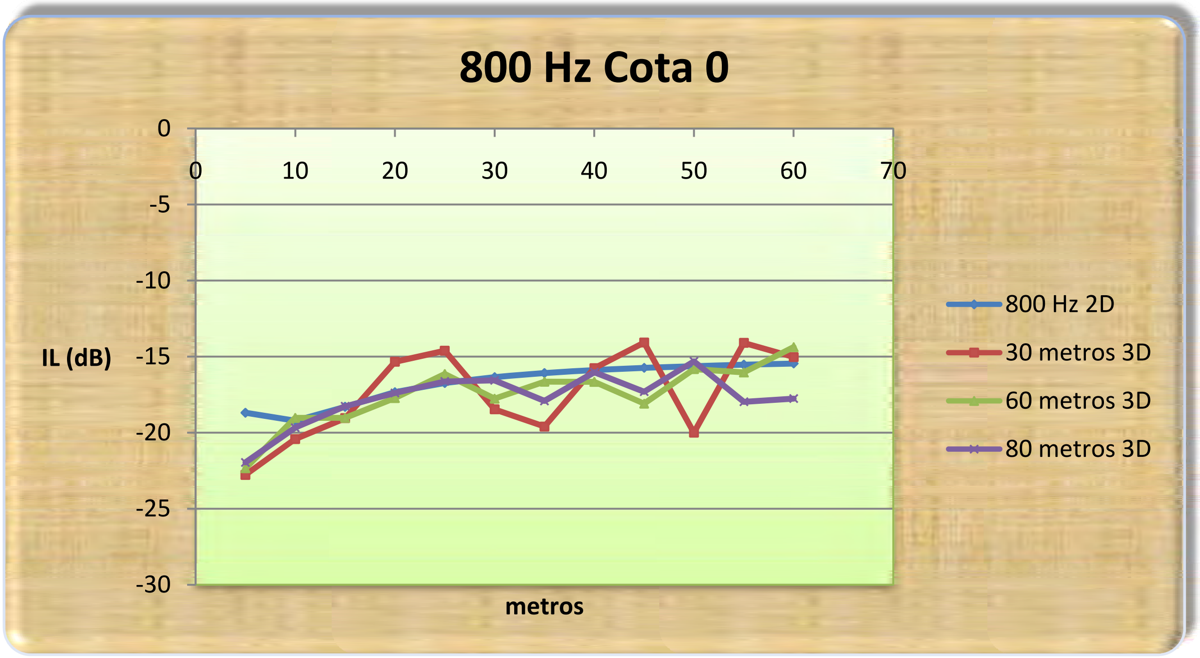


Figura 7.23 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

Lo mismo pero para los puntos situados a cota 0.5 metros:

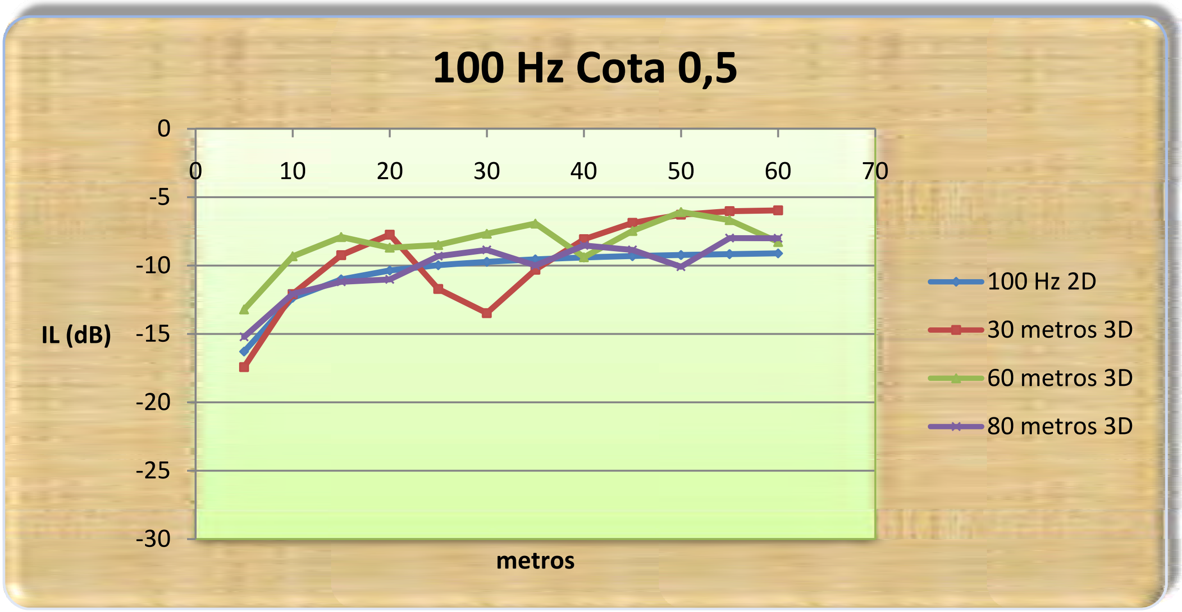


Figura 7.24 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

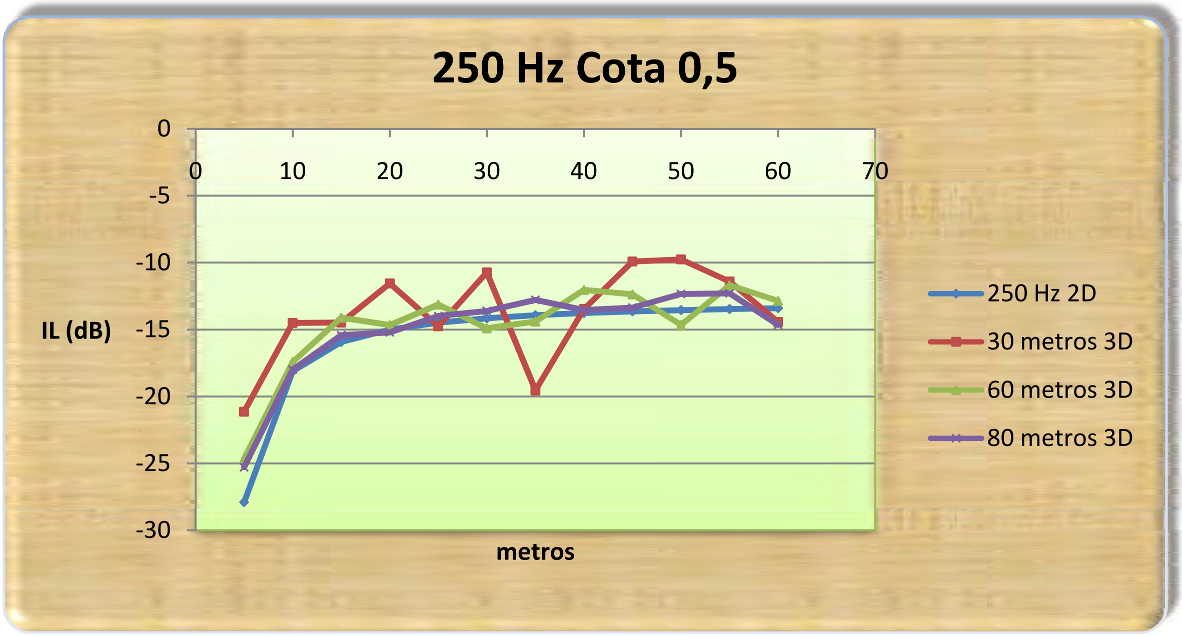


Figura 7.25 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

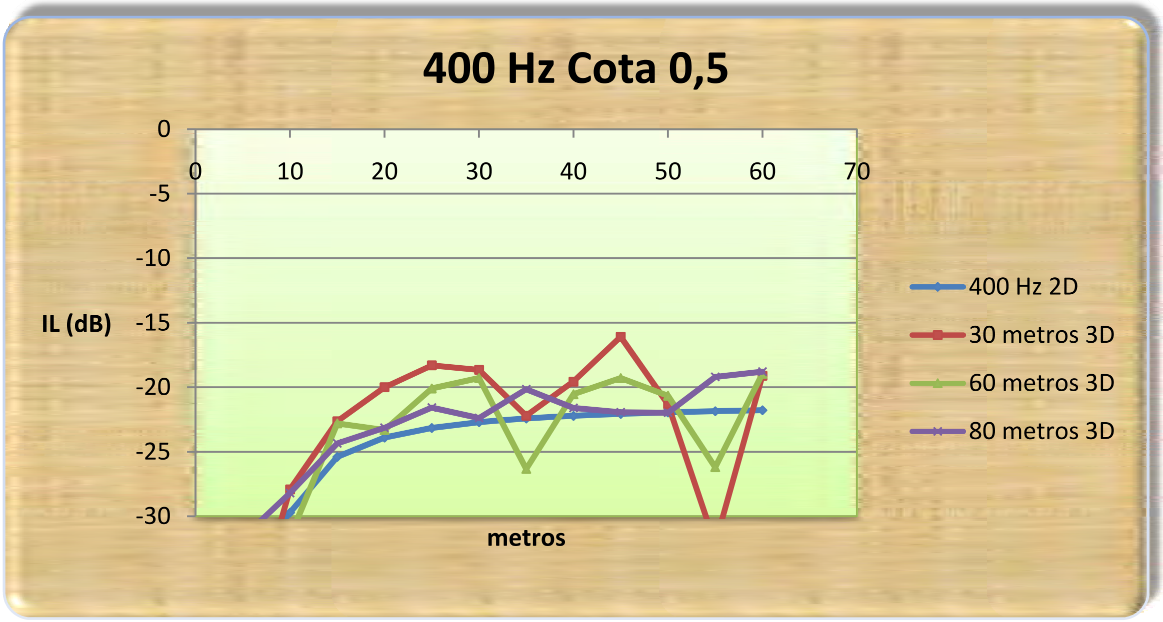


Figura 7.26 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

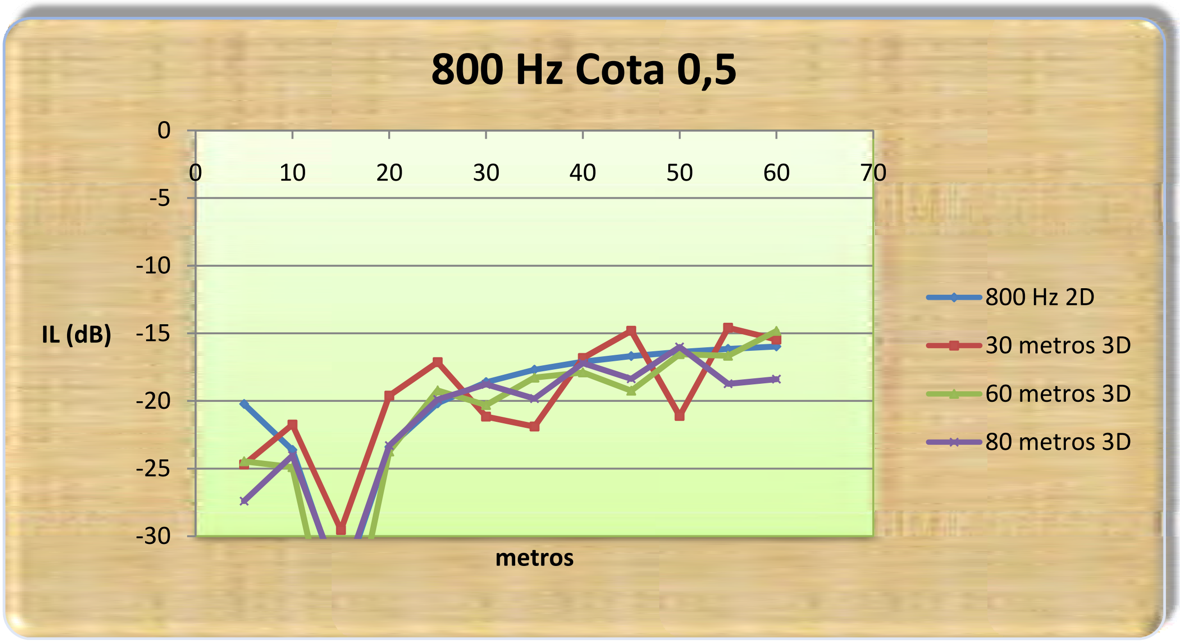


Figura 7.27 Pantalla en Y: IL para diferentes receptores (a cota 0.5 m) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantallas Vs. pantalla bidimensional

A continuación, se muestra el IL Medio, calculado como media aritmética de los IL de los receptores de cada zona, para cada frecuencia estudiada:

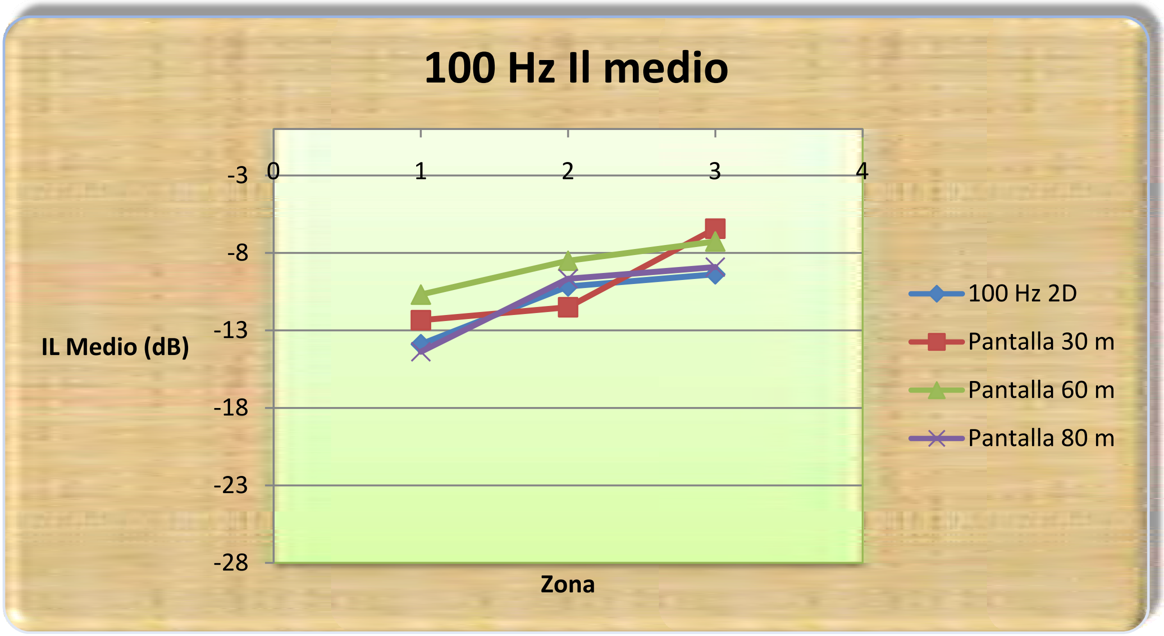


Figura 7.28 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

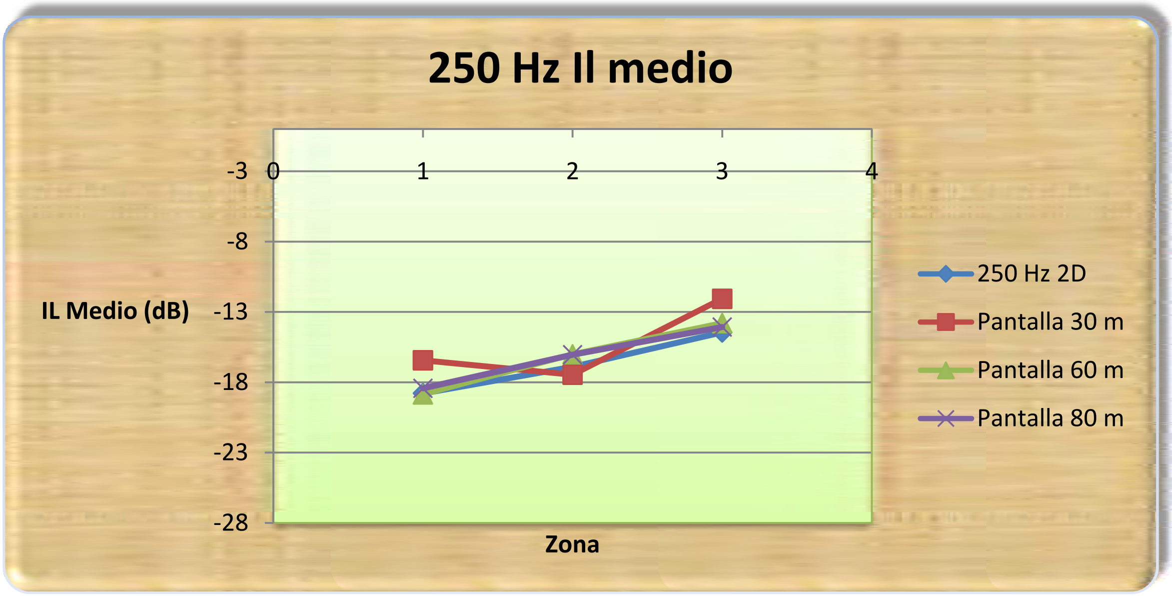


Figura 7.29 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

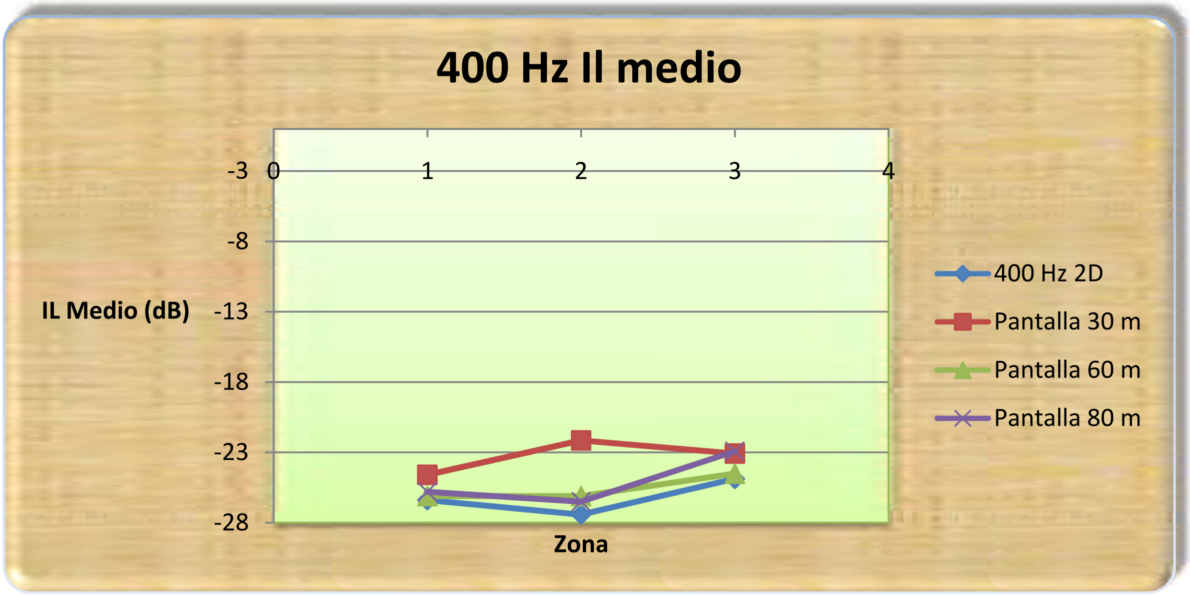


Figura 7.30 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

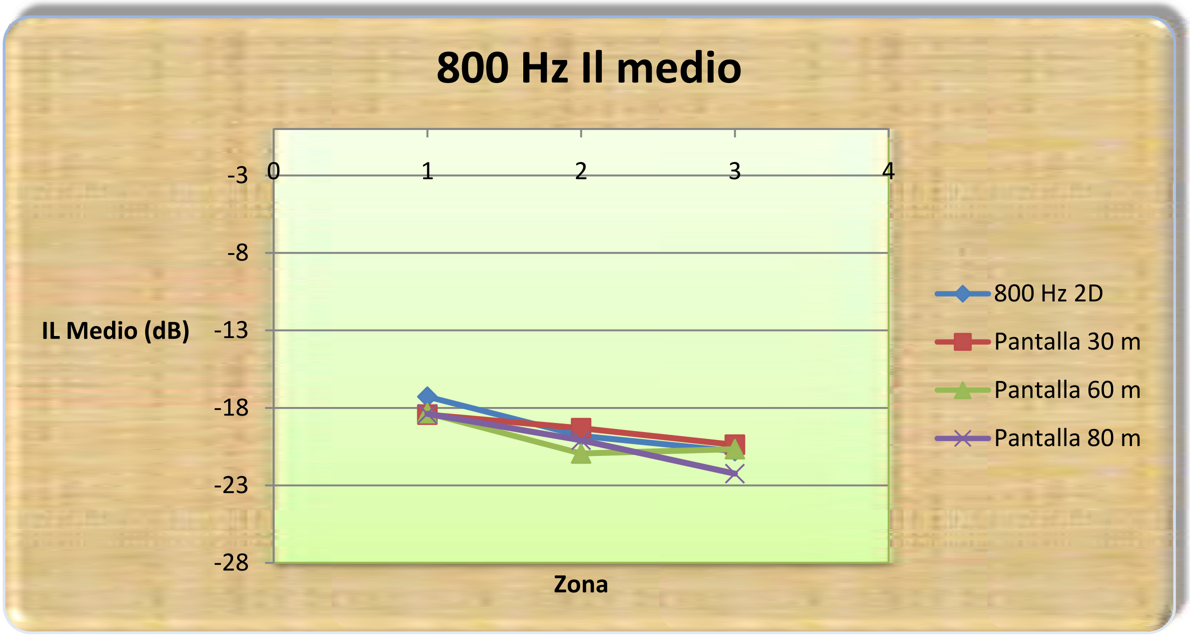


Figura 7.31 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

Y a continuación, la desviación porcentual de cada caso con respecto a su modelo bidimensional homólogo:

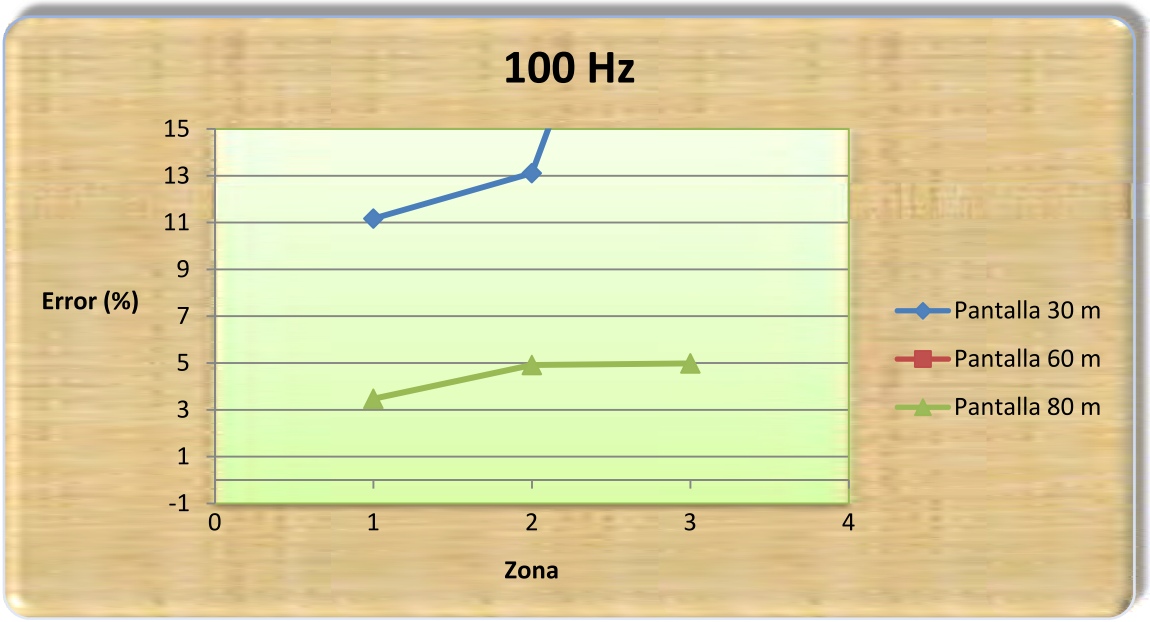


Figura 7.32 Pantalla en Y: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

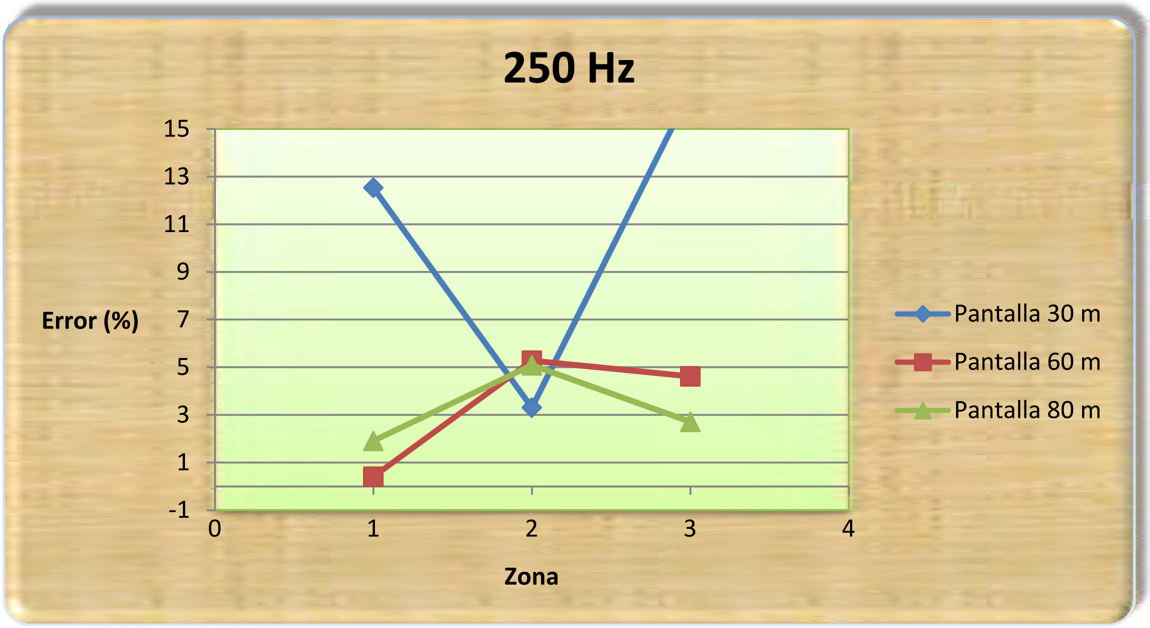


Figura 7.33 Pantalla en Y: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

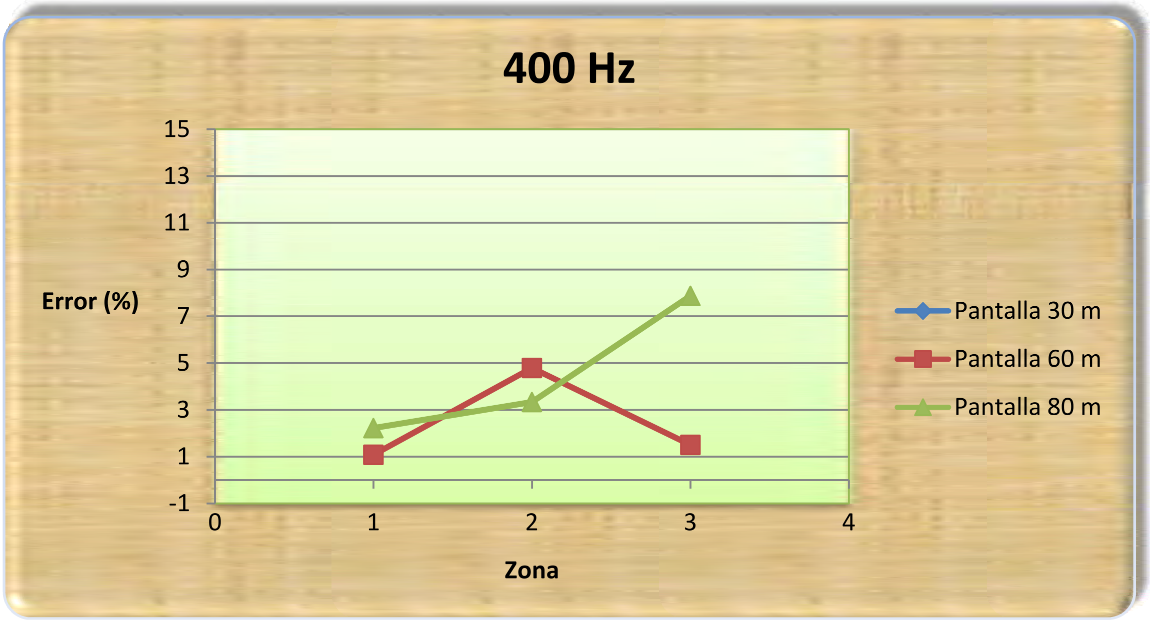


Figura 7.34 Pantalla en Y: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

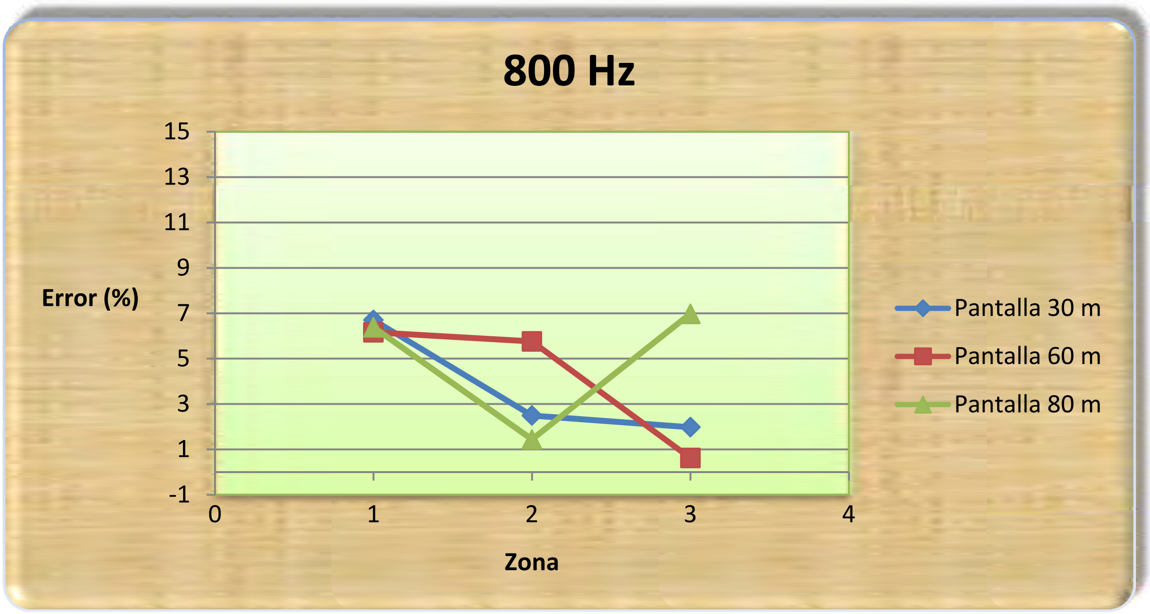


Figura 7.35 Pantalla en Y: Desviación porcentual del Il con respecto al caso bidimensional a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla

Aquí no se observa ya tanto la tendencia a disminuir el error conforme aumenta el tamaño de pantalla, pudiendo intuirse una dependencia más fuerte de la frecuencia.

En cuanto al IL, se observa que la eficacia de esta pantalla es mayor que la de la pantalla simple vertical o la de sección transversal acodada. Esto se debe a que la onda difractada por el brazo inclinado hacia la fuente, es ahora difractada por el brazo inclinado hacia atrás. Se comprueba que este efecto es más acusado en las frecuencias altas, las más difíciles de difractar.

7.4 Conjunto de pantallas en serie

Se dispone un conjunto de pantallas en serie, formado por nueve pantallas de diez metros cada una, separadas dos metros entre sí, alineadas por su eje transversal según una línea recta tal y como se aprecia en la figura (representado sólo la mitad simétrica de la disposición):

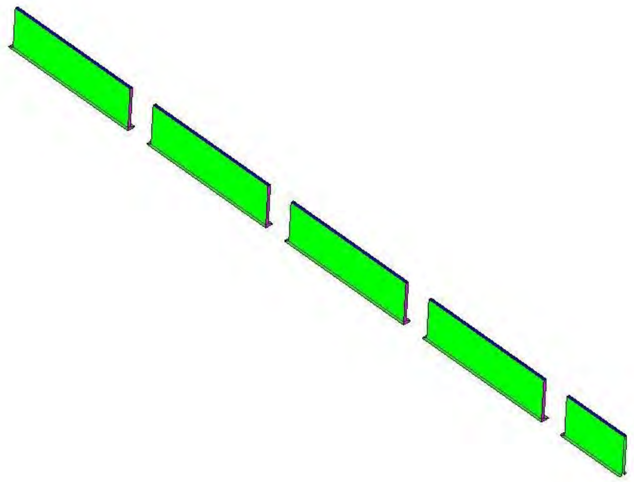


Figura 7.36

La disposición de receptores y emisor es exactamente igual que en los casos anteriores, y las variables a estudiar serán exactamente las mismas. De este modo, las gráficas obtenidas para el *IL* en los puntos situados a cota cero, a una distancia variable de la pantalla y en el plano de simetría, para las cuatro frecuencias estudiadas, quedarán tal y como se muestra a continuación:

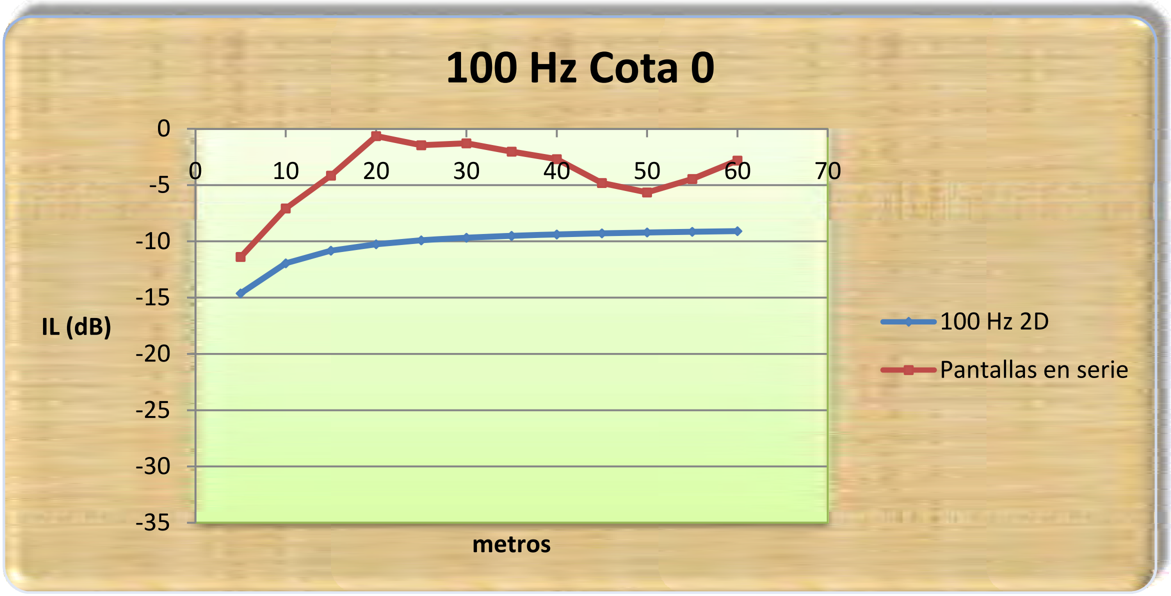


Figura 7.37 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

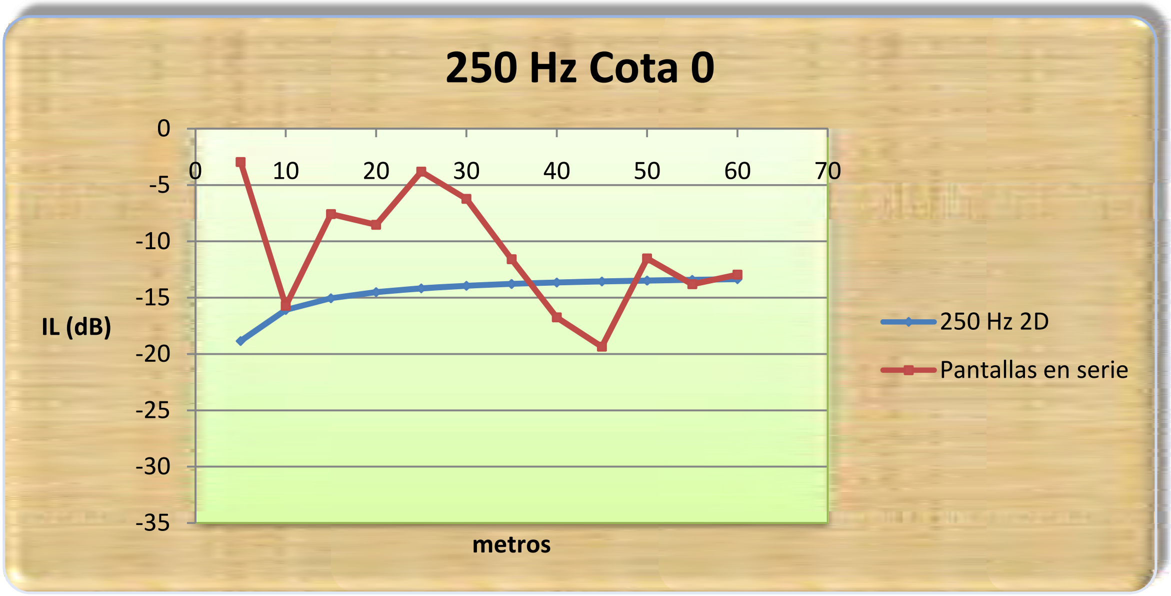


Figura 7.38 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

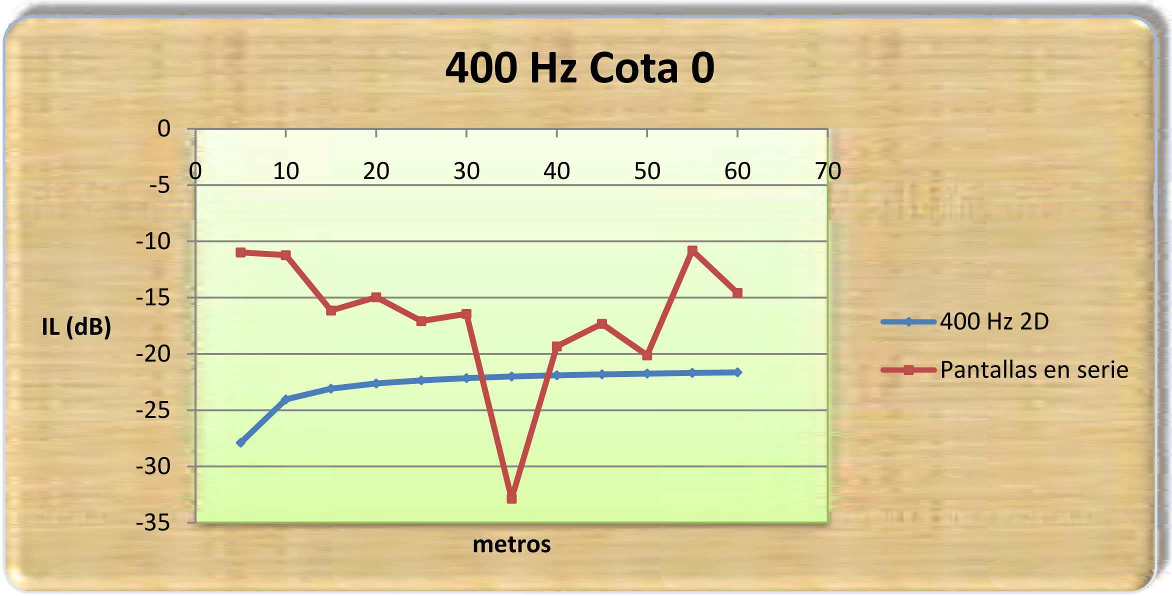


Figura 7.39 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

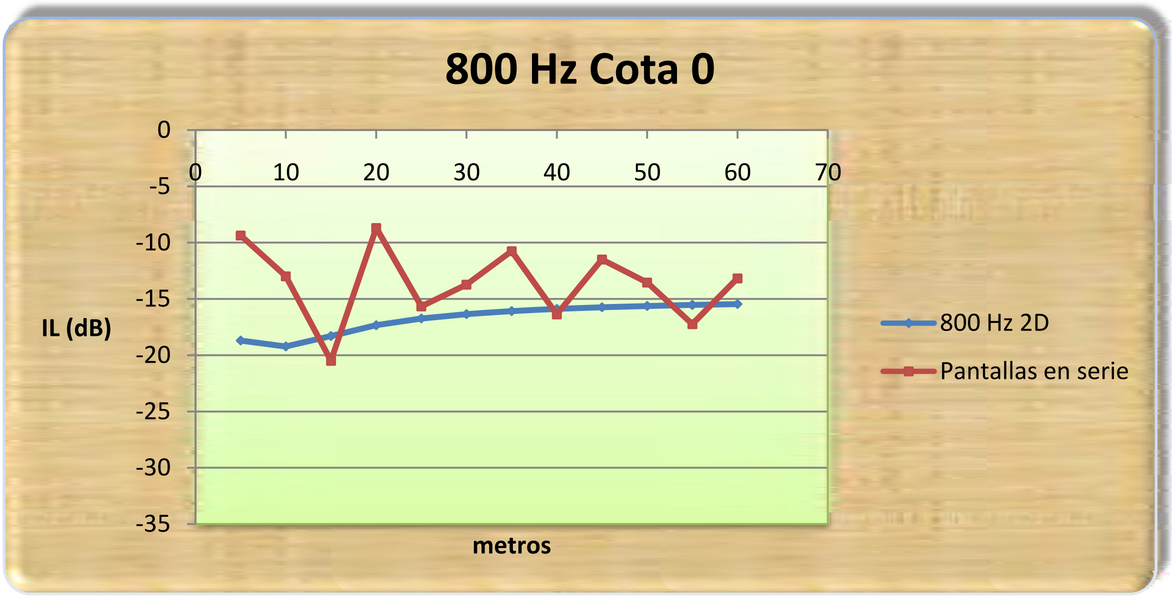


Figura 7.40 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

En siguiente lugar se representa lo mismo pero para la línea de receptores situados a cota 0,5 metros. De tal modo:

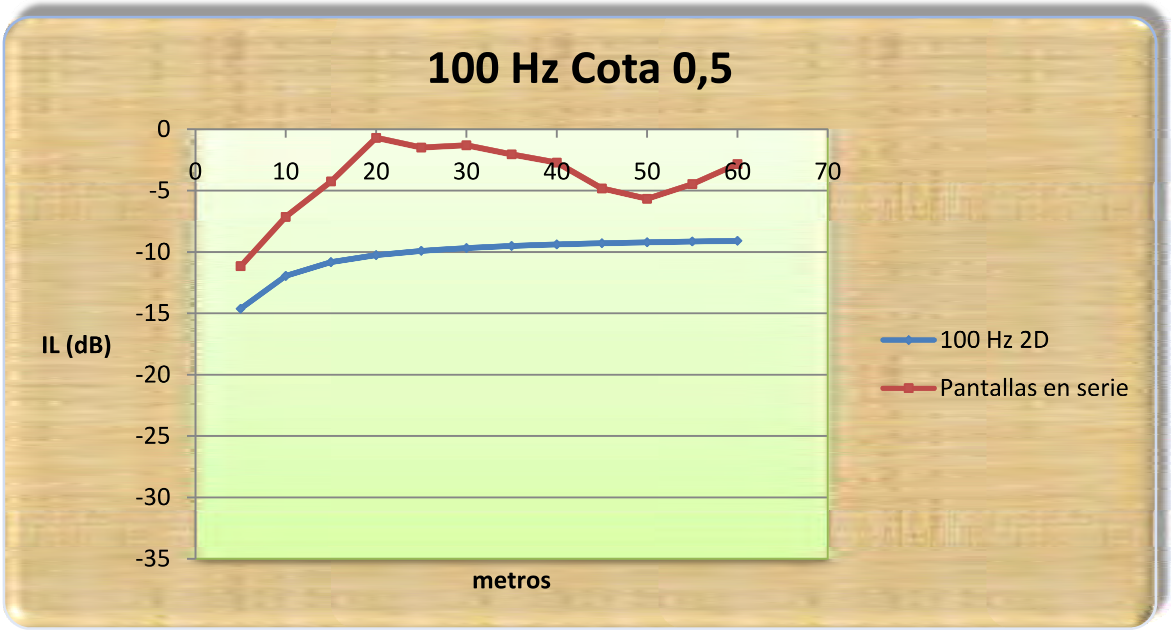


Figura 7.41 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0.5) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

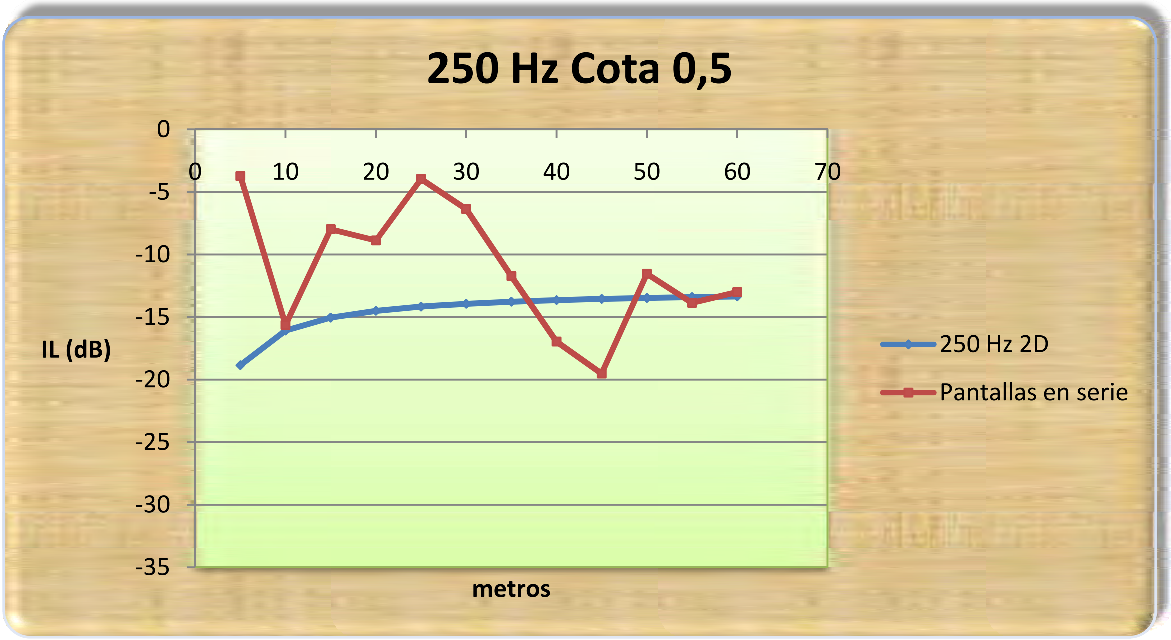


Figura 7.42 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0.5) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

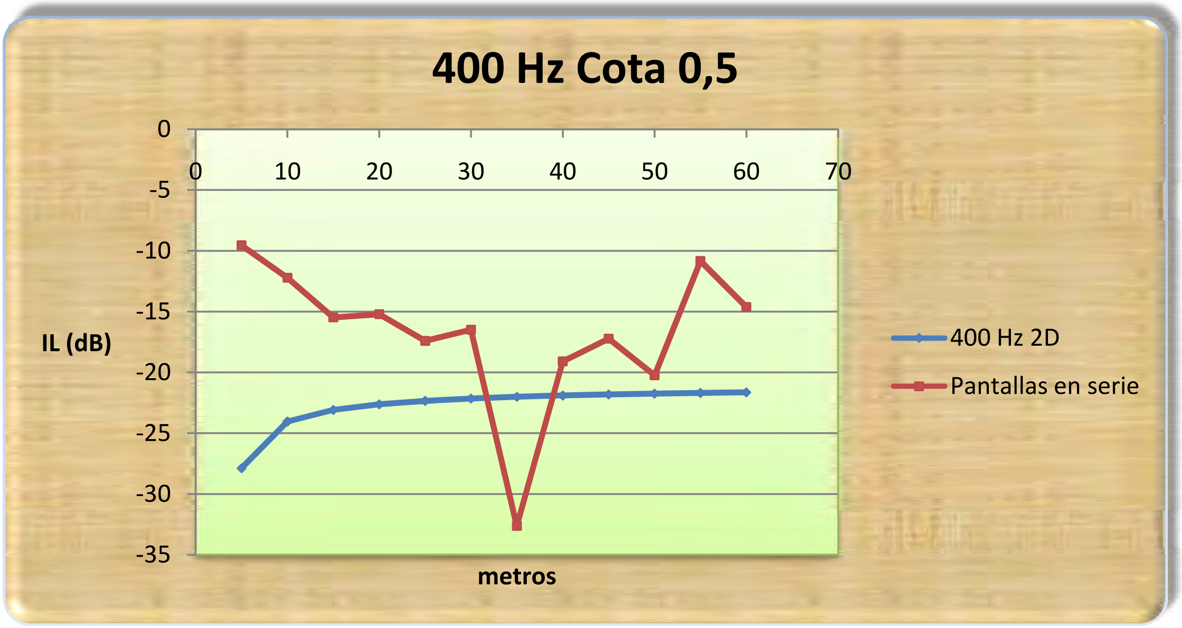


Figura 7.43 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0.5) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

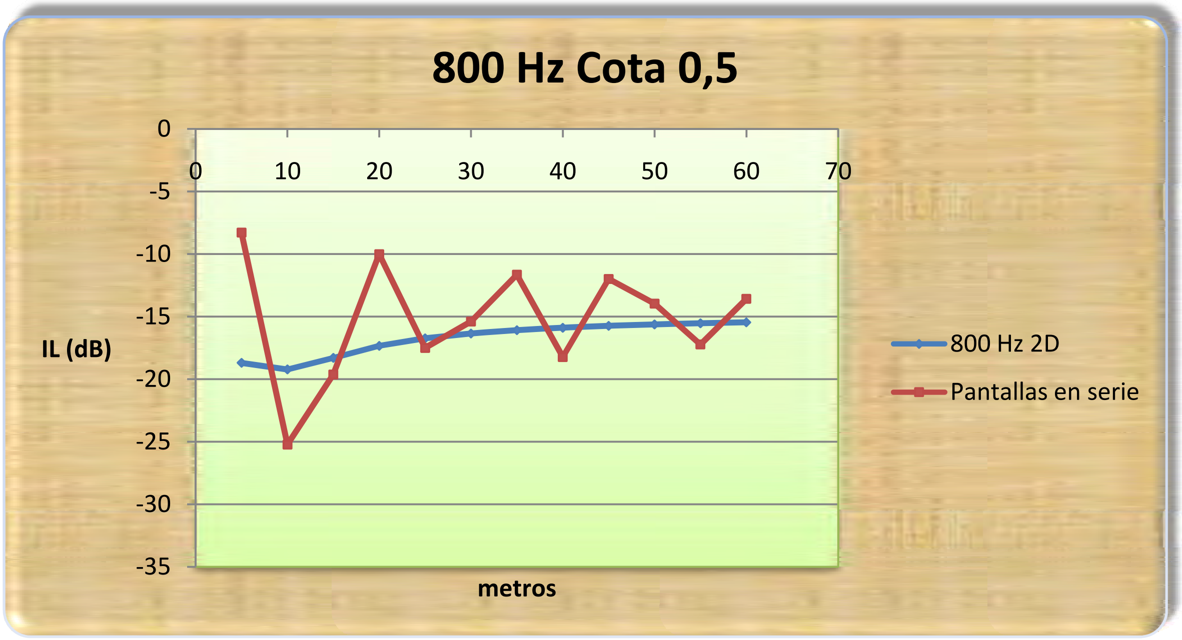


Figura 7.44 Pantallas en serie: IL para diferentes receptores (a cota 0.5) a lo largo de 50 metros perpendiculares a la pantalla, a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

Y ya en último lugar, el IL Medio comparado con su homólogo bidimensional para las tres zonas en las que se ha dividido el conjunto de receptores:

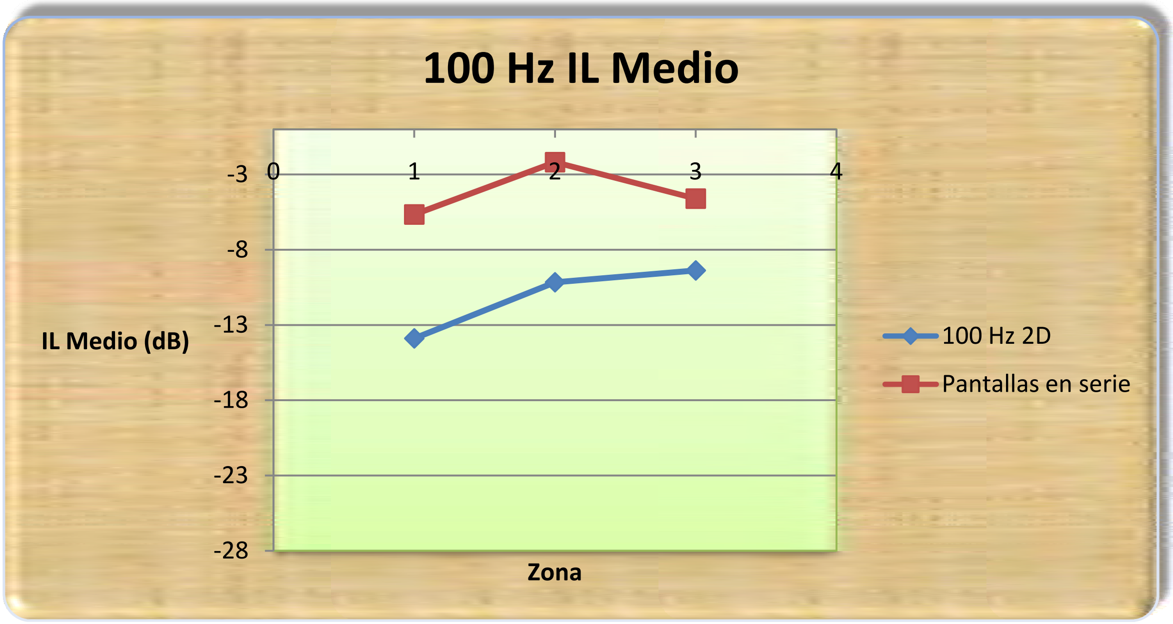


Figura 7.45 Pantallas en serie: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada Vs. pantalla bidimensional

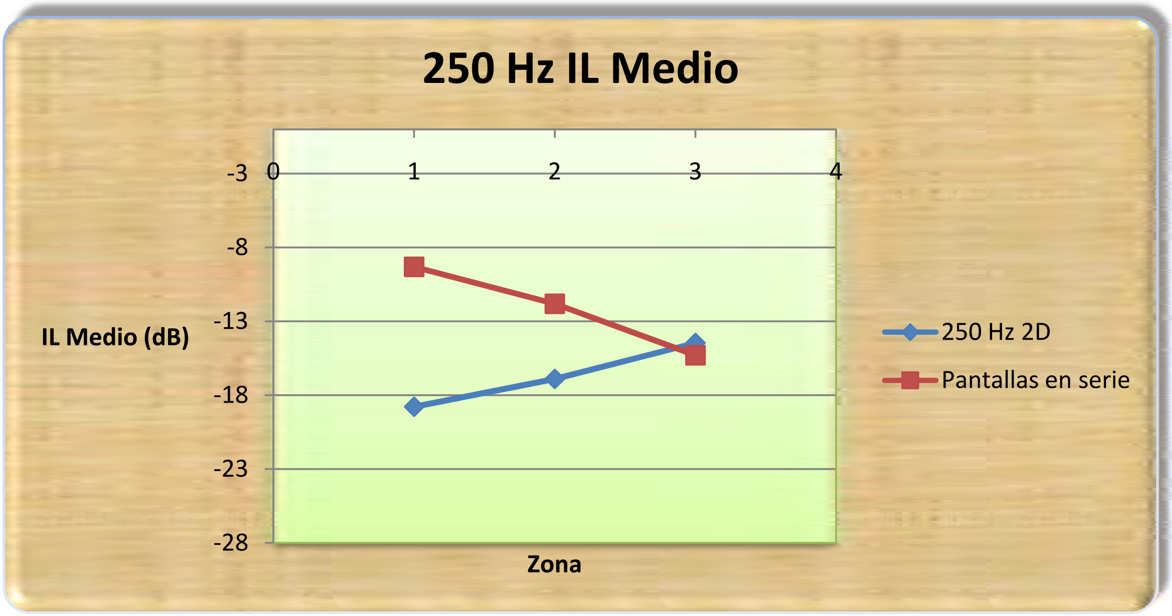


Figura 7.46 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

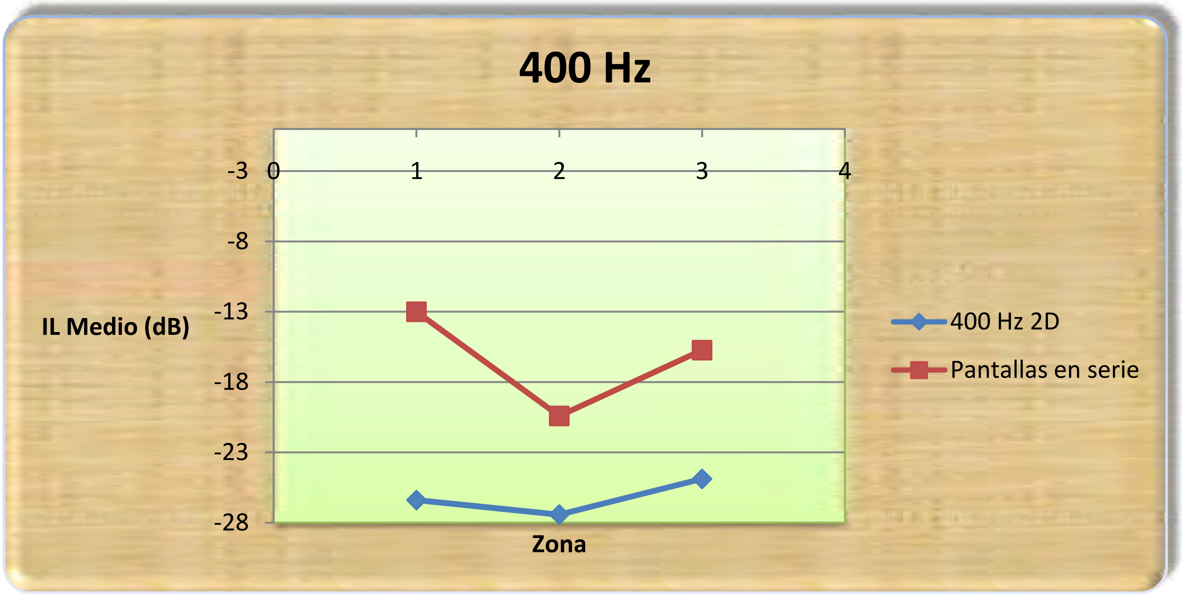


Figura 7.47 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

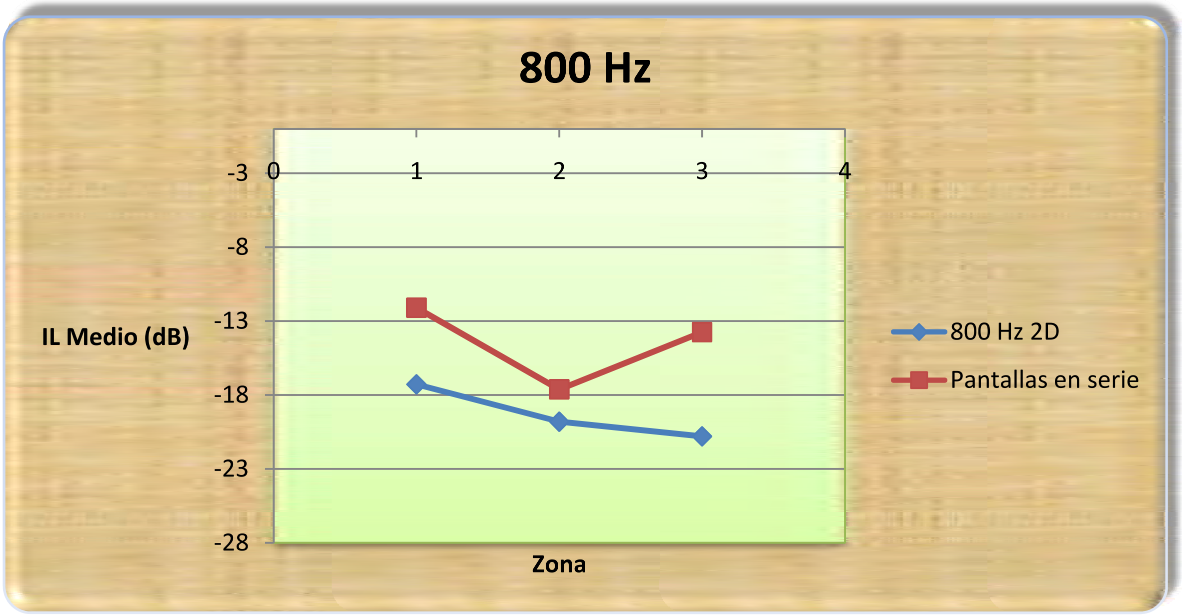


Figura 7.48 Pantalla en Y: Media del IL en todos los receptores de cada zona a la frecuencia indicada para diferentes tamaños de pantalla Vs. pantalla bidimensional

A la luz de estas gráficas, se observa que la pérdida por inserción inferida por la colocación de las pantallas en serie es bastante menor que con una pantalla continua, tal y cómo cabría esperar, atendiendo a los huecos existentes entre pantallas, que suponen un coladero de ondas acústicas. No obstante, se comprueba una tendencia asintótica hacia el caso bidimensional (representación del modelo de pantalla continua) conforme se incrementa la frecuencia. Esto puede estar relacionado con efectos de resonancia relativos al tamaño de las pantallas.

7.5 Influencia de la discretización en otras geometrías de pantallas

7.5.1 Introducción

Hasta ahora se ha estudiado de forma pormenorizada la influencia de la discretización sobre pantallas simples, extrayéndose conclusiones interesantes que conducen al ahorro de grados de libertad, facilitando el proceso computacional inherente a la resolución del problema. Básicamente, la técnica consistía en hallar empíricamente estrategias que permitieran un ahorro de grados de libertad sin comprometer la precisión de los resultados, obteniéndose unos patrones de comportamiento que podían ser extrapolados a pantallas pequeñas y medianas. Se comprobó que refinando para 1000 Hz con una relación longitud de onda-tamaño de elemento de ½, se obtenían resultados satisfactorios analizando frecuencias de hasta 2500 Hz, especialmente en zonas no muy cercanas a la pantalla, siendo especialmente viable si la variable analizada era el *IL Medio Espectral*. Además de todo esto, se pudo observar que los resultados obtenidos con el modelo bidimensional para el análisis de la influencia de la discretización ofrecían conclusiones extrapolables al caso tridimensional.

Sin embargo, es lógico plantearse que conforme se complica la geometría de la pantalla, discretizaciones someras comiencen a perder eficacia. Ello induce a pensar que las conclusiones extraídas en lo que respecta a la influencia de la discretización para pantallas simples, puedan no ser extrapolables a geometrías más complejas de pantalla. Por ello se antoja preciso un estudio de la influencia de la discretización sobre pantallas de diferentes geometrías.

Para llevar esto a cabo, se repetirá el mismo proceso con cuatro pantallas diferentes: una pantalla acodada, otra tipo Y, una tipo “tridente” y otra tipo “cactus”.

El problema se resolverá según el modelo bidimensional, que como se ha demostrado ofrece resultados fácilmente extrapolables al caso tridimensional, además de resultar de manejo más sencillo. El estudio consistirá en discretizar la pantalla para las frecuencias de 400, 630, 800, 1000,1600 y 2500 Hz con una relación tamaño de elemento/longitud de onda de 1/2. A continuación, se compararán los resultados del *IL*

Medio Espectral de una nube de puntos, del *IL espectral* de los puntos del cdg de cada zona y del *IL* en un punto característico para cada zona (cdg y cota cero en la vertical del cdg), calculándose cada una de estas variables para cada una de las discretizaciones mencionadas, y comparando los resultados entre sí.

7.5.2 Pantalla acodada

7.5.2.1 Descripción del problema

Se dispondrá una pantalla acodada de sección idéntica a la utilizada con anterioridad, con las mismas dimensiones y altura efectiva 3 metros, separando un emisor lineal situado a 7.5 metros de la pantalla y a 0.5 metros de altura de una red de receptores similar a la utilizada hasta ahora, todo de acuerdo con el siguiente esquema:

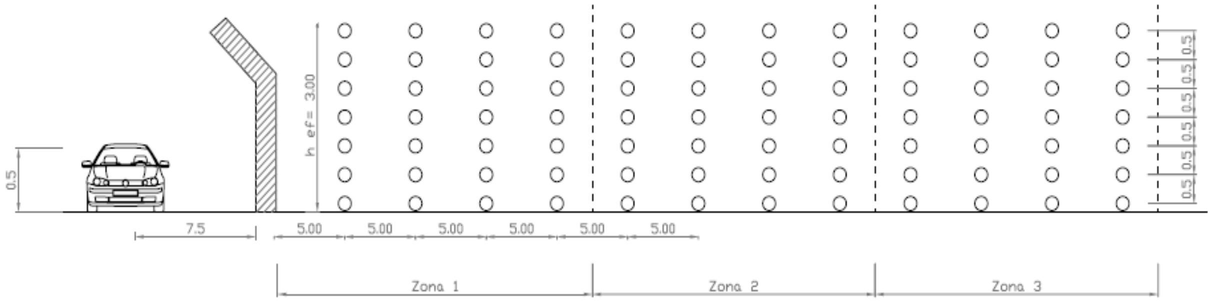


Figura 7.49

7.5.2.2 Resultados

IL Medio Espectral de la red de puntos:

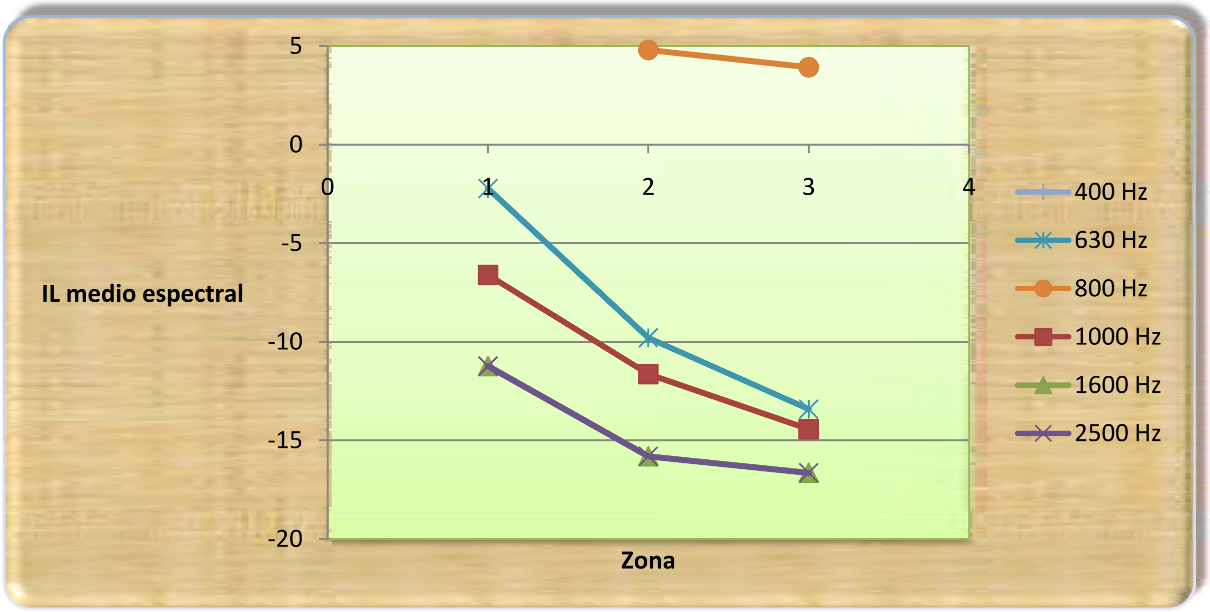


Figura 7.50 Pantalla acodada: IL Medio Espectral de una nube de puntos en cada zona para diferentes discretizaciones de la pantalla

Discretización	Tamaño de elemento (m)
400 Hz Landa medio	0.428
630 Hz Landa medio	0.272
800 Hz Landa medio	0.214
1000 Hz Landa medio	0.171
1600 Hz Landa medio	0.107
2500 Hz Landa medio	0.068

IL Espectral en el cdg de cada zona:

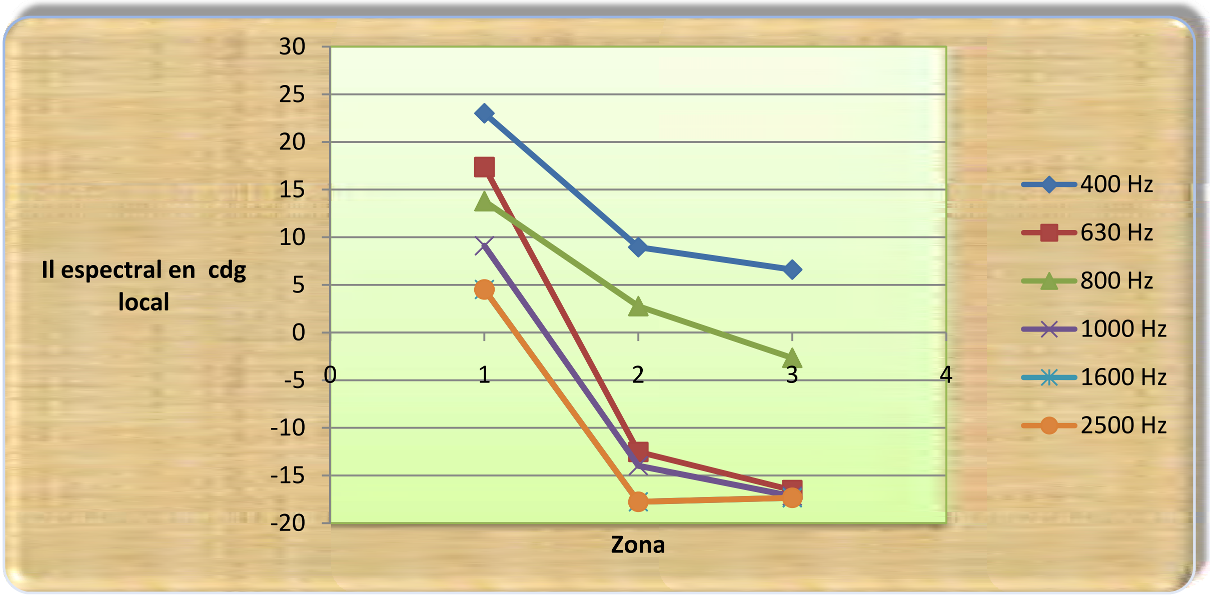


Figura 7.51 Pantalla acodada: IL Espectral en un receptor situado en el cdg de cada zona, para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL en un punto (cdg y cota 0 en la vertical del cdg) para cada zona, en función de la frecuencia:

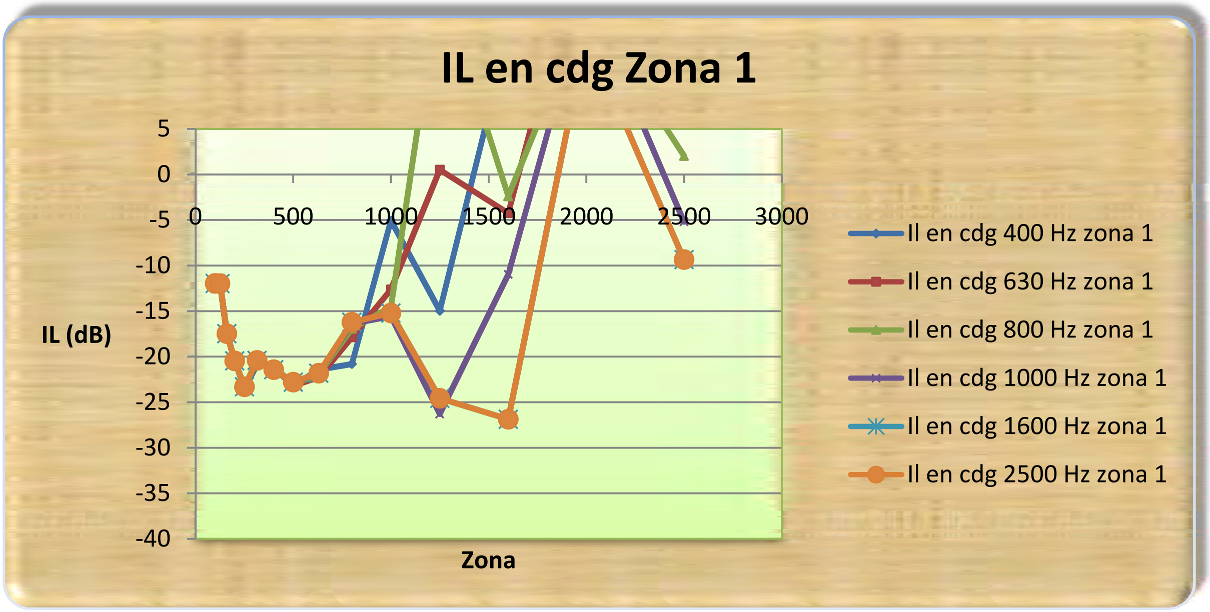


Figura 7.52 Pantalla acodada: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Figura 7.53 Pantalla acodada: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

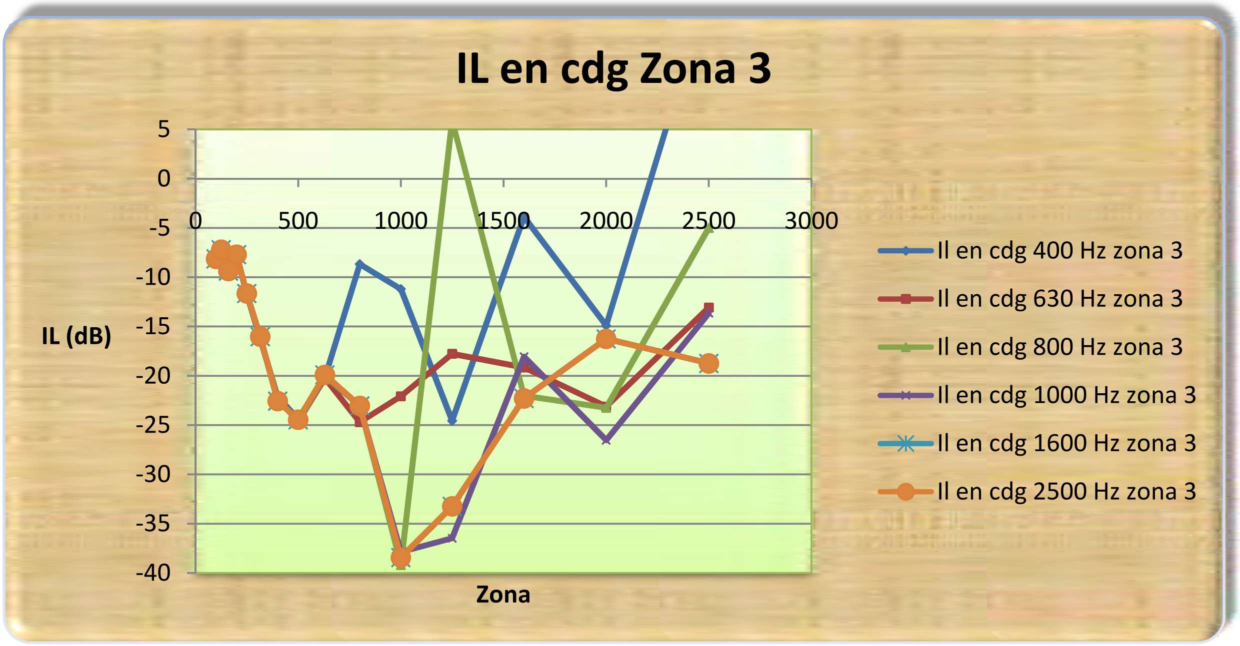


Figura 7.54 Pantalla acodada: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Y lo mismo pero a cota 0, en la misma vertical del cdg:

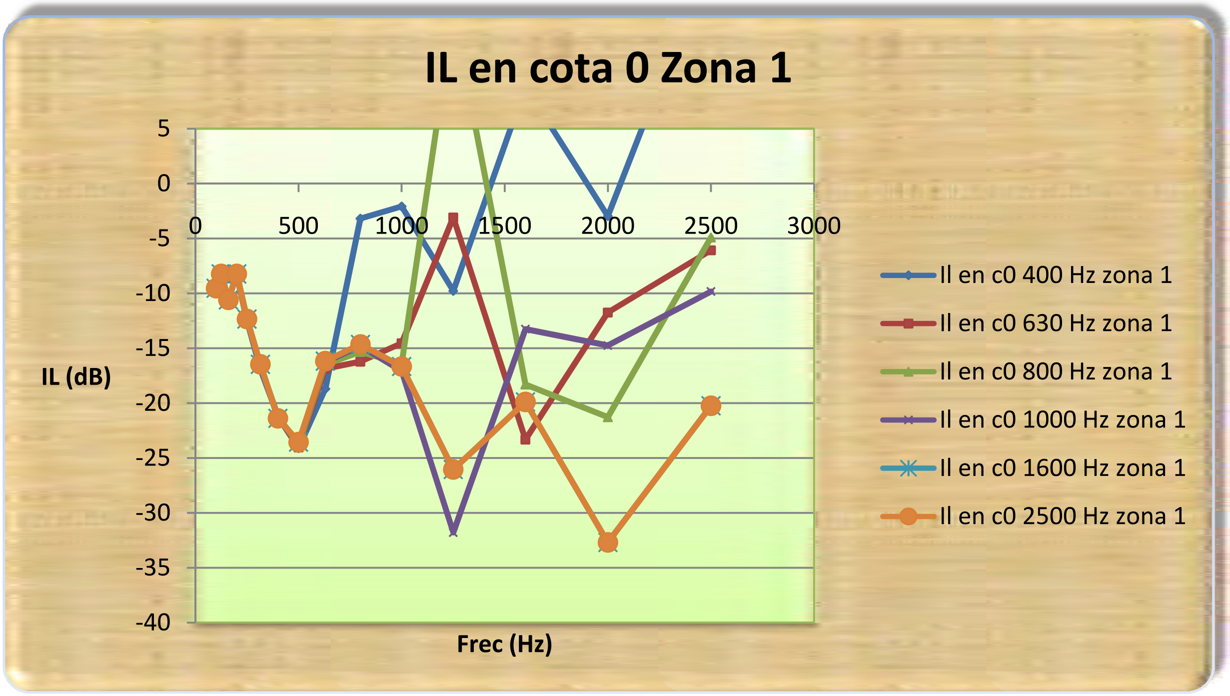


Figura 7.55 Pantalla acodada: IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

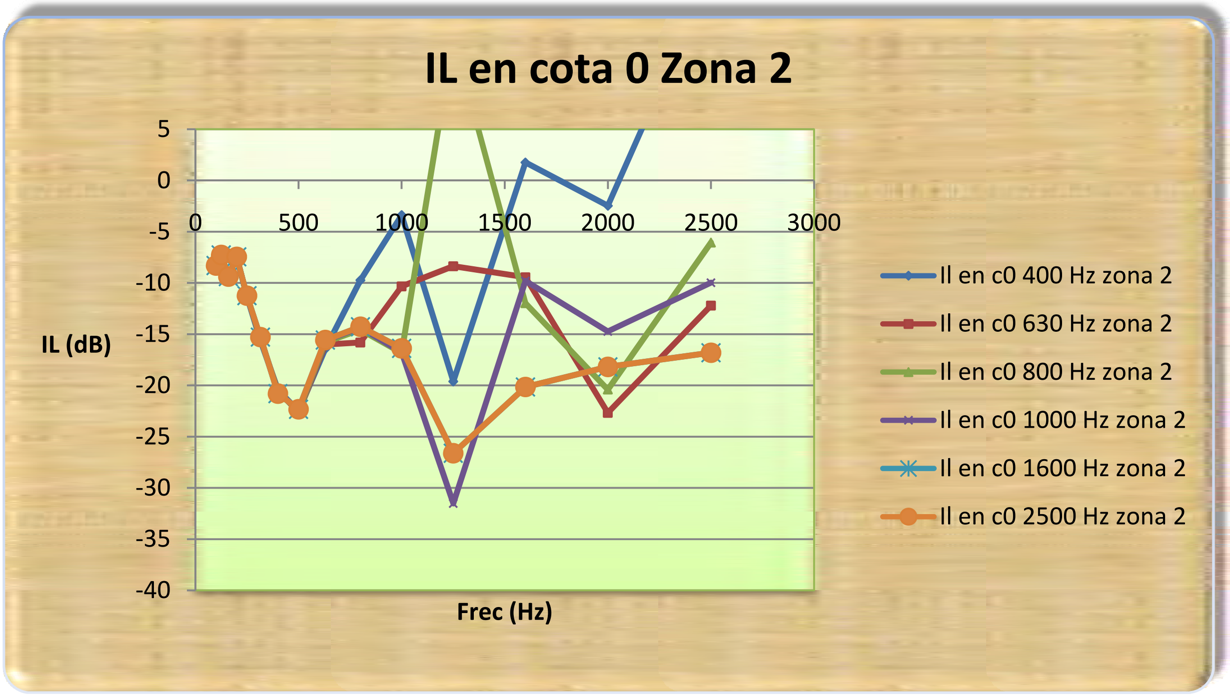


Figura 7.56 Pantalla acodada: IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

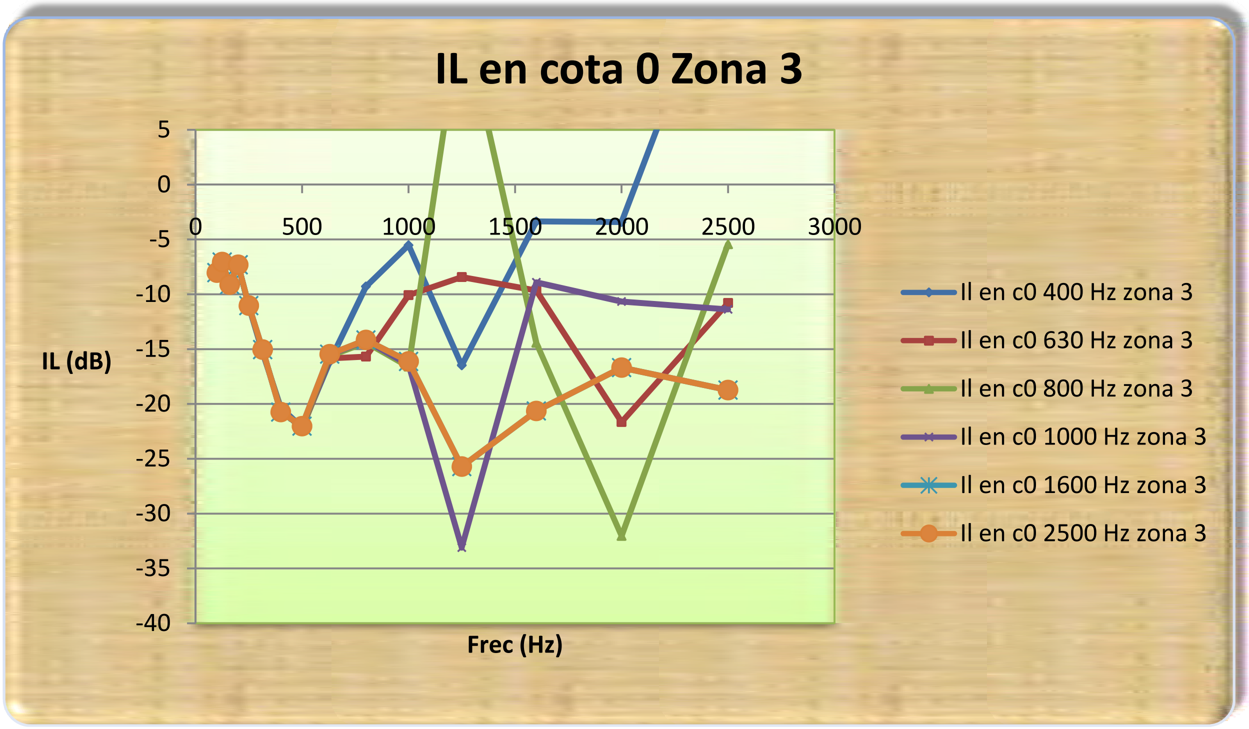


Figura 7.57 Pantalla acodada: IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

7.5.3 Pantalla en Y

Al igual que el caso anterior, se trata de una pantalla con una sección idéntica a la de la pantalla en Y ya utilizada con anterioridad en este capítulo, con las mismas dimensiones y altura efectiva 3 metros, separando un emisor lineal situado a 7.5 metros de la pantalla y a 0.5 metros de altura de una red de receptores similar a la utilizada hasta ahora, todo de acuerdo con el siguiente esquema:

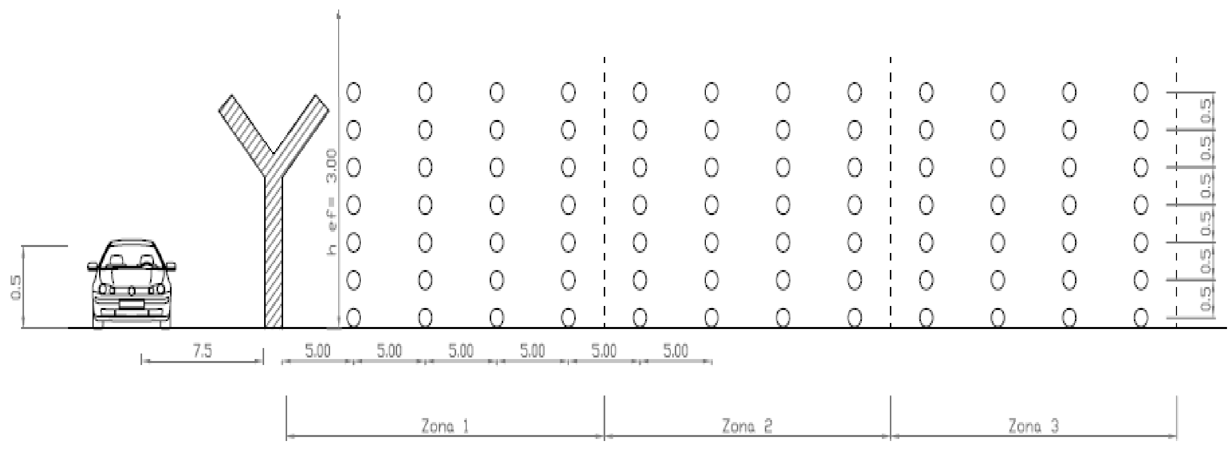


Figura 7.58

7.5.3.1 Resultados

IL Medio Espectral de la red de puntos:

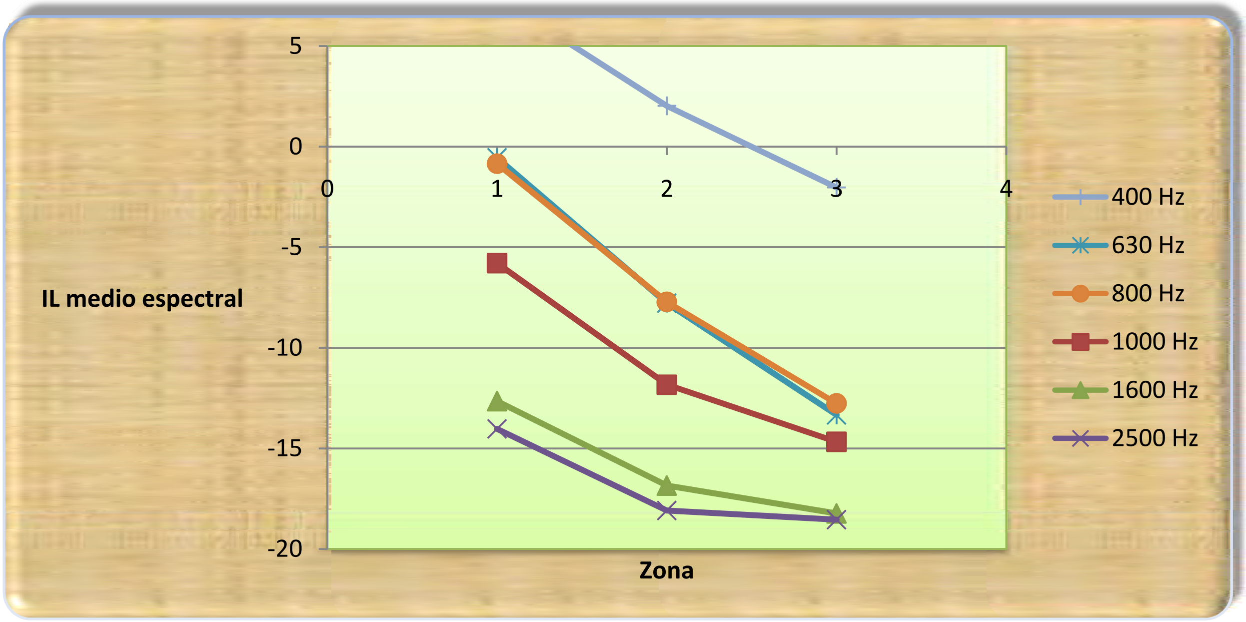


Figura 7.59 Pantalla en Y: IL Medio Espectral de una nube de puntos en cada zona para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL Espectral en el cdg de cada zona:

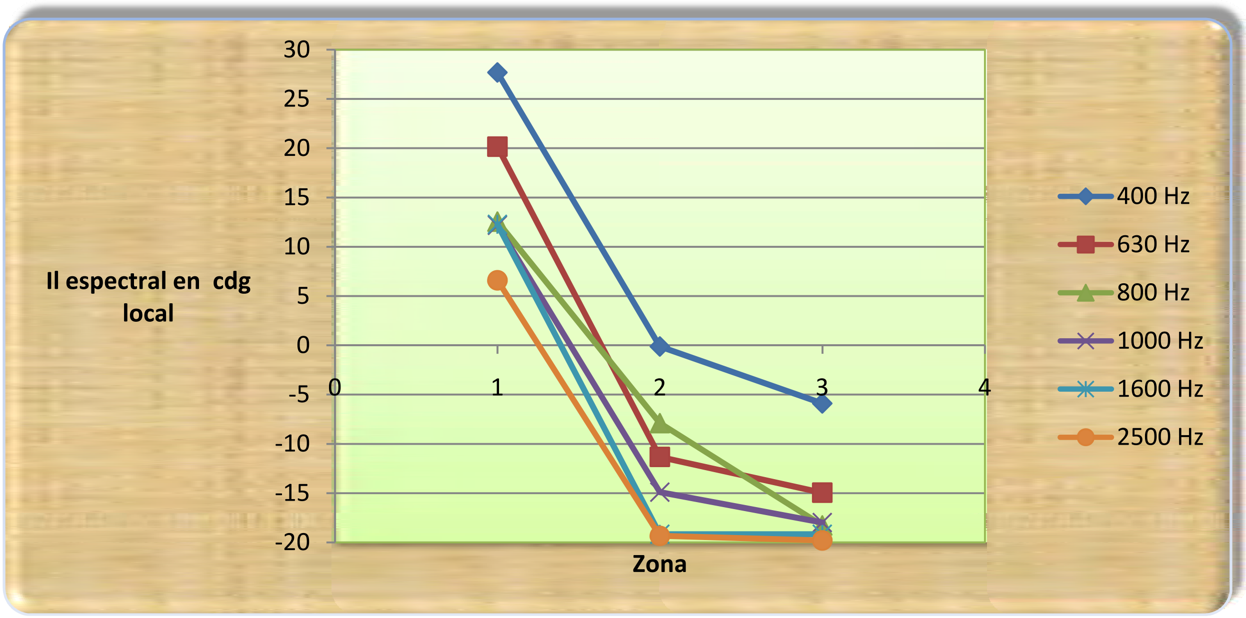


Figura 7.60 Pantalla en Y: IL Espectral en un receptor situado en el cdg de cada zona, para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL en un punto (cdg y cota 0 en la vertical del cdg) para cada zona, en función de la frecuencia:

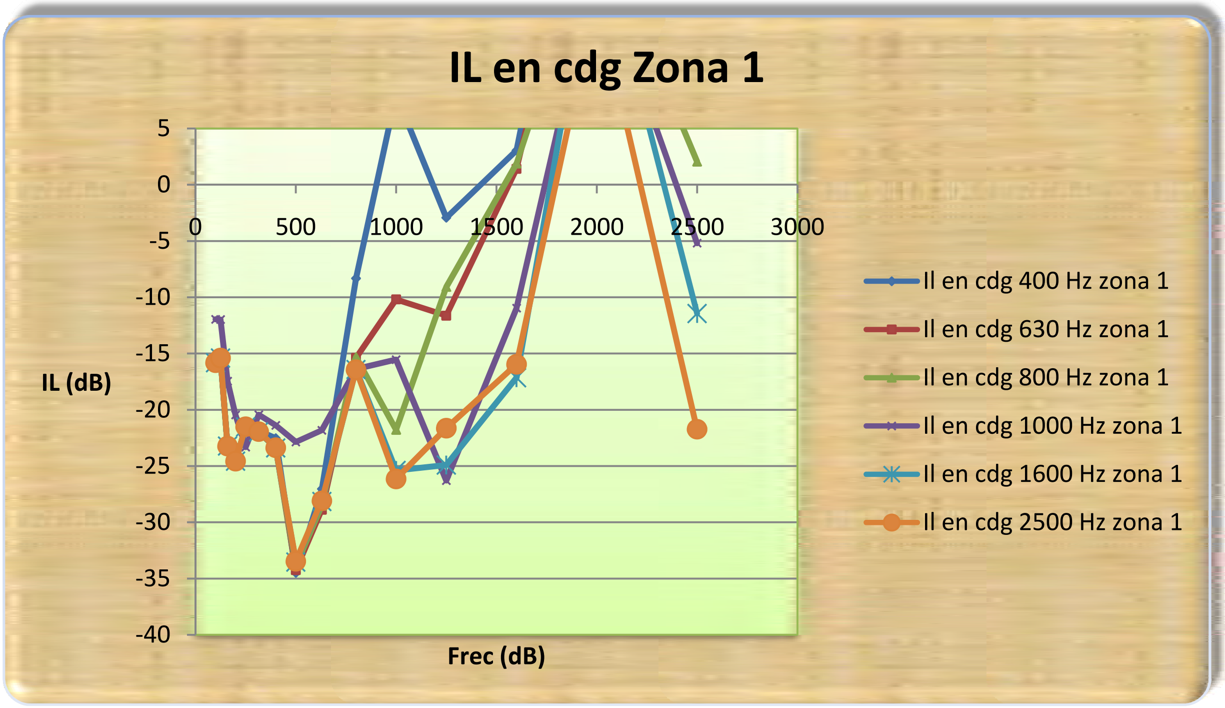


Figura 7.61 Pantalla en Y: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

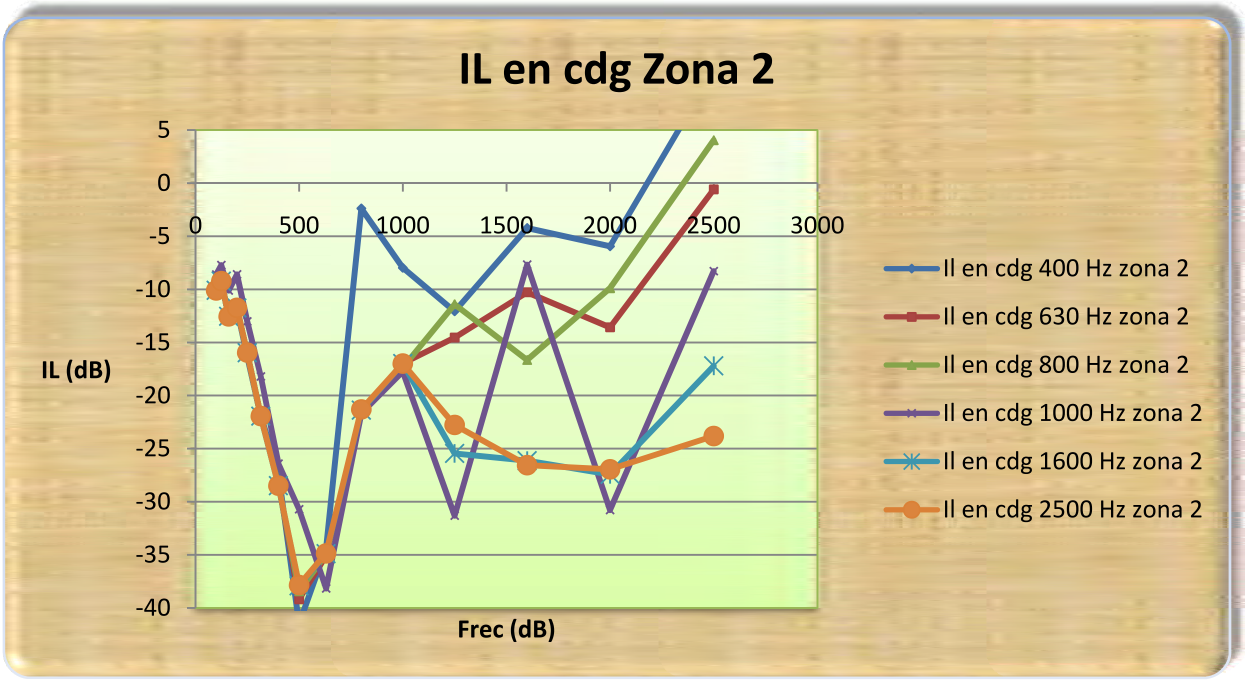


Figura 7.62 Pantalla en Y: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

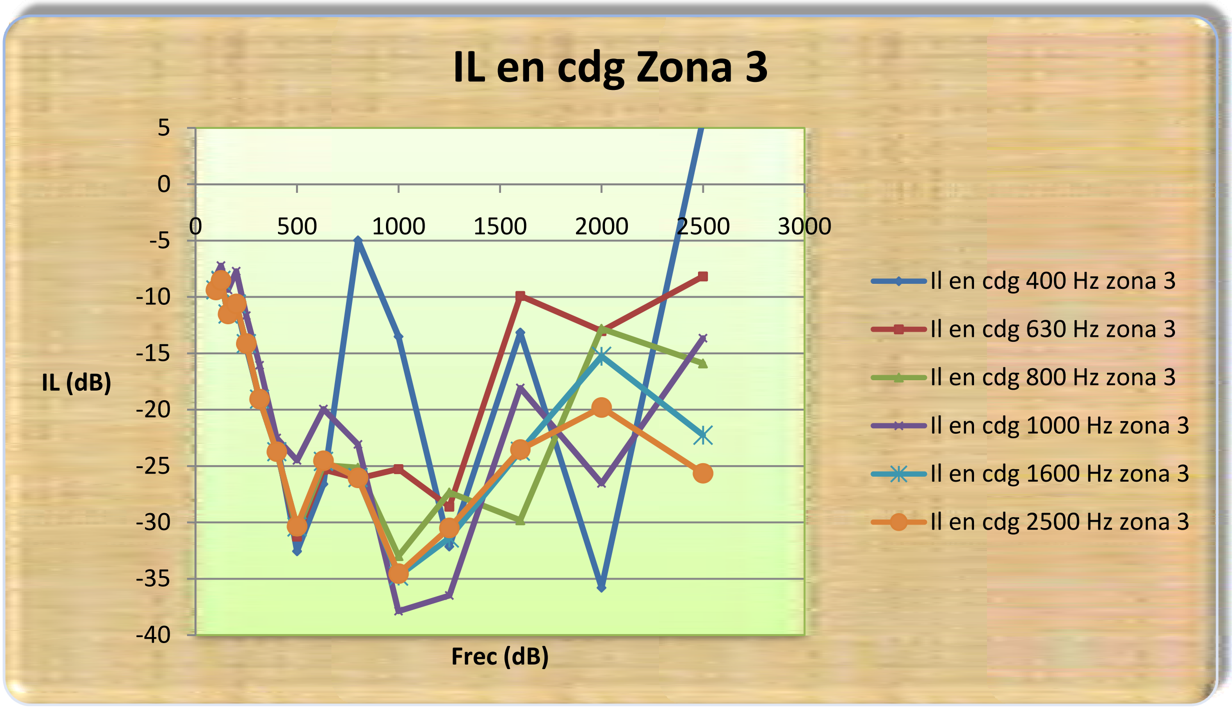


Figura 7.63 Pantalla en Y: IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Y lo mismo pero a cota 0:

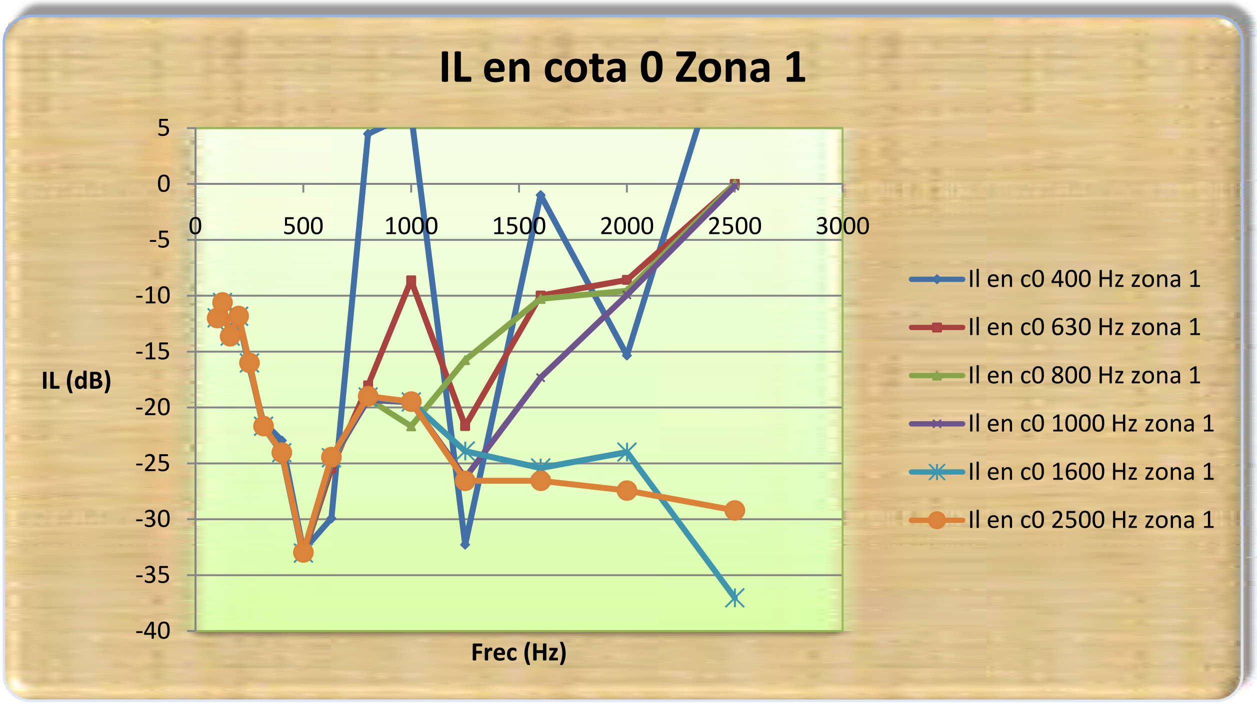


Figura 7.64 Pantalla en Y: IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

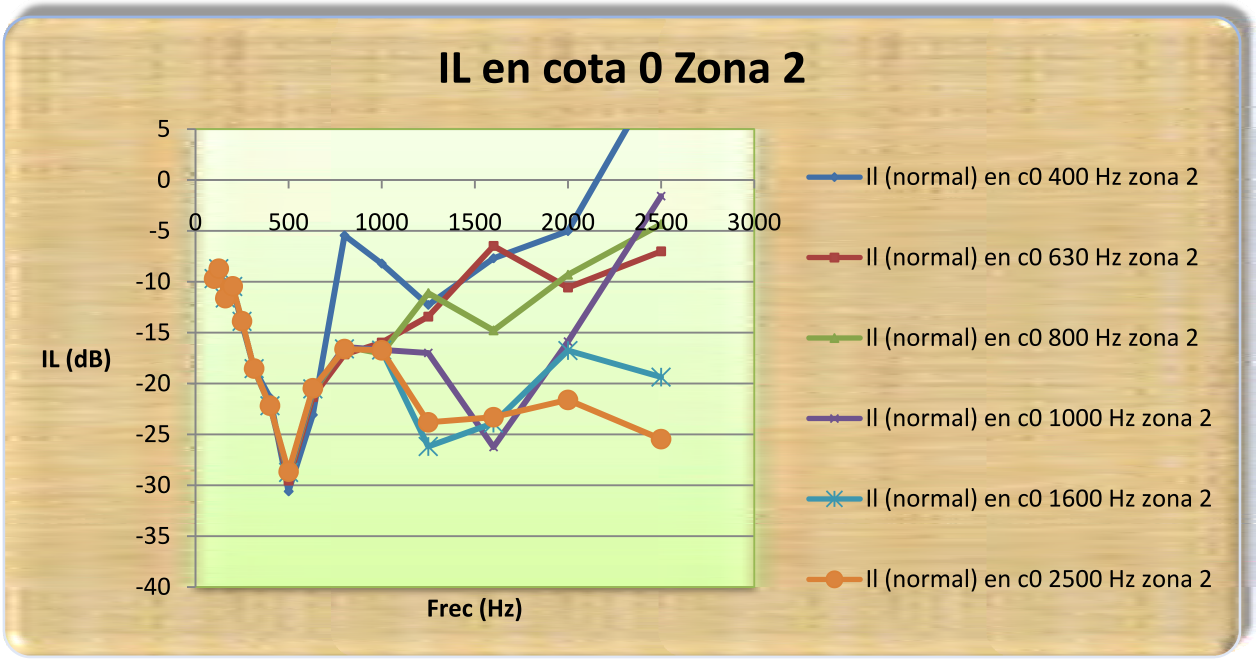


Figura 7.65 Pantalla en Y: IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Figura 7.66 Pantalla en Y: IL en receptor situado en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

7.5.4 Pantalla tipo "tridente"

Se trata de una pantalla cuya sección transversal tiene una geometría similar a la de un tridente. El tramo vertical por debajo de las ramas tiene una altura de 2 metros, y la altura efectiva de la pantalla es de 3 metros, separando un emisor lineal situado a 7.5 metros de la pantalla y a 0.5 metros de altura de una red de receptores similar a la utilizada hasta ahora, todo de acuerdo con el siguiente esquema:

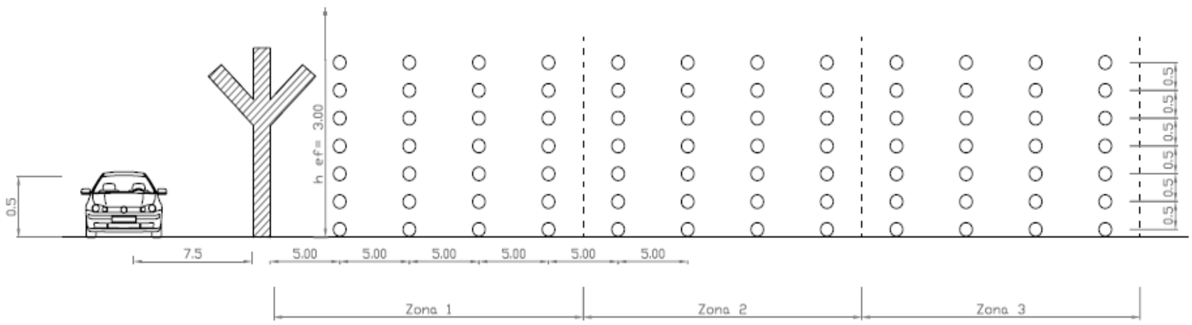


Figura 7.67

7.5.4.1 Resultados

IL Medio Espectral de la red de puntos:

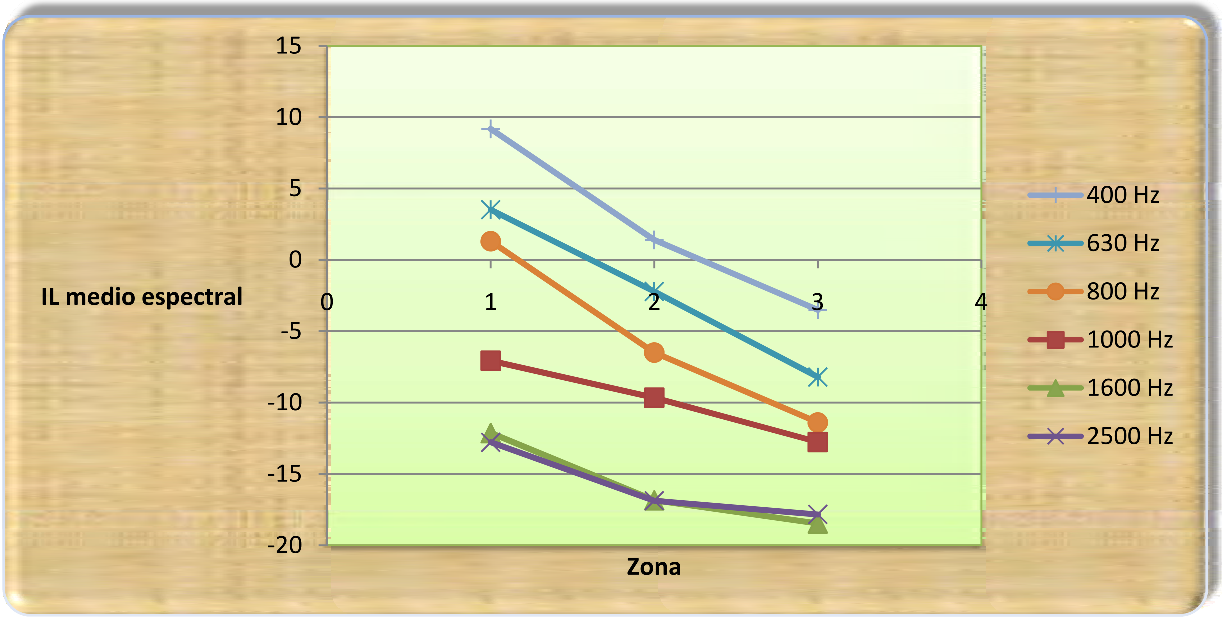


Figura 7.68 Pantalla tipo "tridente": IL Medio Espectral de una nube de puntos en cada zona para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL Espectral en el cdg de cada zona:

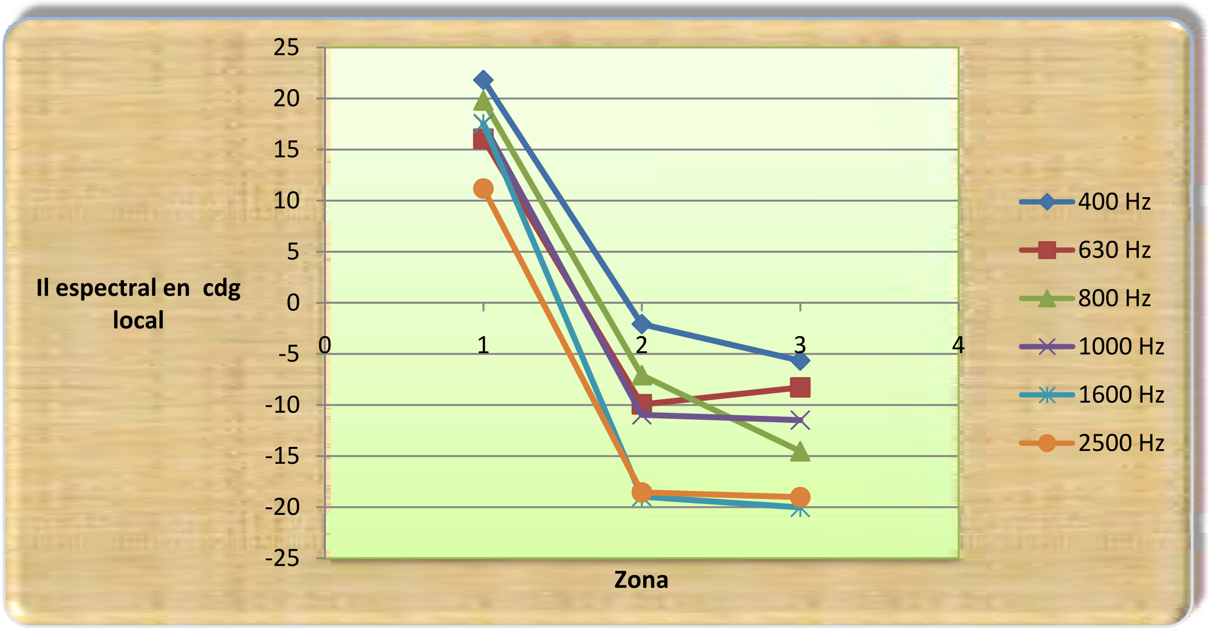


Figura 7.69 Pantalla tipo "tridente": IL Espectral en un receptor situado en el cdg de cada zona, para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL en un punto (cdg y cota 0 en la vertical del cdg) para cada zona, en función de la frecuencia:

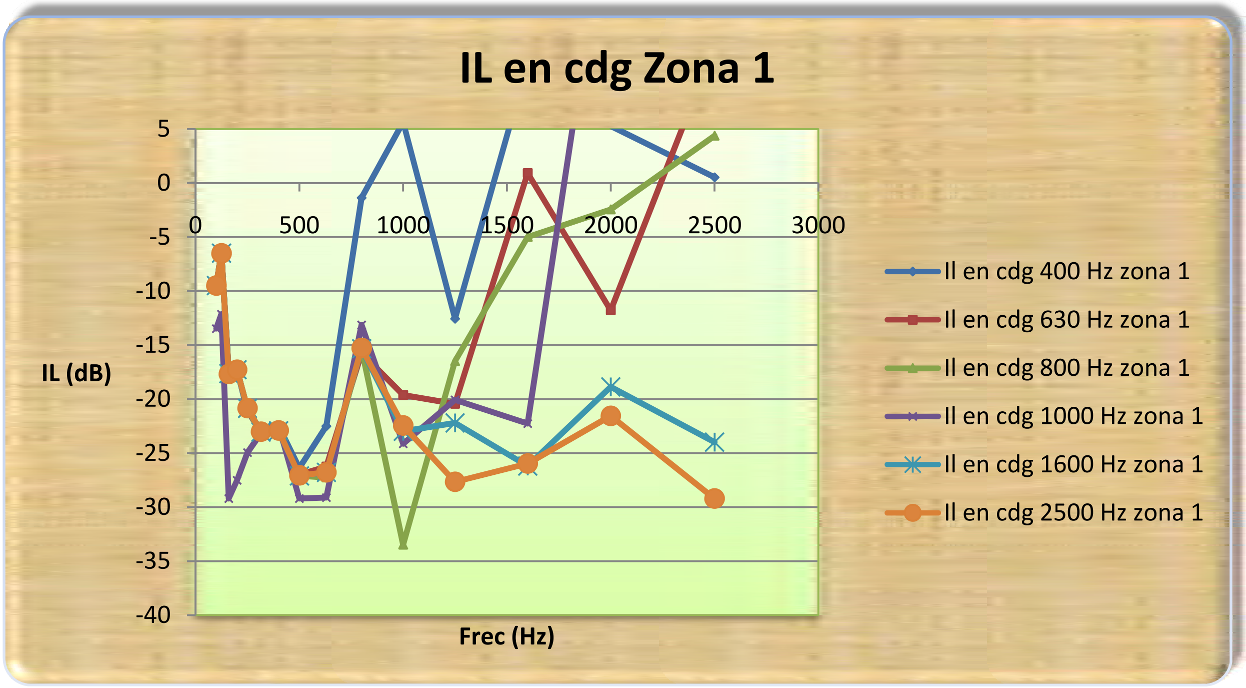


Figura 7.70 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

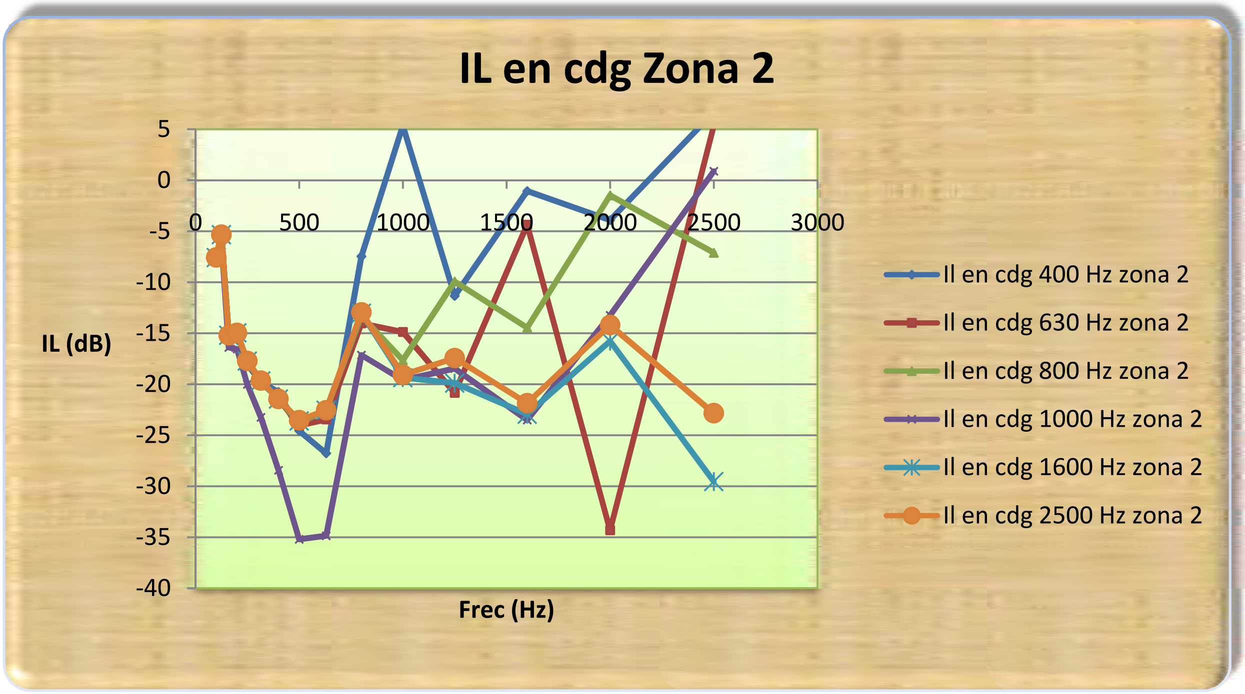


Figura 7.71 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

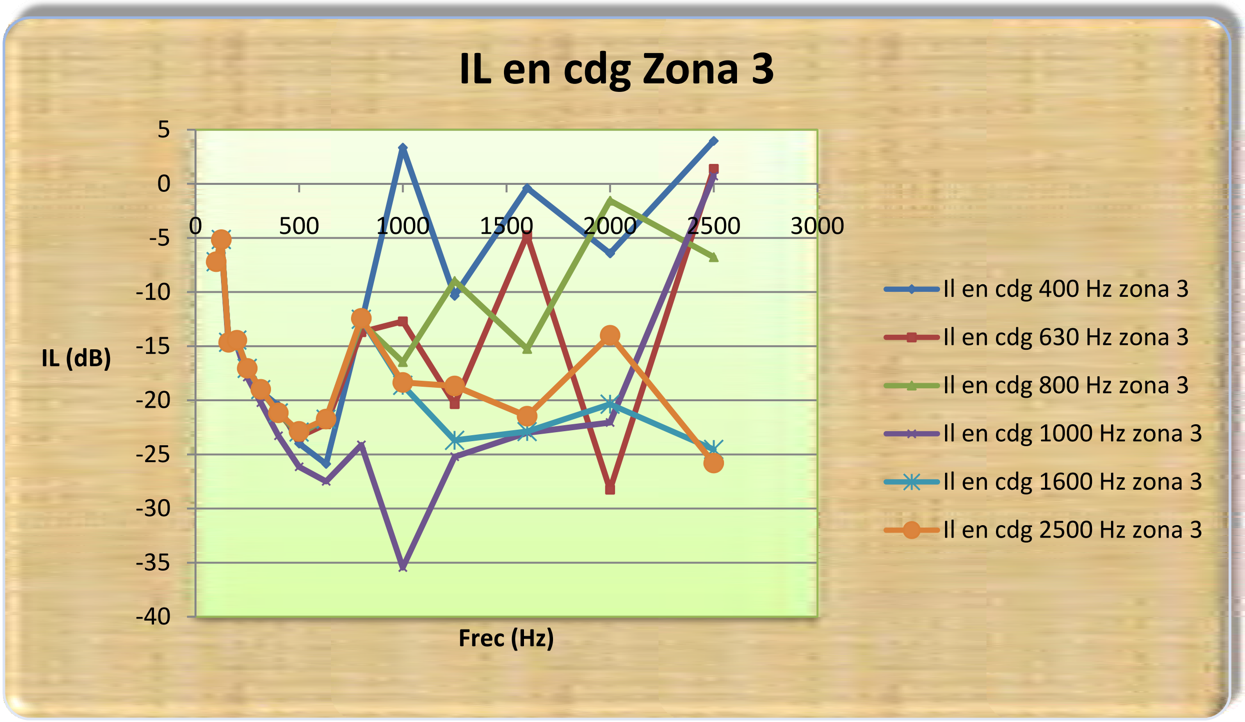


Figura 7.72 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Y lo mismo pero a cota 0:

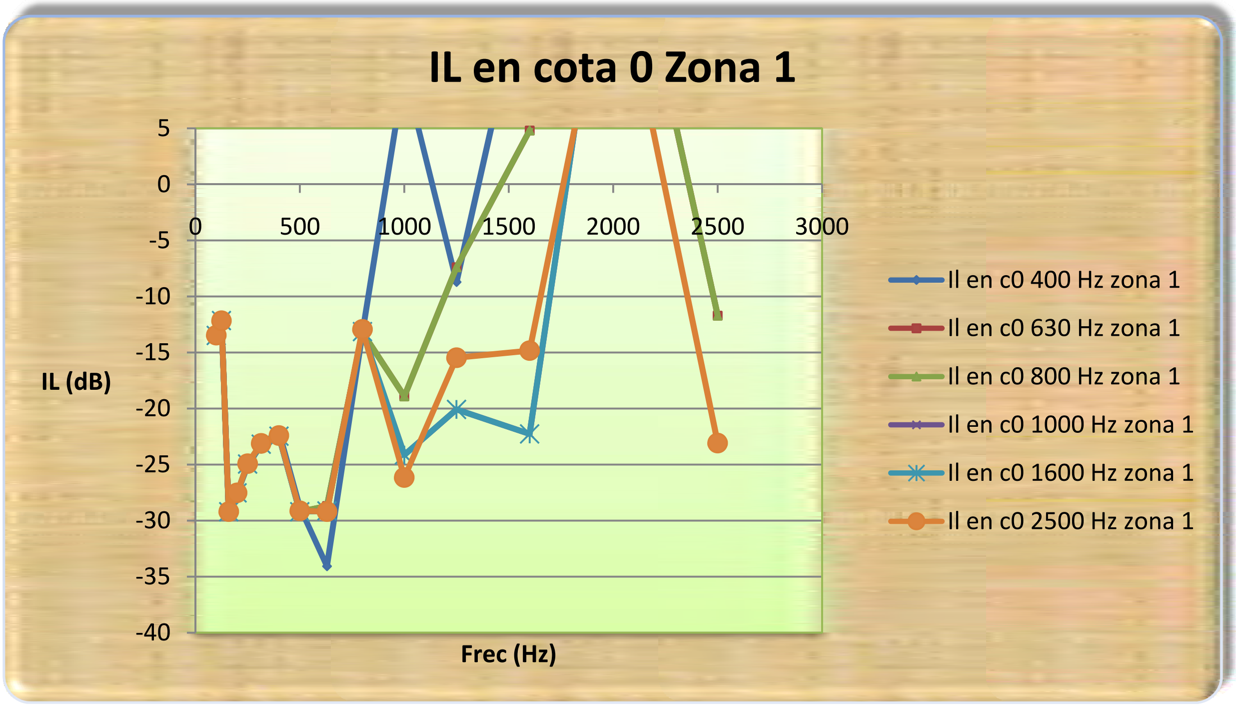


Figura 7.73 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

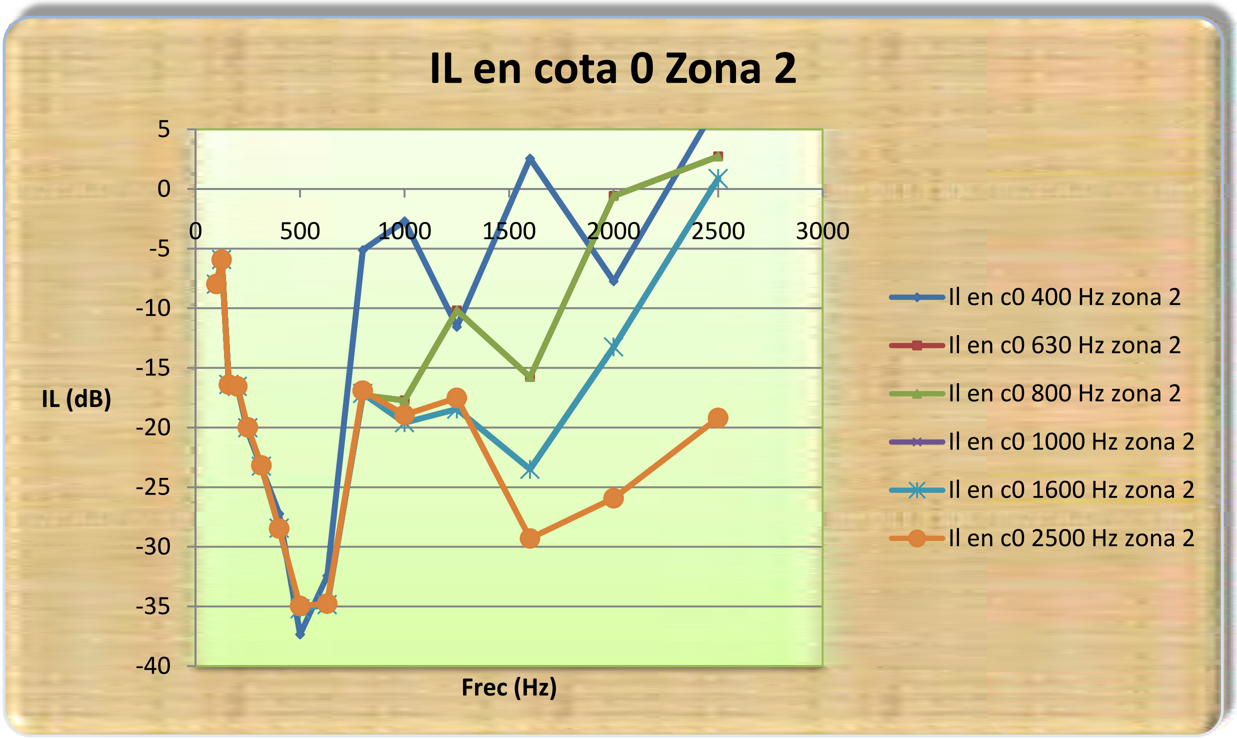


Figura 7.74 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Figura 7.75 Pantalla tipo "tridente": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

7.5.5 Pantalla tipo "cactus"

Esta pantalla presenta una compleja geometría de varios ramales. El tramo vertical por debajo de las ramas tiene una altura de 2 metros. El espesor es constante, igual a 20 centímetros, el tramo horizontal de cada ramal mide un metro, y el vertical tiene una longitud tal que la altura efectiva de la pantalla es de 3 metros. Esta pantalla se dispone separando un emisor lineal situado a 7.5 metros de la pantalla y a 0.5 metros de altura de una red de receptores similar a la utilizada hasta ahora, todo de acuerdo con el siguiente esquema:

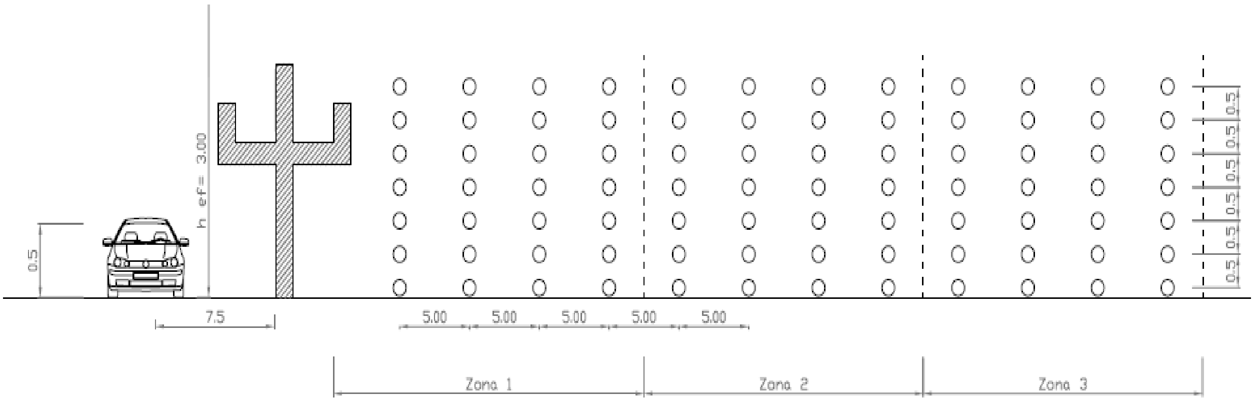


Figura 7.76

7.5.5.1 Resultados

IL Medio Espectral de la red de puntos:

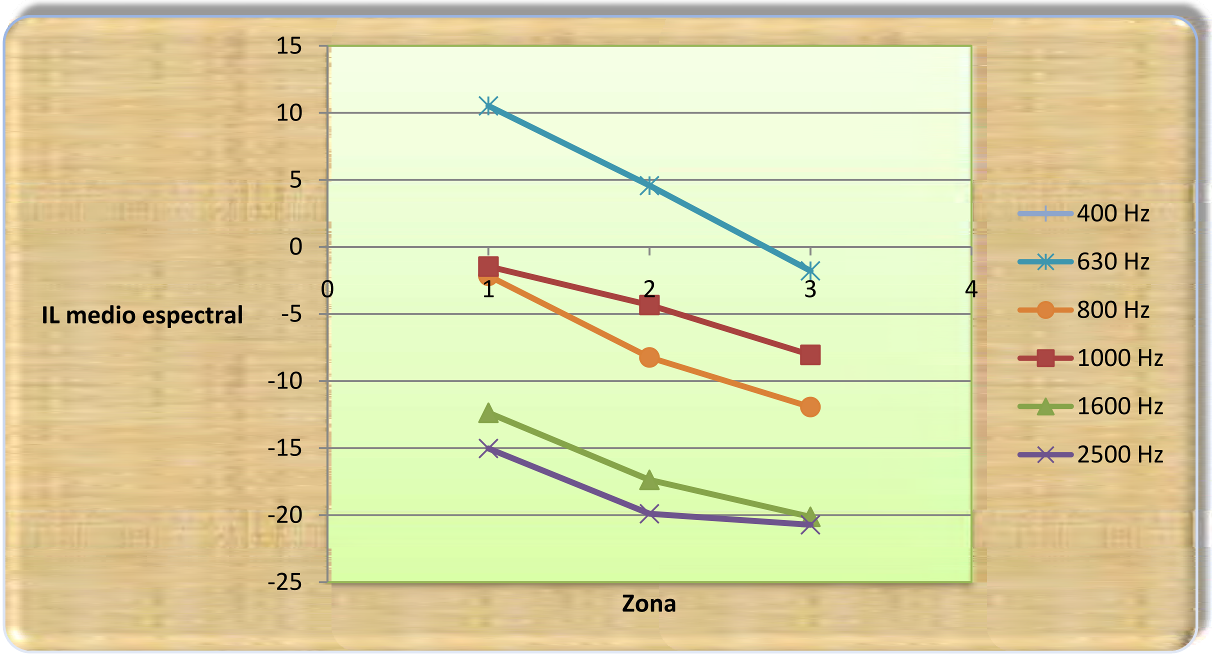


Figura 7.77 Pantalla tipo "cactus": IL Medio Espectral de una nube de puntos en cada zona para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL Espectral en el cdg de cada zona:

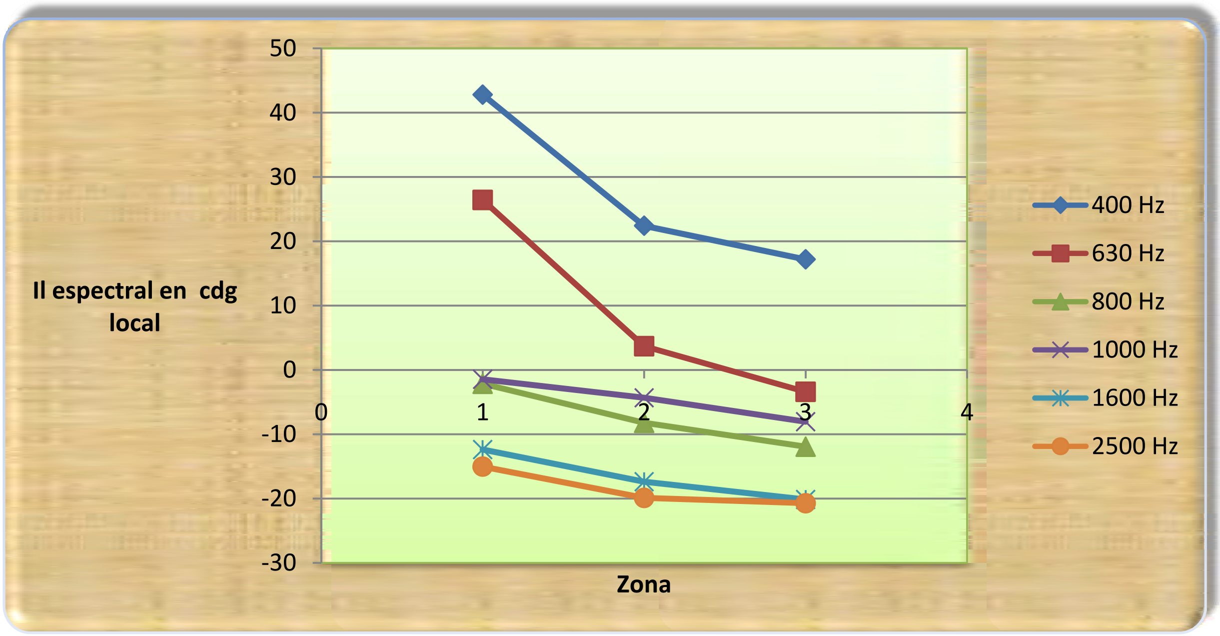


Figura 7.78 Pantalla tipo "cactus": IL Espectral en un receptor situado en el cdg de cada zona, para diferentes discretizaciones de la pantalla

IL en un punto (cdg y cota 0 en la vertical del cdg) para cada zona, en función de la frecuencia:

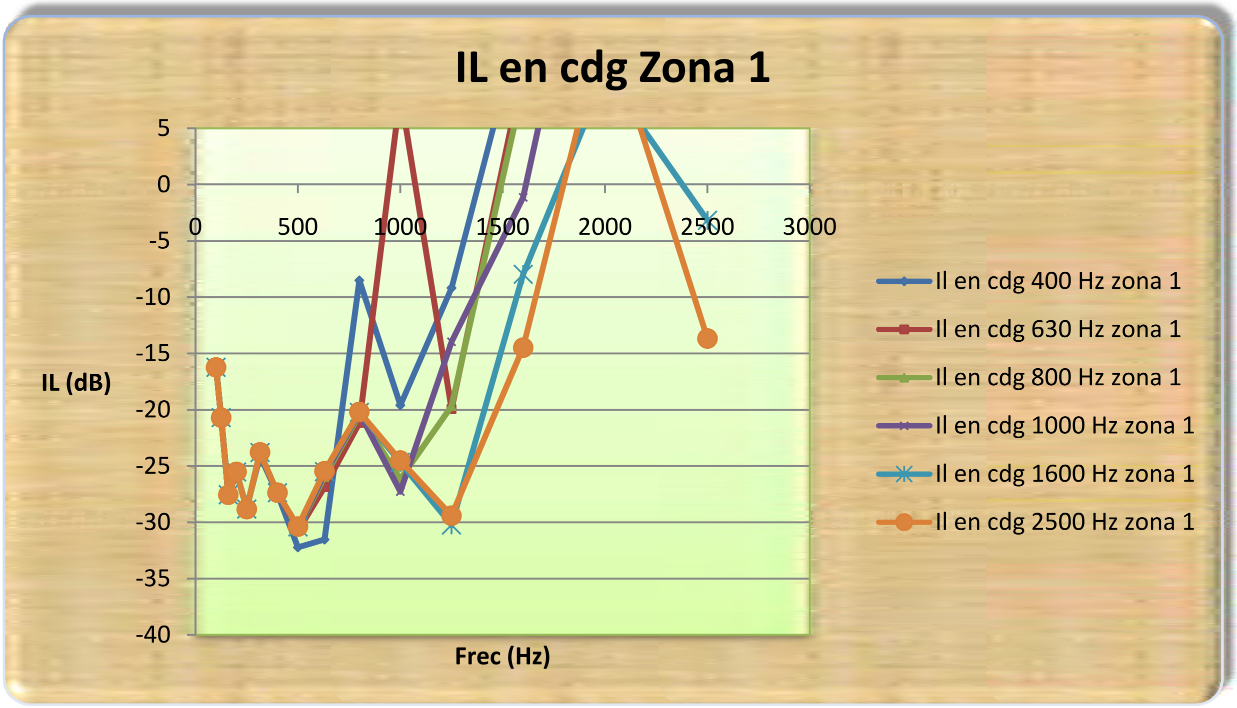


Figura 7.79 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

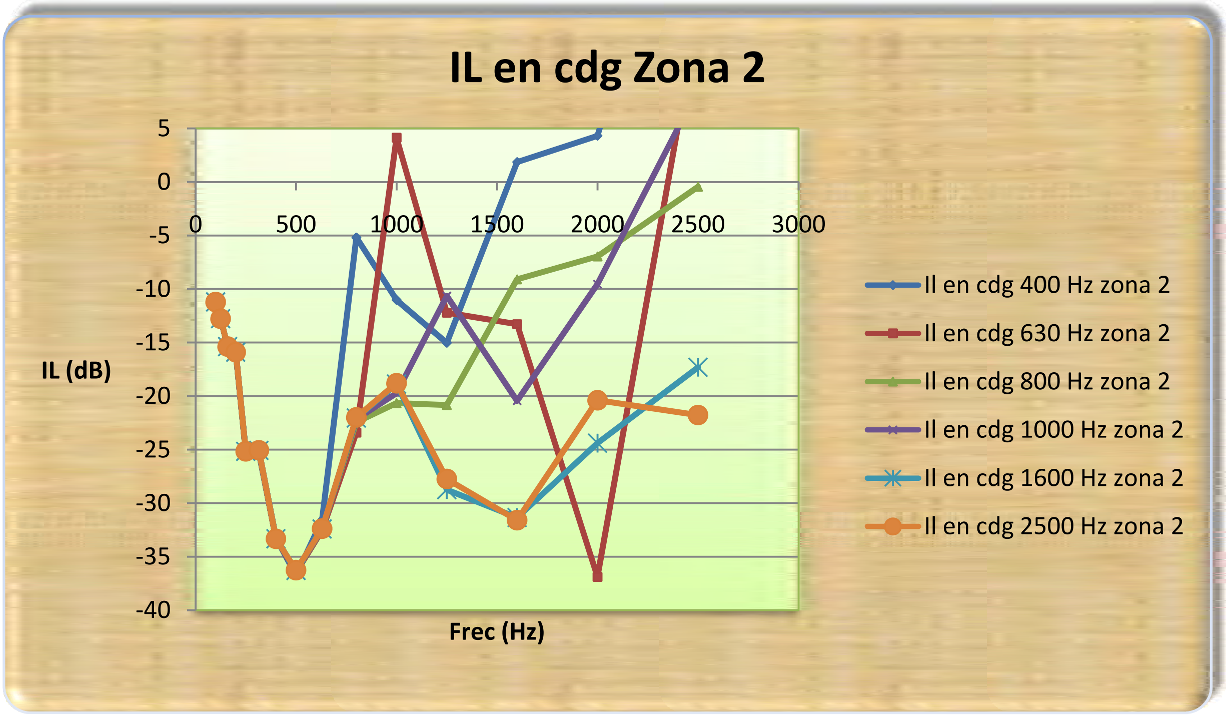


Figura 7.80 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

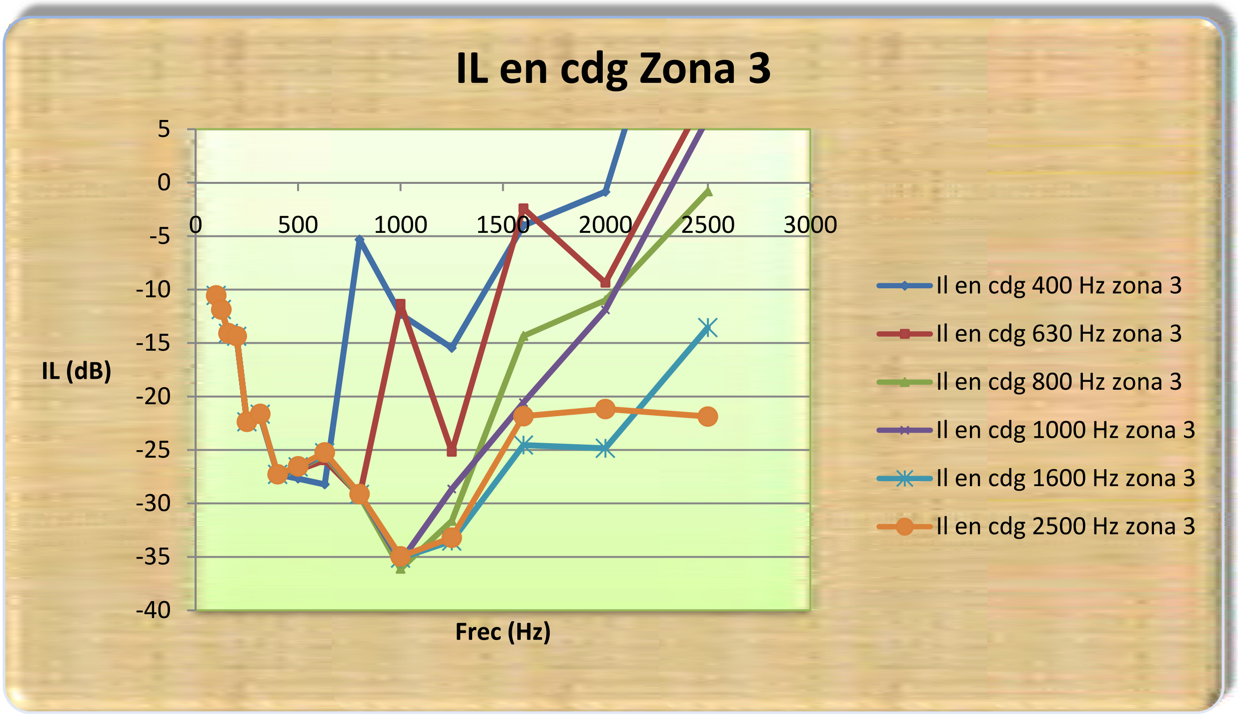


Figura 7.81 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado en el cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

Y a cota 0:

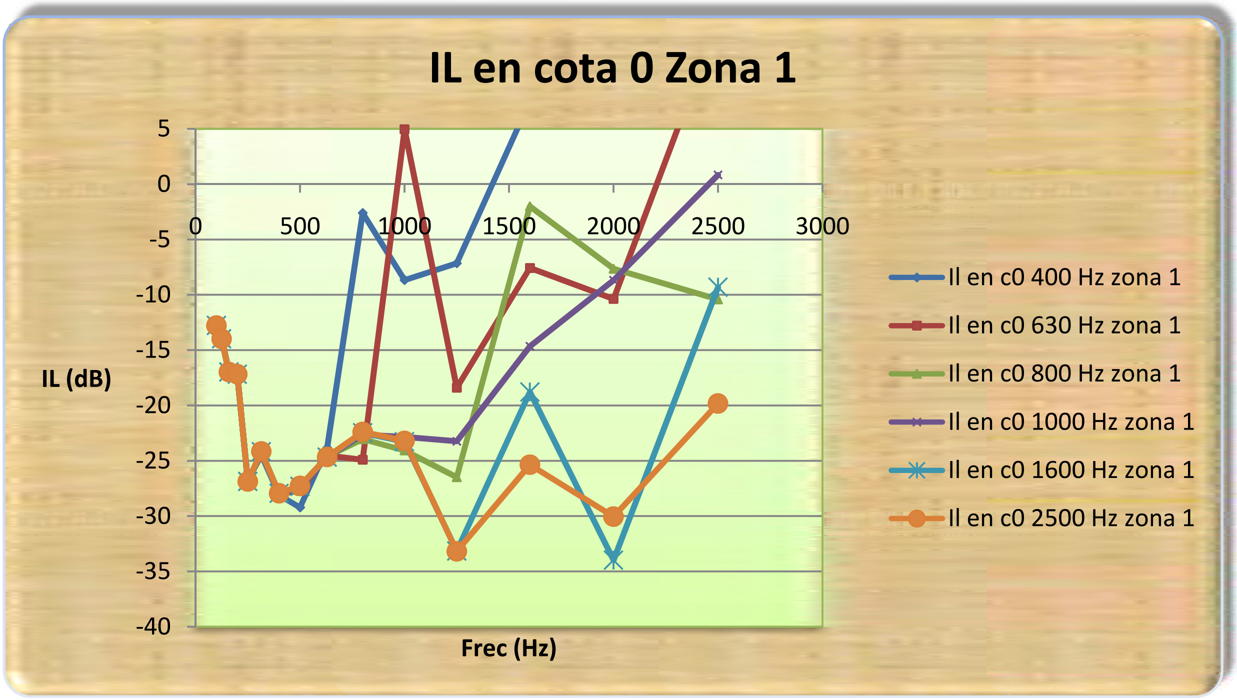


Figura 7.82 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

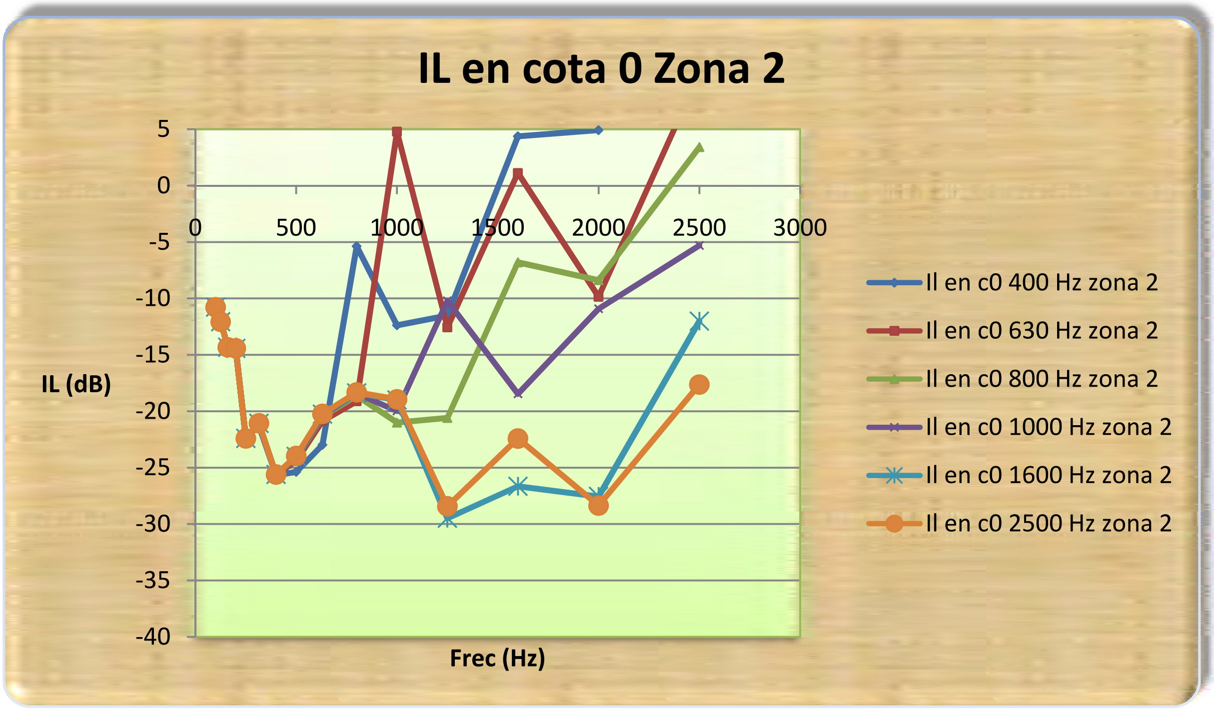


Figura 7.83 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

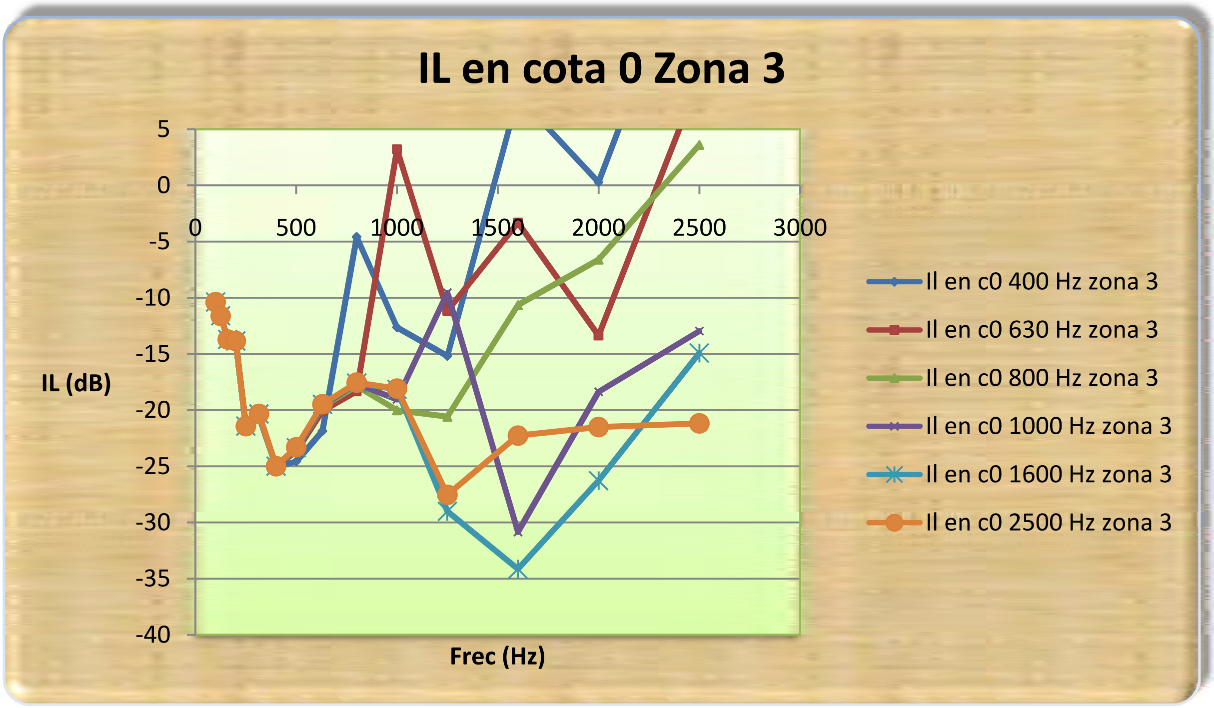


Figura 7.84 Pantalla tipo "cactus": IL en receptor situado a cota 0 en la vertical del cdg de la zona indicada, para el espectro de frecuencias con diferentes discretizaciones de la pantalla

De todas estas gráficas se puede extraer que a medida que se complica la geometría, las discretizaciones más someras pierden precisión cada vez a frecuencias más bajas. Este estudio puede servir de referencia a la hora de abordar el estudio de cualquiera de estas pantallas, para elegir el grado de refinamiento según las frecuencias y el tipo de estudio en juego. No obstante, hay que tener en cuenta que si se estudia tridimensionalmente una pantalla, pequeños tamaños de la misma permiten discretizaciones más ligeras que tamaños medios o grandes.

Anexo I

Variables utilizadas

Anexo I: Variables utilizadas

En este anexo se hace una breve exposición de las variables utilizadas y representadas, explicando su significado sin profundizar pormenorizadamente en su origen.

Coeficiente de pérdida por inserción

El coeficiente de pérdida por inserción es la medida en decibelios de la reducción obtenida por interponer una barrera u obstáculo con la intención de reducir el impacto sonoro de un emisor. Es una forma de evaluar la eficacia de dicha estrategia, y es la diferencia de nivel de presión sonora antes y después de introducir la media correctora. El nivel de presión sonora p se dice que es L_p decibelios mayor o menor que una determinada presión de referencia de acuerdo con la siguiente ecuación:

$$L_p = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle}$$

Si se pretende determinar un valor absoluto (no relativo) del nivel de presión sonora, se utiliza como presión de referencia la mínima presión sonora que el oído humano normal puede detectar (20 μPa). El valor que así se obtiene se denomina nivel de presión sonora (SPL) que medido en dB, después de sustituir y hacer los consiguientes cálculos, queda:

$$SPL = 10 \cdot \log_{10} \langle p^2 \rangle + 94 \quad (dB)$$

Llegado este punto, el coeficiente de pérdida por inserción IL se definía como la diferencia de nivel de presión sonora antes y después de la introducción del obstáculo. Por tanto:

$$IL = SPL_{después} - SPL_{antes}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{después} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle} - 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{antes} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2_{después} \rangle}{\langle p^2_{ref} \rangle} \ (dB)$$

Coeficiente de pérdida por inserción medio espectral (IL Medio Espectral)

Dados unos coeficientes de inserción para cada frecuencia de un espectro en frecuencia de una fuente genérica, puede conocerse el IL Medio Espectral, que es una medida que permite conocer el comportamiento global del problema para ese conjunto de frecuencias y en un conjunto de puntos cercanos, es decir, en una zona en su conjunto. El IL Medio Espectral es:

$$IL = 10 \cdot \log_{10}(\sum_i \alpha_i \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}}) \quad (dB)$$

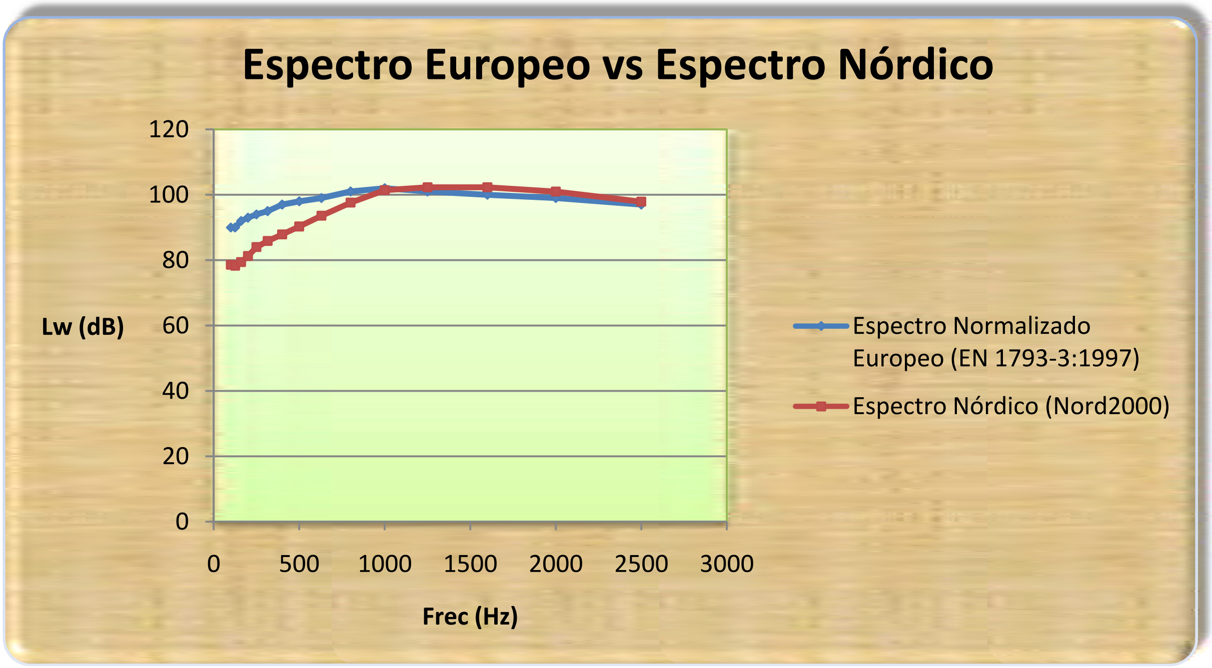
Esta expresión permite obtener el coeficiente medio espectral a partir de los IL_i de cada componente del espectro. El coeficiente α_i es el porcentaje de presión sonora aportada en la fuente por la frecuencia *i* a la presión sonora total:

$$\alpha_i = \frac{|P_i|^2}{|P|^2} = \frac{|P_i|^2}{\sum_i |P_i|^2} = \frac{10^{\frac{IL_i}{10}}}{\sum_i 10^{\frac{IL_i}{10}}}$$

El espectro que define una fuente sonora normalmente contiene los niveles de presión sonora originadas por dicha fuente a un metro de distancia, datos que se obtienen experimentalmente en campo con un sonómetro.

Espectro Normalizado Europeo vs Espectro Nórdico

Ambos espectros definen un mismo problema, correspondiente al ruido producido por el tráfico rodado. Mientras que el *Espectro Normalizado Europeo* propone un espectro prácticamente plano, con poca diferencia en la participación de las diferentes frecuencias, el Espectro Nórdico en cambio le resta protagonismo a las frecuencias bajas, sosteniendo la importancia de las frecuencias altas en las molestias percibidas del tráfico rodado. A continuación, se muestra una comparativa de ambos espectros, comparando el *nivel de presión sonora* percibido para cada frecuencia:



IL Medio

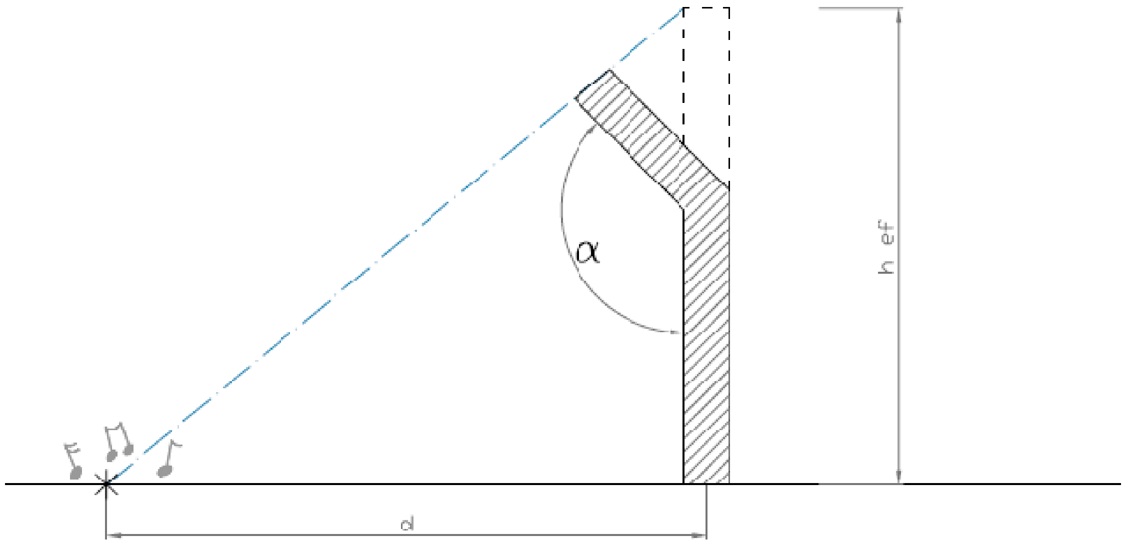
El IL Medio está calculado como media de los valores del coeficiente de pérdida por inserción (IL) de varios puntos, calculado para una frecuencia concreta. De este modo, su valor será:

$$IL\ Medio = \frac{\sum_{i=1}^{n} IL_i}{n}$$

Donde n es el número de puntos que intervienen en el cálculo de la media.

Altura Efectiva (h_{ef})

Es la altura del punto de confluencia de la vertical desde la base de la barrera con el haz incidente de mayor pendiente que la barrera es capaz de interceptar:



Anexo II

Modos de discretización

Anexo II: Modos de discretización

Análisis bidimensional (caso 2D)

El programa de cálculo bidimensional Ruido2D está diseñado de tal modo que elabora automáticamente una discretización adecuada según la geometría introducida para cada frecuencia a estudiar y el criterio de finura deseado, representado por la variable *anelo*, a introducir por el usuario.

La experiencia indica que en aras de lograr precisión en los resultados al trabajar con elementos parabólicos, el tamaño de los elementos nunca debe ser superior a la mitad de la longitud de onda (*anelo*=2). La relación existente entre la longitud de onda y el tamaño de elemento se la denominará *anelo*, nombre que recibe esta variable en el algoritmo del programa, que será introducida manualmente. Su valor será siempre un número igual o mayor a 2, a elegir por el usuario (2, 3, 4…), y mientras mayor sea su valor, más pequeño será el tamaño de los elementos y, por tanto, mayor la precisión. De este modo:

$$Tamaño\ elemento = \frac{\lambda}{anelo}$$

$$(nota\text{: } \lambda = \frac{c\ (340\frac{m}{s})}{fr\ (Hz)}\ )$$

El programa, una vez introducidas las coordenadas del perfil de la pantalla en un orden determinado, calcula el tamaño de cada lado por simple diferencia entre las coordenadas introducidas. El número de elementos que tendrá cada cara se obtiene fácilmente dividiendo el tamaño de la cara entre el tamaño del elemento obtenido; si el resultado no es un número entero, se elegirá, para mayor precisión, un número de divisiones igual al siguiente número entero superior al valor que se ha obtenido.

Análisis tridimensional (caso 3D)

El programa Ruido3D no elabora automáticamente ninguna discretización, al contrario que su antecesor el Ruido2D. El usuario es el que introducirá como datos las coordenadas de los nodos producto de discretizar la geometría de la pantalla, dada la complejidad de elaborar un algoritmo capaz de discretizar cualquier geometría tridimensional introducida. Esto tiene el contrapunto de que sólo se introducirá una discretización aun cuando se estudien varias frecuencias, por lo que la discretización ha de ser lo suficientemente fina como para ofrecer precisión en el procesado de la frecuencia más alta a estudiar. Esto hace que también las frecuencias bajas estudiadas sean procesadas con el mallado denso, cuando en realidad no requieren una discretización tan fina, lo que redunda en un mayor tiempo de computación.

Al igual que en el caso bidimensional, el tamaño del lado del elemento elegido (estando en tres dimensiones los elementos ahora tienen varios lados) nunca será superior a la mitad de la longitud de onda estudiada (obtenida por la frecuencia a estudiar a partir de $\lambda = \frac{c}{fr}$). Como se ha indicado, para cada análisis en 3D se introduce una sola discretización, correspondiente a satisfacer la precisión para la frecuencia más alta estudiada.

El modo de discretizar una pantalla se expresará con el valor de la frecuencia para la que se ha discretizado y la relación existente entre la longitud de onda y el tamaño de elemento. Por ejemplo, si se dijera que una pantalla está discretizada para ***1000 Hz*** $\boldsymbol{\lambda/2}$ significaría que la longitud de onda será la correspondiente a una frecuencia de 1000 Hz, y el tamaño del elemento nunca será más grande que la mitad de la longitud de onda ($\frac{1}{2}\lambda$). Una discretización aún más fina sería por ejemplo ***1000 Hz*** $\boldsymbol{\lambda/4}$ o ***1600 Hz*** $\boldsymbol{\lambda/2}$.

Revisión, conclusión y desarrollos futuros

Revisión, conclusiones y desarrollos futuros

En este proyecto ha sido presentado y estudiado un modelo numérico tridimensional basado en el Método de los Elementos de Contorno (MEC), para el análisis de la eficacia acústica de pantallas. Para ello se ha partido de un código preexistente de Elementos de Contorno, aplicado exitosamente con anterioridad al estudio numérico de problemas de propagación de ondas en sólidos y líquidos. A este programa se le implementan las habilidades pertinentes para abordar el problema que ha de modelarse, de las cuales carecía hasta el momento. Éstas son la presencia de fuentes internas, la presencia de receptores (puntos internos) y una solución fundamental que esquive la discretización del semiespacio (suelo).

En primera instancia, estas nuevas incorporaciones al código son comprobadas mediante el modelado de problemas con solución conocida. Al comparar los resultados obtenidos por el programa con dicha solución, se obtiene un grado de coincidencia más que satisfactorio, lo que permite inferir el correcto funcionamiento del código.

A continuación, se aplica el programa al estudio de la eficacia de pantallas acústicas simples de longitud finita. Los resultados que se obtienen ponen en relevancia el carácter tridimensional del problema, de lo que se intuye la necesidad de disponer de un modelo sensible a la realidad dimensional del mismo. Este carácter se manifiesta al comparar los resultados obtenidos por el modelo 3D con los de los modelos 2D obtenidos con anterioridad por el Grupo.

Los resultados son presentados en términos de Coeficientes de Pérdida por Inserción de la Pantalla (IL), para frecuencias concretas o para todo un espectro de frecuencias, así como para un espectro conocido de ruido de tráfico (obtenido de la CTE, Espectro Nórdico, etc.) a través del Coeficiente de Pérdida por Inserción Medio Espectral (IL Medio Espectral) en una serie de puntos a la sombra de la barrera. Por tanto, los estudios y conclusiones son establecidos para ambas variables de respuesta.

Asimismo, es llevado a cabo con profusión un estudio de la influencia de la discretización (disposición de los elementos y tamaño de los mismos en relación a la longitud de onda analizada) sobre los resultados obtenidos para las distintas geometrías de pantalla. El objetivo es reducir en la medida de lo posible el número de grados de libertad del problema, pues estos repercuten exponencialmente en la demanda de recursos computacionales. De este análisis, se concluyó que es necesaria como mínimo una relación de ½ tamaño de elemento/longitud de onda para la obtención de espectros de IL fiables en un punto. No obstante, esta relación puede relajarse si los resultados son analizados mediante la variable IL Medio Espectral para un espectro de ruido de tráfico dado.

Por otra parte, como se ha mencionado, el excesivo número de grados de libertad implicados en el análisis de geometrías sencillas tridimensionales es la principal limitación del modelo en la situación actual. Por ello, el desarrollo futuro del arte pasa necesariamente por la reformulación del código del MEC, partiendo de planteamientos que no precisen del almacenamiento de la matriz completa del sistema para cada frecuencia analizada. En este sentido, la opción que se presenta como más viable a corto/medio plazo consiste en el uso de algoritmos multipolo combinados con algoritmos iterativos de resolución de sistemas de ecuaciones, capaz de afrontar este problema y otros similares.

Referencias bibliográficas

Referencias bibliográficas

1. Antes H., “Applications in environmental noise”, *Boundary Elements Methods in Acoustics*, Ciscowski & Brebbia Ed., CMP Elsevier (1995).

2. Aznárez, J.J., “Efecto de los fenómenos de interacción incluyendo factores espaciales y sedimentos de fondo en la respuesta sísmica de presas bóveda” (2003).

3. Aznárez, J.J.; Greiner, D.; Maeso, O.; Winter, G, “A methodology for optimum design of Y-shape noise barriers”, *Official Publication of the 19th International Congress on Acoustics*, (2007).

4. Aznárez, J.J.; Maeso, O. y Domínguez, J., B.E. “Analysis of bottom Sediments in Dynamic Fluid-structure Interaction Problems”, Engineering *Analysis with Boundary Elements* (2006).

5. Ballesteros, R., Ramos, C. y Parrondo, J. L., “Modelización del campo de presión sonora en la proximidad de una pantalla de aislmaiento acústico”, *Proc. Jornadas Nacionales de Acústica, Tecniacústica 96* (1996).

6. Banaugh, R. P. y Goldsmith, W., “Diffraction of steady acoustic waves by surfaces of arbitrary shape”, *J. Appl. Mech., ASME*, 30, pp. 589-597 (1963).

7. Barti, R. y Servera, J., “Estudio acústico de barreras”, *Proc. Jornadas Nacionales de Acústica, Tecniacústica 95* (1995).

8. Bies, D.A. y hansen, C.H., “Engineering noise control”, Urwin Hyman (1988).

9. Byung-Joo Jin, Hyun-Sil Kim, Hyun-Ju Kang, Jae-Seung Kim, “Sound diffraction by a partially inlcined noise barrier” (2000), Applied Acoustics, Vol. 62.

10. Carter, N. L., Ingham, P., Tran, K. y Hunyor, S. N., “Field study of the effects of traffic noise on heat rate and cardiac arrythmia during sleep”, *J. Sound anda Vibration, 169(2)*, pp. 211-227 (1994)

11. Chirino, F., Aznárez, J.J. y Maeso, O., “Un modelo numérico para la estimación de la eficiencia de pantallas acústicas”, *Anales de Ingeniería Mecánica*, *4*, pp. 33-39 (1998).

12. Cerrolaza y Alarcón, “a Bicubic Transformation for the Numerical Evaluation of the Cauchy Principal Value Integrals in Boundary Elements”, *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 28, 987-999 (1989)

13. Ciskowski, R.D. y Brebbia, C.A., “Boundary Elements Methods in acoustics”, CMP Elsevier (1995).

14. Crombie, D.H. y Hothersall, D.C., “The performance of multiple noise barriers”, *J. Sound and Vibration*, 176(4), pp. 459-473 (1994).

15. Daumas, a., “Etude de la diffraction par un ecran mince dispose sur le sol”, *Acoustica*, 40, pp. 213-222 (1978).

16. Delany, M.E. y Bazley, E.N., “Acoustical properties of fibrous absorbent materials”, *Applied Acoustics*, 3, pp. 105-116 (1970).

17. Domínguez, J., “Boundary elements in dynamics”, CMP Elsevier (1993).

18. Elmore, W.C. y Heald, M.A., “Physics of waves”, Dover Publications, N.Y. (1985)

19. Embleton, T.F.W., “Line integral theory of barrier attenuation”, *J. Acoust. Soc. Amer.*, 67, pp.42-45 (1980).

20. Estellés, H., Cervera, F. y Rubio, C., “Análisis de una barrera acústica absorbente”, *Proc. Jornadas Nacionales de Acústica, Tecniacústica 96* (1996).

21. Friedman, M.B. y Shaw, R.P., “Diffraction of pulses by cylindrical obstacles of arbitrary cross section”, *J. Appl. Mech., ASME*, 29, pp. 40-46 (1962).

22. Greiner, D.; Aznárez, J.J.; Maeso, O. y Winter, G, “Single and Multi-Objetive Shape Design of Y-Noise Barriers using Evolutionary Computation and Boundary Elements”, *Advances in Engineering Software* (en prensa).

23. Groenenboom, P.H.L., “Wave propagation phenomena”, in *Progress in Boundary Element Methods*, Brebbia, C.A. Ed., 2, Springer Verlag (1983).

24. Hothershall, D.C., Chandler-Wilde, S.N. y Hajmirzae, M.N., “Efficiency of single noise barriers”, *J. Sound and Vibration*, 146(2), pp. 303-322 (1991a).

25. Hothershall, D.C., Crombie, d.H. y Chandler-Wilde, S.N., “The performance of T-profile and associated noise barriers”, *Applied Acoustics*, 32, pp.269-287 (1991b).

26. Hutchins, D.A., Jones, H.W. y Russel, L.T., "Model studies of barrier performance in the presence of ground surfaces. Part II- Different shapes", *J. Acoust. Soc. Amer.*, 75, pp. 1807-1816 (1984).

27. Isei, T., "Absorptive noise barrier on finite impedance ground", *J. Acoust. Soc. Jpn.*, 1 (1980).

28. Jawson, M.A., "Integral equation methods in potential theory, I", *Proc. Roy. Soc.*, Ser. A., 275, pp. 23-32 (1963).

29. Jean, P., Defrance, J., y Gabillet, Y., "The imporance of source type on the assessment of noise barriers", Journal of Sound and Vibration, pp.201-216, (1999).

30. Julieta António, António Tadeu y Luis Godinho, "A three-dimensional acoustics model using the method of fundamental solutions", *Engineering Analysis whit Boundary Elements* (2007).

31. Keller, J.B., "Geometrical theory of diffraction", *J. Opt. Soc. Amer.*, 52, pp.116-130 (1962).

32. Kurze, U.J. y Anderson, G.S., "Sound attenuation by barriers", *Applied Acoustics*, 4, pp. 35-53 (1971).

33. Lachat, J.C. y Watson, J.O., "Effective Numerical Treatment of Boundary Integral Equeations", *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 10, 991-1005 (1976) .

34. Li, H.B., Han, G.M. y Mang, H.A., "A New Method for Evaluating Singular Integrals in Stress Analysis of Solids by the Direct Boundary element Method", *Int. J. Numer. Meth. Ing.* (1985) .

35. Maekawa, Z., "Noise reduction by screens", *Applied Acoustics*, 1, pp. 157-173 (1986).

36. Maeso, O., Aznárez, J.J., "Estrategias para la reducción del impacto acústico en el entorno de carreteras. Una aplicación del Metodo de los Elementos de Contorno", *ISBN: 84-689-0340-X. D.L.: G.C. 385-2005* (2005).

37. Maeso, O.; Aznárez, J.J.; Domínguez, J., "Effects of the space distribution of the excitation on the seismic response of arch dams", *Journal of Engineering Mechanics* (2002).

38. Maeso, O.; Greiner, D.; Aznárez, J.J.; Winter, G., "Design of noise barriers with boundary elements and genetic algorithms", *Advances in Boundary element Techniques* (2008).

39. Mansur, W.J. y Brebbia, C.A., "Numerical implementation of the boundary element method for two-dimensional transient scalar wave propagation problems", *Appli. Math. Modelling*, 6, pp.229-306 (1982a).

40. Mansur, W.J. y Brebbia, C.A., "Formulation of the boundary element method for transient problems governed by scalar wave equation", *Appl. Math. Modelling*, 6, pp. 307-311 (1982b).

41. May, D.N. y Osman, M.N., "Highway noise barriers: New Shapes", *J. sound and Vibration*, 71, pp. 73-101 (1980).

42. Ming, R.S., "Acoustical barrier for tonal noises", *Applied Acoustics*, 66, pp.1074-1087 (2005).

43. Muradali, A. y Fyfe, K.R., "A study of 2D and 3D barrier insertion loss using improved diffraction-based methods" (1997), Applied Acoustics, Vol. 53.

44. P. Jean, J. Defrance e Y. Gabillet, "The importance of source type on the assessment of noise barriers", *Journal of Sound and Vibration*, 226 (1998)

45. Perdomo, F.; Aznárez, J.J. y Maeso, O., "Aplicación del MEC en la evaluación de medidas para reducir el impacto acústico en el entorno de carreteras", *Revista de Acústica, ISSN: 0210-3680* (2002)

46. Pérez, J.J., "Estudio comparativo de la metodología a emplear en problemas de interacción dinámica suelo-estructura. Una aplicación práctica" (2006)

47. Pfretzschner, J., Simón, F., Moreno A., y De la colina, C., "Índice de pérdidas por inserción en barreras con reflexiones en el terreno", *Proc. Jornadas Nacionales de Acústica, Tecniacústica 95* (1995).

48. Pfretzschner, J., Simón, F., De la Colina, C. y Moreno, A., "A rating index for estimating insertion loss of noise barriers under traffic noise conditions", *Acta Acústica*, *32(3), pp. 504-508* (1996).

49. Pfretzschner, J. y Simón, F., "Aplicación de las barreras acústicas provistas de una cumbrera cilíndrica en el apantallamiento del tráfico rodado", *Revista de Acústica*, *Núm. Extr.*, pp. 255-258 (1996).

50. Pfretzschner, J. y Simón, F., "Barreras acústicas y ruido de tráfico", Revista de Acústica, 28 (3-4) (1997).

51. Rapin, J.M., "Etudes des modes de protection phoniques aux abords des voies rapidez urbaines", CSTB, Vol. 1ª, París (1969).

52. Rasmussen, K.B., "Sound propagation over grass covered ground", *J. Sound and Vibration*, 78, pp. 247-255 (1981).

53. Ringheim, M., "Traffic noise attenuation by screens, a preliminary investigation of model-test-techniques", *Rep. No. LBA 335, NTH: Trondheim, Norway* (1971).

54. Sanchís, A.; Giménez, A; Marín, A. y Solana, P.E., "Aplicación del Método de los Elementos de Contorno para la determinación de la atenuación de ruido producido por barreras", *Revista de Acústica*, 28 (1996).

55. Scholes, W.E. y Sargent, J.W., "Designing against noise from road traffic", *Applied Acoustics*, 4, pp. 203-234 (1971).

56. Seznec, R., "Diffraction of sound around a barrier: Use of the boundary elements technique", *J. sound and Vibration*, 73, pp. 195-209 (1980).

57. Simón, F.; Pfretzschner, J.; De la Colina, C. y Moreno, A., "Ground influence on the definition of single rating index for noise barrier protection", *J. Acoust. Soc. Amer,* 104(1), pp. 232-236 (1998).

58. Shaw, R.P., "A brief history of boundary Integral Equation/Element Methods in acoustics", *Boundary Elements Methods in Acoustics, Ciskowsky & Brebbia Ed., CMP Elsevier* (1995).

59. Symn, G.T., "Integral Equation Methods in potential theory II", *Proc. Roy. Soc., Ser.A*, 275, pp.33-46 (1963).

60. Taylor, S.M. y Wilkins, P.A., "Transportation noise-health effects", Butterworths (1987).

61. Thomasson, S.L., "Theory and experiments on sound propagation above an impedance boundary", rep. 75, Division of Building Technology, Lund Inst. Technology, Sweden (1977).

62. Watts, G.R., "Acoustic performance of parallel traffic noise barriers", *Applied Acoustics*, 47(2), pp. 95-119 (1996).