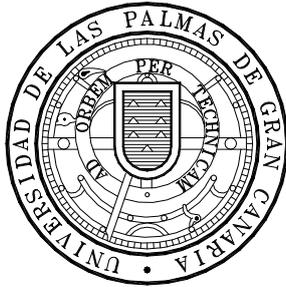


UNIVERSIDAD DE LAS PALMAS DE GRAN CANARIA

ESCUELA TÉCNICA SUPERIOR
DE INGENIEROS INDUSTRIALES



PROYECTO FIN DE CARRERA

ESTUDIO DE LA EFICACIA DE BARRERAS ACÚSTICAS
FRENTE AL RUIDO DE TRÁFICO MEDIANTE EL MÉTODO DE
LOS ELEMENTOS DE CONTORNO

AUTOR: FRANCISCO PERDOMO LORENZO

TUTORES: ORLANDO MAESO FORTUNY
JUAN JOSÉ AZNÁREZ GONZÁLEZ

DICIEMBRE, 2000

ÍNDICE

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.

1.	PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA.	1
2.	OBJETIVOS Y METODOLOGÍA.	4
3.	EFICIENCIA ACÚSTICA DE PANTALLAS. ESTUDIOS PREVIOS.	6

CAPÍTULO 2. ECUACIONES Y CONCEPTOS BÁSICOS DE ACÚSTICA AMBIENTAL.

1.	ECUACIONES QUE RIGEN LA PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN EL AIRE.	8
1.1.	Hipótesis de partida.	8
1.2.	Ecuación de onda.	8
1.3.	Dominio de la frecuencia.	11
2.	UNIDADES DE MEDIDA DEL SONIDO.	13
2.1.	Niveles de presión, potencia e intensidad sonora.	13
2.2.	Análisis en frecuencia.	15
2.3.	Pérdida por inserción (IL).	18
2.4.	Suma de niveles sonoros de distintas frecuencias.	18
2.5.	Cálculo del coeficiente de inserción total cuando se conocen los coeficientes de inserción para cada frecuencia y el espectro en frecuencia de una fuente genérica.	19
3.	CONDICIONES DE CONTORNO.	21
3.1.	Interacción fluido-fluido.	21
3.2.	Modelo de Delany y Bazley.	28

CAPÍTULO 3. MÉTODO DE ELEMENTOS DE CONTORNO. APLICACIÓN EN ACÚSTICA AMBIENTAL.

1.	RELACIÓN DE RECIPROCIDAD.	31
2.	SOLUCIÓN FUNDAMENTAL.	34
3.	REPRESENTACIÓN INTEGRAL.	37
3.1.	Puntos internos al dominio en estudio.	37

3.2.	Puntos pertenecientes al contorno.	39
4.	DISCRETIZACIÓN Y FORMULACIÓN MATRICIAL.	45
4.1.	Problemas con simetría.	49
4.2.	Formulación matricial de problemas con subregiones.	51
5.	MÉTODO DE INTEGRACIÓN EMPLEADO.	55
5.1.	Integración cuando el punto de colocación de la carga puntual se encuentra fuera del elemento a integrar.	55
5.2.	Integración cuando el punto de colocación de la carga puntual se encuentra dentro del propio elemento a integrar.	59
6.	DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA DE ORDENADOR DESARROLLADO.	68
7.	VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.	69

CAPÍTULO 4. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.

1.	INTRODUCCIÓN.	71
2.	EVALUACIÓN DE BARRERAS ACÚSTICAS SITUADAS EN UN ÚNICO LADO DE LA VÍA. ESTUDIO PARAMÉTRICO.	76
2.1.	Influencia de la altura de la pantalla.	77
2.2.	Influencia del perfil de la pantalla.	83
2.2.1.	Sección transversal Recta.	83
2.2.2.	Sección transversal en Cuña.	86
2.2.3.	Sección transversal en Dique.	91
2.2.4.	Sección transversal Acodada.	96
2.2.5.	Sección transversal en “Y” o “T”.	101
2.2.6.	Sección transversal recta con brazo saliente hacia la fuente.	108
2.2.7.	Sección transversal con elementos aislados.	113
2.3.	Influencia de la capacidad absorbente de la pantalla.	119
2.3.1.	Sección transversal en Cuña.	119
2.3.2.	Sección transversal en Dique.	124
2.3.3.	Sección transversal Acodada.	128
2.3.4.	Sección transversal en “Y” o “T”.	132
2.4.	Influencia de la capacidad absorbente del terreno.	136

3.	EVALUACIÓN DE ACTUACIONES ANTIRRUIDO PARA DISMINUIR EL RUIDO A AMBOS LADOS DE LA VÍA	144
3.1.	Influencia de la geometría.	144
3.1.1.	Pantallas Rectas a ambos lados de la vía.	144
3.1.2.	Vías Deprimidas.	150
3.1.3.	Vías Elevadas.	155
3.2.	Influencia de la capacidad absorbente de los contornos.	160
3.2.1.	Pantallas Rectas a ambos lados de la vía.	160
3.2.2.	Vías Deprimidas.	165
3.2.3.	Vías Elevadas.	169
CAPÍTULO 5.	CONCLUSIONES.	173
ANEXO.	RESULTADOS DEL ENSAYO DE CAMPO.	176
REFERENCIAS.	179

CAPÍTULO 1. INTRODUCCIÓN.

1. PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA.

El desarrollo industrial y tecnológico de las sociedades modernas ha traído como consecuencia, y como subproducto más negativo, un importante deterioro del medio ambiente. Este deterioro, a la par que la concentración de las personas en este sentido, se ha acentuado en los últimos años. La contaminación en todas sus variantes, se ha convertido, quizás, en el mayor obstáculo para un desarrollo ordenado que permita seguir avanzado en la consecución de más altos estados de bienestar.

En nuestras ciudades y áreas urbanas hay que destacar el impacto asociado al transporte en general y, sobre todo, al tráfico rodado. El fenómeno del ruido contaminante, por su incidencia directa sobre la salud y el rendimiento de las personas, resulta ser el factor ambiental del que más que se quejan los ciudadanos en la mayoría de los estudios de opinión.

Haciéndose eco de esta situación, la OCDE, la Unión Europea y otros organismos internacionales han promovido diversas recomendaciones para intentar reducir el nivel de ruido actual y, especialmente, para minimizar el impacto del ruido derivado de nuevas infraestructuras de transporte. En este sentido conviene recordar la monografía [1] que el comité de expertos de la OCDE ha desarrollado bajo el título genérico de “Reducción del Ruido en el Entorno de Carreteras”.

Las políticas de lucha contra el ruido están, en general, orientadas hacia la consecución de un doble objetivo: de una parte recuperar, en lo posible, ambientes sonoros ya degradados, y de otra evitar la creación de nuevas situaciones no deseadas. El primero de los casos corresponde a la situación típica de zonas urbanas con una infraestructura ya implantada, donde las posibilidades de actuación son muy limitadas. El problema puede difícilmente abordarse mediante actuaciones estrictamente “acústicas” (pantallas, depresión de vías, pavimentos absorbentes ...), siendo preciso, en la mayoría de los casos, actuaciones mediante planes específicos de recuperación que afectan a toda la actividad de la zona: modificación de usos, limitación de velocidades y horario de tráfico, redireccionamiento de rutas, etc.

El problema es radicalmente distinto en el caso de infraestructuras de nueva creación. Se trata ahora de ser capaces de prever correctamente el impacto asociado a una nueva vía, y en base a ello, modificar su diseño, incorporando las medidas necesarias que mantengan los niveles de ruido dentro de límites aceptables.

No resulta difícil convencer al lector de los efectos perniciosos que el ruido, o mejor, el exceso de ruido, produce en todos los ámbitos de nuestra vida diaria. Los estudios al respecto son numerosos ([2] , [3]), y la evidencia científica de que el ruido constituye una agresión a la salud, a la capacidad de realizar actividades, y al estado anímico de las personas, es unánimemente aceptada. Así, por ejemplo, es conocido el efecto de pérdida sucesiva de audición en sujetos expuestos a niveles acústicos moderados-altos durante periodos elevados. La incapacidad de conciliar el sueño o la pérdida de calidad del mismo, la disminución de rendimiento profesional, la irritabilidad, la influencia sobre el estrés, son asimismo otros efectos usuales. Las implicaciones económicas que todo ello trae consigo resultan evidentes, por lo que las políticas de actuación y los fondos destinados a la atenuación del problema son un bien amortizable a corto plazo.

Sin embargo, la disminución del nivel de ruido no es un problema sencillo, y en ello influye considerablemente la forma en la que el oído humano percibe la señal sonora. La relación existente entre disminución de potencia sonora y la sensación de mejoría subjetiva correspondiente no es lineal. Por ejemplo, una reducción del 25% de la energía que emite un medio de transporte apenas sería detectada por una persona expuesta a la emisión, y cuantitativamente significaría una reducción de únicamente 1 decibelio (dB). Asimismo, para que el mismo observador reconozca una clara mejoría subjetiva, que él cualificará como una reducción del ruido a la mitad, sería preciso disminuir la emisión en 10 dB, lo que equivale a eliminar ¡el 90% de la energía acústica inicial!

El problema se complica aun más si tenemos en cuenta que la capacidad de tolerancia de intensidad sonora del oído humano es muy variable para las diferentes frecuencias dentro del amplio espectro de frecuencias audibles asociadas a cualquier fenómeno ruidoso. Esto significa que no siempre es suficiente o apropiado disminuir la intensidad global de la emisión, sino que en muchas situaciones resulta más efectivo modificar el

perfil sonoro que capta el perceptor, en el sentido de aminorar el rango de frecuencias más molestas. Es este un campo completamente abierto que sólo puede ser abordado si el método de análisis permite un estudio selectivo de la propagación a cada una de las frecuencias de la banda de audición -punto en el que flaquean la mayor parte de los procedimientos clásicos de estudio empleados en la actualidad dentro de la acústica ambiental-.

Para determinar el nivel de ruido en una situación dada, una de las técnicas más utilizadas es la medida experimental directa, mediante sonómetros u otros equipos de medida. Es ésta una actuación indispensable para la cuantificación del problema ambiental en una situación real, y actualmente es la forma más precisa y segura de elaborar mapas de contaminación acústica. Aun así, esta técnica adolece de dos problemas fundamentales: por un lado es costosa si se quiere un alto nivel de detalle y por tanto se incluye un elevado número de puntos de medida, y, por otro lado, no permite predecir los niveles de ruido en situaciones futuras, como es, por ejemplo, el caso del ruido en el entorno de una carretera que se pretende construir, o bien de una ya construida que se pretende aumentar con la creación de nuevos carriles.

Para predecir el nivel de ruido existen diversos métodos analíticos y numéricos basados en diferentes técnicas (método de rayos acústicos, simulación partícula a partícula e imagen simétrica de la fuente). Entre ellos, es el método de rayos acústicos el más ampliamente utilizado en acústica ambiental. Proporciona una descripción de la propagación de las ondas acústicas a lo largo de grandes distancias, como por ejemplo la atmósfera, o la propagación bajo el agua. Para ello se utilizan familias de rayos, y es posible mediante la introducción de coeficientes semiempíricos, el tomar en consideración de forma aproximada fenómenos perturbadores como faltas de homogeneidad por gradientes de temperatura, viento, etc. A pesar de su indudable aptitud como método de predicción de ruido ambiental, estos métodos tienen como principal limitación la dificultad de tratar geometrías complicadas, como por ejemplo, detalles de la forma de las pantallas acústicas o de la geometría de los edificios. Otra limitación importante es que este método aporta información del nivel sonoro en términos de intensidad, a partir de los datos que definan la fuente perturbadora y la geometría ambiente. Sin embargo, no aporta información alguna acerca del contenido

en frecuencia de la onda global que se propaga, ni, por tanto, de las posibles atenuaciones o amplificaciones que las diferentes medidas correctoras (p.e. pantallas acústicas) puedan ocasionar en determinados rangos de frecuencias más molestas al oído humano, factor éste que ya ha sido comentado como necesario en las actuales estrategias de disminución de impacto.

Con el desarrollo de los métodos numéricos se abren nuevas posibilidades de abordar el problema de la propagación de ruido en ambientes complejos. Los más empleados son el Método de los Elementos Finitos (MEF) y el Método de los Elementos de Contorno (MEC). La dificultad del MEF para abordar los problemas de dominios infinitos o de campo libre, como es el caso de la acústica ambiental, hacen que el MEC aparezca como el más adecuado. En este último caso, aunque se han desarrollado algunos trabajos, continúa siendo un tema abierto.

2. OBJETIVOS Y METODOLOGÍA.

El objetivo concreto de este proyecto ha sido el desarrollo de un modelo numérico capaz de simular de una manera realista el fenómeno de la propagación de ondas acústicas generadas por cualquier fuente, y que sea útil, por tanto, para la determinación del nivel de ruido, y su composición en frecuencias, en las inmediaciones. A la luz de los resultados obtenidos, podrán determinarse medidas correctoras que permitan reducir el impacto producido (utilización de pantallas acústicas, soterramiento de vías, etc.).

Si se considera el caso del tráfico rodado, se supone un estado de tráfico denso y continuo, y una calzada recta, la situación de propagación acústica es idéntica en cualquier plano perpendicular a la vía. El problema entonces puede ser estudiado mediante un modelo bidimensional (Fig. 1.1).

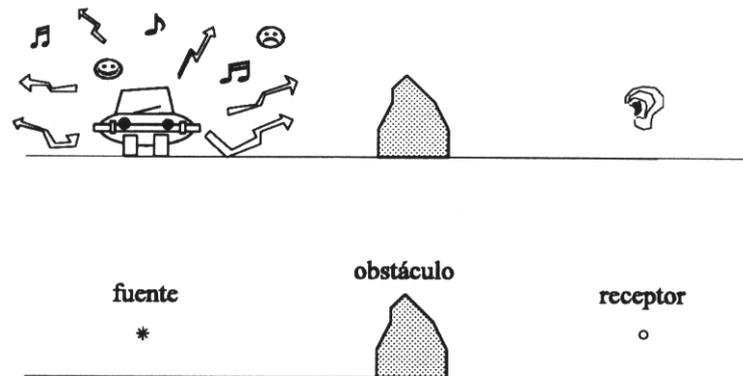


Figura 1.1

El análisis requiere la caracterización de las tres componentes implicadas en el mismo: la fuente, el medio de propagación y el entorno. Para definir la fuente es necesario conocer tanto su rango en frecuencias como la potencia sonora asociada a cada una de ellas. Para el caso de ruido de tráfico existen algunos espectros normalizados.

La vía de transmisión de la propagación es el aire, que se modela como medio elástico compresible, y para el que se admiten las hipótesis clásicas de homogeneidad e isotropía con viscosidad despreciable y comportamiento lineal. El entorno se caracteriza por su geometría, así como por la posible capacidad absorbente de energía acústica de los diferentes obstáculos, que a su vez depende de las características de los materiales y del tratamiento de sus superficies.

Por tanto, cualquier metodología que aborde el problema deberá ser capaz de modelar adecuadamente todos estos aspectos. En este trabajo, y como ya se ha anticipado, se hace uso de la formulación dinámica del Método de Elementos de Contorno [4], que consiste en un método numérico susceptible de ser programado en un código por ordenador. El usuario introduce los datos relativos a la señal de la fuente, la geometría y las características de los materiales, y el programa determina el nivel de presión acústica en los puntos del dominio en estudio.

3. EFICIENCIA ACÚSTICA DE PANTALLAS. ESTUDIOS PREVIOS.

La colocación de barreras acústicas entre la fuente y el receptor constituyen el procedimiento más habitual para disminuir el impacto acústico. La inclusión de estos elementos interfiere el recorrido normal de la propagación creando una zona de sombra del lado puesto al emisor donde los niveles sonoros serán inferiores respecto de la situación en la que no exista barrera. En el Proyecto que se presenta, se analiza la eficiencia de estas medidas y se estudiarán comparativamente diferentes diseños haciendo uso de un modelo numérico basado en el Método de los Elementos de Contorno propuesto por Chirino et al [5].

En cualquier caso, sea cual sea el modelo de análisis, éste habrá de simular de la forma más real posible los efectos de reflexión, difracción y absorción provocados por este elemento. En este sentido, existe un gran número de trabajos de investigación basados en procedimientos diferentes que pretenden desarrollar diseños cada vez más eficientes desde el punto de vista de aislamiento acústico.

Así existe un gran número de trabajos basados en modelos experimentales. En este sentido son destacables las aportaciones realizadas por May y Osman [6] y Hutchins et al [7]. Ambos autores analizan comparativamente el comportamiento de varios diseños de pantallas acústicas incluyendo el efecto de absorción provocado por un terreno con cubierta vegetal [7]. Como ejemplo de la validez de la metodología utilizada en este Proyecto pueden referirse los trabajos de Watts [8] que establece una validación muy satisfactoria de los resultados obtenidos mediante el MEC a través de un modelo experimental para el caso de situaciones con apantallamiento a ambos lados de la fuente.

Son muy destacables las aportaciones al estudio del problema realizadas desde modelos teóricos basados en el método de rayos acústicos y la acústica geométrica. A pesar de su carácter teórico, estos modelos hacen uso de multitud de parámetros determinados de forma empírica. En este apartado los trabajos de mayor impacto son los realizados por Kurze y Anderson [9] y Maekawa [10]. Estos autores aplican estos métodos a la

predicción de la eficiencia del apantallamiento de pantallas rectas y son utilizados en Estados Unidos y Gran Bretaña como herramientas en la normativa sobre el particular.

La aplicación del Método de los Elementos de Contorno permite el análisis de configuraciones más complejas desde el punto de vista de la geometría de la barrera o el tratamiento de sus superficies. En esta dirección son destacables las aportaciones de Sez nec [11] que es reconocido por muchos autores como el primer investigador que analiza el comportamiento acústico de barreras sobre terreno absorbente mediante el MEC.

Más recientemente y en el campo de la aplicación del MEC al problema de la determinación de la eficiencia acústica de barreras, es muy destacable la aportación realizada en el Reino Unido por Hothersall y colaboradores. De entre los trabajos publicados por estos autores cabe destacar aquellos vinculados al estudio de la eficiencia de pantallas individuales, [12] y [13], obteniendo coeficientes de pérdida por inserción para geometrías diferentes y analizando la influencia que sobre este parámetro tiene la existencia de superficies absorbentes en la barrera. Trabajos posteriores hacen referencia a configuraciones con múltiples pantallas entre fuente y receptor [14]. Este tipo de disposiciones tienen indudable interés ya que permiten reflexiones consecutivas de la onda difractada.

En España, la investigación vinculada con problemas de acústica tiene un desarrollo importante en los últimos años. En 1969 se funda la Sociedad Española de Acústica que engloba a los investigadores nacionales más destacados y que patrocina congresos y revistas de publicación periódica. Así, y relacionado con el problema que nos ocupa, pueden referirse algunas publicaciones de interés que hacen uso de las metodologías descritas (ver p.e. [15] y [16]).

CAPÍTULO 2. ECUACIONES Y CONCEPTOS
BÁSICOS DE ACÚSTICA AMBIENTAL.

1. ECUACIONES QUE RIGEN LA PROPAGACIÓN DE ONDAS ACÚSTICAS EN EL AIRE.

1.1. Hipótesis de partida.

En el análisis de la propagación del sonido en el aire se considerarán las siguientes hipótesis:

- Fluido no viscoso: al ser el aire un gas, la viscosidad es muy pequeña, pudiendo asumirse, para el problema en estudio y sin errores de consideración, que el aire se comporta como un fluido no viscoso.
- Pequeñas perturbaciones en medio elástico compresible: las perturbaciones de presión y densidad que provoca la propagación de un sonido normal en el aire son de pequeña magnitud comparadas con la presión o densidad absoluta del aire, pudiendo asumirse, sin pérdida considerable de exactitud, que el aire se comporta como un fluido elástico compresible, en la que las variaciones de presión o densidad son lineales.
- Medio homogéneo e isótropo: el aire se considerará como un fluido homogéneo en su composición e isótropo en su comportamiento. Se está asumiendo pues, de manera implícita, que se consideran despreciables los efectos que, sobre la propagación del sonido, puedan tener las diferencias de temperatura.
- Fluido inicialmente en reposo: se asume que el aire se encuentra inicialmente en reposo, despreciándose todos los posibles efectos del viento.

1.2. Ecuación de onda.

La ecuación de onda, que define el comportamiento del sonido en el aire, puede plantearse en términos de cualquiera de las variables involucradas en el problema (presión, densidad o movimiento/velocidad), siendo habitual en acústica plantearla con la presión como variable dependiente, debido a que es la presión la responsable del sonido radiado.

La obtención de la ecuación de onda parte de las ecuaciones básicas de la mecánica de fluidos:

$$\text{Ec. de continuidad: } \frac{\partial \rho_T}{\partial t} + \nabla(\rho_T \cdot V_T) = 0 \quad (2.1)$$

$$\text{Ec. de equilibrio: } \rho_T \cdot \frac{\partial V_T}{\partial t} + \rho_T \cdot V_T \cdot \nabla V_T = -\nabla P_T + \mu \cdot \nabla^2 V_T \quad (2.2)$$

$P_T = \textit{presión total}$

$V_T = \textit{velocidad total}$

$\rho_T = \textit{densidad total}$

$\mu = \textit{viscosidad}$

Aplicando la hipótesis de fluido no viscoso la ecuación de equilibrio queda reducida a la siguiente expresión:

$$\rho_T \cdot \frac{\partial V_T}{\partial t} + \rho_T \cdot V_T \cdot \nabla V_T = -\nabla P_T \quad (2.3)$$

Si asumimos la hipótesis de pequeñas perturbaciones, estas ecuaciones generales pueden ser linealizadas:

$$\begin{aligned} P_T &= P_o + p \\ V_T &= V_o + v \\ \rho_T &= \rho_o + \rho \end{aligned} \quad (2.4)$$

En estas últimas expresiones el subíndice “o” indica que se trata de un valor inicial, mientras que las minúsculas nos indican que se tratan de incrementos en las variables producidos por la perturbación.

Suponiendo además que el fluido está en reposo:

$$V_o = 0 \quad (2.5)$$

Sustituyendo (2.4) en la ecuación de continuidad:

$$\begin{aligned} \frac{\partial(\rho_o + \rho)}{\partial t} + \nabla(\rho_o \cdot V + \rho \cdot V) &= 0 \\ \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_o \cdot \nabla V + \nabla(\rho \cdot V) &= 0 \end{aligned} \quad (2.6)$$

El último término de la expresión anterior es un infinitésimo de segundo orden, por lo que puede ser despreciado:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho_o \cdot \nabla V = 0 \quad (2.7)$$

Sustituyendo (2.4) en la ecuación de equilibrio:

$$\begin{aligned} (\rho_o + \rho) \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + (\rho_o + \rho) \cdot v \cdot \nabla v &= -\nabla(P_o + p) \\ \rho_o \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \rho \cdot \frac{\partial v}{\partial t} + \rho_o \cdot v \cdot \nabla v + \rho \cdot v \cdot \nabla v &= -\nabla p \end{aligned} \quad (2.8)$$

Los tres últimos términos del primer miembro de la ecuación anterior son infinitésimos de segundo orden, por lo que pueden ser despreciados:

$$\rho_o \cdot \frac{\partial v}{\partial t} = -\nabla p \quad (2.9)$$

A continuación derivamos la ecuación (2.7) respecto del tiempo:

$$\frac{\partial^2 \rho}{\partial t^2} + \rho_o \cdot \nabla \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = 0 \quad (2.10)$$

El siguiente paso consiste en aplicar el operador divergencia a la ecuación (2.9):

$$\rho_o \cdot \nabla \left(\frac{\partial v}{\partial t} \right) = -\nabla^2 p \quad (2.11)$$

Sustituyendo (2.11) en (2.10):

$$\nabla^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (2.12)$$

Si llamamos ahora: $c = \frac{p}{\rho}$

$$\boxed{\nabla^2 p = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}} \quad (2.13)$$

Esta es la denominada **Ecuación de Onda**, en la que “c” es la celeridad o velocidad de propagación en el medio fluido. Ésta es una característica de cada medio y depende de la presión y temperatura de éste.

La ecuación de onda puede ser generalizada para contemplar el caso en que existan fuentes puntuales de presión en el dominio en estudio, obteniéndose la siguiente expresión:

$$\boxed{\nabla^2 p + \frac{1}{c^2} \cdot b(x,t) = \frac{1}{c^2} \cdot \frac{\partial^2 p}{\partial t^2}} \quad (2.14)$$

1.3. Dominio de la frecuencia.

Si asumimos ahora una variación armónica de todas las condiciones de contorno y fuentes internas de presión, entonces se cumplirá que la presión también tendrá una variación armónica en el tiempo:

$$p(x,t) = \bar{P}(x,\omega) \cdot e^{i\omega t} \quad (2.15)$$

Sustituyendo en la ecuación de gobierno (2.14):

$$\begin{aligned} \nabla^2 \bar{P}(x, \omega) \cdot e^{i\omega t} + \frac{1}{c^2} \cdot \bar{B}(x, \omega) \cdot e^{i\omega t} &= \frac{1}{c^2} \cdot (-\omega^2) \cdot \bar{P}(x, \omega) \cdot e^{i\omega t} \\ \nabla^2 \bar{P}(x, \omega) + \frac{1}{c^2} \cdot \omega^2 \cdot \bar{P}(x, \omega) + \frac{1}{c^2} \cdot \bar{B}(x, \omega) &= 0 \end{aligned} \quad (2.16)$$

El cociente $\frac{\omega}{c}$ se denomina número de onda (k), por lo que se puede escribir:

$$\boxed{\nabla^2 \bar{P} + k \cdot \bar{P} + \frac{1}{c^2} \cdot \bar{B} = 0} \quad (2.17)$$

La presión instantánea en cada punto del dominio será la parte real de la solución de la ecuación diferencial compleja anterior.

Al pasar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia estamos obteniendo una solución particular a la ecuación diferencial, es decir, estamos asumiendo, de forma implícita, que nos encontramos en régimen permanente.

2. UNIDADES DE MEDIDA DEL SONIDO.

2.1. Niveles de presión, potencia e intensidad sonora.

La variable física más fácilmente medible en acústica es la presión. Sin embargo, el oído humano no responde linealmente a la presión, sino que responde aproximadamente de forma lineal a la energía que le llega, siendo ésta proporcional al cuadrado de la presión acústica.

La mínima presión acústica que el oído puede detectar es de 20 μPa , mientras que el mayor valor de presión acústica soportable antes del dolor se produce con 60 Pa. El rango de presiones es pues, como se observa, bastante amplio.

El marcado rango dinámico del oído humano sugiere que se debe usar algún tipo de escala comprimida. Una escala adecuada para expresar el cuadrado de la presión acústica en unidades que se ajusten a la respuesta subjetiva del oído humano es la logarítmica, más que la lineal. Para evitar una escala demasiado comprimida se introduce un factor de 10, definiéndose el decibelio (dB).

El nivel de presión sonora “p” se dice que es “Lp” decibelios (dB) mayor o menor que una determinada presión de referencia “p_{ref}” de acuerdo a la siguiente ecuación:

$$L_p = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} \quad (2.18)$$

La presión producida por un sonido es una variable que varía con el tiempo, por lo que, para poder comparar la energía producida por dos sonidos distintos en un determinado intervalo de tiempo, se utiliza una media cuadrática temporal de la presión definida como:

$$\langle p^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt \quad (2.19)$$

Esta media cuadrática temporal es la que aparece en la fórmula (2.18).

Esta última expresión puede ser desarrollada para el caso de un tono puro (monofrecuencia):

$$p = |P| \cdot \cos(\omega \cdot t) \quad (2.20)$$

ω : frecuencia angular

$$\langle p^2 \rangle = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T p^2 dt = \frac{1}{T} \int_0^T |P|^2 \cdot \cos^2(\omega \cdot t) \cdot dt \quad (2.21)$$

Realizando el siguiente cambio de variable:

$$\begin{aligned} \omega \cdot t &= \alpha \\ \omega \cdot dt &= d\alpha \\ T &= \frac{2 \cdot \pi}{\omega} \end{aligned} \quad (2.22)$$

$$\langle p^2 \rangle = \frac{\omega}{2 \cdot \pi} \cdot |P|^2 \cdot \int_0^{2\pi} \cos^2(\alpha) \cdot \frac{d\alpha}{\omega} = \frac{|P|^2}{2} \quad (2.23)$$

Para la determinación de un valor absoluto (no relativo) del nivel de presión sonora, se utiliza, como presión de referencia, la mínima presión sonora que el oído humano normal puede detectar (20 μ Pa). El valor así obtenido se denomina **NIVEL DE PRESIÓN SONORA (SPL)** y se mide en decibelios:

$$SPL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2 \rangle}{(20 \cdot 10^{-6})^2} = 10 \cdot \log_{10} \langle p^2 \rangle - 20 \cdot \log_{10}(20 \cdot 10^{-6})$$

$$\boxed{SPL = 10 \cdot \log_{10} \langle p^2 \rangle + 94} \quad (2.24)$$

Para un tono puro la expresión queda:

$$\boxed{SPL = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{|P|^2}{2} \right) + 94} \quad \text{donde } |P| \text{ se mide en pascuales.} \quad (2.25)$$

Se puede definir también el **NIVEL DE POTENCIA SONORA (PWL)** mediante la siguiente relación:

$$L_w = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\text{Potencia sonora}}{\text{Potencia sonora de referencia}} \right) \quad (2.26)$$

Si se toma como potencia de referencia 10^{-12} W, que corresponde con la mínima potencia sonora que el oído humano normal puede detectar, la expresión anterior puede escribirse como sigue:

$$\boxed{L_w = 10 \cdot \log_{10} W + 120} \quad \text{donde } W \text{ se mide en vatios.} \quad (2.27)$$

También se puede definir un **NIVEL DE INTENSIDAD SONORA (L_I)**, de la siguiente forma:

$$L_I = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\text{Intensidad sonora}}{\text{Intensidad sonora de referencia}} \right) \quad (2.28)$$

Si se toma como intensidad de referencia 10^{-12} W·m⁻², la ecuación anterior puede escribirse como:

$$\boxed{L_I = 10 \cdot \log_{10} I + 120} \quad \text{donde } I \text{ se mide en W·m}^{-2}. \quad (2.29)$$

2.2. Análisis en frecuencia.

El rango de frecuencias audible por una persona joven y sana se sitúa entre los 16 y los 30.000 Hz. Este es un rango bastante amplio, por lo que normalmente se utiliza una escala logarítmica para representarlo. Este rango de frecuencias puede ser dividido en

una serie de bandas que, según su amplitud, serán bandas de octava, de tercio de octava, etc.

Se dice que una banda tiene una amplitud de una octava cuando la frecuencia más alta de la banda, expresada en hertzios, es el doble que la frecuencia más baja. Si esta banda de octava, representada en escala logarítmica, la dividimos en tres partes iguales, obtendríamos tres bandas de tercio de octava. El rango de frecuencias audible puede ser pues dividido tanto en bandas de octava, como en bandas de tercio de octava.

En este trabajo se realizará un análisis en frecuencia. Para realizar este tipo de análisis lo primero que hay que hacer es discretizar el rango de frecuencias, es decir, hay que elegir una serie discreta de frecuencias que representen todo el rango. El proceso para determinar estas frecuencias parte de dividir el rango audible en bandas, que en este caso particular han sido de tercio de octava. Una vez obtenida las bandas, se elige una frecuencia representativa de cada una de ellas, que normalmente es aquella situada en mitad de la banda, por lo que son denominadas frecuencias centrales de tercio de octava.

Una vez obtenida la serie de frecuencias, se procede a obtener la respuesta del sistema frente a una excitación senoidal. La frecuencia de la senoide se irá variando de forma que se barra toda la serie de frecuencias. De esta forma se habrá obtenido la respuesta del sistema para cada una de las frecuencias centrales de tercio de octava.

El siguiente paso consistirá en componer todos estos datos para obtener la respuesta del sistema frente a la excitación real del problema en análisis. Para ello es necesario conocer el **espectro** de la fuente, que no es más que la intensidad sonora de ésta en cada una de las bandas de frecuencia.

Otro aspecto que es necesario mencionar es el hecho de que el oído humano no responde por igual a todas las frecuencias. Un sonido a una determinada frecuencia puede resultar más molesto que otro sonido, de la misma intensidad que el primero, pero con otra frecuencia. Por ello se emplean correcciones a los espectros, de forma que se recoja la forma subjetiva en que le afectan las distintas frecuencias a las

personas. Cuando se estudia control de ruidos se utiliza la corrección tipo “A”, definiéndose de esta forma el decibelio A (dBA).

A continuación se presenta el espectro utilizado en este trabajo, que no es otro que el espectro normalizado del ruido de tráfico, el cuál viene ya en dBA:

Frecuencia (Hz)	SPL (dBA)
63	75.3
80	80.0
100	83.3
125	85.7
160	88.2
200	89.8
250	91.0
315	91.7
400	92.9
500	94.5
630	95.9
800	97.0
1000	98.1
1250	98.2
1600	98.0
2000	96.2
2500	93.8
3150	91.6
4000	89.0

2.3. Pérdida por inserción (IL).

La pérdida por inserción (Insertion Loss), es un parámetro que se utiliza en la evaluación de medidas de control de ruido. Se define como la diferencia de nivel de presión sonora antes y después de introducir la medida correctora:

$$\begin{aligned}
 IL &= SPL_{después} - SPL_{antes} \\
 IL &= 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p_{después}^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} - 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p_{antes}^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} \\
 IL &= 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{\langle p_{después}^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} \cdot \frac{\langle p_{ref}^2 \rangle}{\langle p_{antes}^2 \rangle} \right)
 \end{aligned} \tag{2.30}$$

$$\boxed{IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p_{después}^2 \rangle}{\langle p_{antes}^2 \rangle}} \tag{2.31}$$

2.4. Suma de niveles sonoros de distintas frecuencias.

Cuando existe más de una fuente sonora y éstas no están en fase o tienen distinta frecuencia se dice que dichas fuentes son incoherentes. Un caso análogo se produce cuando existe una fuente sonora compuesta por más de un armónico. En estos casos se puede calcular el nivel de presión sonora total mediante el siguiente procedimiento:

- 1) Se calcula la presión media cuadrática originada por cada armónico.
- 2) Se obtiene la presión media cuadrática total como suma de las presiones medias cuadráticas de cada una de las frecuencias:

$$\langle p^2 \rangle = \sum_i \langle p_i^2 \rangle \tag{2.32}$$

- 3) Se calcula el nivel de presión sonora (SPL) total:

$$SPL_{total} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sum_i \langle p_i^2 \rangle}{\langle p_{ref}^2 \rangle} \quad (2.33)$$

2.5. Cálculo del coeficiente de inserción total cuando se conocen los coeficientes de inserción para cada frecuencia y el espectro en frecuencia de una fuente genérica.

El coeficiente de inserción para un tono puro puede escribirse como:

$$IL_i = 10 \cdot \log_{10} \frac{\langle p_i^2 \rangle}{\langle p_i^{*2} \rangle} = 10 \cdot \log_{10} \frac{\frac{|p_i|^2}{2}}{\frac{|p_i^*|^2}{2}} = 10 \cdot \log_{10} \frac{|p_i|^2}{|p_i^*|^2} \quad (2.34)$$

donde el “*” indica que se trata de una presión inicial, es decir, antes de que se introduzca la medida correctora del ruido. El subíndice “i” alude a la frecuencia pura a la que se está realizando el cálculo.

El valor absoluto de la presión sonora total puede ser calculado a partir del valor absoluto de la presión sonora originada a cada una de las frecuencias:

$$\begin{aligned} \langle p^2 \rangle &= \sum_i \langle p_i^2 \rangle \\ \frac{|p|^2}{2} &= \sum_i \frac{|p_i|^2}{2} \\ |p|^2 &= \sum_i |p_i|^2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Se puede definir el coeficiente “ α_i ” como el porcentaje de presión sonora aportada por la frecuencia “i” a la presión sonora total:

$$\alpha_i = \frac{|p_i|^2}{|p|^2} = \frac{|p_i|^2}{\sum_i |p_i|^2} = \frac{|p_{ref}|^2 \cdot 10^{\frac{SPL_i}{10}}}{\sum_i |p_{ref}|^2 \cdot 10^{\frac{SPL_i}{10}}} = \frac{10^{\frac{SPL_i}{10}}}{\sum_i 10^{\frac{SPL_i}{10}}} \quad (2.36)$$

El espectro de frecuencias de una fuente sonora normalmente nos da los niveles de presión sonora originados, por una determinada fuente, a un metro de distancia de dicha fuente, datos éstos que se pueden medir en campo con un sonómetro. Introduciendo estos valores en la fórmula anterior se obtienen los coeficientes “ α_i ” de la fuente sonora.

Una vez conocidos los “ α_i ” se procede a calcular el IL total en el receptor (subíndice r):

$$|P_{r_i}^*|^2 = \alpha_i \cdot |P_r^*|^2 \quad (2.37)$$

Despejando de la fórmula (2.34) se obtiene la siguiente relación:

$$|P_{r_i}|^2 = |P_{r_i}^*|^2 \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}} \quad (2.38)$$

Partiendo de la ecuación (2.35) y sustituyendo en ella las dos últimas relaciones puede escribirse:

$$|p_r|^2 = \sum_i |p_{r_i}|^2 = \sum_i |p_{r_i}^*|^2 \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}} = \sum_i \alpha_i \cdot |p_r^*|^2 \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}} \quad (2.39)$$

Sustituyendo ahora la expresión anterior en la definición del IL total obtenemos finalmente:

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{|p_r|^2}{|p_r^*|^2}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \frac{\sum_i \alpha_i \cdot |p_r^*|^2 \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}}}{|p_r^*|^2}$$

$$IL = 10 \cdot \log_{10} \left(\sum_i \alpha_i \cdot 10^{\frac{IL_i}{10}} \right) \quad (2.40)$$

3. CONDICIONES DE CONTORNO.

La ecuación de onda es una ecuación diferencial de segundo orden, luego las condiciones de contorno posibles son:

- **Presión conocida en el contorno:** este caso se da cuando tenemos un contorno radiante, es decir, un contorno que pulsa con una amplitud de onda determinada.
- **Flujo de presión conocido en el contorno:** el caso más habitual es el del flujo nulo, que es representativo de un contorno completamente reflejante.
- **Contorno absorbente:** esta es la condición de contorno más habitual. Se presenta cuando tenemos un contorno que es capaz de absorber parte de la energía acústica que le llega. En estos casos lo que se conoce es un parámetro denominado **coeficiente de absorción**, que nos relaciona la presión con el flujo de presión en dicho contorno.

3.1. Interacción fluido-fluido.

En este epígrafe se va a analizar la interacción que existe entre dos fluidos no viscosos que están en contacto directo, cuando en uno de ellos se produce una perturbación acústica. Con objeto de simplificar el análisis, se estudiará el caso de una onda plana que incide normalmente a la interfase. Al ser la incidencia normal, la onda reflejada y la transmitida serán también ondas planas, por lo que el problema es monodimensional.

En estado permanente, la onda completa de presión en el fluido en el cual se produce la perturbación la podemos expresar como suma de una onda inicial y una onda reflejada por el contorno.

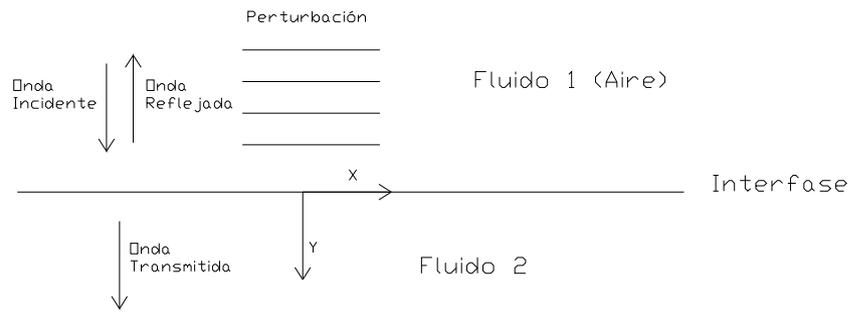


Figura 2.1

Una vez pasado al dominio de la frecuencia y utilizando notación compleja puede escribirse:

$$p_i(y, \omega) = p_i(y, \omega) + p_r(y, \omega) \quad (2.41)$$

A continuación se aplicará la hipótesis de ondas planas, es decir, que en las proximidades del contorno, la onda incidente y la onda reflejada se propagan en la dirección perpendicular a la interfase. Al hacer esta suposición, la ecuación de onda se transforma en una ecuación diferencial ordinaria de segundo orden y de coeficientes constantes, con lo que podemos poner:

$$\begin{aligned} p_i(y, \omega) &= p_i(\omega) \cdot e^{-iky} \\ p_r(y, \omega) &= p_r(\omega) \cdot e^{iky} \end{aligned} \quad (2.42)$$

siendo “k” el número de onda.

A continuación vemos la justificación de los signos de las exponenciales:

$$\begin{aligned} \text{Re}[p_i(y, t)] &= \text{Re}[p_i(\omega) \cdot e^{i\omega t}] \\ \text{Re}[p_r(y, t)] &= \text{Re}[p_r(\omega) \cdot e^{i(\omega t - k \cdot y)}] \\ p_i(y, t) &= p_i(\omega) \cdot \cos(\omega \cdot t - k \cdot y) \end{aligned} \quad (2.43)$$

Si observamos como viaja un mismo valor de perturbación ($p_i = \text{cte}$):

Para $p_i = \text{cte}$ si $\Delta t > 0 \Rightarrow \Delta y > 0 \Rightarrow$ La onda viaja según el sentido positivo del eje y .

El signo de la onda reflejada se puede comprobar de manera análoga.

Las ecuaciones que se deben cumplir en el contorno son:

- Ecuación de equilibrio:

$$p_i(0, \omega) + p_r(0, \omega) = p_{tr}(0, \omega) \quad \text{donde } p_{tr}: \text{ presión transmitida.} \quad (2.44)$$

- Ecuación de continuidad:

$$v_i(0, \omega) + v_r(0, \omega) = v_{tr}(0, \omega) \quad \text{donde } v_{tr}: \text{ velocidad transmitida.} \quad (2.45)$$

Si aplicamos la 2ª ley de Newton a un elemento diferencial de fluido podemos poner:

$$-(p + dp) \cdot dx \cdot dz + p \cdot dx \cdot dz = \rho \cdot dx \cdot dy \cdot dz \cdot a_y \quad (2.46)$$

donde ρ es la densidad del medio y a_y la aceleración en el eje y .

Operando en la ecuación resulta:

$$\boxed{\frac{dp}{dy} = -\rho \cdot a_y} \quad (2.47)$$

Esta última ecuación es la denominada Ecuación de Euler.

La velocidad, al igual que la presión, es una variable armónica y se puede expresar como:

$$v_y(y, t) = v_y(y, \omega) \cdot e^{i\omega t} \quad (2.48)$$

Derivando esta última expresión respecto del tiempo:

$$a_y = i \cdot \omega \cdot v_y(y, \omega) \cdot e^{i\omega t} = i \cdot \omega \cdot v_y(y, t) \quad (2.49)$$

Sustituyendo en la ecuación (2.47):

$$\frac{dp}{dy} = -\rho \cdot i \cdot \omega \cdot v_y \quad (2.50)$$

Las condiciones de contorno se pueden expresar entonces como:

$$\begin{aligned} p_t(0, \omega) &= p_{tr}(0, \omega) \\ v_y(0, \omega) &= -\frac{1}{\rho \cdot i \cdot \omega} \cdot \frac{dp_t}{dy}(0, \omega) = v_{tr}(0, \omega) \end{aligned} \quad (2.51)$$

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{-p_t(0, \omega) \cdot \rho_{aire} \cdot i \cdot \omega}{\frac{dp_t}{dy}(0, \omega)} = \frac{p_{tr}(0, \omega)}{v_{tr}(0, \omega)} \quad (2.52)$$

En el segundo medio fluido se deberán cumplir las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} p_{tr}(y, \omega) &= p_{tr}(\omega) \cdot e^{-i \cdot k_2 \cdot y} \\ v_{tr}(y, \omega) &= -\frac{1}{\rho_2 \cdot i \cdot \omega} \cdot \frac{dp_{tr}}{dy}(y, \omega) = -\frac{1}{\rho_2 \cdot i \cdot \omega} \cdot (-i \cdot k_2) \cdot p_{tr}(\omega) \cdot e^{-i \cdot k_2 \cdot y} \end{aligned} \quad (2.53)$$

donde “ k_2 ” y “ ρ_2 ” son el número de onda y la densidad del 2º fluido respectivamente.

Dividiendo ambas ecuaciones:

$$\frac{p_{tr}(y, \omega)}{v_t(y, \omega)} = \frac{\rho_2 \cdot \omega}{k_2} = \rho_2 \cdot c_2 \quad (2.54)$$

donde “ c_2 ” es la celeridad o velocidad de propagación de la onda en el 2º fluido.

Sustituyendo la ecuación (2.54) en la (2.52), se obtiene una relación en la que intervienen las propiedades de ambos fluidos:

$$\rho_2 \cdot c_2 = - \frac{p_t(0, \omega) \cdot \rho \cdot i \cdot \omega}{\frac{dp_t}{dy}(0, \omega)} \quad (2.55)$$

Reordenando la ecuación anterior:

$$\frac{dp_t}{dn} = \frac{dp_t}{dy} = -i \cdot k \cdot \frac{\rho \cdot c}{\rho_2 \cdot c_2} \cdot p_t \quad (2.56)$$

Al producto de la densidad de un medio, por la celeridad en dicho medio, se le denomina impedancia acústica específica de dicho medio (r). La ecuación anterior puede entonces ser expresada en función de las impedancias acústicas específicas de ambos medios:

$$\boxed{\frac{dp_t}{dn} = -i \cdot k \cdot \frac{r_1}{r_2} \cdot p_t} \quad (2.57)$$

Si el segundo medio en vez de ser un fluido es un sólido poroso, la impedancia acústica específica que lo caracteriza pasa de ser un número real, a ser, en general, un número complejo [17]. Con ello, y particularizando para el caso en que el primer fluido es aire, la ecuación anterior puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\boxed{\frac{dp_t}{dn} = -i \cdot k \cdot \frac{r_{aire}}{z_{sólido}} \cdot p_t = -i \cdot k \cdot \beta \cdot p_t} \quad (2.58)$$

donde β es la admitancia del contorno.

A continuación se determinará la expresión del coeficiente de reflexión (C_R) en función de la admitancia (β). Para ello partimos de las fórmulas de las presiones:

$$\begin{aligned} p_i(y, \omega) &= p_i(\omega) \cdot e^{-i \cdot k \cdot y} \\ p_r(y, \omega) &= p_r(\omega) \cdot e^{i \cdot k \cdot y} \\ p_{tr}(y, \omega) &= p_{tr}(\omega) \cdot e^{-i \cdot k \cdot y} \end{aligned} \quad (2.59)$$

Derivando estas expresiones respecto de “y”:

$$\begin{aligned} \frac{dp_i(y, \omega)}{dy} &= -i \cdot k \cdot p_i(\omega) \cdot e^{-i \cdot k \cdot y} = -i \cdot k \cdot p_i \\ \frac{dp_r(y, \omega)}{dy} &= i \cdot k \cdot p_r(\omega) \cdot e^{i \cdot k \cdot y} = i \cdot k \cdot p_r \\ \frac{dp_{tr}(y, \omega)}{dy} &= -i \cdot k \cdot p_{tr}(\omega) \cdot e^{-i \cdot k \cdot y} = -i \cdot k \cdot p_{tr} \end{aligned} \quad (2.60)$$

Utilizando la relación (2.50) puede escribirse también:

$$\begin{aligned} \frac{dp_i}{dy} &= -i \cdot \rho_1 \cdot \omega \cdot v_i \\ \frac{dp_r}{dy} &= -i \cdot \rho_1 \cdot \omega \cdot v_r \\ \frac{dp_{tr}}{dy} &= -i \cdot \rho_2 \cdot \omega \cdot v_{tr} \end{aligned} \quad (2.61)$$

Igualando las ecuaciones (2.60) con las (2.61) se obtiene:

$$\begin{aligned} v_i &= \frac{k \cdot p_i}{\rho_1 \cdot \omega} = \frac{p_i}{\rho_1 \cdot c} = \frac{p_i}{r_1} \\ v_r &= -\frac{k \cdot p_r}{\rho_1 \cdot \omega} = -\frac{p_r}{\rho_1 \cdot c} = -\frac{p_r}{r_1} \\ v_{tr} &= \frac{k \cdot p_{tr}}{\rho_2 \cdot \omega} = \frac{p_{tr}}{\rho_2 \cdot c} = \frac{p_{tr}}{r_2} \end{aligned} \quad (2.62)$$

Si sustituimos estas últimas relaciones en (2.45) obtenemos:

$$\frac{p_i - p_r}{r_1} = \frac{p_{tr}}{r_2} \quad (2.63)$$

Utilizando ahora la ecuación (2.44) y operando:

$$\begin{aligned} \frac{p_i - p_r}{r_1} &= \frac{p_i + p_r}{r_2} \\ p_i \cdot (r_2 - r_1) &= p_r \cdot (r_1 + r_2) \\ \frac{p_r}{p_i} &= \frac{r_2 - r_1}{r_2 + r_1} \end{aligned} \quad (2.64)$$

Reordenando el segundo miembro de la expresión anterior se obtiene finalmente la expresión del coeficiente de reflexión (C_R) en función de la admitancia:

$$C_R = \frac{p_r}{p_i} = \frac{1 - \frac{r_1}{r_2}}{1 + \frac{r_1}{r_2}} = \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \quad (2.65)$$

Resulta necesario en muchas ocasiones cuantificar la proporción de energía incidente que es capaz de absorber el contorno, es decir, la proporción de energía incidente que es transmitida al segundo fluido. Para ello se define un nuevo parámetro denominado coeficiente de absorción de energía del contorno (α):

$$\alpha = \frac{\text{Energía Transmitida}}{\text{Energía Incidente}} \quad (2.66)$$

Se debe cumplir el principio de conservación de la energía, luego “ α ” puede expresarse también como:

$$\alpha = 1 - \frac{\text{Energía Reflejada}}{\text{Energía Incidente}} \quad (2.67)$$

Como la energía es proporcional a la presión al cuadrado puede escribirse:

$$\alpha = 1 - \frac{p_r^2}{p_i^2} = 1 - \left(\frac{p_r}{p_i} \right)^2 = 1 - C_R^2 \quad (2.68)$$

Sustituyendo (2.65) en (2.67), se obtiene finalmente la expresión del coeficiente de absorción de energía del contorno en función de la admitancia:

$$\alpha = 1 - \left(\frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right)^2 \quad (2.69)$$

Si generalizamos esta expresión para el caso de un sólido poroso, “ β ” será, en general, un número complejo, por lo que habrá que realizar el valor absoluto del cociente para que “ α ” resulte un número real:

$$\alpha = 1 - \left| \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right|^2 \quad (2.70)$$

3.2. Modelo de Delany y Bazley.

Como ya se ha expuesto, los contornos que delimitan el dominio analizado absorben en mayor o menor medida parte de la energía que incide en ellos. Matemáticamente, esta condición puede expresarse en términos de la admitancia “ β ” a través de la ecuación (2.58). Para la obtención de la admitancia se adoptará el modelo de Delany y Bazley [17], ampliamente utilizado por otros autores que estudian el problema. Estos investigadores proponen una relación empírica para determinar la admitancia de un contorno en el caso de materiales porosos, normalmente utilizados para amortiguar el efecto de la perturbación. Dicha relación responde a la expresión:

$$\frac{1}{\beta} = 1 + 9.08 \cdot \left(10^3 \cdot \frac{f}{\sigma}\right)^{-0.75} - i \cdot 11.9 \cdot \left(10^3 \cdot \frac{f}{\sigma}\right)^{-0.73} \quad (2.71)$$

donde “f” representa la frecuencia de excitación en hertzios y “σ” la resistencia del material al flujo de aire (permeabilidad) en unidades del sistema internacional (Nsm⁻⁴). Este último parámetro es una variable que depende de las características del material que constituye el medio absorbente. Dicha relación se entiende para medios de espesor grande y es válida para valores de σ comprendidos entre 10³ y 10⁵ Nsm⁻⁴.

Sin embargo, en muchas aplicaciones, y como recubrimiento de superficies reflejantes, se utilizan materiales absorbentes de espesor relativamente pequeño. En este caso, la admitancia de esos contornos responde a la expresión:

$$\beta_e = \beta \cdot \tanh(\gamma \cdot e) \quad (2.72)$$

siendo “β” la admitancia obtenida de la expresión (2.71), “e” el espesor del recubrimiento en metros y “γ” el número de onda asociado a la propagación en el medio absorbente, que responde a la ecuación:

$$\frac{\gamma}{k} = 10.3 \cdot \left(10^3 \cdot \frac{f}{\sigma}\right)^{-0.59} + i \cdot \left[1 + 10.8 \cdot \left(10^3 \cdot \frac{f}{\sigma}\right)^{-0.70}\right] \quad (2.73)$$

siendo k el número de onda de la propagación en el aire.

Una vez obtenida la admitancia, se puede calcular, en base a la ecuación (2.70), el coeficiente de absorción de energía del contorno (α), que mide la proporción de energía absorbida por el contorno del total de energía incidente:

$$\alpha = 1 - \left| \frac{1 - \beta}{1 + \beta} \right|^2$$

Todas las relaciones planteadas asumen la incidencia normal de una onda plana sobre el contorno, situación que no se presenta normalmente en la realidad. Sin embargo, al ser la energía un parámetro no direccional, puede asumirse, para el estudio de la acústica en exteriores en los que predomina la onda incidente sobre la reflejada, que el coeficiente de absorción de energía del contorno (α) permanece invariable cualesquiera que sea la situación de incidencia sobre dicho contorno.

Una vez conocido el coeficiente de absorción de energía del contorno puede calcularse una nueva admitancia que, a diferencia de la inicial, es un número real y no un número complejo. Esta nueva admitancia es válida para cualquier situación de incidencia y se obtiene despejando “ α ” de la relación (2.69), válida para “ β ” real:

$$\begin{aligned}\sqrt{\alpha-1} &= \frac{1-\beta}{1+\beta} \\ \sqrt{\alpha-1} \cdot (1+\beta) &= 1-\beta \\ \boxed{\beta = \frac{1-\sqrt{1-\alpha}}{1+\sqrt{1-\alpha}}}\end{aligned}\tag{2.74}$$

CAPÍTULO 3. **MÉTODO DE ELEMENTOS DE
CONTORNO. APLICACIÓN EN
ACÚSTICA AMBIENTAL.**

1. RELACIÓN DE RECIPROCIDAD.

El método de Elementos de Contorno se basa en la utilización de una relación de reciprocidad para obtener, en base a ella y a una solución fundamental, una representación integral de la variable en estudio (Cap. I, [4]).

Para la obtención de una relación de reciprocidad se parte de aplicar residuos ponderados a la ecuación de onda:

$$\begin{aligned} \nabla^2 p + k^2 \cdot p + \frac{1}{c^2} \cdot b = 0 \\ \int_{\Omega} \nabla^2 p \cdot p^* \cdot d\Omega + \int_{\Omega} k^2 \cdot p \cdot p^* \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b \cdot p^* \cdot d\Omega = 0 \end{aligned} \quad (3.1)$$

Si tenemos en consideración que la laplaciana de la presión no es más que la divergencia del gradiente de la presión (u):

$$\nabla^2 p = \nabla \cdot (\nabla p) = \nabla \cdot u$$

el primer término de la ecuación (3.1) puede ser reescrito de la siguiente forma:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (u) \cdot p^* \cdot d\Omega \quad (3.2)$$

Partiendo ahora de la expresión del gradiente de un vector por un escalar, el integrando de la expresión (3.2) queda:

$$\nabla \cdot (p^* \cdot u) = \nabla p^* \cdot u + p^* \cdot \nabla \cdot (u) \Rightarrow \nabla \cdot (u) \cdot p^* = \nabla \cdot (p^* \cdot u) - \nabla p^* \cdot u \quad (3.3)$$

Sustituyendo la relación (3.3) en la expresión (3.2) y aplicando el teorema de la divergencia se obtiene:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (u) \cdot p^* \cdot d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla \cdot (p^* \cdot u) - \nabla p^* \cdot u) \cdot d\Omega = \int_{\Gamma} (p^* \cdot u) \cdot n \cdot d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla p^* \cdot u \cdot d\Omega \quad (3.4)$$

donde “n” es el vector unitario normal al contorno Γ .

En el último término de la ecuación (3.4), si se tiene en cuenta que $\nabla p^* = u^*$ y que $u = \nabla p$, se puede aplicar nuevamente la expresión del gradiente de un vector por un escalar:

$$\begin{aligned} \nabla(p \cdot u^*) &= \nabla p \cdot u^* + p \cdot \nabla \cdot u^* \Rightarrow \nabla p \cdot u^* = \nabla(p \cdot u^*) - p \cdot \nabla \cdot u^* \\ \int_{\Omega} \nabla p^* \cdot u \cdot d\Omega &= \int_{\Omega} u^* \cdot \nabla p \cdot d\Omega = \int_{\Omega} (\nabla(p \cdot u^*) - p \cdot \nabla \cdot u^*) \cdot d\Omega \end{aligned} \quad (3.5)$$

A continuación se aplicará nuevamente el teorema de la divergencia a la expresión anterior:

$$\int_{\Omega} \nabla p^* \cdot u \cdot d\Omega = \int_{\Gamma} (p \cdot u^*) \cdot n \cdot d\Gamma - \int_{\Omega} p \cdot \nabla \cdot u^* \cdot d\Omega = \int_{\Gamma} (p \cdot u^*) \cdot n \cdot d\Gamma - \int_{\Omega} p \cdot \nabla^2 p^* \cdot d\Omega \quad (3.6)$$

Sustituyendo ahora la expresión obtenida en (3.6) en (3.4) resulta:

$$\int_{\Omega} \nabla \cdot (u) \cdot p^* \cdot d\Omega = \int_{\Gamma} (p^* \cdot u) \cdot n \cdot d\Gamma - \left(\int_{\Gamma} (p \cdot u^*) \cdot n \cdot d\Gamma - \int_{\Omega} p \cdot \nabla^2 p^* \cdot d\Omega \right) \quad (3.7)$$

Recordando que $u = \nabla p$, $u^* = \nabla p^*$ y que el producto del gradiente de la presión por un vector unitario no es más que la derivada de la presión en la dirección del vector unitario, puede escribirse la siguiente ecuación:

$$\begin{aligned} \int_{\Omega} \nabla \cdot (u) \cdot p^* \cdot d\Omega &= \int_{\Gamma} p^* \cdot (\nabla p \cdot n) \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma} p \cdot (\nabla p^* \cdot n) \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} p \cdot \nabla^2 p^* \cdot d\Omega \\ \int_{\Omega} \nabla \cdot (u) \cdot p^* \cdot d\Omega &= \int_{\Gamma} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} p \cdot \nabla^2 p^* \cdot d\Omega \end{aligned} \quad (3.8)$$

Sustituyendo a continuación (3.8) en la ecuación de residuos ponderados (3.1):

$$\int_{\Gamma} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Omega} p \cdot \nabla^2 p^* \cdot d\Omega + \int_{\Omega} k^2 \cdot p \cdot p^* \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b \cdot p^* \cdot d\Omega = 0 \quad (3.9)$$

Si se impone a la función de ponderación (p^*) la condición de que cumpla la ecuación diferencial, se cumplirá que:

$$\begin{aligned} \nabla^2 p^* + k^2 \cdot p^* + \frac{1}{c^2} \cdot b^* &= 0 \\ \int_{\Omega} \nabla^2 p^* \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Omega} k^2 \cdot p^* \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b^* \cdot p \cdot d\Omega &= 0 \end{aligned} \quad (3.10)$$

Finalmente, sustituyendo (3.10) en (3.9), se obtiene la relación de reciprocidad buscada:

$$\boxed{\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b \cdot p^* \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b^* \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma} \quad (3.11)$$

2. SOLUCIÓN FUNDAMENTAL.

La relación de reciprocidad (3.11), nos relaciona dos soluciones de la ecuación de onda. Sobre esta base, si conocemos una solución en todo el dominio, es posible obtener cualquier otra solución que cumpla la ecuación de onda y unas condiciones de contorno determinadas. A la solución conocida se le denomina **Solución Fundamental**.

En principio, la única condición que debe cumplir la solución fundamental es verificar la ecuación de onda en todo el dominio, aunque, como veremos más adelante, imponiendo alguna otra restricción a dicha solución se pueden obtener ventajas computacionales importantes.

La función más simple que cumple la ecuación de onda en dos dimensiones es la solución correspondiente al caso de una fuente puntual de presión monofrecuencia situada en un dominio infinito. Dicha función responde a la expresión:

$$p^*(k, r) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot K_0(i \cdot k \cdot R) \quad (3.12)$$

donde “k” es el número de onda, “R” es la distancia desde la fuente puntual al receptor y “K₀” es la función modificada de Bessel de segunda especie y orden cero.

La función (3.12) es perfectamente válida como solución fundamental, de hecho es la función idónea cuando se trabaja en acústica de interiores. Sin embargo, en el estudio de la propagación acústica en exteriores, en el que existe un contorno infinito como es el suelo, puede utilizarse una solución fundamental que, además de cumplir la ecuación de onda, cumpla las condiciones de contorno en el suelo. Esta solución, aunque es matemáticamente más compleja, aporta ventajas computacionales significativas que se justificarán en el siguiente epígrafe.

La expresión matemática de la solución fundamental mencionada se basa en la ecuación de propagación en campo lejano (grandes argumentos) debida a una fuente puntual

propuesta por Kawai et al. [19] y que, tras algunas operaciones matemáticas, puede expresarse como sigue:

$$p^*(k, r) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [K_0(i \cdot k \cdot R) + K_0(i \cdot k \cdot R') + \Phi] \quad (3.13)$$

donde “ K_0 ” es la función modificada de Bessel de segunda especie y orden cero, siendo R y R' las distancias desde la fuente e imagen al receptor (punto de observación) respectivamente.

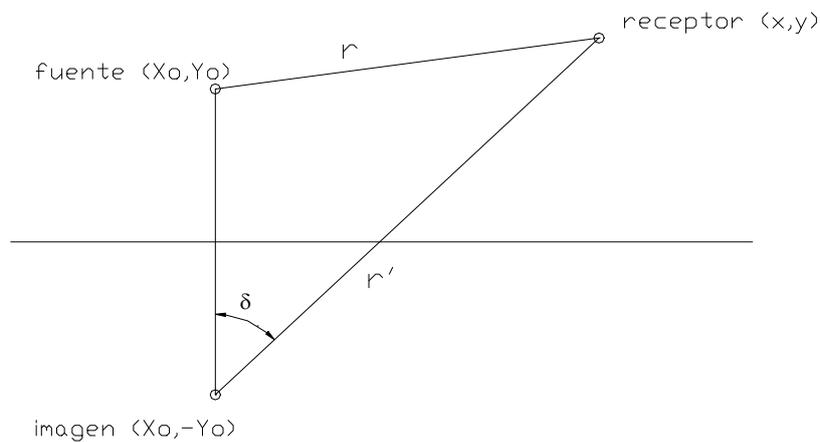


Figura 3.1

La interpretación de la expresión anterior resulta sencilla si se piensa la fórmula (3.13) como una generalización del método de las imágenes (ver [4]). El primer y segundo término son los clásicos del método de las imágenes, en el que el primero representa la componente directa de la propagación desde el emisor, mientras que el segundo representa la componente reflejada por el semiespacio en el caso que éste sea completamente reflejante. El tercer término es un término adicional que se introduce para poder contemplar los casos en que el suelo tiene una determinada capacidad absorbente, y responde a la expresión:

$$\Phi = \pi \cdot \sqrt{\frac{a}{2}} \cdot \omega \cdot (i \cdot \sqrt{i \cdot k \cdot R' \cdot a}) \cdot (V(\gamma) - 1) \cdot e^{-i \cdot k \cdot r'} \quad (3.14)$$

siendo:

$$\begin{aligned} a &= 1 + \gamma \cdot \beta_s - \sqrt{(1 - \beta_s^2) \cdot (1 - \gamma^2)} \quad ; \quad \gamma = \cos \delta = \frac{y + y_0}{R'} \\ V(\gamma) &= \frac{\gamma - \beta_s}{\gamma + \beta_s} \\ \omega(i \cdot \sqrt{i \cdot k \cdot R' \cdot a}) &= e^{i \cdot k \cdot R' \cdot a} \cdot \operatorname{erfc}(\sqrt{i \cdot k \cdot R' \cdot a}) \end{aligned} \quad (3.15)$$

donde “ β_s ” es la admitancia del semiespacio y “ δ ” es el ángulo indicado en la figura. La función $V(\gamma)$ representa el coeficiente de reflexión para ondas planas sobre el contorno en estudio.

La ecuación propuesta para la solución fundamental es muy similar a la aproximación asintótica propuesta por Chandler-Wilde y Hothersall [21], válida para valores de $k \cdot R' \gg 1$. En términos similares se expresa Bies y Hansen [22] en la determinación de coeficientes de atenuación debidos a la absorción del terreno para la propagación en campo abierto.

3. REPRESENTACIÓN INTEGRAL.

Una vez conocida la relación de reciprocidad del problema y una solución fundamental estamos en disposición de abordar la obtención de una representación integral de la presión acústica.

3.1. Puntos internos al dominio en estudio.

Partamos de la expresión de la relación de reciprocidad:

$$\int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b \cdot p^* \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = \int_{\Omega} \frac{1}{c^2} \cdot b^* \cdot p \cdot d\Omega + \int_{\Gamma} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma$$

A continuación supondremos que existe una fuente puntual de presión dentro del dominio (en r_0). Por otro lado, se aplicará la fuente de ruido del “problema fundamental” en el punto, interior al dominio (r_i), en el que queremos calcular la presión acústica:

$$\begin{aligned} \frac{b}{c^2} &= \delta(r - r_0) \\ \frac{b^*}{c^2} &= \delta(r - r_i) \end{aligned} \quad (3.16)$$

Sustituyendo (3.16) en la relación de reciprocidad y teniendo en cuenta las propiedades de la función delta de Dirac:

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.17)$$

Las integrales de la ecuación anterior están extendidas a lo largo de todos los contornos del problema, incluido el semiespacio. Sin embargo, cada una de esas integrales pueden subdividirse en dos, una que esté extendida únicamente al semiespacio (Γ_1), donde la

solución fundamental cumple las condiciones de contorno, y otra extendida al resto de contornos del problema en estudio (Γ_2):

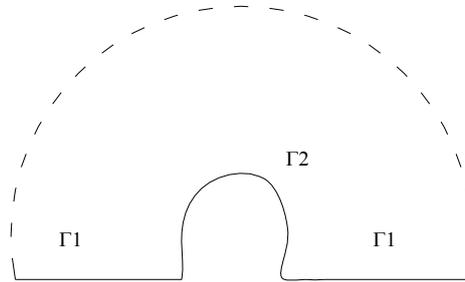


Figura 3.2

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma_1} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma_1} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.18)$$

En Γ_1 se cumplen las condiciones de contorno para la solución fundamental y, evidentemente, también se deberán cumplir para la solución del problema en estudio. Ello implica que se verifican las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial n} &= -i \cdot k \cdot \beta \cdot p \\ \frac{\partial p^*}{\partial n} &= -i \cdot k \cdot \beta \cdot p^* \end{aligned} \quad (3.19)$$

donde “k” es el número de onda y “β” la admitancia del contorno.

Sustituyendo las relaciones (3.19) en (3.18) se obtiene:

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma_1} p^* \cdot (-i \cdot k \cdot \beta \cdot p) \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma_1} p \cdot (-i \cdot k \cdot \beta \cdot p^*) \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.20)$$

Simplificando y reordenando la ecuación anterior se obtiene finalmente:

$$p(r_i) = p^*(r_0) + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.21)$$

Esta expresión permite calcular la presión acústica en cualquier punto del dominio (interno) una vez conocidos los valores de presión y de flujo de presión en todo el contorno del dominio. En realidad, como las integrales sólo están extendidas al contorno Γ_2 , no es necesario conocer los valores de presión y de flujo de presión en el semiespacio, sino únicamente en el resto de contornos. Esta circunstancia es la que hace especialmente útil a la solución fundamental utilizada, ya que al cumplir las condiciones de contorno sobre el semiespacio, deja de ser necesario la discretización del semiespacio para la obtención de la presión acústica en cualquier punto del dominio.

3.2. Puntos pertenecientes al contorno.

Cuando se pretende calcular la presión acústica en un punto del contorno del dominio en estudio, aún siendo el proceso hasta la obtención de la ecuación (3.21) análogo al caso anterior, las integrales de esta ecuación presentan una serie de particularidades que hace necesario su estudio como un caso aparte.

Partamos de la ecuación (3.21):

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma$$

En esta ecuación las integrales están extendidas al contorno, sin embargo el punto donde se quiere conocer la presión, y por tanto donde se debe colocar la fuente de presión puntual del problema fundamental, está situado en el mismo contorno, lo que nos lleva a una situación singular. Esta singularidad se produce porque la solución fundamental tiende a infinito al tender la distancia desde la fuente al punto de cálculo a cero. Para salvar esta singularidad se plantea la siguiente ecuación:

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma_2 - \Gamma_e} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_e} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma_2 - \Gamma_e} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma + \int_{\Gamma_e} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.22)$$

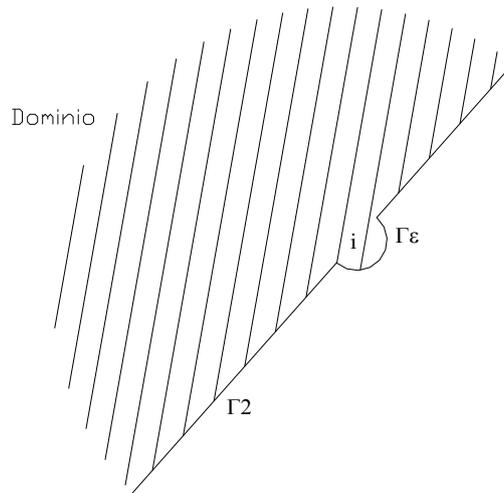


Figura 3.3

Esta última ecuación es equivalente a (3.21) cuando $\epsilon \rightarrow 0 \Rightarrow \Gamma_2 - \Gamma_\epsilon \rightarrow \Gamma_2$.

A continuación se desarrollará la integral que constituye el tercer término del primer miembro de la ecuación anterior:

$$\lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\epsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\Gamma = \lim_{\epsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot (\epsilon \cdot d\theta) \tag{3.23}$$

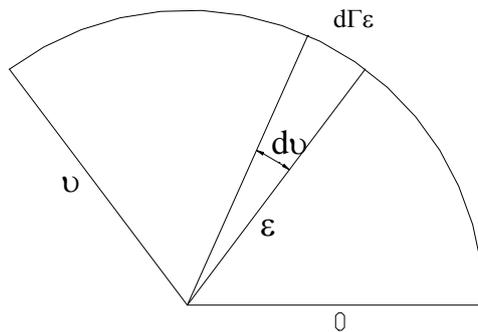


Figura 3.4

donde recordemos que:

$$p^*(k, r) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [K_0(i \cdot k \cdot R) + K_0(i \cdot k \cdot R') + \Phi]$$

Sustituyendo:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^\theta \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot K_0\left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c}\right) \cdot \varepsilon \cdot d\theta + \int_0^\theta \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot K_0\left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c}\right) \cdot \varepsilon \cdot d\theta \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\varepsilon \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \Phi \cdot \varepsilon \cdot d\theta \right) \end{aligned} \quad (3.24)$$

En esta última expresión como $K_0\left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c}\right)$ y Φ toman valores finitos a lo largo de Γ_ε

sus respectivas integrales se anulan, resultando:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot K_0\left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c}\right) \cdot \varepsilon \cdot d\theta \quad (3.25)$$

La función modificada de Bessel de segunda especie y orden cero (K_0) tiende al logaritmo neperiano cuando el argumento tiende a cero, luego se puede poner:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \ln\left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c}\right) \cdot \varepsilon \cdot d\theta \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \int_0^\theta \left[\ln\left(\frac{i \cdot \omega}{c}\right) + \ln(\varepsilon) \right] \cdot \varepsilon \cdot d\theta \right) \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\ln\left(\frac{i \cdot \omega}{c}\right) \cdot \int_0^\theta \varepsilon \cdot d\theta + \int_0^\theta \ln(\varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot d\theta \right) \right) \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p}{\partial n} \cdot p^* \cdot d\varepsilon &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\frac{\partial p}{\partial n} \cdot \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(\ln\left(\frac{i \cdot \omega}{c}\right) \cdot \varepsilon \cdot \theta + \ln(\varepsilon) \cdot \varepsilon \cdot \theta \right) \right) = 0 \end{aligned} \quad (3.26)$$

Seguidamente se procederá al desarrollo de la integral que constituye el tercer término del segundo miembro de la ecuación (3.22) (Cap. II, [4]):

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) \quad (3.27)$$

El primer paso será desarrollar la derivada de la solución fundamental:

$$\frac{\partial p^*}{\partial n} = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \left(-\frac{i \cdot \omega}{c} \right) \cdot \left[K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_f}{\partial n} + K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_i}{\partial n} \right] + \frac{\partial \Phi}{\partial n} \quad (3.28)$$

donde se ha tenido en cuenta que:

$$\frac{dK_0(z)}{dz} = -K_1(z) \quad (3.29)$$

Sustituyendo (3.28) en (3.27) resulta:

$$\begin{aligned} \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \left(\frac{-i \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot \left(K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_f}{\partial n} + K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_i}{\partial n} + \frac{\partial \Phi}{\partial n} \right) \right) \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) \\ \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \left(\int_0^\theta \frac{-i \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_f}{\partial n} \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) + \right. \\ &\quad \left. + \int_0^\theta \frac{-i \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_i}{\partial n} \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) + \int_0^\theta \frac{\partial \Phi}{\partial n} \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) \right) \end{aligned} \quad (3.30)$$

En la expresión anterior la segunda integral es nula, ya que $K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_i}{c} \right)$ y $\frac{\partial r_i}{\partial n}$, que dependen únicamente de r_i , toman valores finitos en el dominio de integración, por lo que, al estar todo multiplicado por ε que tiende a cero, la integral se anula. Lo mismo ocurre con la tercera integral, ya que Φ únicamente depende de r_i , que no se anula en el dominio de integración, por lo que su derivada respecto de la normal toma valores finitos, anulándose pues la integral al estar multiplicada por ε que tiende a cero.

Por todo lo expuesto la ecuación (3.30) queda:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{-i \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot K_1 \left(\frac{i \cdot \omega \cdot r_f}{c} \right) \cdot \frac{\partial r_f}{\partial n} \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) \quad (3.31)$$

El vector “ r_f ” igual a “ ε ” tiene la misma dirección y sentido que “ n ”, por lo tanto:

$$\frac{\partial r_f}{\partial n} = 1 \quad (3.32)$$

Teniendo además en cuenta que:

$$\lim_{z \rightarrow 0} K_1(z) = \frac{1}{z} \quad (3.33)$$

la expresión (3.31) puede escribirse como:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{-i \cdot \omega}{2 \cdot \pi \cdot c} \cdot \left(\frac{c}{i \cdot \omega \cdot \varepsilon} \right) \cdot 1 \cdot p \cdot (\varepsilon \cdot d\theta) \quad (3.34)$$

Simplificando la expresión anterior y resolviendo la integral resulta:

$$\lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{\Gamma_\varepsilon} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot p \cdot d\Gamma = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_0^\theta \frac{-1}{2 \cdot \pi} \cdot p \cdot d\theta = -\frac{p_i}{2 \cdot \pi} \cdot \Delta\theta \quad (3.35)$$

donde “ p_i ” es la presión acústica en el punto de aplicación de la fuente puntual del problema fundamental, e $\Delta\theta$ es el ángulo exterior al dominio formado por el contorno en dicho punto. Si el contorno es suave, es decir, no tiene un punto anguloso en dicho punto, entonces $\Delta\theta = \pi$.

Sustituyendo ahora los valores de las integrales (3.26) y (3.35) en la ecuación (3.22) se obtiene:

$$p^*(r_0) + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma = p(r_i) + \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma - \frac{p(r_i)}{2 \cdot \pi} \cdot \Delta\theta \quad (3.36)$$

Reordenando esta expresión resulta finalmente la representación integral de la presión acústica para un punto del contorno:

$$c_i \cdot p(r_i) = p^*(r_0) + \int_{\Gamma_2} p^* \cdot \frac{\partial p}{\partial n} \cdot d\Gamma - \int_{\Gamma_2} p \cdot \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot d\Gamma \quad (3.37)$$

donde $c_i = \frac{\Delta\theta'}{2 \cdot \pi}$ siendo $\Delta\theta'$ el ángulo interno al dominio en r_i . Esta expresión es

idéntica a la adoptada por Sez nec [11], Chandler-Wilde [18] o Hothersall et al. [12].

4. DISCRETIZACIÓN Y FORMULACIÓN MATRICIAL.

Las ecuaciones integrales vistas hasta este punto son, salvo en casos muy simples, irresolubles analíticamente, por lo que su resolución debe abordarse mediante métodos numéricos.

Para proceder a dicha resolución es necesario discretizar los contornos del dominio (salvo el semiespacio por las razones expuestas en el epígrafe anterior), es decir, dividir cada contorno en una serie de elementos en los que supondremos conocida la ley de variación de la incógnita fundamental, la presión acústica. Normalmente se asume una ley de variación polinomial, por lo que dentro de cada elemento se puede calcular la presión en cualquier punto como una interpolación de una serie de valores nodales.

Debido a que estamos estudiando un problema de propagación de ondas armónicas, se ha elegido un elemento parabólico para su estudio, es decir, aquel en que la presión varía según un polinomio de segundo grado dentro del elemento. Con la utilización de este tipo de elemento se pretende minimizar el número de elementos necesarios para representar adecuadamente la variación real de la presión acústica sobre los contornos.

El valor de la presión acústica dentro de cada elemento quedará pues determinado si se conoce el valor de dicha presión en tres puntos del elemento, denominados nodos.

Para que el estudio sea más sistemático, se tomará un sistema de referencia normalizado asociado al elemento. En este sistema de referencia el elemento tendrá una longitud de 2, variando la coordenada longitudinal desde -1 hasta 1 .

La presión acústica dentro del elemento se puede escribir entonces en función de la presión acústica en los nodos del elemento y tres funciones de forma:

$$p^j(\xi) = \phi_1 \cdot p_1^j + \phi_2 \cdot p_2^j + \phi_3 \cdot p_3^j \quad (3.38)$$

siendo:

$$\begin{aligned}
\phi_1 &= \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi - 1) \\
\phi_2 &= 1 - \xi^2 \\
\phi_3 &= \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi + 1)
\end{aligned}
\tag{3.39}$$

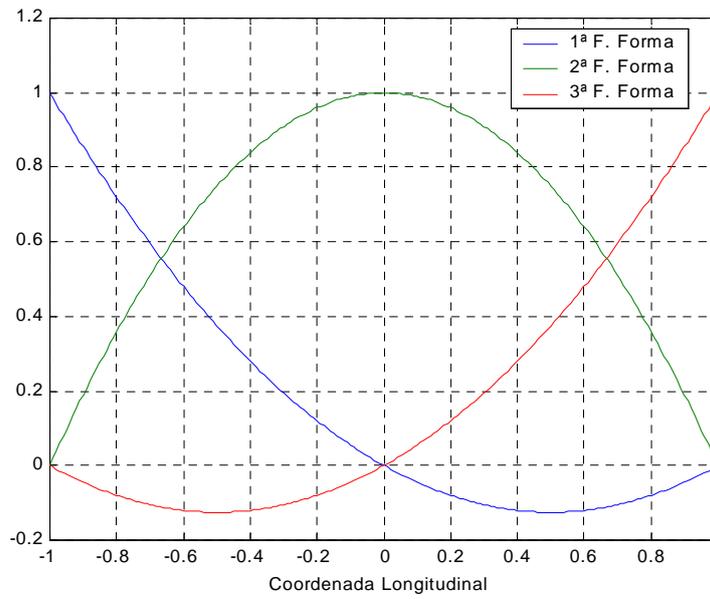


Figura 3.5

Cabe resaltar que estas funciones de forma valen uno en uno de los nodos del elemento y se anulan en el resto. Es decir, la primera función de forma vale uno en el primer nodo del elemento y se anula en los otros dos, la segunda vale uno en el segundo nodo y se anula en el primero y en el tercero, y por último la tercera vale uno en el tercer nodo y se anula en los dos primeros.

Si introducimos esta caracterización de la variable en la ecuación de representación integral de la presión en el contorno (3.37) puede escribirse la siguiente relación:

$$\begin{aligned}
c_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^{NE} \int_{\Gamma_j} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot (\phi_1 \cdot p_i^j + \phi_2 \cdot p_2^j + \phi_3 \cdot p_3^j) \cdot d\Gamma_j &= p_o^* + \\
\sum_{j=1}^{NE} \int_{\Gamma_j} p^* \cdot [-i \cdot k \cdot \beta_j \cdot (\phi_1 \cdot p_i^j + \phi_2 \cdot p_2^j + \phi_3 \cdot p_3^j)] \cdot d\Gamma_j &
\end{aligned}
\tag{3.40}$$

en la que se ha utilizado la condición de contorno: $\frac{dp}{dn} = -i \cdot k \cdot \beta \cdot p$, donde “NE” es el número de elementos y “i” es un subíndice que nos indica en que nodo estamos aplicando la fuente puntual de presión del problema fundamental.

Llamando ahora:

$$\begin{aligned} h_k^{ij} &= \int_{\Gamma_j} \frac{\partial p^*}{\partial n} \cdot \phi_k \cdot d\Gamma_j \\ g_k^{ij} &= \int_{\Gamma_j} p^* \cdot \phi_k \cdot d\Gamma_j \end{aligned} \quad (3.41)$$

la ecuación (3.40) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$c_i \cdot p_i + \sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 h_k^{ij} \cdot p_k^j = p_o^* - i \cdot k \cdot \sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 \beta^j \cdot g_k^{ij} \cdot p_k^j \quad (3.42)$$

Con la intención de conseguir una notación más homogénea, que facilite el tratamiento matricial de las ecuaciones, pueden ser definidos unos nuevos coeficientes:

$$\begin{aligned} h_k^{ij} &= h_k^{ij} & \text{si } i \neq (j-1) \cdot 3 + k \\ h_k^{ij} &= h_k^{ij} + c_i & \text{si } i = (j-1) \cdot 3 + k \end{aligned} \quad (3.43)$$

Introduciendo los nuevos coeficientes en la ecuación (3.42) se obtiene la siguiente ecuación:

$$\sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 h_k^{ij} \cdot p_k^j = p_o^* - i \cdot k \cdot \sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 \beta^j \cdot g_k^{ij} \cdot p_k^j \quad (3.44)$$

reordenando:

$$\sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 (h_k^{ij} \cdot p_k^j + i \cdot k \cdot \beta^j \cdot g_k^{ij} \cdot p_k^j) = p_o^* \quad (3.45)$$

Si se aplica sucesivamente en cada nodo “i” del contorno la carga puntual de presión se obtiene un sistema de ecuaciones con tantas ecuaciones como incógnitas. Este sistema, utilizando la notación matricial, queda:

$$\boxed{([H] + i \cdot k \cdot [G] \cdot [\beta]) \cdot (p) = (p_o^*)} \quad (3.46)$$

donde $[\beta]$ es una matriz diagonal que tiene las admitancias de cada nodo. Cada elemento tiene una única admitancia, luego los tres nodos que componen un elemento tendrán el mismo valor de admitancia en la matriz $[\beta]$.

El sistema de ecuaciones (3.46) es un sistema algebraico y lineal fácilmente resoluble por eliminación Gaussiana o cualquier otro método. Una vez resuelto, tendríamos el valor de la presión acústica en todos los nodos del contorno.

Para calcular el valor de la presión acústica en puntos internos al dominio, hay que aplicar la misma discretización a la ecuación integral de la presión acústica en puntos internos:

$$\boxed{p_i = p_o^* + \sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 h_k^{ij} \cdot p_k^j + \sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 i \cdot k \cdot \beta^j \cdot g_k^{ij} \cdot p_k^j} \quad (3.47)$$

En esta última ecuación los coeficientes tiene la misma interpretación que en la ecuación (3.45), estando la fuente puntual del problema fundamental aplicada en el punto interior al dominio donde se quiere calcular la presión acústica.

Toda la formulación se ha desarrollado para unas determinadas condiciones de contorno, aquellas en que se conoce la relación entre la presión y el flujo en el contorno, es decir, los contornos son parcialmente absorbentes. Sin embargo, el planteamiento del sistema de ecuaciones cuando en algún contorno la presión o el flujo son conocidos, no añade dificultad alguna. Lo único que habría que hacer es evaluar los términos

conocidos en cada ecuación y pasarlos al segundo miembro sumándoselos a los términos independientes “ p_o^* ”.

4.1. Problemas con simetría.

Existen muchas situaciones en la que es necesario resolver un problema que presenta simetría respecto a un eje vertical. En este tipo de problemas se cumple que la presión acústica en puntos simétricos es idéntica, siendo además el flujo de presión simétrico, es decir, la componente vertical es idéntica, mientras que la componente horizontal es de igual valor pero de signo contrario. Debido a las características mencionadas, en este tipo de problemas sólo es necesario conocer la presión acústica y su flujo a un lado del eje de simetría.

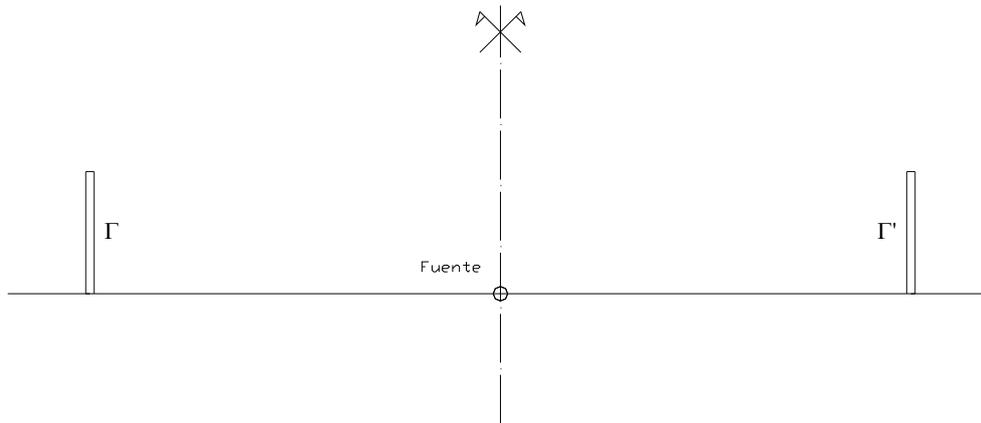


Figura 3.6

Si introducimos la simetría como un input más del modelo, la dimensión del sistema de ecuaciones a resolver puede verse reducida a una cuarta parte de la dimensión del problema en caso de no considerarla. Es evidente pues el interés en realizar un algoritmo que permita su consideración.

El algoritmo que permite considerar la simetría resulta bastante sencillo. Simplemente tenemos que plantear el problema como si únicamente existieran los contornos situados a un lado del eje de simetría, y al realizar las integraciones tener en cuenta que el factor

que acompaña a cada una de las variables (presiones nodales o flujos nodales) de cada ecuación, no sólo procede de realizar las integraciones sobre los contornos que están a un lado del eje de simetría, sino que ahora cada factor será la suma de las integrales sobre los dos elementos situados simétricamente. La ecuación i -ésima del sistema de ecuaciones a resolver puede escribirse como sigue:

$$\sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 (h_k^{ij} + i \cdot k \cdot \beta^j \cdot g_k^{ij}) \cdot p_k^j + \sum_{j=1}^{NE'} \sum_{k=1}^3 (h_k^{ij'} + i \cdot k \cdot \beta^{j'} \cdot g_k^{ij'}) \cdot p_k^{j'} = p_o^* \quad (3.48)$$

donde NE es el número de elementos situados a la derecha del eje de simetría y NE' el número de elementos situados a la izquierda del eje de simetría. Lógicamente, al tratarse de un problema simétrico, se deberá cumplir que $NE = NE'$.

Como ya se ha mencionado anteriormente, las presiones acústicas coinciden en puntos simétricos, luego se verifica que:

$$p_k^j = p_k^{j'} \quad (3.49)$$

La ecuación (3.48) puede entonces ser reescrita como sigue:

$$\sum_{j=1}^{NE} \sum_{k=1}^3 (h_k^{ij} + i \cdot k \cdot \beta^j \cdot g_k^{ij} + h_k^{ij'} + i \cdot k \cdot \beta^{j'} \cdot g_k^{ij'}) \cdot p_k^j = p_o^* \quad (3.50)$$

Vemos pues que el número de incógnitas de la ecuación se ha reducido a la mitad. Ello implica además que sólo son necesarias la mitad de ecuaciones para formar un sistema resoluble y determinado, es decir, únicamente tendremos que aplicar la fuente puntual de presión del problema fundamental en los nodos situados a un lado del eje de simetría.

La matriz de coeficientes del sistema de ecuaciones a resolver tendrá pues la mitad de filas y la mitad de columnas, por lo que la dimensión total de la matriz se ve reducida a una cuarta parte.

4.2. Formulación matricial de problemas con subregiones.

En muchos problemas es necesario dividir el dominio total en estudio en diversas regiones, de tal manera que cada subregión es tratada independientemente. Con esta técnica se pueden analizar problemas en que existen varios fluidos con propiedades acústicas distintas, se pueden utilizar soluciones fundamentales distintas en cada subregión, etc.

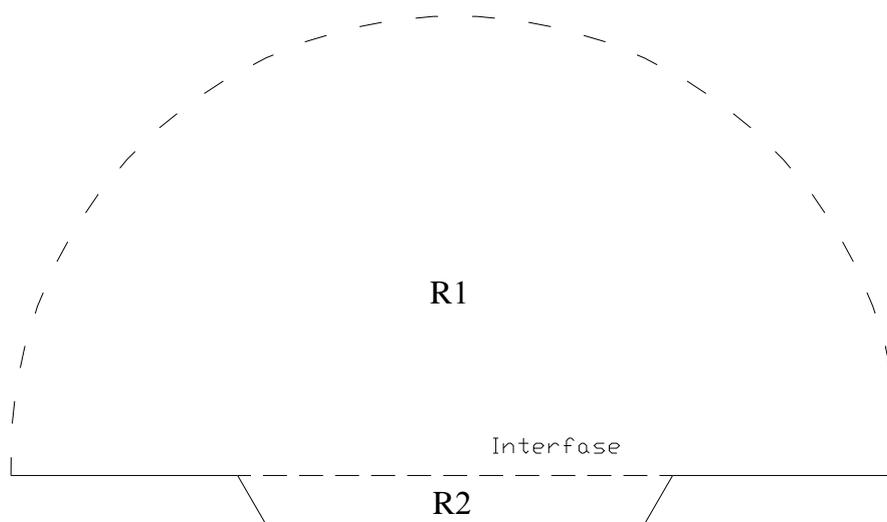


Figura 3.7

Cuando nos encontramos ante un problema que requiere la utilización de subregiones para su resolución, pueden identificarse dos tipos distintos de contornos. Por un lado están los contornos que pertenecen a una única región. Este tipo de contornos sólo intervienen en el planteamiento de las ecuaciones de la región a la que pertenecen, no interviniendo en las ecuaciones del resto de regiones. Por otro lado están las llamadas interfases, estas son contornos que separan una región de otra, e intervienen en el planteamiento de las ecuaciones de las dos regiones que separa.

En los contornos exteriores, es decir, aquellos que no son interfases, sólo existe una incógnita por nodo, que puede ser, o bien la presión acústica, o bien el flujo de presión. Sin embargo, en las interfases, al no ser contornos reales sino ser realmente puntos internos al dominio, existen dos incógnitas por nodo, la presión y el flujo. Por ello, no es posible resolver una sola subregión de forma independiente a las demás, siendo

necesario, una vez planteadas por separado las ecuaciones correspondientes a cada subregión, montarlas todas en única matriz.

En los nodos de la interfase, aún habiendo dos incógnitas, también existen dos ecuaciones por nodo, ya que existe una ecuación distinta por cada subregión que separa la interfase, siendo las incógnitas las mismas. Es decir, la presión acústica es única independientemente de la subregión desde la que se esté mirando (ecuación de equilibrio). Con el flujo, sin embargo, hay que tener cierto cuidado, ya que en las ecuaciones siempre se toma como incógnita el flujo saliente de la región en estudio. Por ello el flujo visto desde una región es el mismo en valor absoluto pero cambiado de signo si lo observamos desde la otra región que separa la interfase (en virtud de la continuidad del flujo). Aún así, como ambos flujos están relacionados, el sistema de ecuaciones es resoluble.

- Vía deprimida.

Cuando queremos resolver problemas en que la vía se encuentra deprimida (ver figura 3.7), es decir, la carretera se encuentra a una cota inferior a la del terreno, la solución fundamental (13) utilizada en el modelo no es válida. Esta solución fundamental es una generalización del método de las imágenes, por lo que sólo es válida a un lado del plano espejo, no siendo utilizable si el dominio corta al plano espejo, como ocurre en el problema de la vía deprimida.

Para la resolución de este tipo de problemas, sin recurrir a la discretización completa del suelo, se apela a la división del dominio en dos subregiones. Con esta división conseguimos dos subdominios, cada uno de ellos con una solución fundamental distinta dentro de él.

Llamaremos subdominio 1 (R_1) a la región del espacio situada por encima del terreno y subdominio 2 (R_2) a la zona situada entre la cota inferior de la carretera y el nivel del suelo (ver figura 3.7). En el subdominio 1 puede ser utilizada la solución fundamental vista, en la que se considera como plano espejo el nivel del suelo. Ello es posible gracias a que este subdominio no corta el nivel del suelo. Con ello conseguimos hacer

innecesaria la discretización del suelo, obteniendo las increíbles ventajas computacionales que ello conlleva.

En el subdominio 2 puede también ser utilizada una solución fundamental análoga a la el subdominio 1, pero en la que se considera como plano espejo la cota inferior de la carretera. Con ello conseguimos además evitar la discretización de la carretera.

Lo único que quedaría sería acoplar las ecuaciones de las dos subregiones en una única matriz para poder resolver el problema. A la hora de realizar el montaje en la matriz es necesario aplicar las ecuaciones de equilibrio de presiones y continuidad del flujo en la interfase:

$$\begin{aligned} P_{R1} &= P_{R2} \\ q_{R1} &= -q_{R2} \end{aligned} \quad (3.51)$$

La forma de montar las ecuaciones de las dos subregiones en la matriz se muestra en la siguiente figura:

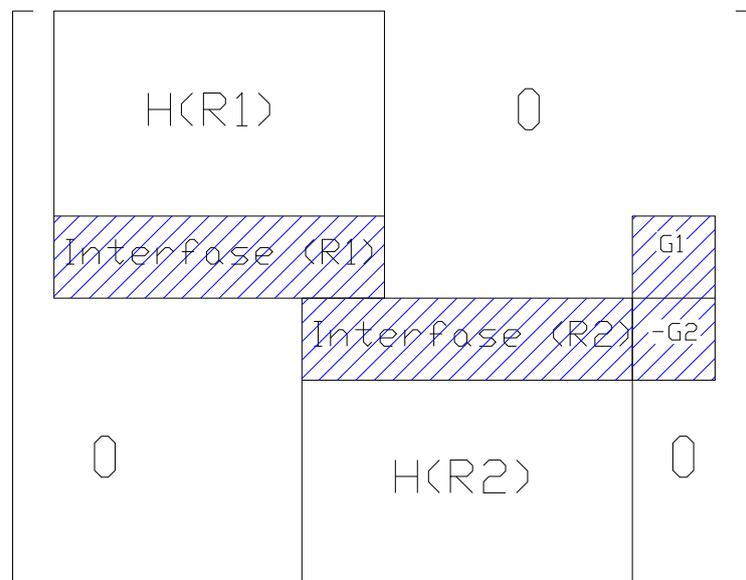


Figura 3.8

En el mapa de la matriz final mostrado podemos distinguir varias zonas:

- $H(R1)$: es la matriz que resulta de plantear las ecuaciones del subdominio 1.
- $H(R2)$: es la matriz que resulta de plantear las ecuaciones del subdominio 2.
- Interfase (R1): esta zona, que está incluida dentro de $H(R1)$, la constituyen aquellas ecuaciones que surgen de aplicar la fuente puntual de presión en los nodos de la interfase considerando como dominio la región 1.
- Interfase (R2): esta zona, que está incluida dentro de $H(R2)$, la constituyen aquellas ecuaciones que surgen de aplicar la fuente puntual de presión en los nodos de la interfase considerando como dominio la región 2.
- $G1$: como en la interfase tanto la presión como el flujo son desconocidos, hay que incluir en el sistema, además de la presión, el flujo de los nodos de la interfase como incógnitas. $G1$ representa la submatriz de los factores que acompañan a los flujos nodales en la interfase, al plantear las ecuaciones de dicha interfase considerando como dominio la región 1.
- $G2$: representa la submatriz de los factores que acompañan a los flujos nodales en la interfase, al plantear las ecuaciones de dicha interfase considerando como dominio la región 2.

Como ya se dijo, en las ecuaciones correspondientes a una región no intervienen los contornos de la otra región, ya que son tratadas como problemas completamente independientes a la hora de plantear las ecuaciones. Debido a esta razón las esquinas superior derecha y la inferior izquierda de la matriz están compuestas por ceros.

La condición de que la presión en los nodos de la interfase es idéntica para ambas regiones, se introduce implícitamente al situar las columnas de $H(R1)$ que corresponden a los nodos de la interfase y las columnas de $H(R2)$ que corresponden a los nodos de la interfase superpuestas verticalmente. Con el flujo ocurrirá lo mismo, con la salvedad de que el flujo visto desde una región es igual en valor absoluto pero de signo contrario si lo vemos desde la otra. Por ello, no sólo habrá que situar $G1$ y $G2$ superpuestas verticalmente, sino que habrá que cambiar de signo a los elementos de $G2$.

5. MÉTODO DE INTEGRACIÓN EMPLEADO.

En este apartado se intentará explicar el método seguido para la evaluación de cada una de las integrales que aparecen en el sistema de ecuaciones.

5.1. Integración cuando el punto de colocación de la carga puntual se encuentra fuera del elemento a integrar.

$$\bullet \quad g_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j \quad (3.52)$$

El primero paso será el realizar un cambio de variable para pasar al sistema de coordenadas normalizado visto cuando se definieron las funciones de forma.

$$g_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j = \int_{-1}^1 p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot J \cdot d\xi \quad (3.53)$$

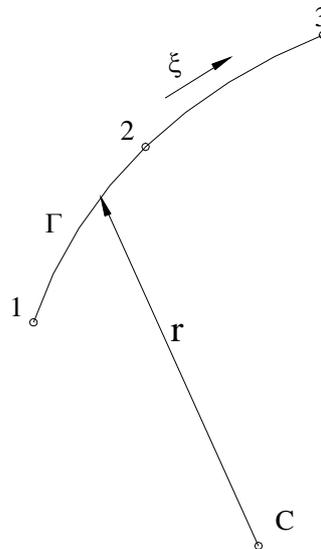


Figura 3.9

Para poder realizar la integración es necesario aproximar la geometría del elemento. Dicha aproximación se realizará, al igual que la de la presión, mediante funciones polinómicas de segundo grado:

$$\begin{aligned}
 x &= x_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi - 1) + x_2 \cdot (1 - \xi^2) + x_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi + 1) \\
 y &= y_1 \cdot \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi - 1) + y_2 \cdot (1 - \xi^2) + y_3 \cdot \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi + 1)
 \end{aligned}
 \tag{3.54}$$

donde “ x_i ” y “ y_i ” son las coordenadas del nodo “ i ” del elemento.

Una vez aproximada la geometría del elemento, puede calcularse la distancia desde el punto de colocación de la fuente puntual (x_c, y_c) a cualquier punto dentro del elemento “ r ”:

$$r = \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} \tag{3.55}$$

A continuación se calculará el jacobiano de la transformación:

$$\begin{aligned}
 J &= \frac{d\Gamma}{d\xi} \\
 d\Gamma &= \sqrt{dx^2 + dy^2} = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} \cdot d\xi
 \end{aligned}
 \tag{3.56}$$

con lo que resulta:

$$J = \sqrt{\left(\frac{dx}{d\xi}\right)^2 + \left(\frac{dy}{d\xi}\right)^2} \tag{3.57}$$

Es pues necesario para el cálculo del jacobiano realizar la derivación de “ x ” e “ y ” respecto de “ ξ ”:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial x}{\partial \xi} &= x_1 \cdot \frac{(2 \cdot \xi - 1)}{2} - x_2 \cdot (2 \cdot \xi) + x_3 \cdot \frac{(2 \cdot \xi + 1)}{2} = (x_3 - 2 \cdot x_2 + x_1) \cdot \xi + \frac{x_3 - x_1}{2} \\
 \frac{\partial y}{\partial \xi} &= y_1 \cdot \frac{(2 \cdot \xi - 1)}{2} - y_2 \cdot (2 \cdot \xi) + y_3 \cdot \frac{(2 \cdot \xi + 1)}{2} = (y_3 - 2 \cdot y_2 + y_1) \cdot \xi + \frac{y_3 - y_1}{2}
 \end{aligned}
 \tag{3.58}$$

Una vez introducidas las expresiones (3.58) en (3.57) obtenemos la expresión del jacobiano en función de “ ξ ”, la variable de integración. Como además “ p^* ” es una función conocida que depende de “ r ”, siendo ésta a su vez una función conocida respecto de “ ξ ”, ya puede evaluarse la integral al estar todos los factores puestos en función de la variable de integración.

$$\bullet \quad h_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial p^*(r)}{\partial n} \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j \quad (3.59)$$

Al igual que con la integral anterior, para realizar la integración habrá que proceder a realizar un cambio de variable que nos lleve al sistema de referencia normalizado del elemento:

$$h_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} \frac{\partial p^*(r)}{\partial n} \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j = \int_{-1}^1 \frac{\partial p^*}{\partial r} \cdot \frac{\partial r}{\partial n} \cdot \phi_k(\xi) \cdot J \cdot d\xi \quad (3.60)$$

El jacobiano será el mismo que para el caso anterior ((3.57) y (3.58)), ya que el cambio de variable realizado es el mismo en ambas integrales. Asimismo, la expresión de “ r ” en función de “ ξ ” (3.55) sigue también siendo válida.

La presión acústica fundamental (p^*) es una función cuya expresión analítica es conocida, por lo que también lo es su derivada respecto de “ r ”. Por lo tanto el único factor desconocido es pues $\frac{\partial r}{\partial n}$, procedamos a su determinación:

$$\frac{\partial r}{\partial n} = \left(\frac{\partial r}{\partial x}, \frac{\partial r}{\partial y} \right) \cdot (n_x, n_y) = \frac{\partial r}{\partial x} \cdot n_x + \frac{\partial r}{\partial y} \cdot n_y \quad (3.61)$$

donde “ n_x ” y “ n_y ” son las componentes del vector normal al contorno en el punto.

Las derivadas de “r” respecto de “x” y de “y” pueden expresarse de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}\frac{\partial r}{\partial x} &= \left((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right)^{-1/2} \cdot (x - x_c) \\ \frac{\partial r}{\partial y} &= \left((x - x_c)^2 + (y - y_c)^2 \right)^{-1/2} \cdot (y - y_c)\end{aligned}\quad (3.62)$$

A continuación habrá que obtener la expresión del “ \vec{n} ” en función de la variable de integración “ ξ ”. Para ello es necesario primero la determinación del vector tangente al contorno en el punto (\vec{T}):

$$\begin{aligned}\vec{T} &= \frac{dx \cdot \vec{i} + dy \cdot \vec{j}}{\sqrt{dx^2 + dy^2}} = \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot d\xi \cdot \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot d\xi \cdot \vec{j}}{J \cdot d\xi} \\ \vec{T} &= \frac{\frac{\partial x}{\partial \xi} \cdot \vec{i} + \frac{\partial y}{\partial \xi} \cdot \vec{j}}{J}\end{aligned}\quad (3.63)$$

siendo las derivadas de “x” y de “y” respecto a “ ξ ” las vistas para la integral anterior.

Finalmente se obtiene el vector normal al contorno haciendo el producto vectorial del vector tangente y el vector unitario en la dirección del eje z:

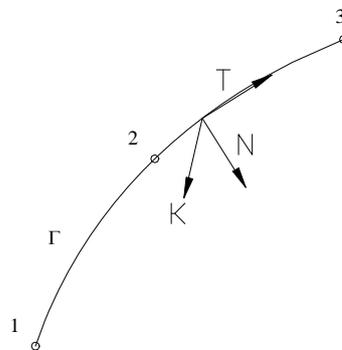


Figura 3.10

$$\vec{n} = \vec{T} \times \vec{k} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ T_x & T_y & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{vmatrix} = T_y \cdot \vec{i} - T_x \cdot \vec{j} \quad (3.64)$$

Una vez conocido “ \vec{n} ” ya puede evaluarse la integral al estar todos los factores puestos en función de la variable de integración.

5.2. Integración cuando el punto de colocación de la carga puntual se encuentra dentro del propio elemento a integrar.

La presión fundamental tiende a infinito cuando nos acercamos al punto donde está situada la fuente puntual, por ello, cuando la fuente puntual de presión del problema fundamental está situada dentro del elemento que queremos integrar, la integral “ g_k^{ij} ” requiere un tratamiento especial. Sin embargo, no ocurre lo mismo con “ h_k^{ij} ”, al ser $\frac{\partial r}{\partial n}$ nula en el entorno de la fuente puntual, por lo que la integral puede evaluarse de manera análoga a lo visto en el epígrafe anterior.

- **Fuente puntual de presión situada en el Nodo 1 del elemento.**

$$- \quad g_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j$$

El primer paso será poner “ r ” en función de la variable de integración “ ξ ” y las coordenadas de los nodos:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x - x_1)^2 + (y - y_1)^2} \\ r &= \sqrt{((\phi_1 - 1) \cdot x_1 + \phi_2 \cdot x_2 + \phi_3 \cdot x_3)^2 + ((\phi_1 - 1) \cdot y_1 + \phi_2 \cdot y_2 + \phi_3 \cdot y_3)^2} \end{aligned} \quad (3.65)$$

Elevando al cuadrado los dos miembros de la ecuación anterior y sustituyendo las funciones de forma por sus expresiones puede escribirse:

$$r^2 = \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi - 1) - 1 \right) \cdot x_1 + (1 - \xi^2) \cdot x_2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi + 1) \right) \cdot x_3 \right]^2 + \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi - 1) - 1 \right) \cdot y_1 + (1 - \xi^2) \cdot y_2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi + 1) \right) \cdot y_3 \right]^2 \quad (3.66)$$

Operando en la expresión anterior se obtiene:

$$r = (\xi + 1) \cdot \sqrt{\left[\frac{\xi - 2}{2} \cdot x_1 + (1 - \xi) \cdot x_2 + \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot x_3 \right]^2 + \left[\frac{\xi - 2}{2} \cdot y_1 + (1 - \xi) \cdot y_2 + \frac{1}{2} \cdot \xi \cdot y_3 \right]^2} \quad (3.67)$$

Reordenando:

$$r = (\xi + 1) \cdot \sqrt{\left[\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + (x_2 - x_1) \right]^2 + \left[\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + (y_2 - y_1) \right]^2} \quad (3.68)$$

Para simplificar el desarrollo llamaremos:

$$Ra1 = \sqrt{\left[\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + (x_2 - x_1) \right]^2 + \left[\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + (y_2 - y_1) \right]^2} \quad (3.69)$$

con lo que la ecuación (3.68) queda:

$$r = \frac{\xi + 1}{2} \cdot 2 \cdot Ra1 \quad (3.70)$$

Si analizamos la expresión de la solución fundamental (3.13):

$$p^*(k, r) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [K_0(i \cdot k \cdot r) + K_0(i \cdot k \cdot r') + \Phi]$$

vemos que el primer término de la expresión es el único puede hacerse singular al anularse “r”. El segundo y tercer término dependen sin embargo de la distancia entre la imagen del punto de colocación de la fuente puntual de presión y el punto dentro del elemento que estemos considerando, siendo dicha distancia siempre mayor que cero, luego estos términos no serán singulares.

Analicemos pues el primer término de la solución fundamental, que es el que requiere un tratamiento especial:

$$\lim_{r \rightarrow 0} K_0(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot r) \quad (3.71)$$

sustituyendo ahora la expresión (3.70) en la ecuación anterior queda:

$$\lim_{r \rightarrow 0} K_0(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot 2 \cdot Ra1) - \ln\left(\frac{1+\xi}{2}\right) \quad (3.72)$$

Del análisis de esta última ecuación se observa que el argumento del primer logaritmo es siempre mayor que cero, luego no hay singularidad. Sin embargo, el argumento del segundo logaritmo neperiano si se anula en uno de los límites del intervalo de integración, para $\xi = -1$, luego este término no puede integrarse normalmente. Para salvar esta dificultad y poder integrar K_0 se recurre a la siguiente operación:

$$K_0(i \cdot k \cdot r) = \underbrace{K_0(i \cdot k \cdot r) + \ln\left(\frac{1+\xi}{2}\right)}_{\text{No singular} \Rightarrow \text{Integración estándar.}} - \underbrace{\ln\left(\frac{1+\xi}{2}\right)}_{\text{Singular} \Rightarrow \text{Integración logarítmica}} \quad (3.73)$$

La suma de los dos primeros términos constituye una función que no es singular en el intervalo de integración, por lo que puede ser integrada mediante una cuadratura gaussiana estándar. El tercer término de la expresión anterior si es singular, pero haciendo el siguiente cambio de variable:

$$\eta = \frac{1+\xi}{2} \quad (3.74)$$

puede integrarse mediante una cuadratura logarítmica:

$$\int_{-1}^1 -\ln\left(\frac{1+\xi}{2}\right) \cdot \phi_i(\xi) \cdot d\xi = \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{\eta}\right) \cdot \phi_i(\eta) \cdot J_L \cdot d\eta \quad (3.75)$$

donde $J_L = 2 \cdot J$, siendo “J” el jacobiano de la integración estándar.

- Fuente puntual de presión situada en el Nodo 2 del elemento.

$$- \quad g_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j$$

El primer paso será, al igual que en el caso anterior, poner “r” en función de la variable de integración “ξ” y las coordenadas de los nodos:

$$\begin{aligned} r &= \sqrt{(x-x_2)^2 + (y-y_2)^2} \\ r &= \sqrt{(\phi_1 \cdot x_1 + (\phi_2 - 1) \cdot x_2 + \phi_3 \cdot x_3)^2 + ((\phi_1 \cdot y_1 + (\phi_2 - 1) \cdot y_2 + \phi_3 \cdot y_3)^2} \end{aligned} \quad (3.76)$$

Elevando al cuadrado los dos miembros de la ecuación anterior, sustituyendo las funciones de forma por sus expresiones y reordenando queda:

$$r = \xi \cdot \sqrt{\left(\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + \frac{x_3 - x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + \frac{y_3 - y_1}{2}\right)^2} \quad (3.77)$$

Para simplificar el desarrollo llamaremos:

$$Ra2 = \sqrt{\left(\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + \frac{x_3 - x_1}{2}\right)^2 + \left(\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + \frac{y_3 - y_1}{2}\right)^2} \quad (3.78)$$

con lo que la ecuación (3.77) queda:

$$r = \pm \xi \cdot Ra^2 \quad (3.79)$$

Hay que hacer notar aquí que “ ξ ” tomará valores positivos o negativos dependiendo de si nos encontramos en el intervalo (0,1) o en el intervalo (-1,0), por lo que hay que introducir el \pm la tener que ser “r” siempre positivo.

Al igual que ocurría en el apartado anterior, el único término de la solución fundamental (3.13) que puede hacerse singular dentro del elemento es el primero. Ello ocurre cuando $r = 0$, es decir cuando $\xi = 0$. Para salvar esta singularidad se procederá a dividir el intervalo de integración en dos subintervalos, uno que vaya desde $\xi = -1$ hasta $\xi = 0$ y otro que comience en $\xi = 0$ y finalice en $\xi = 1$.

Procedamos a continuación a analizar el comportamiento del primer término de la solución fundamental en el entorno de la singularidad:

$$\lim_{r \rightarrow 0} K_0(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot Ra^2) - \ln(\pm \xi) \quad (3.80)$$

Del análisis de esta última ecuación se observa que el argumento del primer logaritmo es siempre mayor que cero, luego no hay singularidad. Sin embargo, el argumento del segundo logaritmo neperiano si se anula para $\xi = 0$, luego este término no puede integrarse normalmente. Para salvar esta dificultad y poder integrar K_0 se recurre a la siguiente operación:

$$K_0(i \cdot k \cdot r) = \underbrace{K_0(i \cdot k \cdot r) + \ln(\pm \xi)}_{\text{No singular} \Rightarrow \text{Integración estándar.}} - \underbrace{\ln(\pm \xi)}_{\text{Singular} \Rightarrow \text{Integración logarítmica}} \quad (3.81)$$

La suma de los dos primeros términos constituye una función que no es singular en el intervalo de integración, por lo que puede ser integrada mediante una cuadratura gaussiana estándar sin necesidad de dividir el intervalo de integración en dos. El tercer término, sin embargo, si es singular, por lo que será necesario dividir el intervalo de integración en dos, resultando las siguientes integrales:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_{-1}^0 -\ln(-\xi) \cdot \phi_i(\xi) \cdot J \cdot d\xi \\
 I_2 &= \int_0^1 -\ln(\xi) \cdot \phi_i(\xi) \cdot J \cdot d\xi
 \end{aligned}
 \tag{3.82}$$

Haciendo el cambio de variable $\eta' = \xi$ en la primera de las integrales resulta:

$$\begin{aligned}
 I_1 &= \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{\eta'}\right) \cdot \phi_i(\eta') \cdot J' \cdot d\eta' \\
 I_2 &= \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{\xi}\right) \cdot \phi_i(\xi) \cdot J \cdot d\xi
 \end{aligned}
 \tag{3.83}$$

Estas dos últimas integrales ya pueden evaluarse mediante una cuadratura logarítmica.

- Fuente puntual de presión situada en el Nodo 3 del elemento.

$$g_k^{ij} = \int_{\Gamma_j} p^*(r) \cdot \phi_k(\xi) \cdot d\Gamma_j$$

El primer paso será poner “r” en función de la variable de integración “ξ” y las coordenadas de los nodos:

$$\begin{aligned}
 r &= \sqrt{(x-x_3)^2 + (y-y_3)^2} \\
 r &= \sqrt{(\phi_1 \cdot x_1 + \phi_2 \cdot x_2 + \phi_3 \cdot (x_3-1))^2 + (\phi_1 \cdot y_1 + \phi_2 \cdot y_2 + \phi_3 \cdot (y_3-1))^2}
 \end{aligned}
 \tag{3.84}$$

Elevando al cuadrado los dos miembros de la ecuación anterior y sustituyendo las funciones de forma por sus expresiones puede escribirse:

$$\begin{aligned}
 r^2 &= \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi-1) \right) \cdot x_1 + (1-\xi^2) \cdot x_2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi+1) - 1 \right) \cdot x_3 \right]^2 + \\
 &\quad \left[\left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi-1) \right) \cdot y_1 + (1-\xi^2) \cdot y_2 + \left(\frac{1}{2} \cdot \xi \cdot (\xi+1) - 1 \right) \cdot y_3 \right]^2
 \end{aligned}
 \tag{3.85}$$

Operando en la expresión anterior se obtiene:

$$r = (1 - \xi) \cdot \sqrt{\left[\frac{-\xi}{2} \cdot x_1 + (1 + \xi) \cdot x_2 - \frac{\xi + 2}{2} \cdot x_3 \right]^2 + \left[\frac{-\xi}{2} \cdot y_1 + (1 + \xi) \cdot y_2 - \frac{\xi + 2}{2} \cdot y_3 \right]^2} \quad (3.86)$$

Reordenando:

$$r = (1 - \xi) \cdot \sqrt{\left[\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + (x_3 - x_2) \right]^2 + \left[\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + (y_3 - y_2) \right]^2} \quad (3.87)$$

Para simplificar el desarrollo llamaremos:

$$Ra3 = \sqrt{\left[\frac{x_1 - 2 \cdot x_2 + x_3}{2} \cdot \xi + (x_3 - x_2) \right]^2 + \left[\frac{y_1 - 2 \cdot y_2 + y_3}{2} \cdot \xi + (y_3 - y_2) \right]^2} \quad (3.88)$$

con lo que la ecuación (3.87) queda:

$$r = \frac{1 - \xi}{2} \cdot 2 \cdot Ra3 \quad (3.89)$$

Si analizamos la expresión de la solución fundamental (3.13):

$$p^*(k, r) = \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot [K_0(i \cdot k \cdot r) + K_0(i \cdot k \cdot r') + \Phi]$$

vemos que el primer término de la expresión es el único puede hacerse singular al anularse “r”. El segundo y tercer término dependen sin embargo de la distancia entre la imagen del punto de colocación de la fuente puntual de presión y el punto dentro del elemento que estemos considerando, siendo dicha distancia siempre mayor que cero, luego estos términos no serán singulares.

Analicemos pues el primer término de la solución fundamental, que es el que requiere un tratamiento especial:

$$\lim_{r \rightarrow 0} K_0(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot r) \quad (3.90)$$

sustituyendo ahora la expresión (3.89) en la ecuación anterior queda:

$$\lim_{r \rightarrow 0} K_0(i \cdot k \cdot r) = -\ln(i \cdot k \cdot 2 \cdot Ra3) - \ln\left(\frac{1-\xi}{2}\right) \quad (3.91)$$

Del análisis de esta última ecuación se observa que el argumento del primer logaritmo es siempre mayor que cero, luego no hay singularidad. Sin embargo, el argumento del segundo logaritmo neperiano si se anula en uno de los límites del intervalo de integración, para $\xi = 1$, luego este término no puede integrarse normalmente. Para salvar esta dificultad y poder integrar K_0 se recurre a la siguiente operación:

$$K_0(i \cdot k \cdot r) = \underbrace{K_0(i \cdot k \cdot r) + \ln\left(\frac{1-\xi}{2}\right)}_{\text{No singular} \Rightarrow \text{Integración estándar.}} - \underbrace{\ln\left(\frac{1-\xi}{2}\right)}_{\text{Singular} \Rightarrow \text{Integración logarítmica}} \quad (3.92)$$

La suma de los dos primeros términos constituye una función que no es singular en el intervalo de integración, por lo que puede ser integrada mediante una cuadratura gaussiana estándar. El tercer término de la expresión anterior sí es singular, pero haciendo el siguiente cambio de variable:

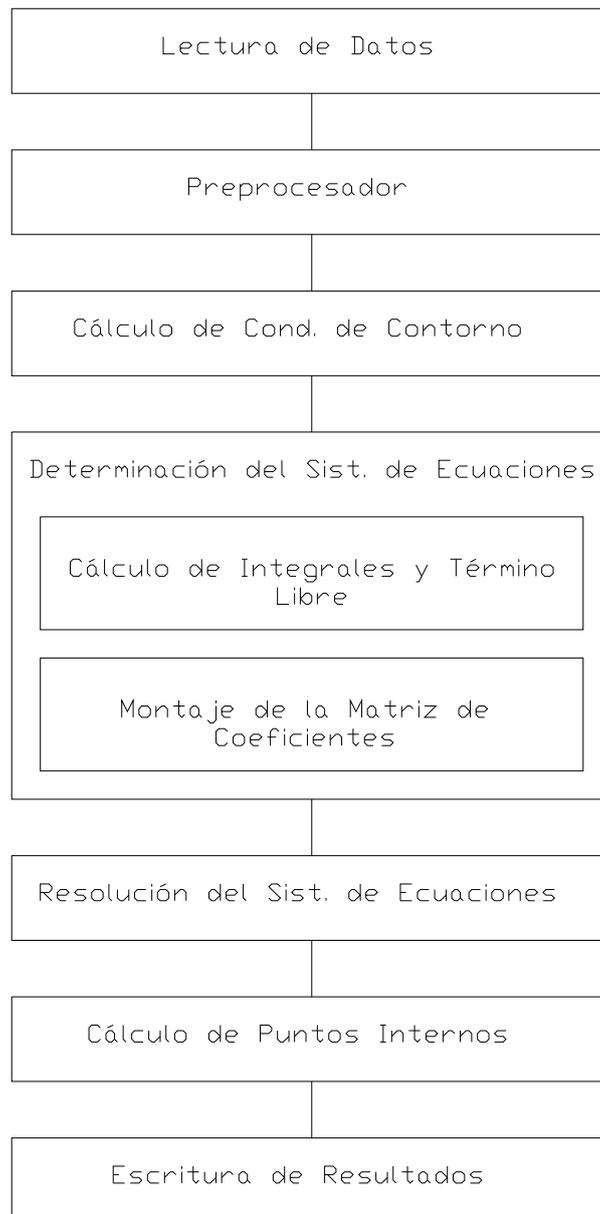
$$\eta'' = \frac{1-\xi}{2} \quad (3.93)$$

puede integrarse mediante una cuadratura logarítmica:

$$\int_{-1}^1 -\ln\left(\frac{1-\xi}{2}\right) \cdot \phi_i(\xi) \cdot d\xi = \int_0^1 \ln\left(\frac{1}{\eta''}\right) \cdot \phi_i(\eta'') \cdot J'' \cdot d\eta \quad (3.94)$$

donde $J' = -2 \cdot J$, siendo “J” el jacobiano de la integración estándar.

6. DIAGRAMA DE BLOQUES DEL PROGRAMA DE ORDENADOR DESARROLLADO.



7. VALIDACIÓN EXPERIMENTAL.

Para probar la buena aptitud del modelo numérico de elementos de contorno para el estudio del problema de acústica exterior, se han contrastado sus predicciones con algunas evidencias experimentales. Así, en la figura 3.12 se muestran los resultados de las medidas experimentales de Rasmussen [24] usando una fuente puntual de sonido. Se trata de medir la situación en niveles de intensidad en un receptor situado tras un obstáculo con forma cuadrada, todo ello sobre un contorno plano con cierta capacidad absorbente. En la figura 3.11 se indican la situación exacta de fuente y receptor, así como la geometría del obstáculo. Las medidas corresponden a bandas de tercios de octava, y la variable escogida como representativa es el Excess Attenuation (EA) que se define matemáticamente como:

$$EA = -20 \cdot \log \left| \frac{P}{P_f} \right| \quad (3.95)$$

donde “ P ” es la presión acústica en el receptor en la situación de la figura 3.11, y “ P_f ” es la que habría en un caso de propagación libre entre fuente y receptor (esto es, en ausencia de semiespacio y de obstáculo). Puede entenderse el EA como una medida de la pérdida por la presencia conjunta del suelo y del obstáculo. En la figura se muestran también los resultados numéricos del MEC para la misma geometría y características de las superficies, correspondientes a las frecuencias centrales de las bandas de tercios de octava. Los puntos corresponden a la solución fundamental del espacio completo (caso en el que hay que discretizar los contornos correspondientes al suelo), y las aspas a la solución fundamental del semiespacio (caso en que no es preciso discretizar tales contornos). Las ventajas computacionales que se derivan de la segunda opción quedan reflejadas en el hecho de que, discretizando con elementos de longitud $\lambda/4$ (siendo λ la longitud de onda) y para la frecuencia de 4000 Hz, fueron precisos 1800 nodos en el primer caso, frente a sólo 140 en el segundo. Se aprecia un buen ajuste con los resultados experimentales en ambos casos. La conclusión es doble: por un lado se deduce que el modelo bidimensional de una fuente lineal infinita puede ser comparado con los resultados de una fuente puntual cuando estamos interesados en la solución

dentro del plano. Esto ya había sido predicho por otros autores (ver por ejemplo [8]). Asimismo se deduce que los resultados numéricos para las frecuencias centrales de cada tercio de octava dan una buena indicación de las medidas experimentales de cada banda. Dicho acuerdo sería menos fiable si la variable sufriera grandes cambios a lo largo de la banda.

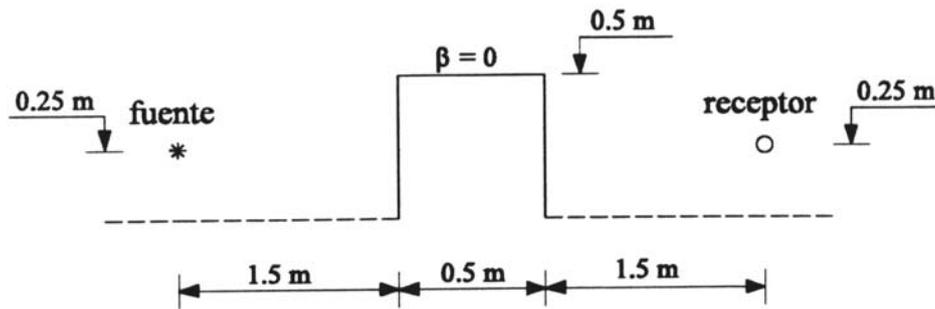


Figura 3.11

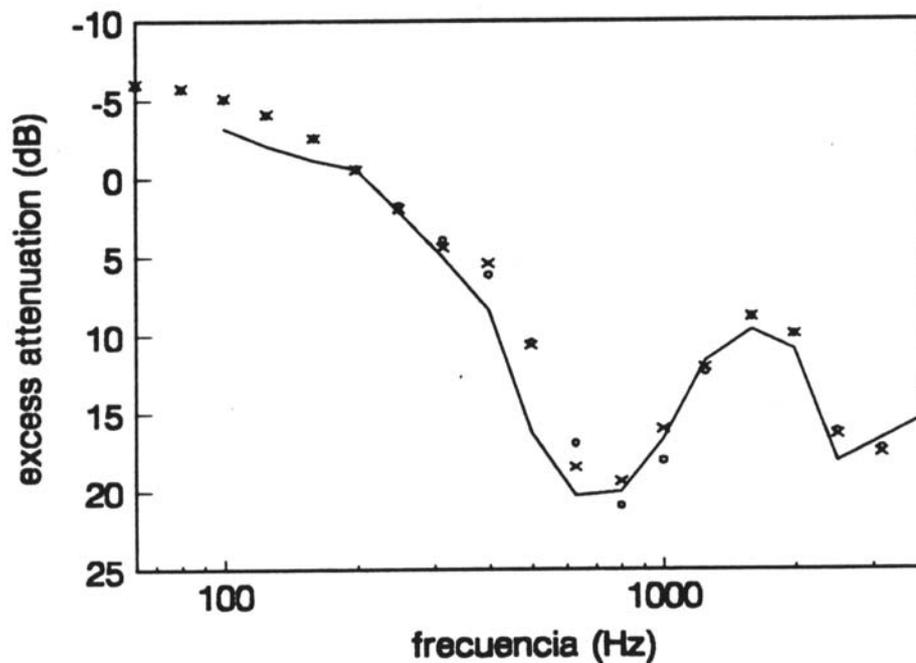


Figura 3.12

CAPÍTULO 4. PRESENTACIÓN DE RESULTADOS.

1. INTRODUCCIÓN.

Es posible atenuar el ruido producido por la circulación vial construyendo pantallas antiruido entre la calzada y las zonas que la bordean, interfiriendo de esta forma en la propagación de las onda sonoras entre la fuente del ruido y el receptor. Estas ondas se difractan sobre la zona superior de la pantalla creando una zona de sombra por detrás de la misma donde los niveles sonoros habrán disminuido. Algunas pantallas pueden reducir los niveles de ruido de 10 a 25 dB(A).

Una reducción de 10 decibelios corresponde a una reducción de ruido vial a la mitad. Es decir, el receptor situado detrás de la pantalla tendría la sensación subjetiva de que el ruido a disminuido a la mitad. Sin embargo, si cuantificamos la reducción de ruido a través de la potencia sonora, lo que constituye una medida física plenamente objetiva, una reducción de **10 decibelios** supone eliminar el **90%** de la potencia sonora inicial. Más aún, para la reducción del nivel sonoro en únicamente **un decibelio** es necesario que la potencia sonora disminuya un **20%**. Si la intención es disminuir el nivel sonoro en **2 decibelios**, la disminución de potencia sonora necesaria se eleva hasta el **37%**. Estos valores nos dan una idea de la dificultad que entraña la reducción del nivel sonoro, sobre todo en espacios abiertos.

En el proceso de diseño de una pantalla acústica es necesario aplicar los conceptos físicos elementales subyacentes a la reducción del ruido (si se quiere que ésta sea acústicamente eficaz), pero también es necesario tener en cuenta la importancia de otras características no acústicas como son el mantenimiento, la seguridad, la estética, la construcción, el coste, etc. Igualmente es muy importante asegurar la participación de la comunidad en las decisiones finales relativas al diseño y a la construcción de las pantallas. Aun siendo así, el ámbito de este trabajo tan sólo toma en consideración los aspectos puramente físicos, sin que ello signifique que los restantes sean despreciables en absoluto para una situación real. Del mismo modo, tampoco abordaremos otras problemáticas asociadas como son la pérdida de eficiencia de las pantallas en el caso de edificios cuya altura sea sensiblemente superior a la barrera, o discontinuidades de ésta por accesos adyacentes o cruces de otras calles, etc.

Según su forma, la pantallas anti-ruido pueden ser:

- Pantallas (barreras) naturales, como los montículos o diques de tierras.
- Pantallas artificiales, como los muros.
- La combinación de las dos, como los biomuros o las pantallas sobre taludes.



Figura 4.1. Pantalla en madera absorbente. Austria.



Figura 4.2. Pantalla con vegetación (Biomuro). Países Bajos.



Figuras 4.3. (a) y (b). Pantalla artificial con base de hormigón absorbente y elementos transparentes en la parte superior. Las Palmas de G.C. (España).

Aunque se han mencionado los tipos generales de pantallas que se utilizan habitualmente para atenuar el ruido rodado, no debemos olvidar actuaciones como la depresión o elevación de las vías, construcción de falsos túneles, etc, que sin ser estrictamente pantallas acústicas, son utilizadas con gran eficacia para atenuar el ruido

producido por el tráfico rodado.

Hay que destacar que la vegetación no proporciona, en general, nada más que un efecto psicológico, ya que solo aporta una débil reducción a los niveles de ruido de la circulación. Sólo en el caso de disponer una barrera natural, a base de plantar árboles y matorrales que ocupen todo el espacio en altura, que tenga un espesor mayor de 50 m, puede considerarse la reducción de ruido debido a la vegetación.

La figura 4.4 presenta los principios acústicos claves ligados al diseño de una pantalla antiruido y su emplazamiento. La eficiencia de la barrera (o en general de la solución adoptada) se expresa por medio de la variable denominada “pérdida por inserción”, que no es otra cosa que la reducción del nivel de ruido en el receptor por la inserción de la pantalla, o de otro modo, el diferencial del nivel de ruido en la situación con barrera en relación al que habría en la situación sin barrera. La pérdida por inserción (en inglés Insertion Loss, o “IL’), será la variable empleada para presentar los resultados, y matemáticamente se define como:

$$IL = 20 \cdot \log\left(\frac{P}{P^*}\right)$$

donde P y P* representan la presión acústica en el receptor en la situación con barrera y sin barrera respectivamente.

En la figura 4.4 se aprecian los distintos recorridos de la propagación del sonido entre fuente y receptor. No se ha representado la parte transmitida a través de la pantalla porque esta contribución (que para el problema estudiado no es muy importante) no está recogida en el modelo empleado. En general, para optimizar la eficiencia de la pantalla hay que minimizar cada una de las contribuciones, excepto el efecto “b”, “e” y “g” que conviene maximizar. Conviene finalmente decir que más que definir el perfil de la pantalla “óptima”, se trata de buscar la mejor adaptada a cada caso en particular. Ello requiere una definición clara del objetivo concreto a satisfacer (cuál es la zona en sombra de interés y rango de frecuencias más sensible), lo cual no es siempre fácil.

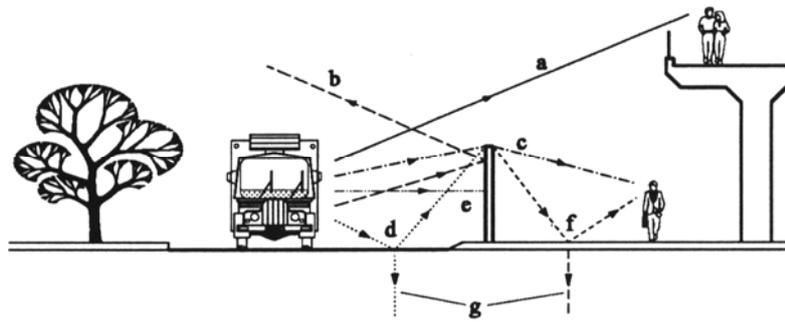


Figura 4.4

Leyenda:

- **a:** onda que incide directamente. Afecta a los receptores más elevados.
- **b:** onda reflejada por la pantalla.
- **c:** onda difractada por la pantalla.
- **d:** onda reflejada por el suelo y después difractada.
- **e:** onda absorbida por la pantalla.
- **f:** onda difractada y luego reflejada.
- **g:** onda absorbida por el terreno.

2. EVALUACIÓN DE BARRERAS ACÚSTICAS SITUADAS EN UN ÚNICO LADO DE LA VÍA. ESTUDIO PARAMÉTRICO.

En este epígrafe se abordará el problema que surge cuando se pretende disminuir el nivel sonoro en el entorno de una carretera y se determina que los receptores sensibles al ruido están situados a un único lado de la calzada.

En este tipo de situaciones lo normal es situar algún tipo de pantalla o barrera acústica en el lado de la vía en el que se encuentran los receptores sensibles. Además las pantallas no se suelen situar de manera continua a todo lo largo de la carretera, sino que se sitúan sólo en aquellos tramos de la vía en las que ésta puede afectar a algún receptor sensible.

Como el objetivo es medir la eficiencia relativa de los diferentes tipos de barreras acústicas, es necesario establecer una situación de referencia que permanezca constante a lo largo de todo del análisis. En los resultados influyen parámetros como la localización del emisor, la posición relativa de este respecto a la pantalla, la altura de la pantalla, la geometría de la pantalla, la capacidad absorbente de la pantalla, la capacidad absorbente del suelo, etc. Todos estos parámetros deben ser analizados con cuidado y aislados unos de otros para poder evaluar la influencia de los que interesen sin que los demás interfieran en los resultados.

Como parámetros de referencia que no se variarán en ningún análisis tenemos:

- Posición del emisor: el emisor de ruido se modelizará como una fuente puntual de presión situada a nivel del suelo.
- Posición relativa de la pantalla respecto del emisor: la distancia horizontal entre la fuente y el punto central de la barrera se mantendrá constante e igual a 10 m.

2.1. Influencia de la altura de la pantalla.

Las barreras acústicas actúan mediante tres mecanismos: reflexión, absorción y difracción. De estos tres mecanismos el primero es el más importante en la mayoría de las barreras. El parámetro que determina la aptitud de una barrera para reflejar la onda acústica es su altura efectiva (h_{ef}). Este parámetro, utilizado también por otros autores, se define como la altura del punto de confluencia de la vertical desde la base de la barrera con el haz incidente de mayor pendiente que la barrera es capaz de interceptar.

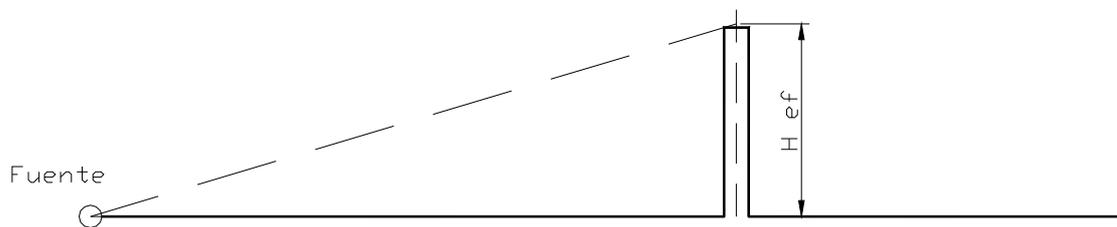


Figura 4.5

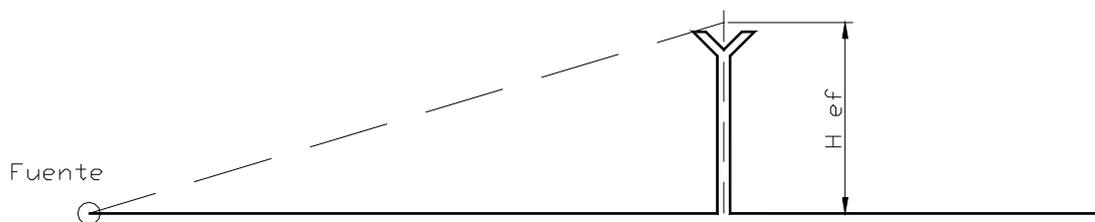


Figura 4.6

Con objeto de estudiar la influencia de la altura efectiva de una pantalla en su eficacia, se han estudiado pantallas rectas de varias alturas (2, 3, 4 y 5) y de espesor constante e igual a 20 cm. La fuente puntual de ruido, como se ilustra en la figura 4.7, se ha situado en todos los casos a la altura del suelo y a 10 m de la pantalla. Se ha utilizado en todos los casos un suelo completamente reflejante, con lo que se consigue aislar la influencia de este factor. Los resultados obtenidos con el modelo numérico para las frecuencias

centrales de las bandas de tercio de octava se presentan en las figuras 4.8, 4.9, 4.10 y 4.11.

En la figura 4.8 se muestran los espectros de pérdida por inserción para cada una de las pantallas correspondientes a un receptor situado a nivel del suelo y 40 m detrás de la pantalla. La colocación de fuente y receptor a nivel de suelo se ha elegido con la intención de que los efectos de interferencia, que son acusados al analizar tonos puros, no alteren los resultados, dificultando así su interpretación.

En las figuras 4.9, 4.10 y 4.11 se ha utilizado el espectro normalizado de ruido de tráfico propuesto por el European Committee for Standardisation para obtener el IL global en base a los IL de cada tercio de octava. En las figuras 4.9 y 4.10 se han representado respectivamente, las variaciones del IL global a 1.5 m de altura y a nivel del suelo a lo largo de sendas rectas horizontales.

En la figura 4.11 se ha analizado la variación del IL en altura, calculando para ello el IL global a lo largo de una línea vertical situada 40 m por detrás de la fuente.

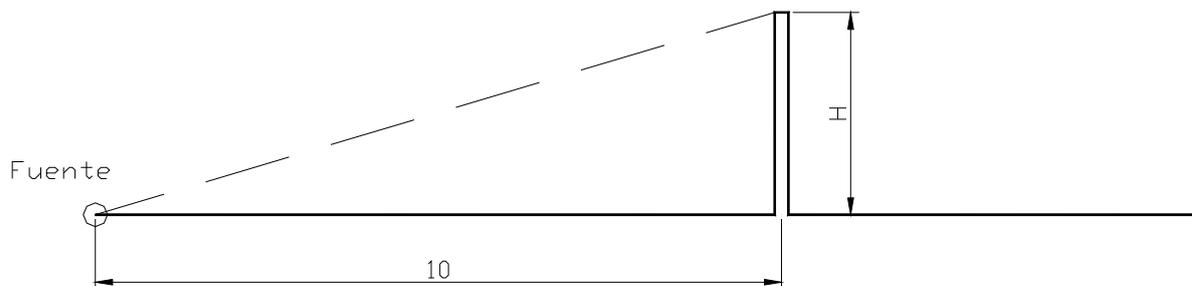


Figura 4.7

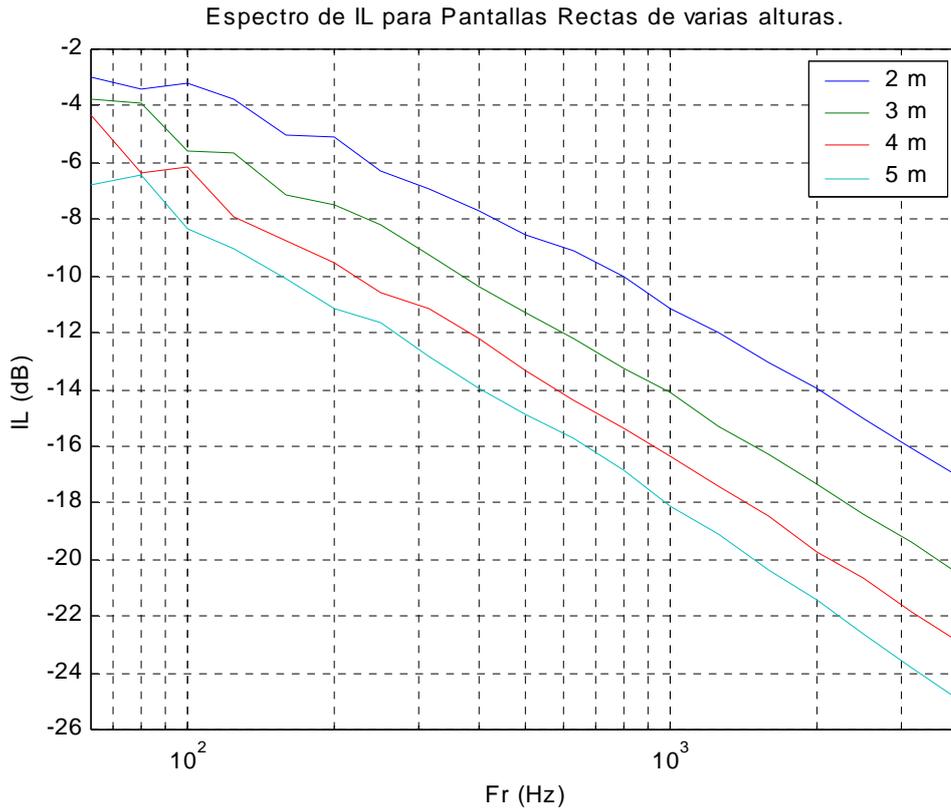


Figura 4.8

En la figura 4.8 se aprecia que para frecuencias a partir de 125 Hz la pérdida por inserción aumenta (en valor absoluto) con la frecuencia a un ritmo aproximado de 2,5 dB/octava, manteniéndose constante esta tendencia independientemente de la altura de la pantalla. Esto se debe a una menor capacidad de difracción tras la barrera a frecuencias elevadas. También se observa que la pérdida es mayor, como es lógico, cuanto más alto sea el obstáculo, puesto que aumenta la cantidad de onda reflejada. Nótese como, en estas condiciones de absorción nula, una barrera de 4 m es capaz de conseguir pérdidas del orden de 20 dB para frecuencias altas (las más molestas), y de más de 10 dB para frecuencias en el entorno de 500 Hz (que suele tomarse de referencia para caracterizar el ruido de tráfico).

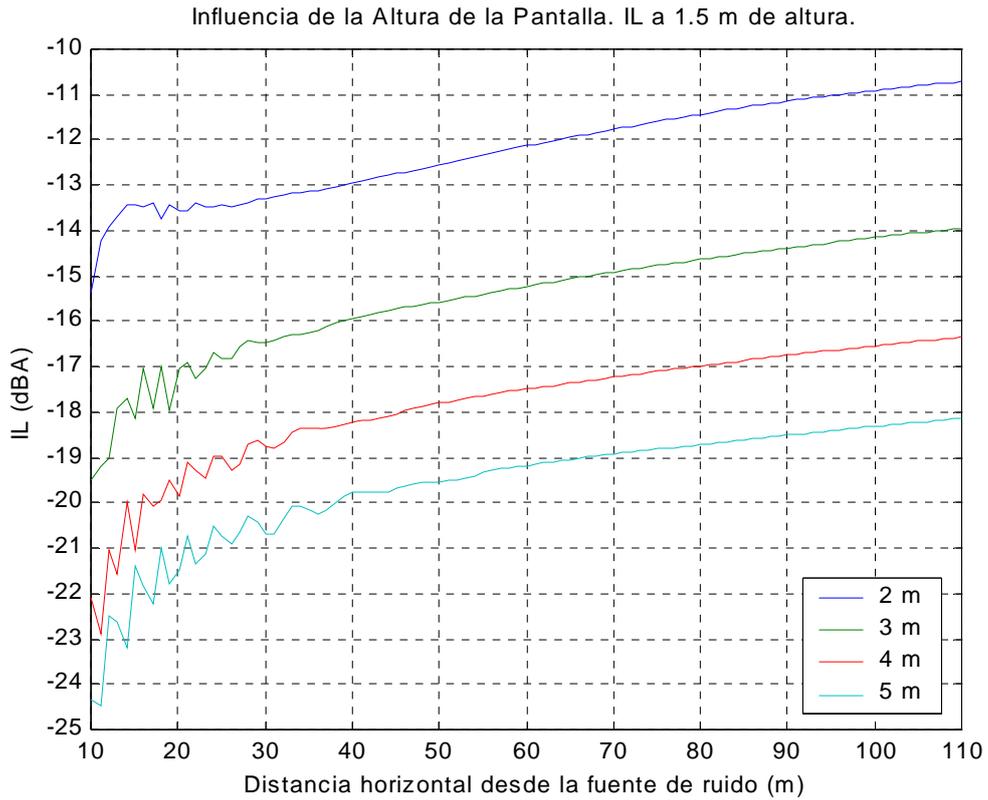


Figura 4.9

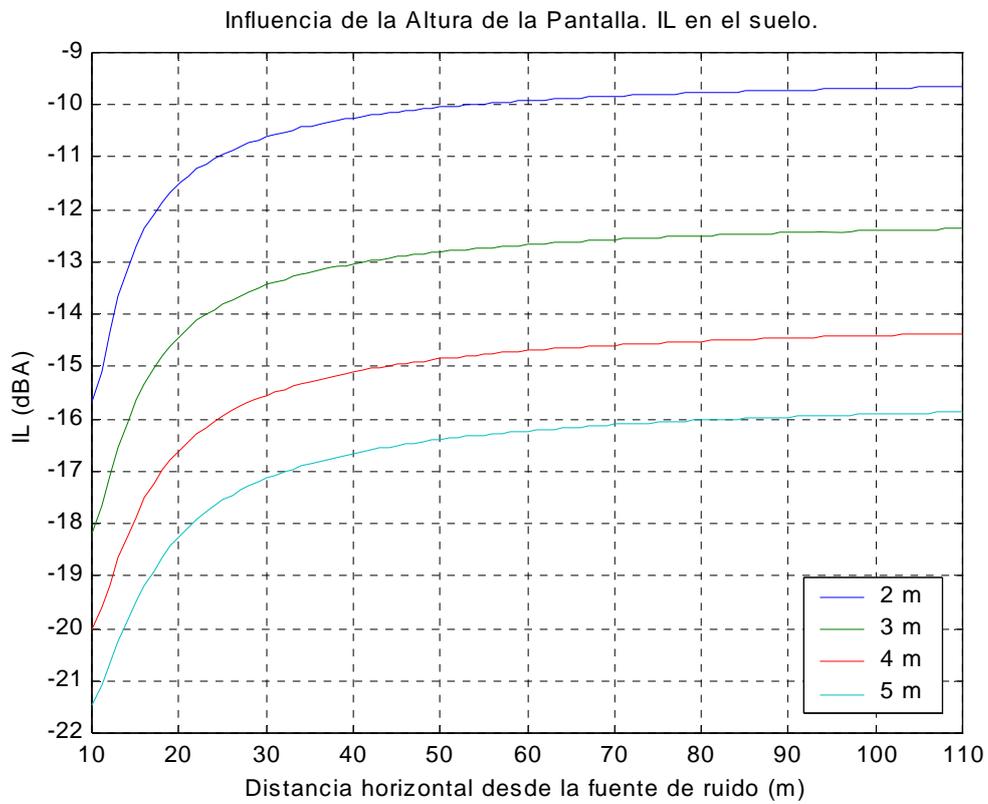


Figura 4.10

De la observación de la figuras 4.9 y 4.10 podemos concluir que se obtiene una mejora sustancial en la eficacia de la pantalla al aumentar su altura efectiva. Sin embargo, la mejora por elevar la altura de la pantalla de 2 a 3 m es sensiblemente superior a la obtenida por elevarla de 3 a 4 m. A su vez, esta última mejora es superior a la obtenida al elevar la altura de la pantalla de 4 a 5 m. Mientras que el aumento de la eficacia de la pantalla es cada vez menor, el aumento de coste por elevar un metro más la altura de la pantalla no es lineal, sino que éste aumenta de forma muy pronunciada debido al incremento del costo de la cimentación necesaria para asegurar la estabilidad de la pantalla. Por esta razón, y por cuestiones como la disminución de visibilidad de los conductores, consideraciones estéticas, etc, la altura de las pantallas acústicas se ve limitada, por lo que se hace necesario recurrir, en muchas ocasiones, a diseños más sofisticados de pantalla que, sin aumentar la altura de ésta, consigan una mayor atenuación de ruido.

En la figura 4.9 se aprecia que las curvas presentan una serie de oscilaciones en la zona más cercana a la pantalla. Estas oscilaciones son debidas a los fenómenos de interferencia que se producen en esta zona al encontrarse la onda difractada por arriba de la pantalla, la onda difractada y posteriormente reflejada por la parte trasera de la pantalla y la onda reflejada por el suelo. En la figura 4.10 estas oscilaciones no aparecen, ya que al estar situado en este caso el receptor a nivel del suelo, no se producen fenómenos de interferencia, obteniéndose así una curva mucho más suave.

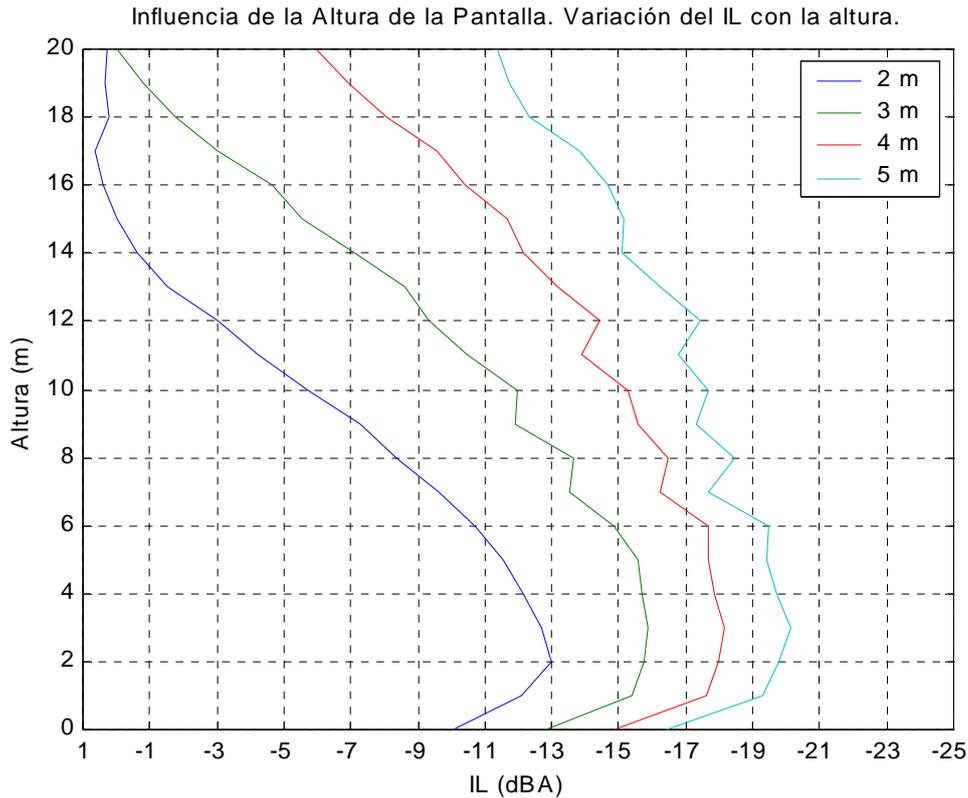


Figura 4.11

La figura 4.11 resulta ilustrativa de dos efectos importantes, por un lado se observa que la atenuación de ruido máxima no se consigue a nivel de suelo, sino que se produce a una altura entre 2 y 3 m dependiendo de la altura de la pantalla. Asimismo se observa que a 1.5 m de altura, altura aproximada a la que se encuentra el oído de una persona estándar, la reducción de ruido es mayor que a nivel del suelo independientemente de la altura de la pantalla.

En otro orden de cosas, se observa que la atenuación debida a la pantalla se mantiene hasta alturas mayores si aumentamos la altura de la pantalla. A una altura de 20 m la atenuación conseguida por las pantallas de 2 y 3 m es nula, mientras que si elevamos la altura de la pantalla hasta 4 o 5 m la atenuación aumenta considerablemente. Esto es debido a que en los dos primeros casos el receptor está situado fuera de la zona de sombra originada por la pantalla, no ocurriendo lo mismo en los dos últimos casos. Esto demuestra que las pantallas acústicas sólo son efectivas para reducir el ruido de tráfico en una zona de sombra creada detrás de ellas, no protegiendo edificaciones altas. Como

norma general, si el receptor está situado a una altura tal, que le permita ver el emisor de ruido sin que se interponga la pantalla, ésta no será efectiva.

2.2. Influencia del perfil de la pantalla.

En este epígrafe se analizarán diferentes perfiles de barreras acústicas, manteniendo en todo momento la altura efectiva de la pantalla constante e igual a 3 m. La fuente de ruido se situará en todo momento a 10 m del eje de la barrera. Al mantener constante la altura efectiva en todos los análisis, lo que se pretende es que todas las pantallas analizadas tengan la misma capacidad para reflejar la onda acústica. De esta forma poder evaluar la aptitud de un determinado perfil para reducir la potencia sonora difractada por encima de la pantalla, sin que los resultados se vean enmascarados por las capacidades de reflexión de los diferentes perfiles.

En todos los casos tanto el suelo, como las superficies de la propia barrera, son completamente reflejantes, de forma que estos factores también queden desacoplados del **factor de forma** de la barrera.

Los resultados se han obtenido calculando primero el IL para cada una de las frecuencias centrales de las bandas de tercio octava entre 63 y 4000 Hz, componiendo luego los resultados en base al espectro de ruido de tráfico normalizado.

2.2.1. Sección transversal Recta.

La primera tipología de pantalla que se analizará será la pantalla recta. Este tipo de pantalla no es más que un muro vertical de una determinada altura y espesor. A pesar de su sencillez, la eficacia de esta clase de barrera es bastante alta, siendo su relación costo-beneficio muy satisfactoria. Este tipo de barrera puede estar construida de diversos materiales, madera, hormigón, vidrio, etc. La elección de uno u otro material responde a cuestiones estéticas, de visibilidad y de costo, no influyendo la capacidad de absorción acústica del material elegido cuando estas son situadas únicamente a un lado de la carretera.

Debido a su sencillez y eficacia éste es el perfil de pantalla más ampliamente utilizado

para disminuir el impacto del ruido producido por el tráfico rodado, por lo que se tomará como patrón de comparación de las restantes tipologías de pantallas.

En la figura 4.12 se muestra el mapa de IL originado por una pantalla recta de 3 m de altura y 20 cm de espesor. En abcisas se representa la distancia en metros desde la fuente de ruido, y en ordenadas la altura, también expresada en metros. En este mapa, en el que la fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas, se aprecia claramente la zona de sombra situada detrás de la pantalla. También se observa que para un receptor situado en la línea que une la fuente y el extremo superior de la barrera, la atenuación está entorno a los 5 dB, siendo esta línea el límite de la zona de sombra, ya que por encima de ella la atenuación disminuye rápidamente hasta anularse.

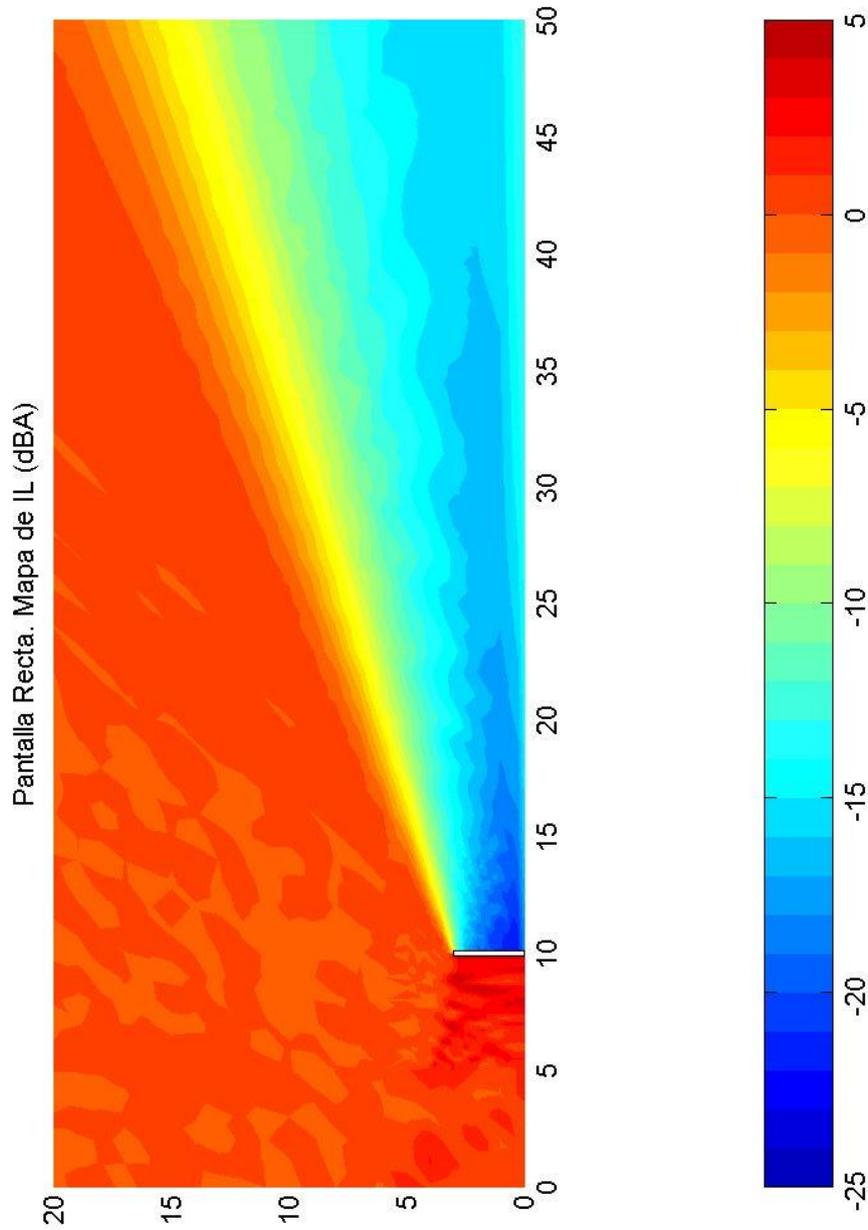


Figura 4.12

2.2.2. Sección transversal en Cuña.

Se trata de barreras usuales en nuestras carreteras formadas por montículos de tierra o piedras, que en este estudio se han generalizado adoptando sus taludes diferentes valores de pendiente (α). La geometría se presenta en la figura 4.13:

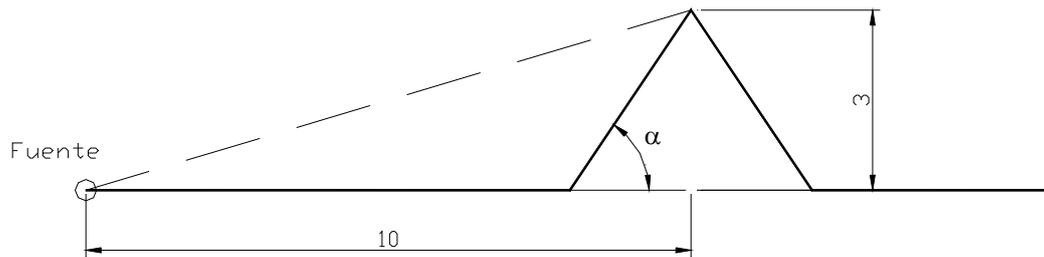


Figura 4.13

En la figura 4.14 se muestra el mapa de IL que surge al introducir una barrera en cuña de 45° de 3 m de altura. La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas. Comparando este mapa con el que produce una pantalla recta de la misma altura efectiva (figura 4.12), se aprecia claramente que la atenuación producida por la barrera en cuña es menor, siendo la zona de sombra menos acusada.

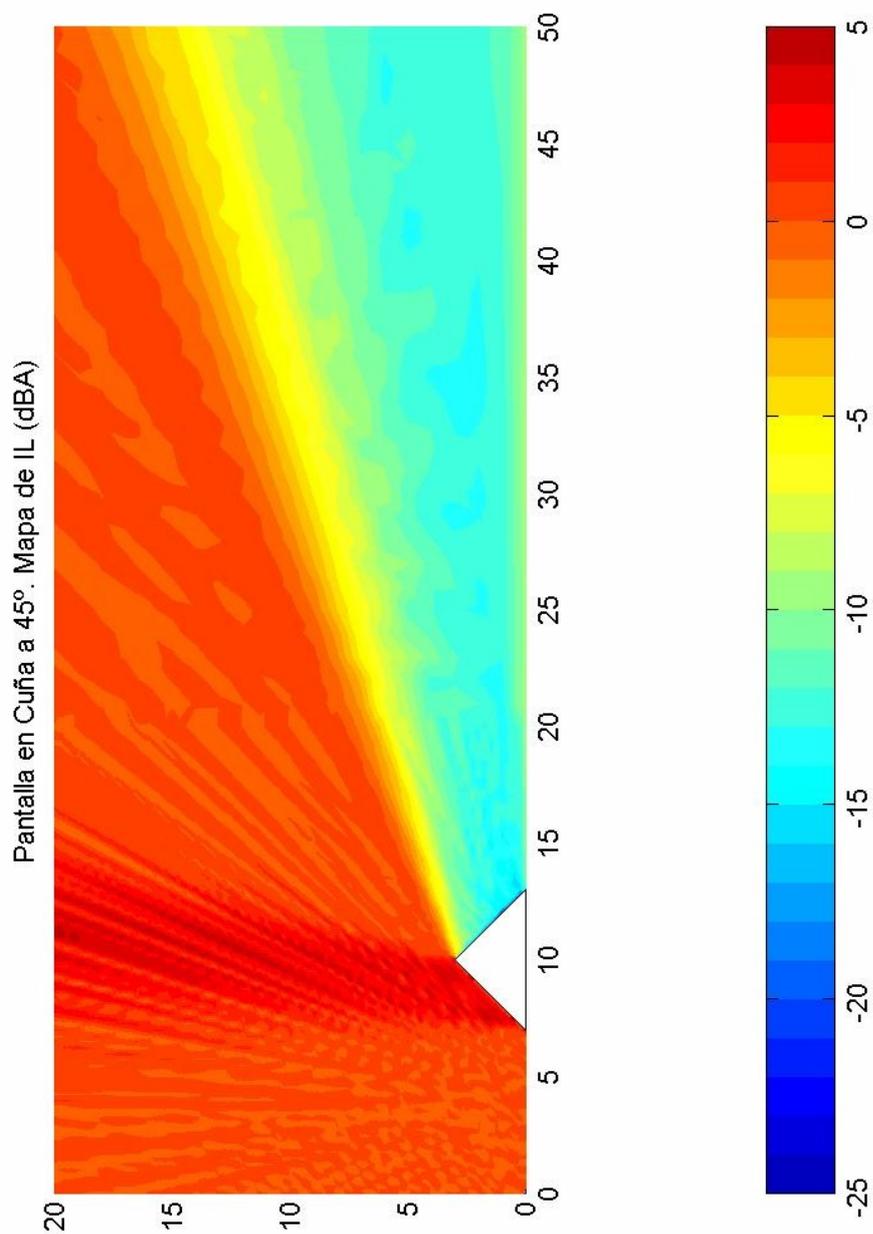


Figura 4.14

En las figuras 4.15 y 4.16 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han analizado barreras en cuña con inclinaciones de taludes de 30, 45 y 60°.

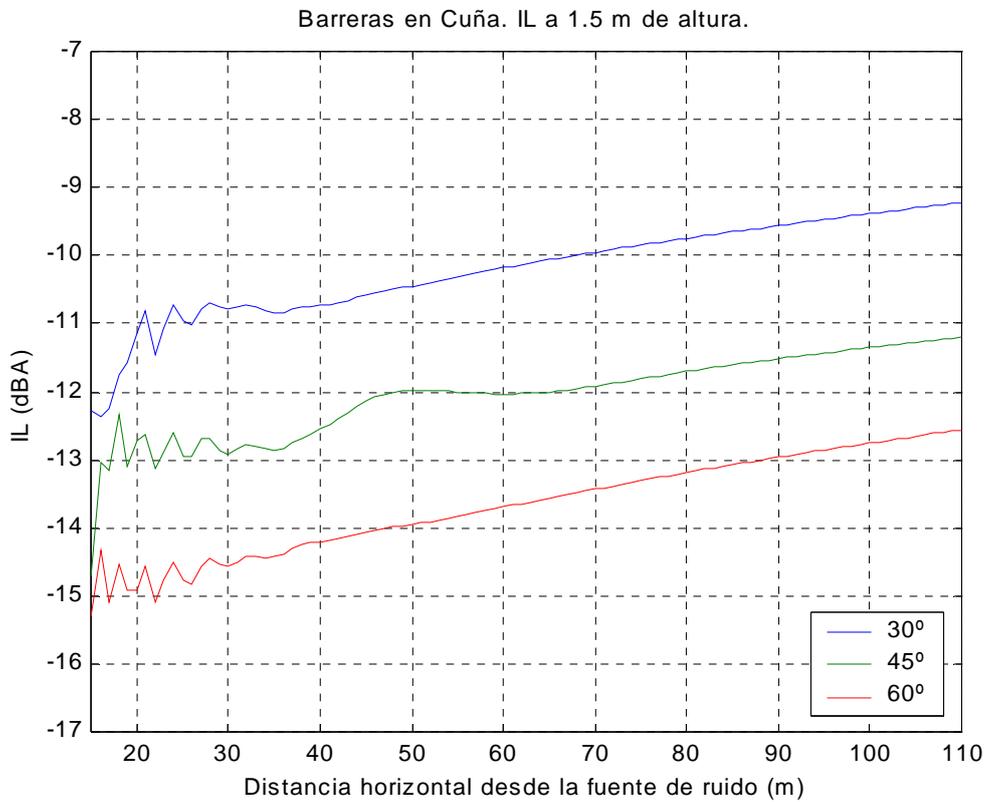


Figura 4.15

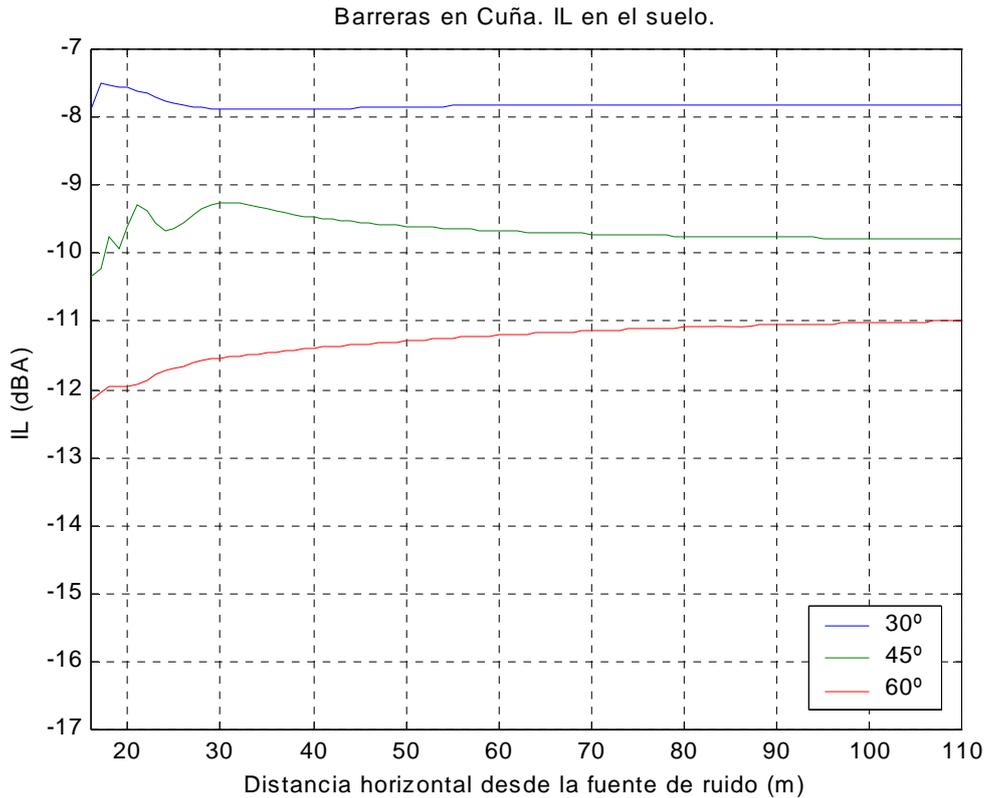


Figura 4.16

En las figuras 4.15 y 4.16 se aprecia que la eficacia de las barreras aumenta de forma considerable al aumentar la inclinación de los taludes. Al pasar de taludes a 30° a taludes a 45° se consigue un incremento de atenuación que está entorno a 2 dBA. Sin embargo, si seguimos incrementando la pendiente de los taludes hasta 60° , únicamente conseguimos un decibelio más de atenuación. El caso extremo lo constituiría la pantalla recta, en que la pendiente de los taludes ha aumentado hasta situarse completamente verticales. De la comparación de estas figuras con la pantalla recta de 3 m (figuras 4.9 y 4.10), se observa que la atenuación obtenida con la pantalla recta es superior a la conseguida con cualquiera de las pantallas en cuña (30° , 45° ó 60°), lo que confirma el incremento de eficacia de la barrera al aumentar la pendiente de los taludes. Esta influencia de la pendiente de los taludes se justifica por la mayor dificultad que tiene la onda para difractar por detrás de una barrera con taludes más verticales.

De la comparación de las figuras 4.15 y 4.16 se extrae como conclusión que la atenuación es mayor a 1.5 m de altura que a nivel del suelo, al igual que ocurría con la pantalla recta.

En la siguiente figura (figura 4.17) se ha estudiado la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa como la atenuación máxima se presenta, para todas las inclinaciones, entre los 2 y los 4 m de altura. A medida que aumenta la altura, la atenuación va disminuyendo, reduciéndose también la diferencia entre las curvas, hasta llegar a los 20 m de altura, en los que todas las pantallas han perdido completamente su efectividad (IL = 0).

Otra conclusión interesante, que podemos observar con claridad en la figura 4.17, es que la diferencia de atenuación entre el nivel del suelo y el metro y medio de altura, nivel del oído humano, se sitúa entorno a 2 dBA.

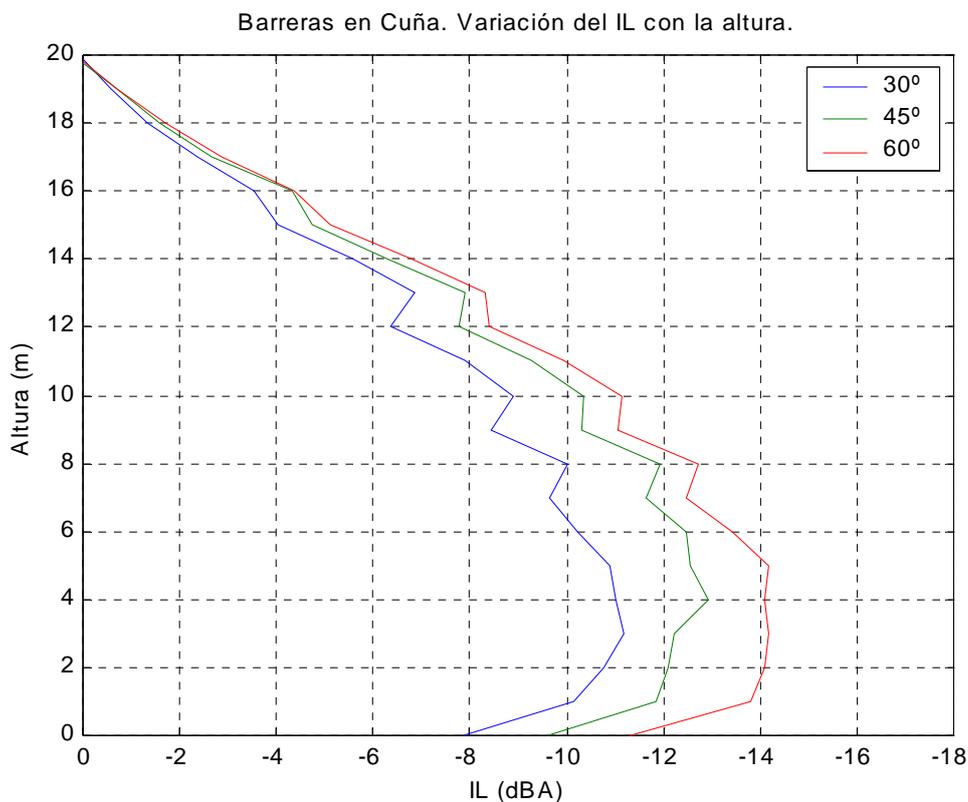


Figura 4.17

2.2.3. Sección transversal en Dique.

Este tipo de perfil de barrera es también muy común, siendo una variante de la sección en forma de cuña, a la que se le ha añadido un rellano en la zona superior. Normalmente este tipo de barreras, al igual que las que tienen forma de cuña, se construyen a base de montículos de tierra o piedras. La geometría de esta tipología de barrera se presenta en la figura 4.18:

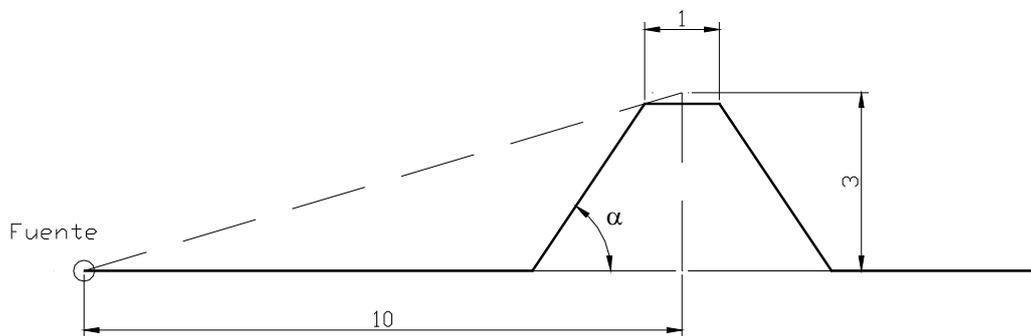


Figura 4.18

En la figura 4.19 se muestra el mapa de IL que surge al introducir una barrera en dique de 45° de pendiente de taludes y 3 m de altura efectiva. La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas. Comparando este mapa con el que produce una pantalla en cuña de las mismas características, altura efectiva de 3 m y taludes a 45° (figura 4.14), se aprecia que la atenuación conseguida por la barrera en dique es ligeramente superior.

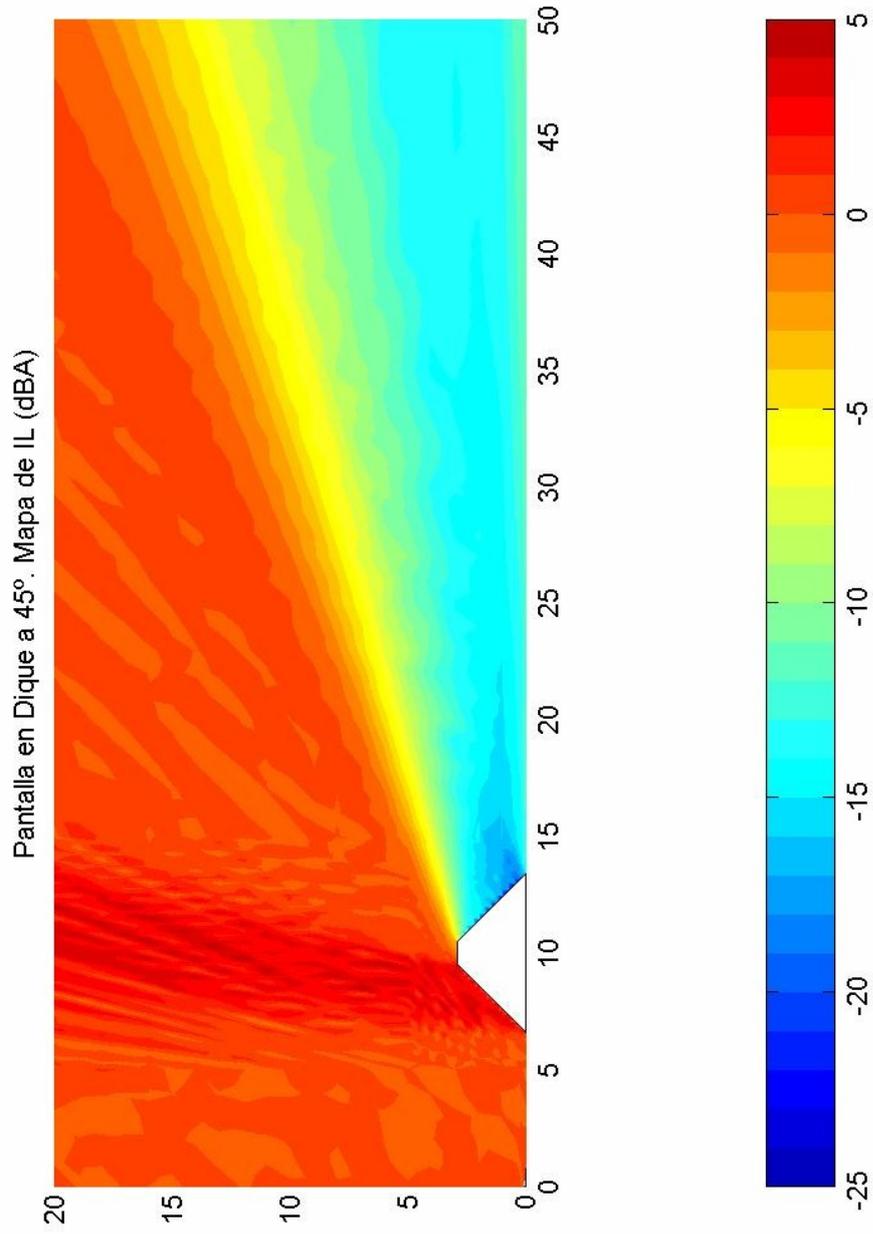


Figura 4.19

En las figuras 4.20 y 4.21 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han analizado barreras en dique con inclinaciones de taludes de 30, 45 y 60°.

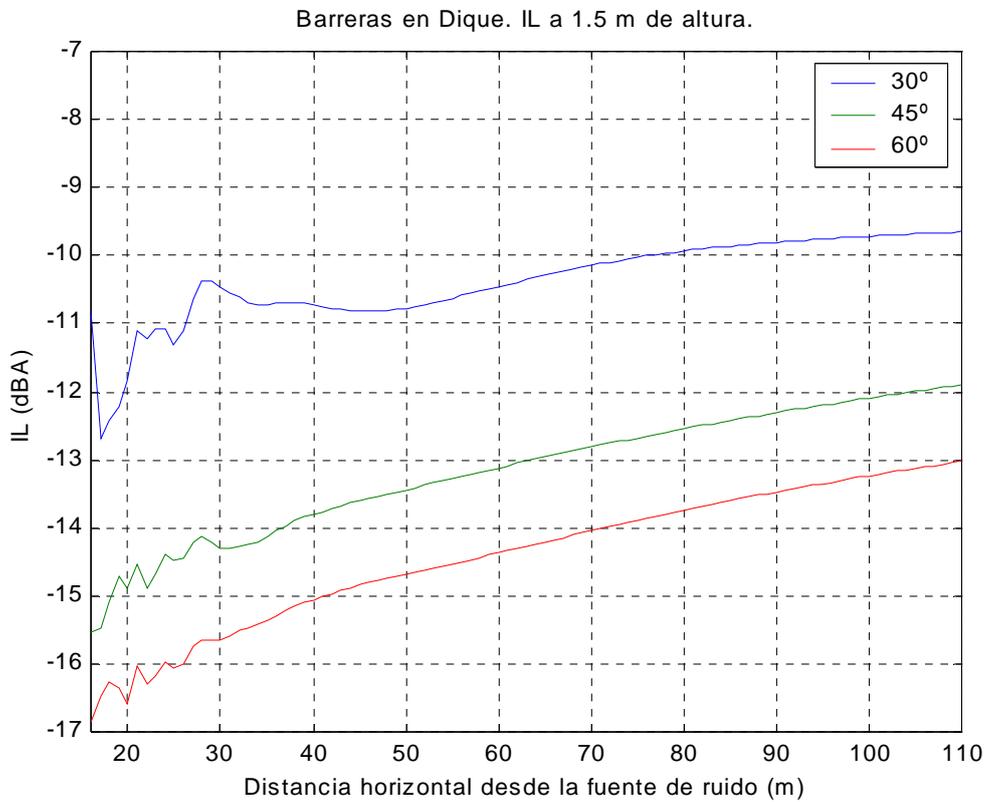


Figura 4.20

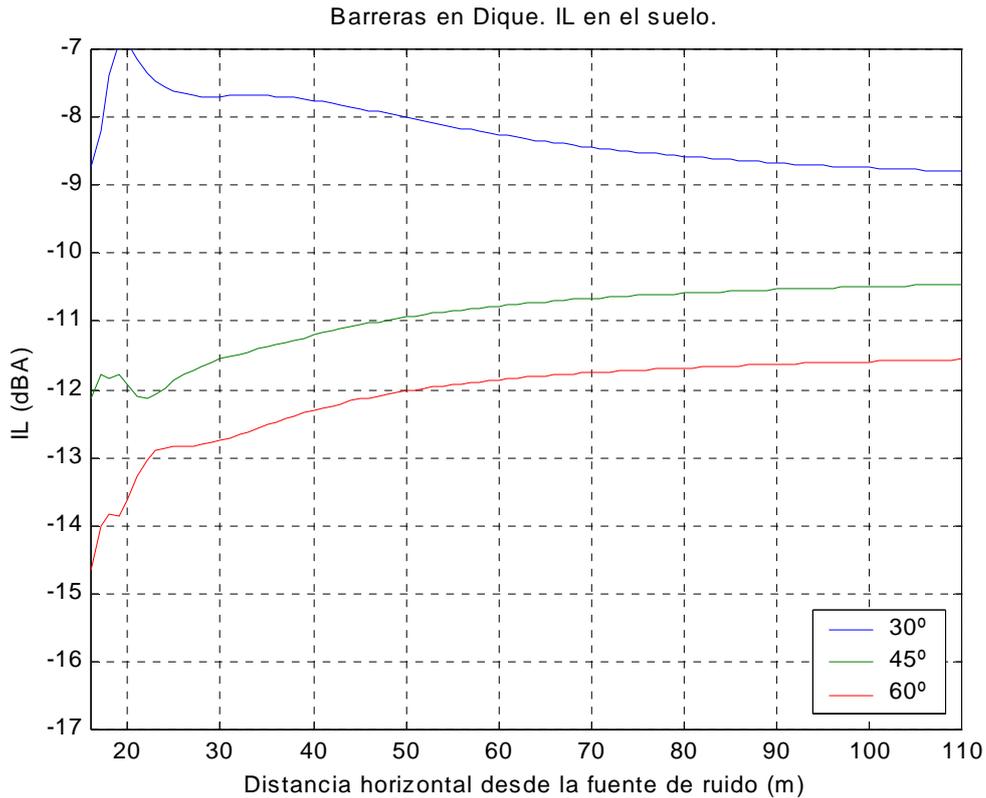


Figura 4.21

En las figuras 4.20 y 4.21 se observa como aumenta la eficacia de la barrera cuando aumentamos la pendiente de los taludes, siendo mayor el incremento al pasar de 30 a 45° que al pasar de 45 a 60°. Estas conclusiones son análogas a las extraídas del estudio de las pantallas en cuña.. Si comparamos estas figuras con las correspondientes a las barreras en cuña (figuras 4.15 y 4.16), comprobamos que las barreras con perfil en dique son del orden de 0.5 a 1 dBA más efectivas que las correspondientes cuñas.

Al igual que ocurría con las barreras en cuña y la pantalla recta, la atenuación es mayor a 1.5 m de altura que a nivel del suelo.

En la siguiente figura (figura 4.22) se ha estudiado la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. Las conclusiones a extraer de esta figura son análogas a las ya comentadas para las barreras con perfil en cuña.

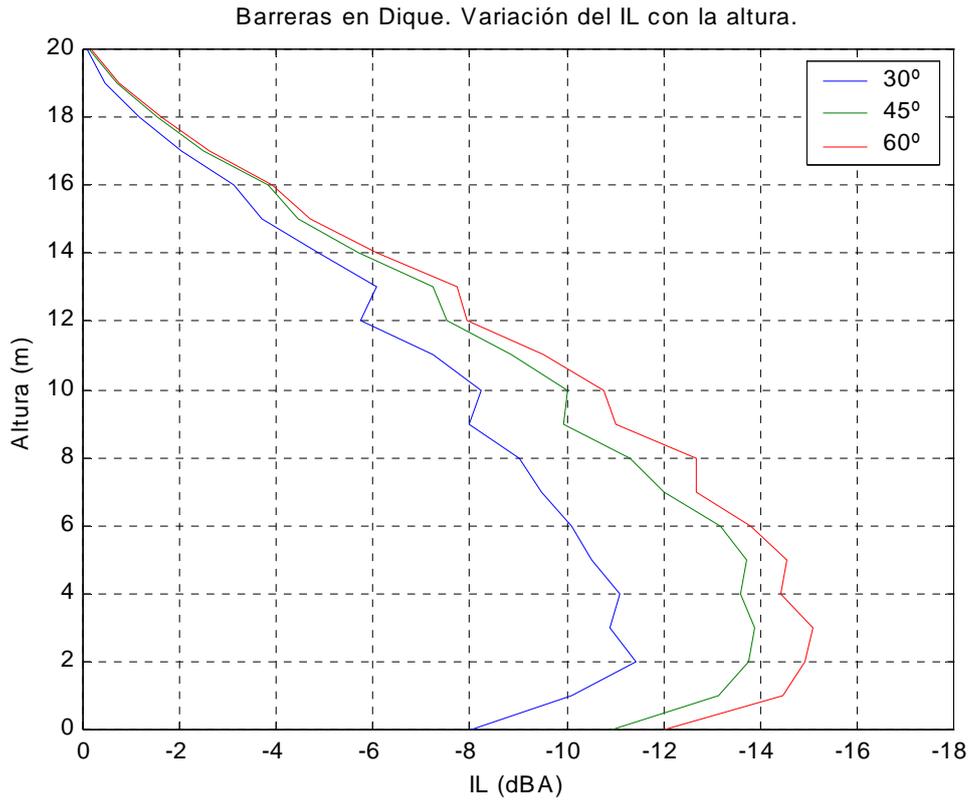


Figura 4.22

2.2.4. Sección transversal Acodada.

Este tipo de perfil es una variación de la pantalla recta, en la que la parte superior se ha inclinado un determinado ángulo hacia la fuente. Este tipo de pantallas pueden construirse de los mismos materiales que las pantallas rectas. A continuación se muestra la geometría de este tipo de sección:

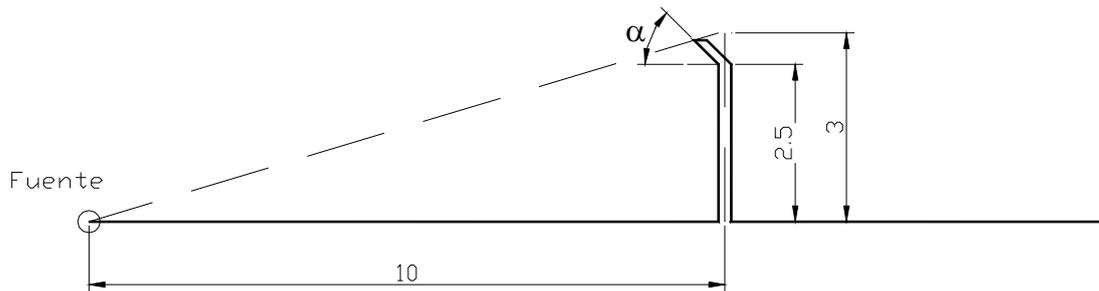


Figura 4.23

En la figura 4.24 se muestra el mapa de IL que surge al introducir una pantalla acodada de 3 m de altura efectiva y con la parte superior inclinada 45° hacia la fuente. La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas.

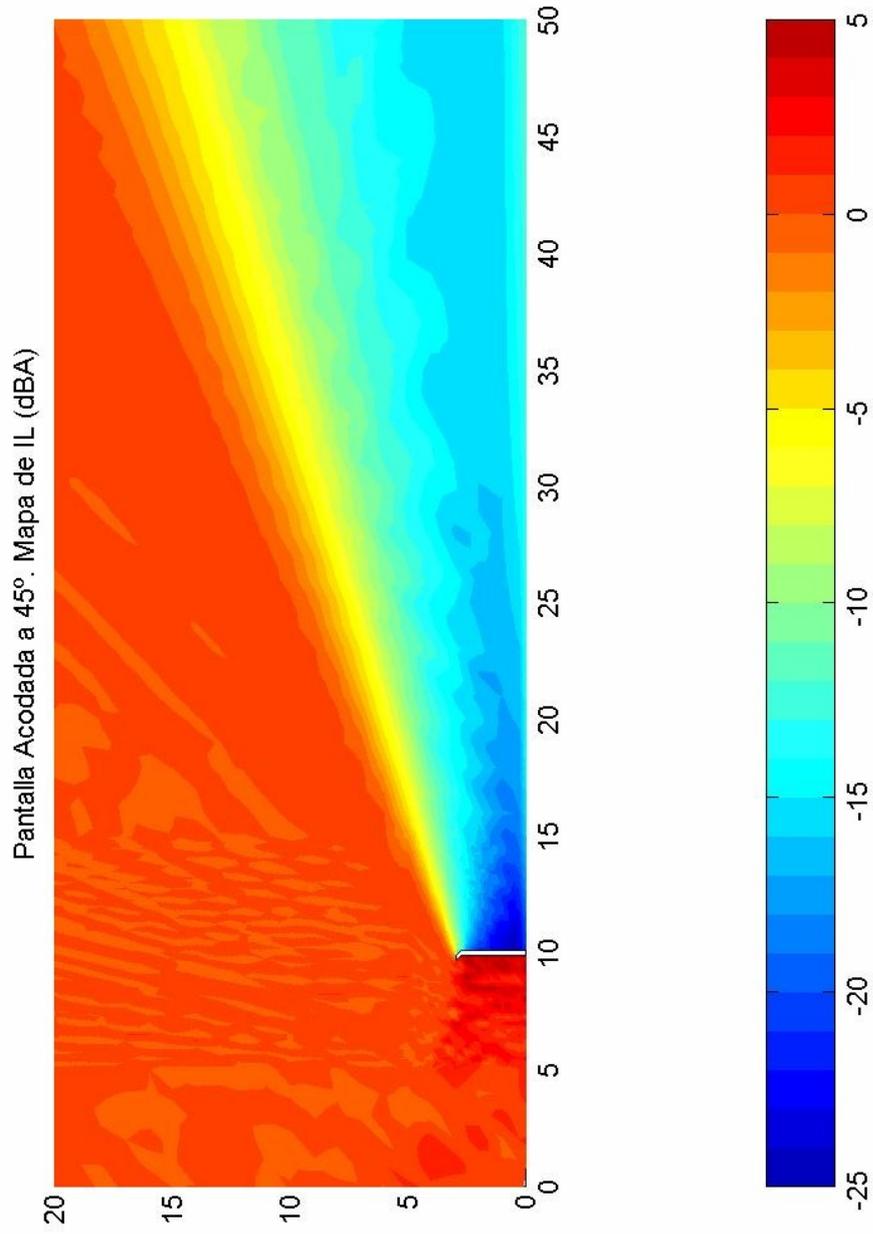


Figura 4.24

En las figuras 4.25 y 4.26 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han analizado pantallas acodadas con la parte superior inclinada respecto a la horizontal 0, 30, 45 y 60°. En las gráficas se incluye también la inclinación de 90°, lo que equivale a la pantalla recta. Ello nos permite comparar las pantallas acodadas con la pantalla recta, que constituye la pantalla de referencia.

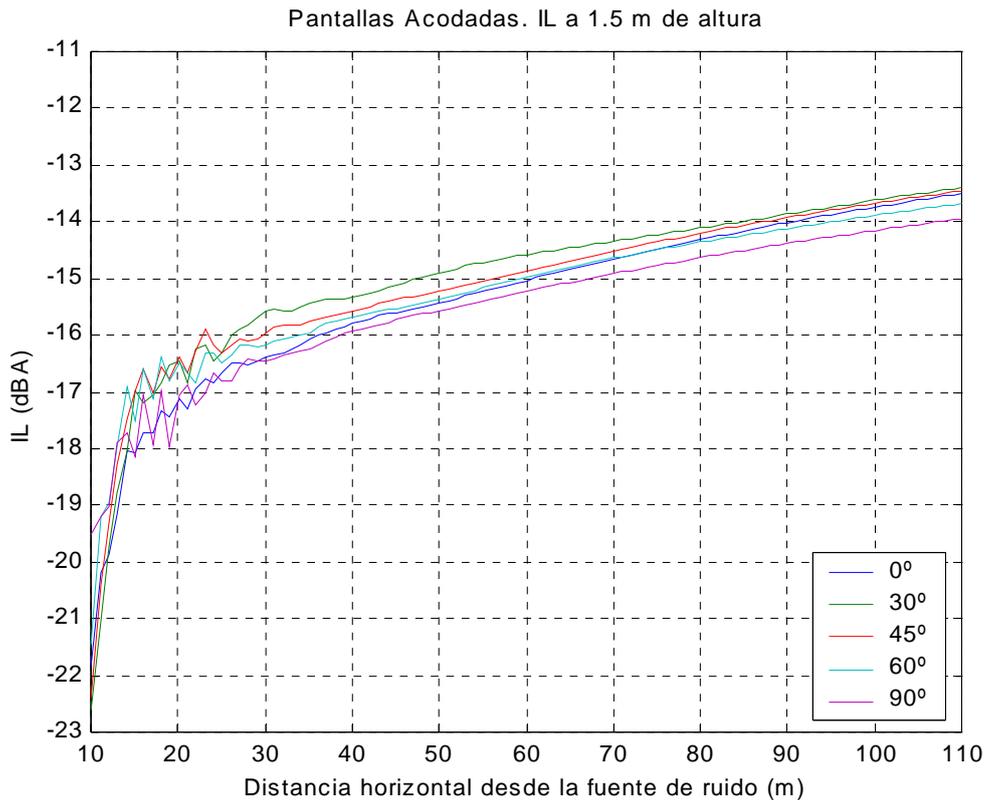


Figura 4.25

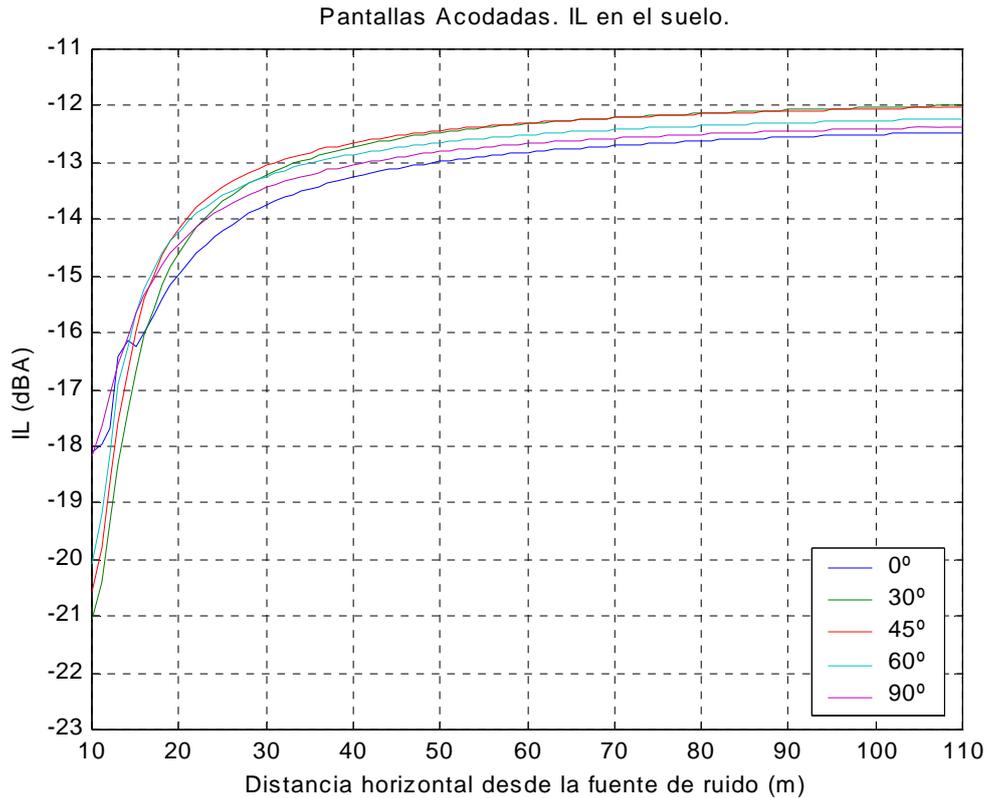


Figura 4.26

Tanto en la figura 4.25 como en la figura 4.26 se aprecia que todas las gráficas están muy próximas, lo que nos indica que el ángulo del codo no afecta de manera significativa a la efectividad de la pantalla. Un fenómeno curioso es que, mientras a 1.5 m de altura la pantalla recta (90°) es la más efectiva, a nivel del suelo la pantalla con codo a 0° es ligeramente más efectiva. De todas formas las diferencias no son significativas, y al ser de más fácil construcción las pantallas rectas, no se justifica la utilización de pantallas acodadas reflejantes por motivos estrictamente acústicos.

En la siguiente figura (figura 4.27) se ha estudiado, al igual que se hizo con los perfiles anteriores, la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa que, al igual que ocurría con los perfiles anteriores, la atenuación al nivel del suelo es menor que a 1.5 m de altura, siendo la diferencia de aproximadamente 3 dBA. Todas las curvas están bastante próximas, salvo la que tiene el codo a 0° respecto de la horizontal, que resulta ser un poco menos efectiva que las demás conforme aumenta la altura.

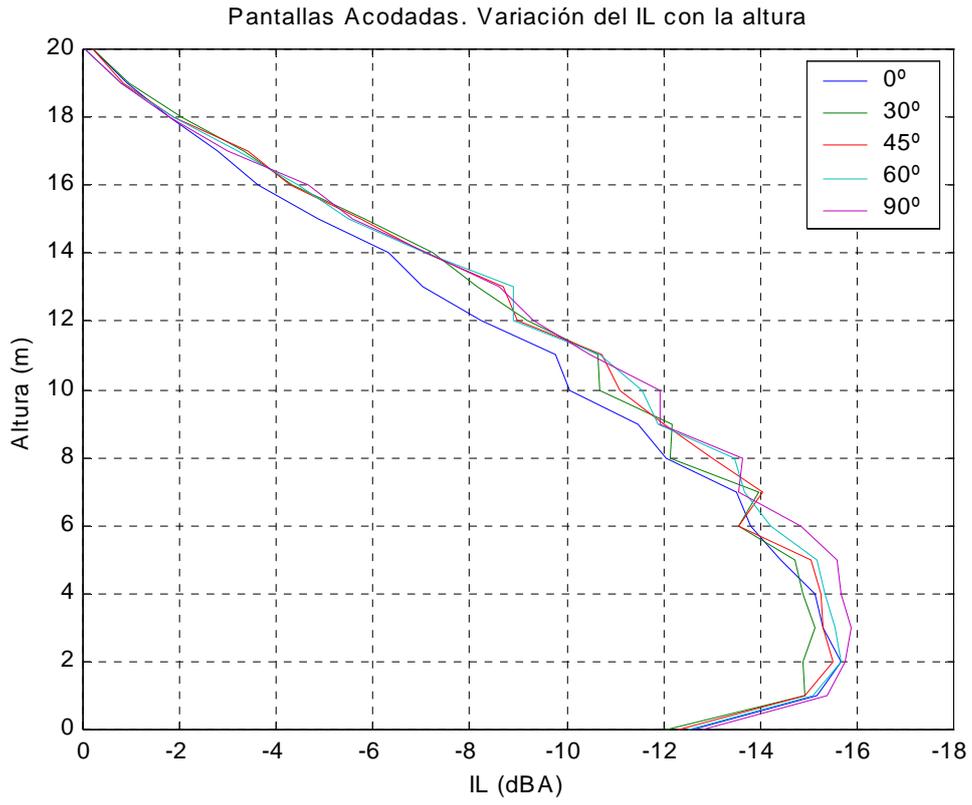


Figura 4.27

2.2.5. Sección transversal en “Y” o “T”.

Este diseño de perfil de pantalla surge con la idea de disminuir la energía acústica que difracta por encima de la barrera. El mecanismo de funcionamiento es el siguiente: la energía acústica pasa por encima del primer ramal de la “Y” y tiende a difractar. Al producirse la difracción la onda sonora se vuelve a encontrar con un segundo obstáculo, el segundo brazo de la Y, con lo que una parte de la energía ya difractada es reflejada por el segundo brazo, aumentando así la eficacia de la pantalla.

En esta tipología de pantalla hay dos parámetros importantes que definen su geometría. Por un lado está la altura efectiva, al igual que en el resto de barreras, y por otro lado está la relación de tamaño entre el tramo recto de la “Y” y los brazos superiores de ésta. Con objeto de tener en cuenta este último parámetro, se han estudiado dos tipos diferentes de pantallas en “Y”. Sus respectivas geometrías se muestran en las siguientes figuras:

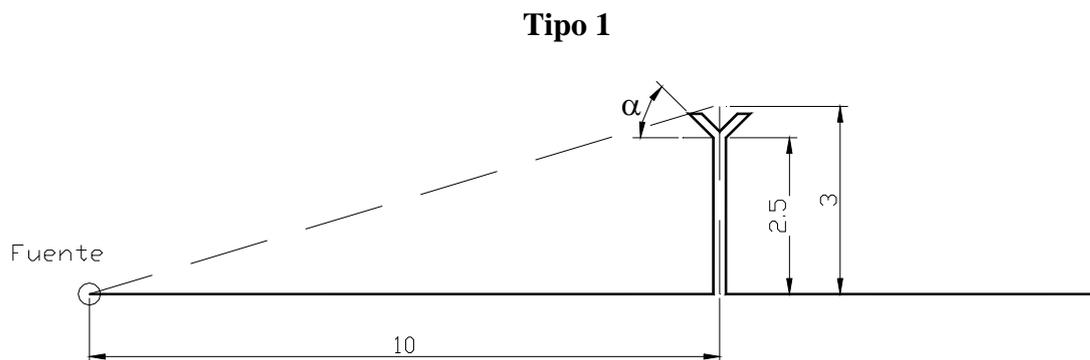


Figura 4.28

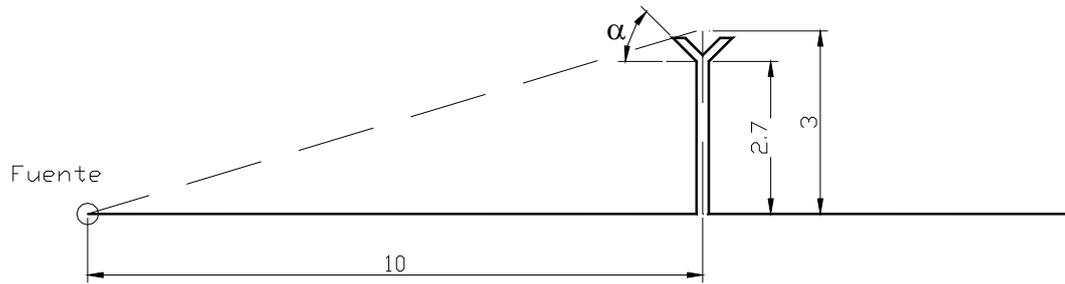
Tipo 2

Figura 4.29

Se ha realizado el análisis de ambos tipos de pantallas con ángulos de brazo (α) de 0, 30, 45 y 60°. En las figuras también aparece el ángulo de ramal de 90°, que corresponde con la pantalla recta.

En las figuras 4.30 y 4.31 se muestran los espectros de pérdida por inserción para cada una de las tipologías de pantallas en “Y”. El receptor se ha situado en todos los casos a nivel del suelo y 40 m detrás de la pantalla. La colocación de fuente y receptor a nivel de suelo se ha elegido con la intención de que los efectos de interferencia, que son acusados al analizar tonos puros, no alteren los resultados, dificultando así su interpretación.

De la observación de los espectros se desprende que ambos tipos de pantalla en “Y” resultan más efectivos que la pantalla recta (90°), sobre todo aquellas pantallas que tienen los brazos con una inclinación entre 30° y 45°. También hay que hacer notar que el incremento de eficacia respecto a la pantalla recta es mayor a frecuencias altas que a frecuencias bajas, por lo que, al ser las altas las frecuencias más molestas, este incremento resulta todavía más significativo.

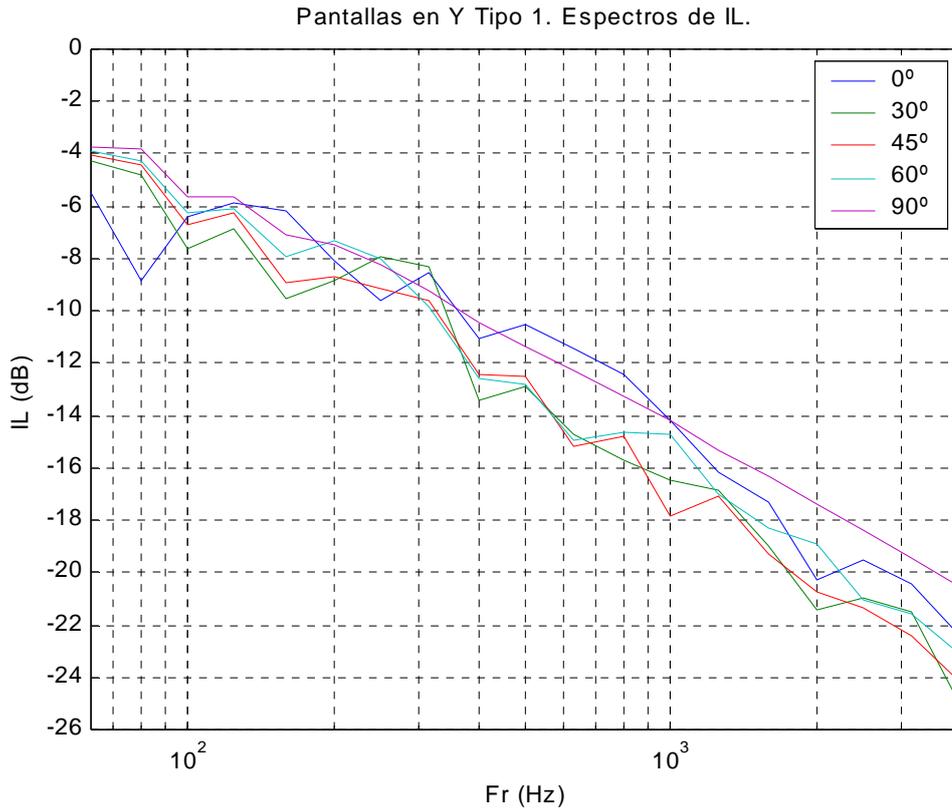


Figura 4.30

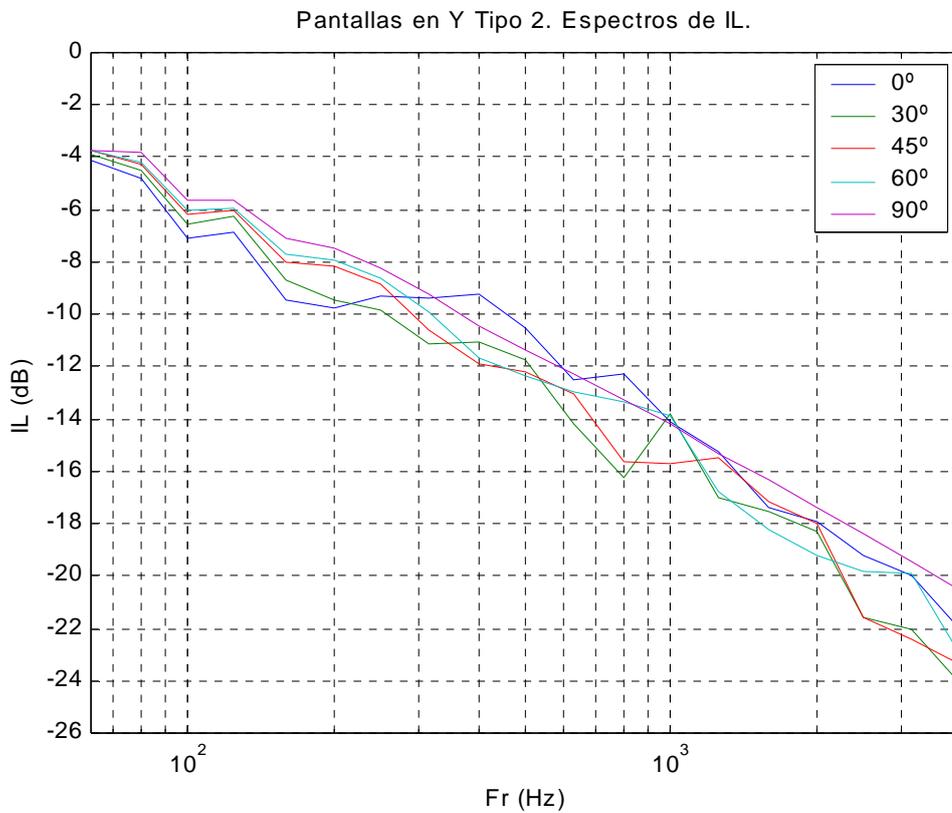


Figura 4.31

A continuación se presenta, en la figura 4.32, el mapa de IL que surge al introducir una pantalla en “Y” de Tipo 1 con brazos a 45°. La fuente de ruido esta situada en el origen de coordenadas. Comparando este mapa con el correspondiente a la pantalla recta, se aprecia que la pantalla en “Y” tiene una zona de sombra más acusada, lo que demuestra la mayor eficacia de este tipo de pantalla.

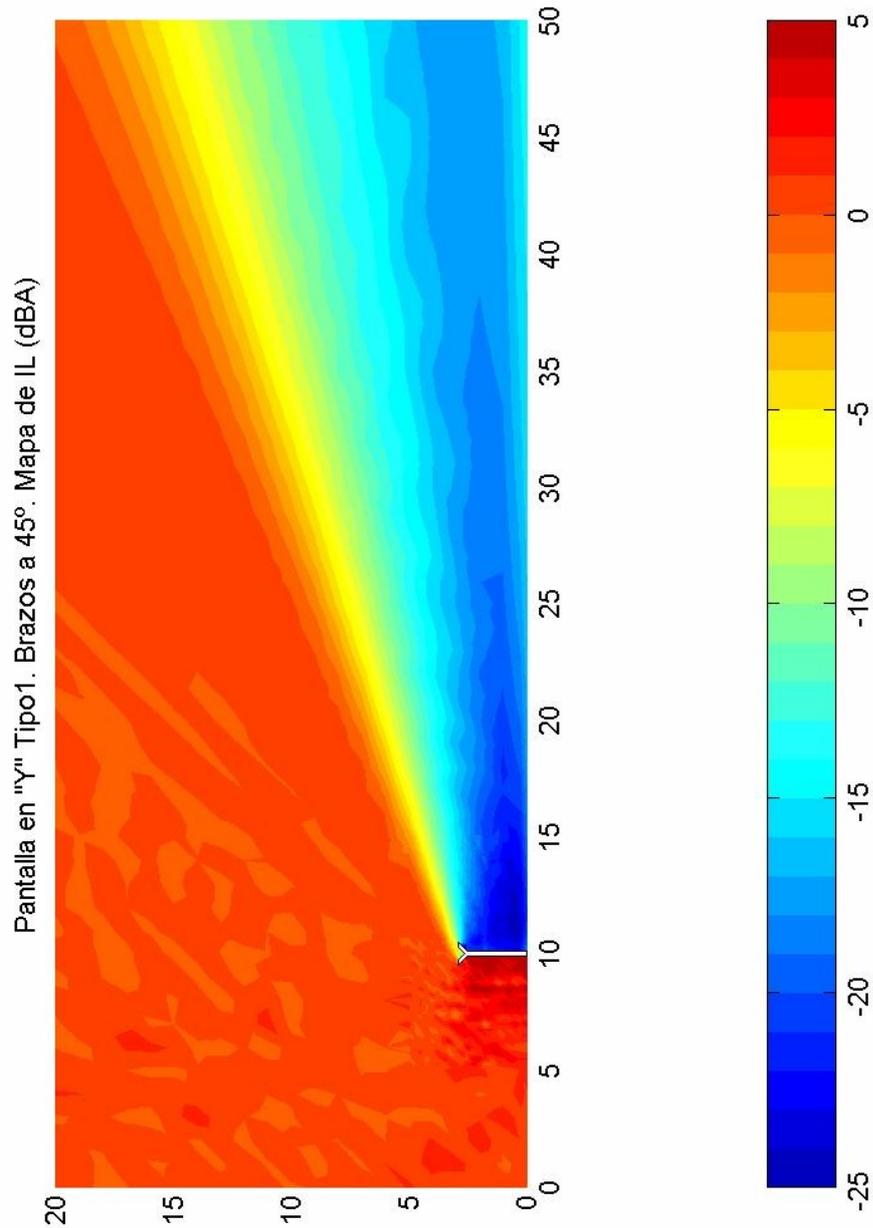


Figura 4.32

En las figuras 4.33 y 4.34 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han analizado pantallas en “Y” de ambos tipos con brazos inclinados respecto de la horizontal 0, 30, 45 y 60°. En las gráficas se incluye también la inclinación de 90°, lo que equivale a la pantalla recta. Ello nos permite comparar las pantallas en “Y” con la pantalla recta, que constituye la pantalla de referencia.

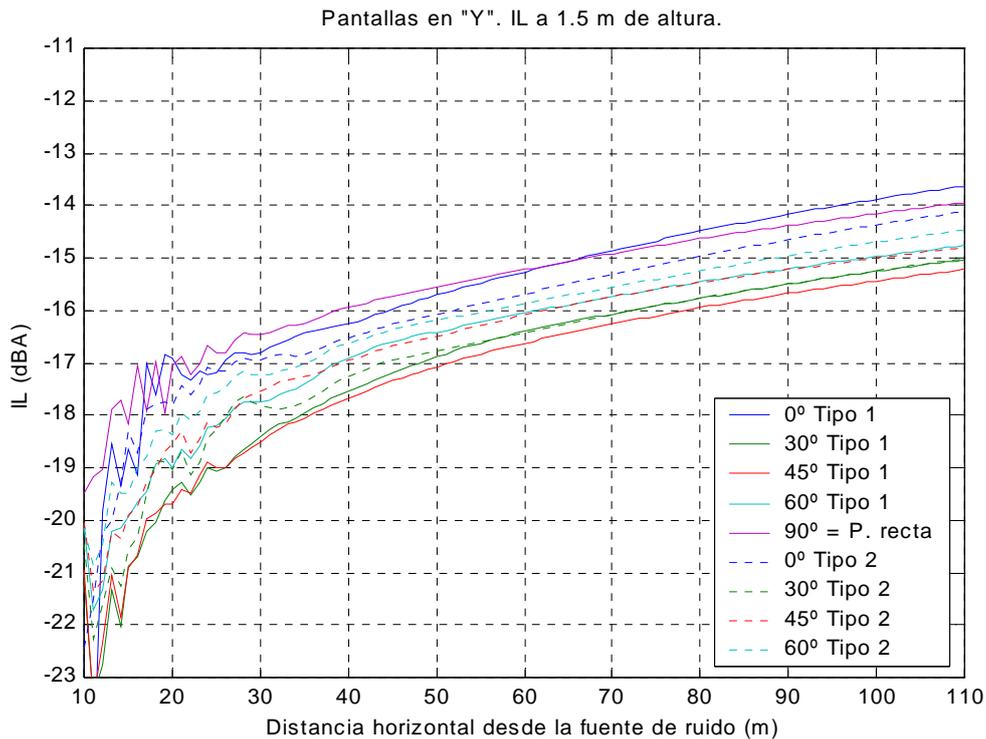


Figura 4.33

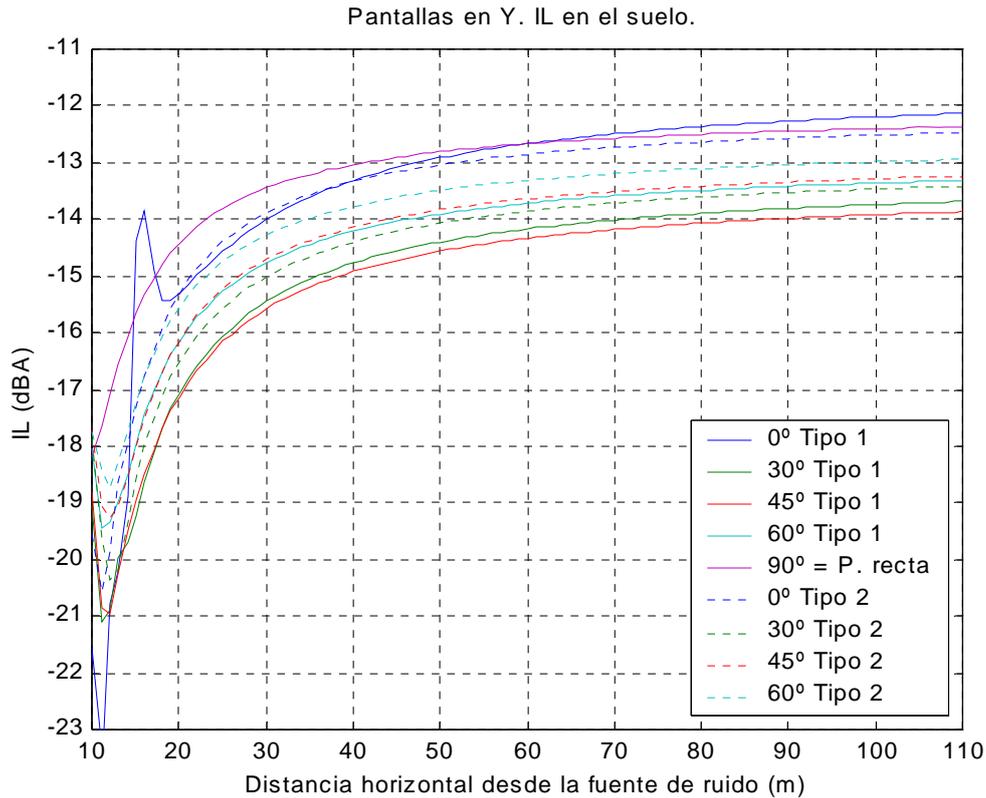


Figura 4.34

La primera conclusión que se desprende de la observación de las figuras 4.33 y 4.34 es que, tanto la pantalla tipo 1 como la tipo 2, resultan más efectivas que la pantalla recta si sus brazos están inclinados 30, 45 o 60°. La inclinación de brazos que consigue una mayor atenuación depende del tipo de pantalla. Para las pantallas tipo 1 esta inclinación se sitúa en los 45°, consiguiendo la inclinación de 30° una atenuación muy próxima a ésta. Sin embargo, en las pantallas tipo 2 la que resulta más efectiva es la de 30°, consiguiendo la inclinación de 45° una atenuación muy próxima pero ligeramente inferior. Debido a que las diferencias son pequeñas entre las pantallas con brazos a 30 y 45° de inclinación, se puede afirmar que el rango de inclinaciones comprendido entre estos dos valores resulta todo él adecuado.

Las pantallas tipo 1 resultan, para todas las inclinaciones, más eficientes que sus homólogas pantallas tipo 2. Esto resulta lógico puesto que los brazos que interceptan la onda difractada son mayores en este último caso. Sin embargo hay que hacer notar que, por ejemplo, la pantalla tipo 2 a 45° cuyos brazos tienen únicamente 31 cm de largo,

consigue una atenuación 1 dBA superior a la pantalla recta. Este es un aumento considerable, ya que supone la intercepción del **20% de la potencia sonora** que difractaba por encima de la pantalla recta. Si se aumentan la longitud de los brazos hasta los 54 cm (pantalla tipo 1 a 45°), el incremento de eficacia es de medio decibelio respecto a la pantalla tipo 2, lo que quizá no compense el extracosto que supone la construcción de este tipo de perfil.

En la siguiente figura (figura 4.35) se ha estudiado, al igual que se hizo con los perfiles anteriores, la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa que, al igual que ocurría con los perfiles anteriores, la atenuación al nivel del suelo es menor que a 1.5 m de altura, siendo la diferencia de aproximadamente 3 dBA. También hay que hacer notar que, para alturas superiores a 10 m, todas las pantallas son igualmente eficaces, salvo la pantalla en “T” tipo 1 (0°), que es apreciablemente menos eficiente que las demás.

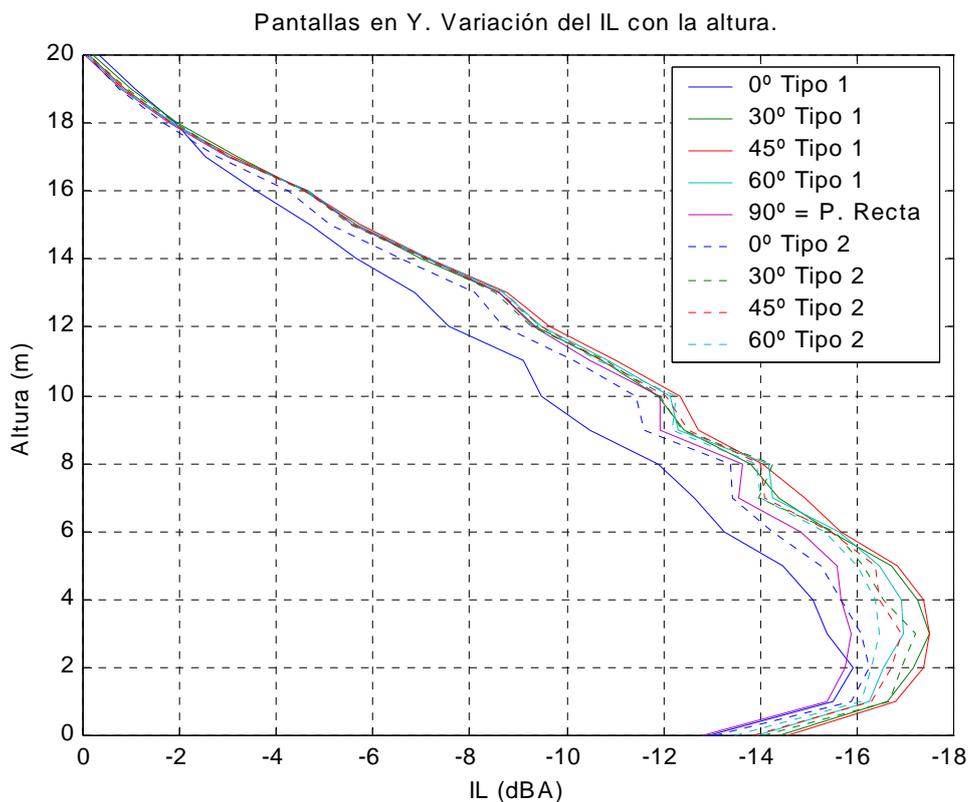


Figura 4.35

2.2.6. Sección transversal recta con brazo saliente hacia la fuente.

Este tipo de sección surge, al igual que el perfil anterior, con la idea de intentar aumentar la eficacia de la pantalla recta sin aumentar la altura total. Este tipo de perfil no sólo se plantea como una posible geometría inicial, sino que también es posible complementar una pantalla recta y convertirla en este tipo de sección. La filosofía de funcionamiento es análoga a la pantalla en “Y”. Se diferencia únicamente de la pantalla en “Y” en que el segundo brazo no está inclinado, sino vertical. A continuación se presenta la geometría de este tipo de sección:

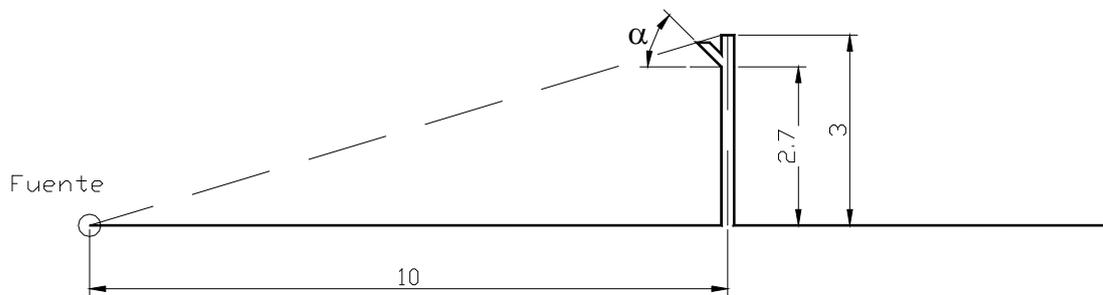


Figura 4.36

En la figura 4.37 se muestra el mapa de IL que surge al introducir una sección de este tipo, de 3 m de altura y con el brazo saliente inclinado 45° . La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas.

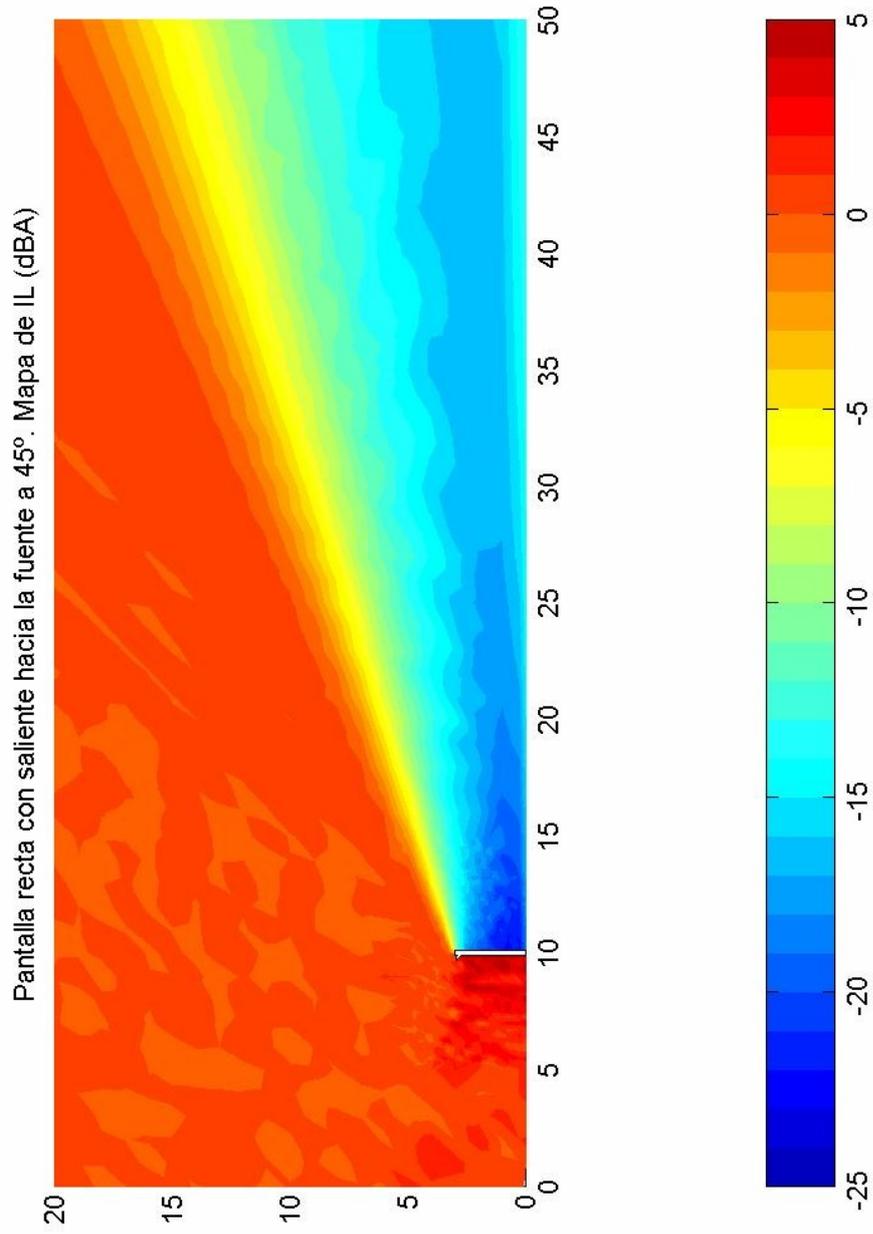


Figura 4.37

En las figuras 4.38 y 4.39 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han analizado pantallas con el brazo saliente inclinado, respecto a la horizontal, 0, 30, 45 y 60°. En las gráficas se incluye también la inclinación de 90°, lo que equivale a la pantalla recta. Ello nos permite comparar las pantallas acodadas con la pantalla recta, que constituye la pantalla de referencia.

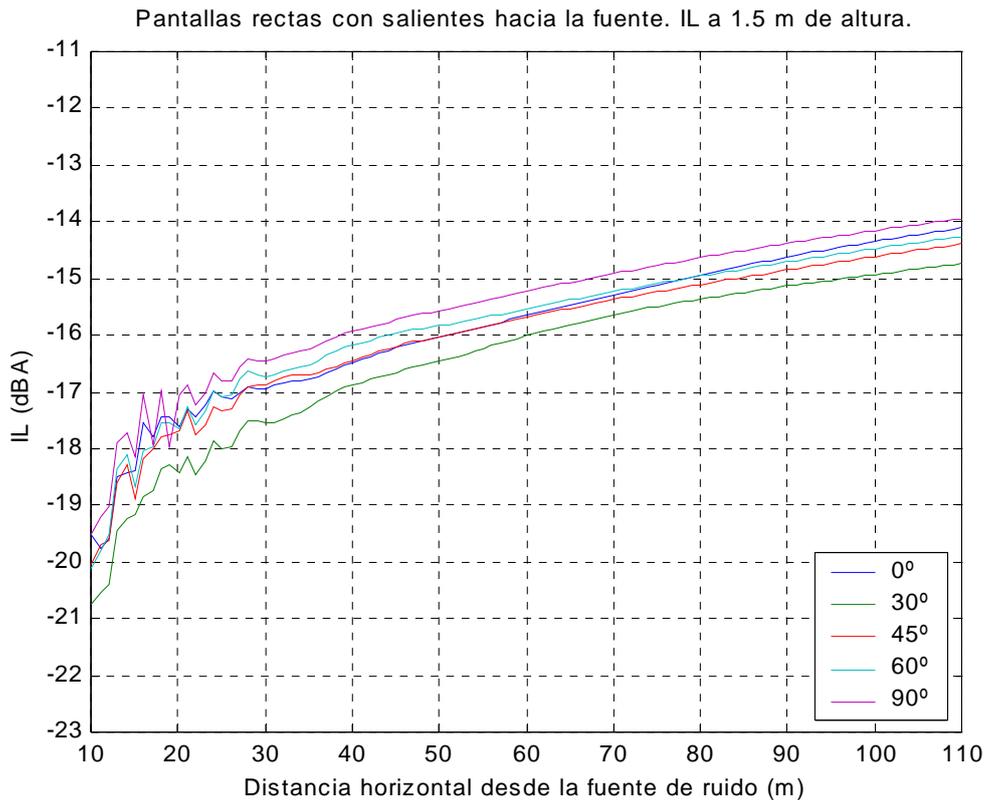


Figura 4.38

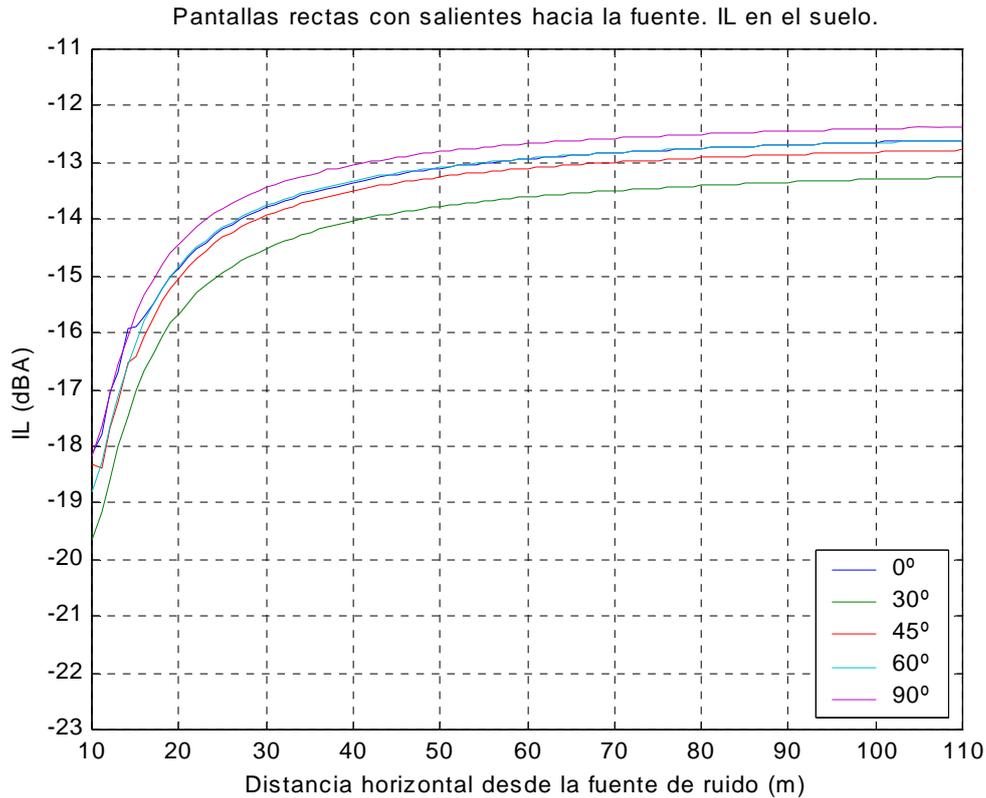


Figura 4.39

De las figuras 4.38 y 4.39 se pueden extraer varias conclusiones interesantes. Lo primero que hay que destacar es que para todas las inclinaciones, la atenuación conseguida por este tipo de pantalla es superior a la de la pantalla recta. La inclinación más eficiente es, sin lugar a dudas, la que sitúa el brazo saliente 30° sobre la horizontal, siendo su atenuación casi un decibelio superior a la de la pantalla recta.

Si comparamos estas gráficas con las figuras 4.33 y 4.34, que corresponden a las pantallas en Y, se observa que las pantallas en Y son bastante más eficientes que las aquí analizadas en la zona cercana a la pantalla, pero conforme nos alejamos de ésta, la diferencia se va haciendo más pequeña hasta llegar a ser menor de medio decibelio. Como conclusión podemos decir que, desde el punto de vista acústico, el perfil en Y es ligeramente más eficiente, aunque la diferencia no es muy significativa, por lo que la elección entre uno u otro perfil dependerá de otro tipo de factores como el económico, estético, etc.

En la siguiente figura (figura 4.40) se ha estudiado, al igual que se hizo con los perfiles anteriores, la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa un comportamiento análogo al resto de perfiles analizados, la atenuación al nivel del suelo es menor que a 1.5 m de altura, siendo la diferencia de aproximadamente 2,5 dBA.

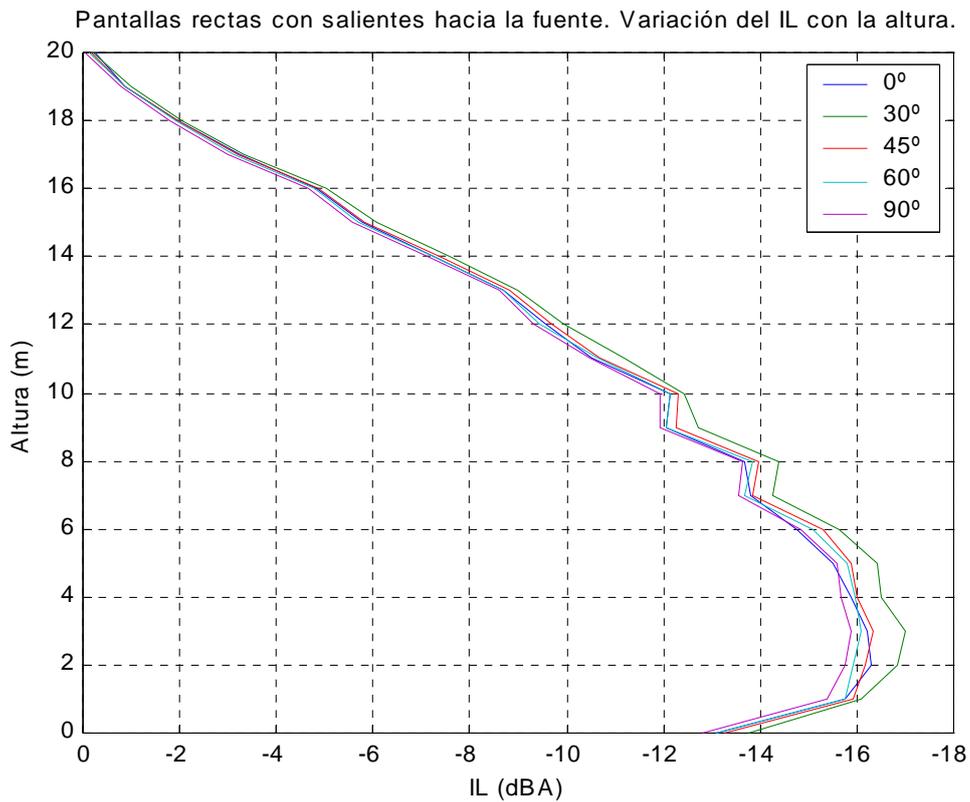


Figura 4.40

2.2.7. Sección transversal con elementos aislados.

Este tipo de perfil surge con la idea de intentar aprovechar los efectos de interferencia de las ondas acústicas para aumentar la eficacia de las barreras. En la parte superior de la barrera se sitúa un elemento adelantado respecto del resto de la barrera, de forma que se forme un canal por el que progresa la onda de forma vertical y interfiera a la que ha rodeado a la barrera por arriba. Las geometrías probadas se muestran a continuación:

Geometría Tipo 1.

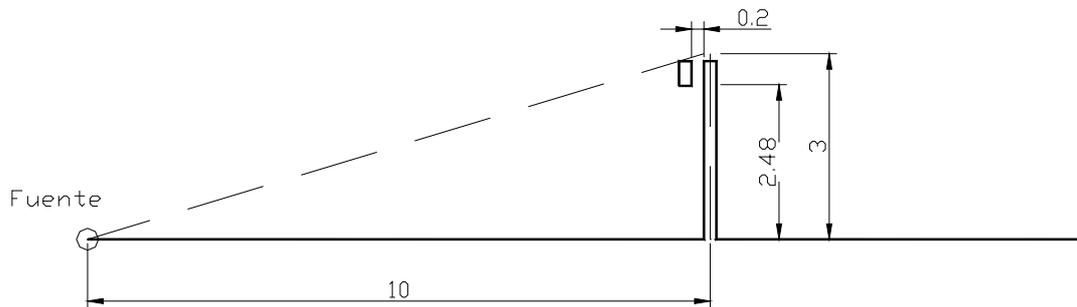


Figura 4.41

Geometría Tipo 2.

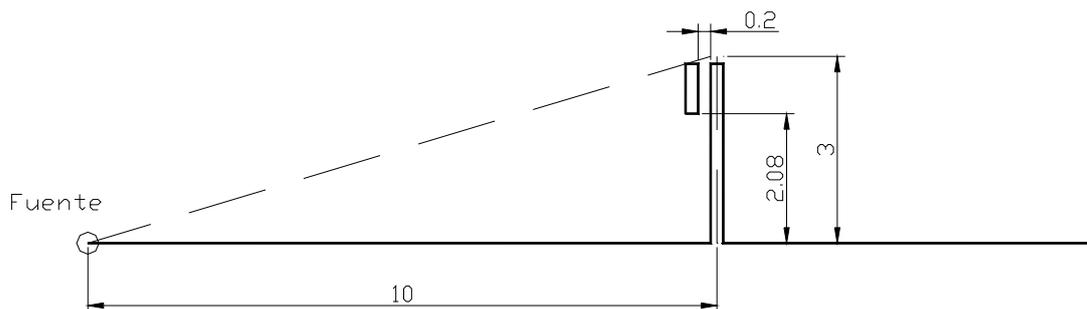


Figura 4.42

Geometría Tipo 3.

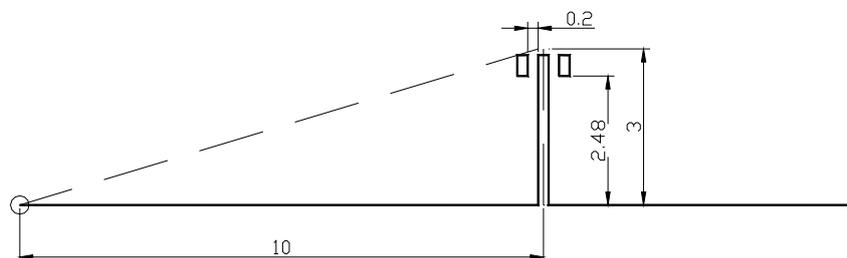


Figura 4.43

Geometría Tipo 4.

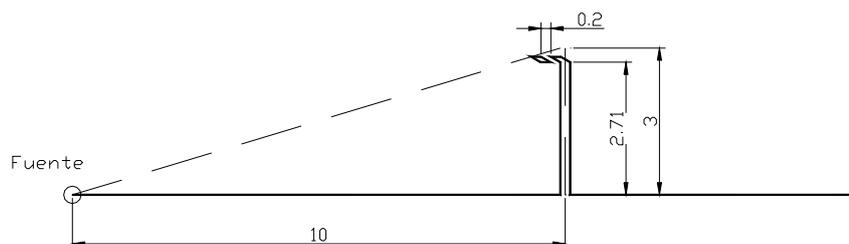


Figura 4.44

En la figura 4.45 se muestra el mapa de IL que surge al introducir una sección de Tipo 2. La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas.

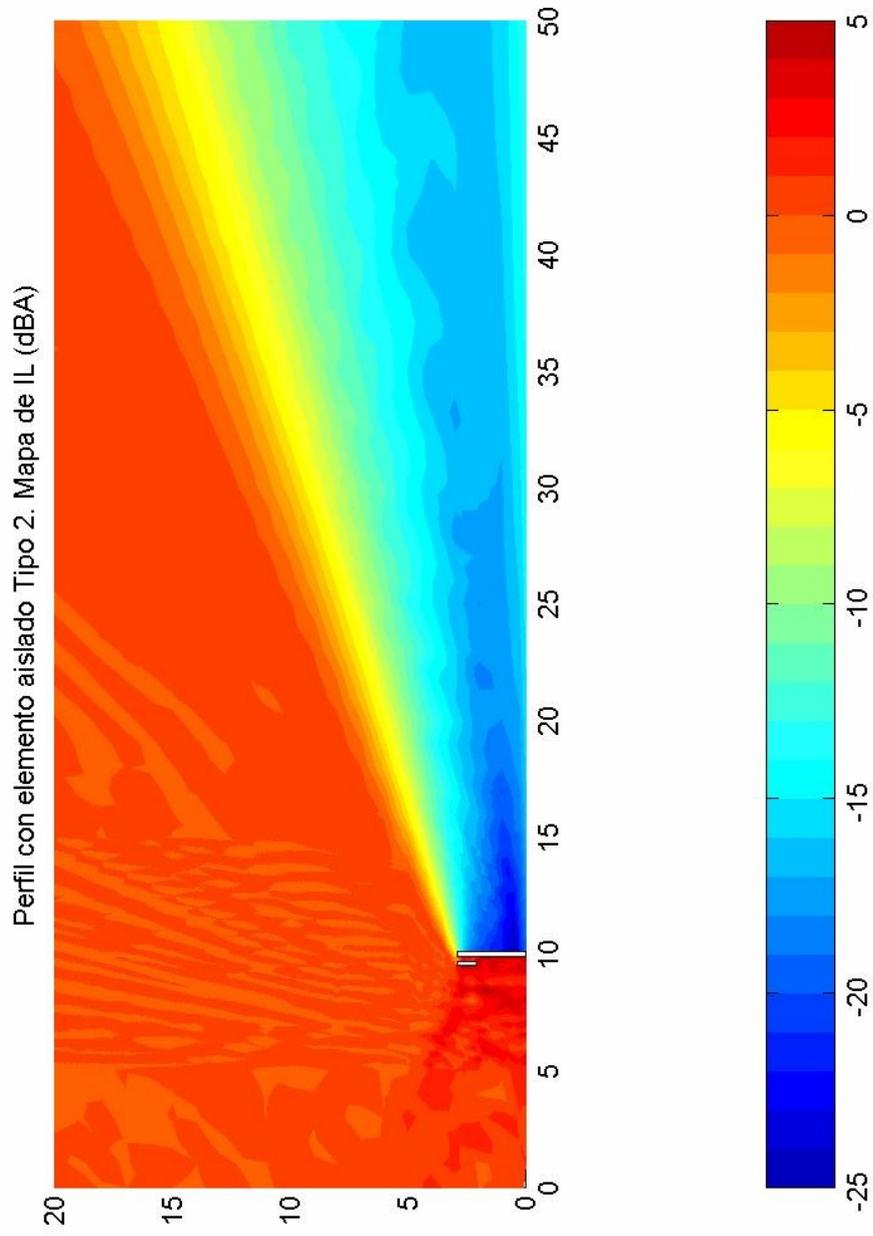


Figura 4.45

En las figuras 4.46 y 4.47 se han graficado, al igual que se ha hecho el resto de pantallas, las variaciones del IL a lo largo de rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Se han representado las cuatro geometrías presentadas en una misma gráfica para poder realizar comparaciones entre ellas. En las gráficas se incluye también el perfil de referencia, que no es otro que la pantalla recta.

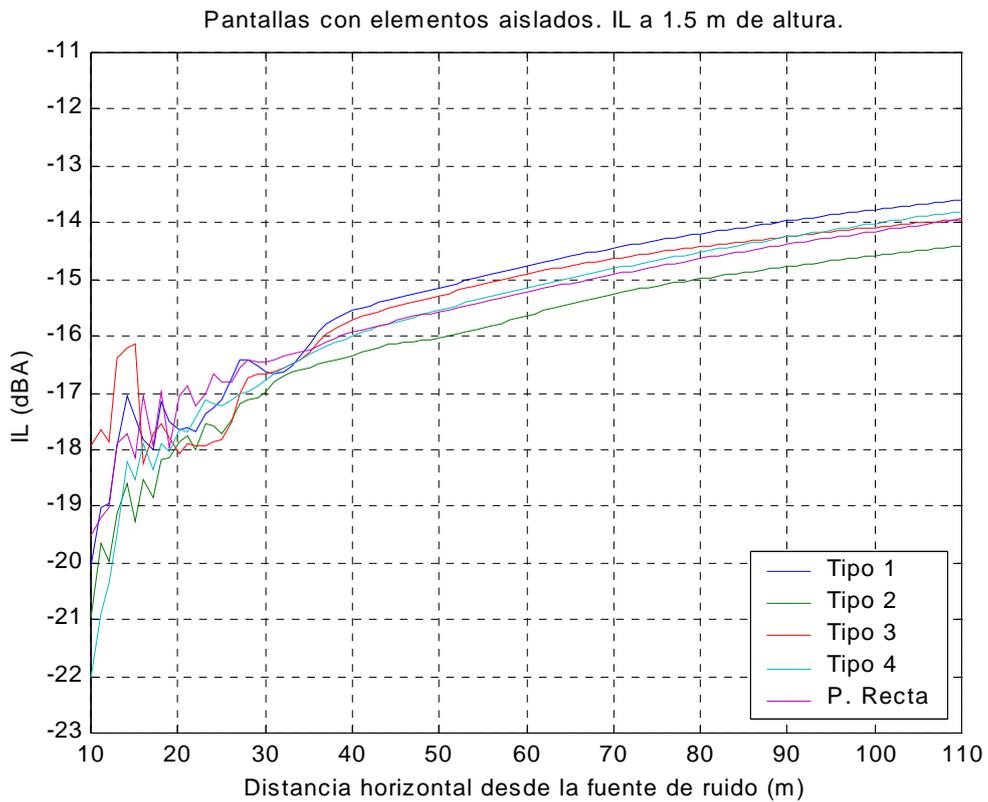


Figura 4.46

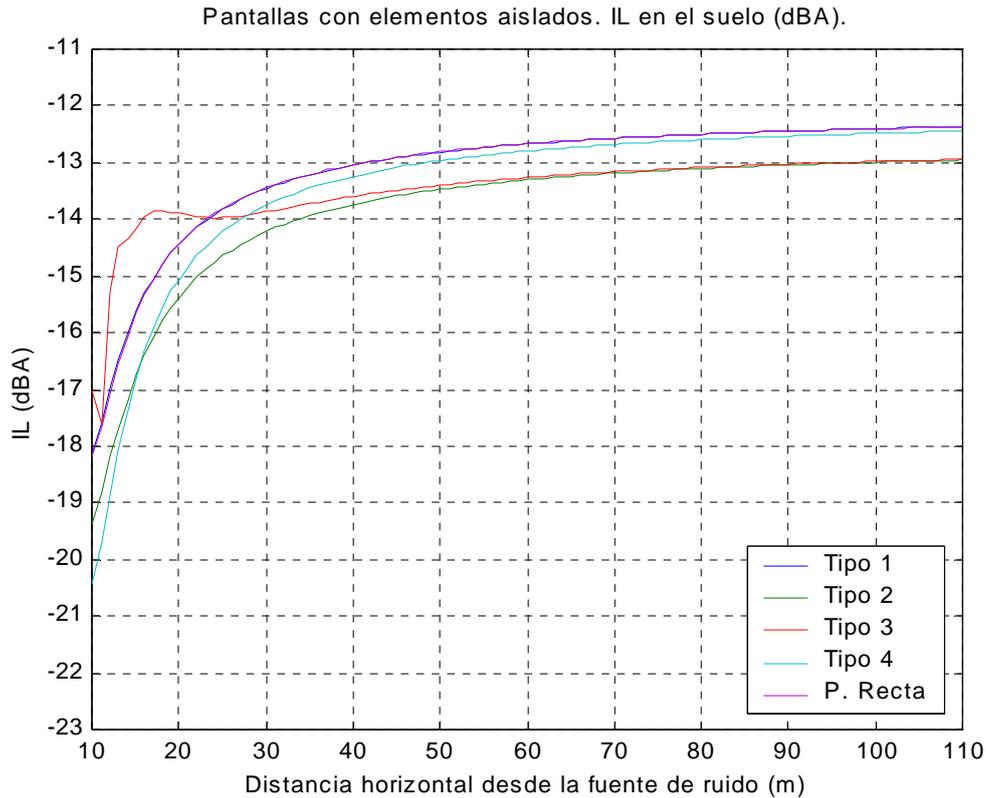


Figura 4.47

Si observamos la figura 4.46 nos damos cuenta de que, a 1.5 m de altura, la única geometría de pantalla que mejora el comportamiento de la pantalla recta es la Tipo 2. Esta mejora se sitúa en torno al medio decibelio. Ello implica que, aún siendo mejor que la pantalla recta, es menos efectiva que la pantalla en “Y”.

Si analizamos el comportamiento a nivel del suelo (figura 4.47), las conclusiones difieren, ya que en este caso no existe una, sino dos tipologías de pantalla que mejoran apreciablemente el comportamiento de la pantalla recta. Estas geometrías son la Tipo 2 y la Tipo 3. Ambas geometrías consiguen un incremento de eficacia respecto a la pantalla recta similar, situándose éste en torno a medio decibelio.

Otro aspecto a destacar de la figura 4.47 es el comportamiento de la geometría tipo 2, que resulta apreciablemente más llana que el resto de curvas. Esto es así debido a que el obstáculo trasero, situado detrás del bloque principal de la pantalla, desvía parte de la

energía sonora a la zona próxima a la pantalla, distribuyéndose de esta forma más homogéneamente la potencia sonora.

En la siguiente figura (figura 4.48) se ha estudiado, al igual que se hizo con los perfiles anteriores, la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa que la atenuación al nivel del suelo es menor que a 1.5 m de altura, siendo la diferencia de aproximadamente 2,5 dBA. Otro aspecto interesante es que en alturas que se sitúen entre las 3 y los 6 m, la geometría Tipo 3 es más efectiva que la Tipo 2, siendo al contrario si nos encontramos en alturas menores a 3 m.

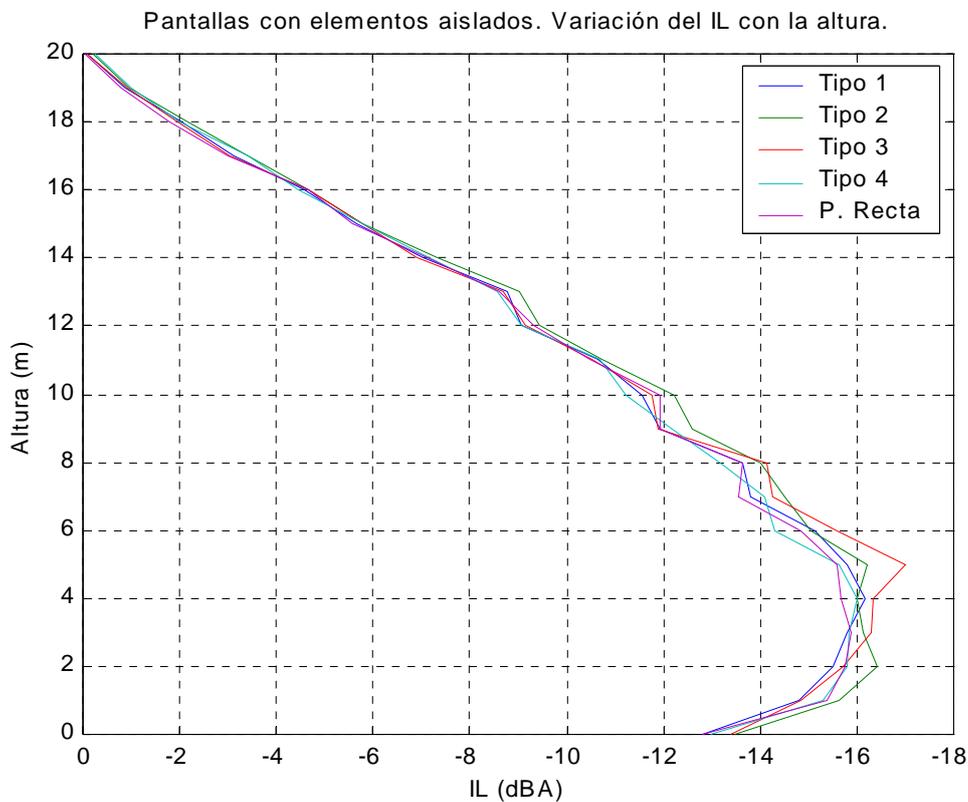


Figura 4.48

2.3. Influencia de la capacidad absorbente de la pantalla.

Hasta aquí todas las pantallas analizadas eran completamente reflejantes, es decir, todos sus contornos reflejaban toda la potencia sonora que les llegaba. Esta suposición resulta adecuada cuando las pantallas están construidas con materiales “duros” como el acero, el hormigón, el cristal, etc. Sin embargo, algunas barreras como las que tienen forma de cuña o de dique no se construyen normalmente con estos materiales, sino que habitualmente son montículos de tierra en los que puede o no existir vegetación superficial. Los contornos de este tipo de barrera si poseen una cierta capacidad para absorber la energía acústica, resultando importante su consideración en cualquier modelo.

Las pantallas construidas con materiales duros no poseen, en principio, una absorción acústica importante. Sin embargo, ciertos contornos pueden ser recubiertos con capas de materiales absorbentes como la lana mineral, corcho, etc. Con estos recubrimientos situados en zona concretas, normalmente en la parte superior de la pantalla, se puede conseguir disminuir la potencia de la onda que difracta por encima de la barrera, aumentando así la eficacia de ésta.

Resulta necesario, por tanto, analizar barreras en las que algunos o todos sus contornos sean absorbentes, y poder así evaluar la influencia de este factor. Ese es el propósito de este epígrafe. Los contornos del suelo se considerarán en todos los análisis completamente reflejantes, consiguiéndose aislar de esta forma este efecto del efecto absorbente de la barrera.

2.3.1. Sección transversal en Cuña.

Este tipo de barrera, como ya se comentó, se construye normalmente a base de montículos de tierra, plantando normalmente algún tipo de vegetación en los taludes. Por ello, para realizar el análisis consideraremos que la permeabilidad de los contornos es la correspondiente a un terreno vegetal bien aireado ($\sigma = 300.000 \text{ Nsm}^{-4}$). En base a esta permeabilidad, como ya se expuso al estudiar el modelo de Delany y Bazley, se determina el coeficiente de absorción de los contornos para cada una de las frecuencias.

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado en el epígrafe anterior para las pantallas con contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a una cuña de 45° con contornos absorbentes. En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones de taludes, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de la fuente.

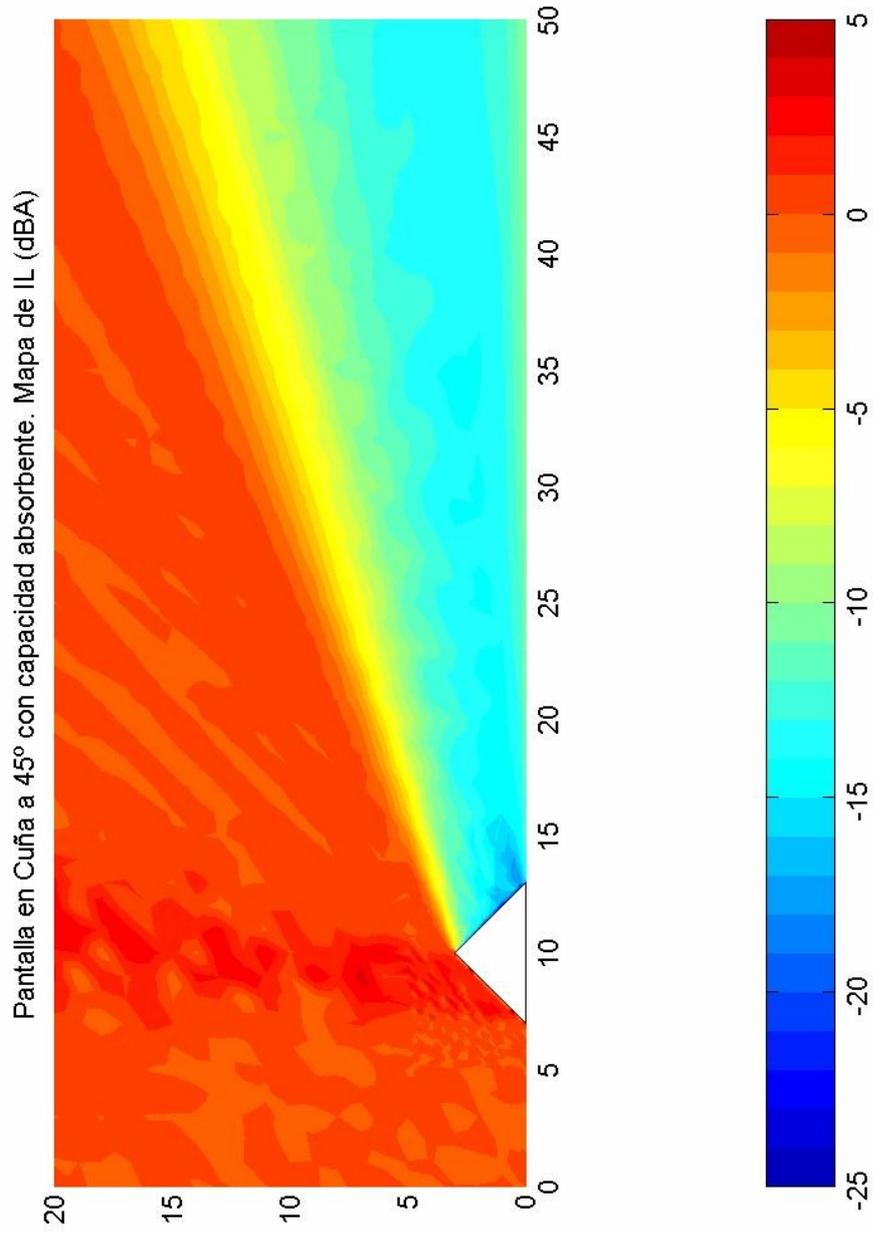


Figura 4.49

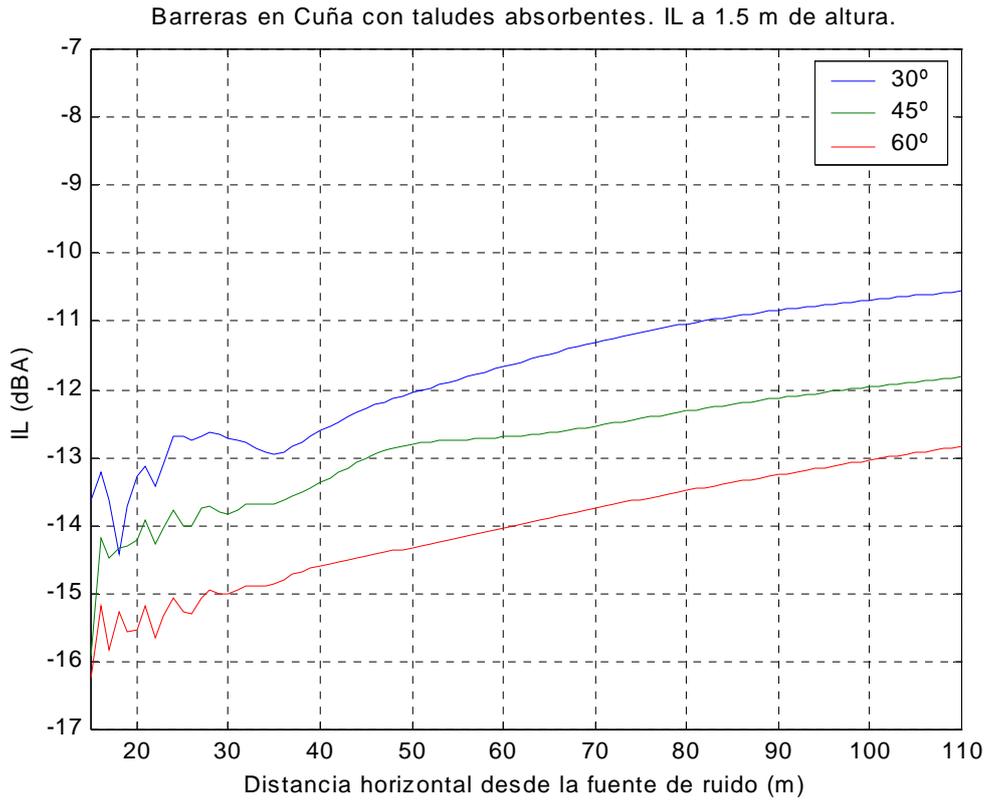


Figura 4.50

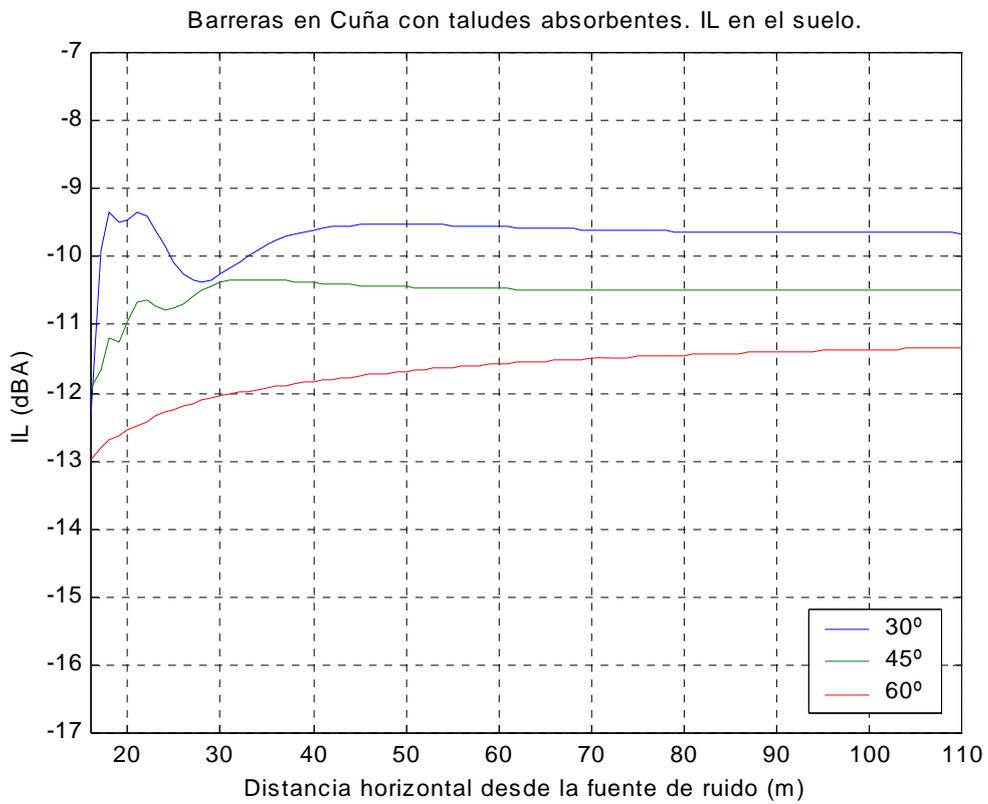


Figura 4.51

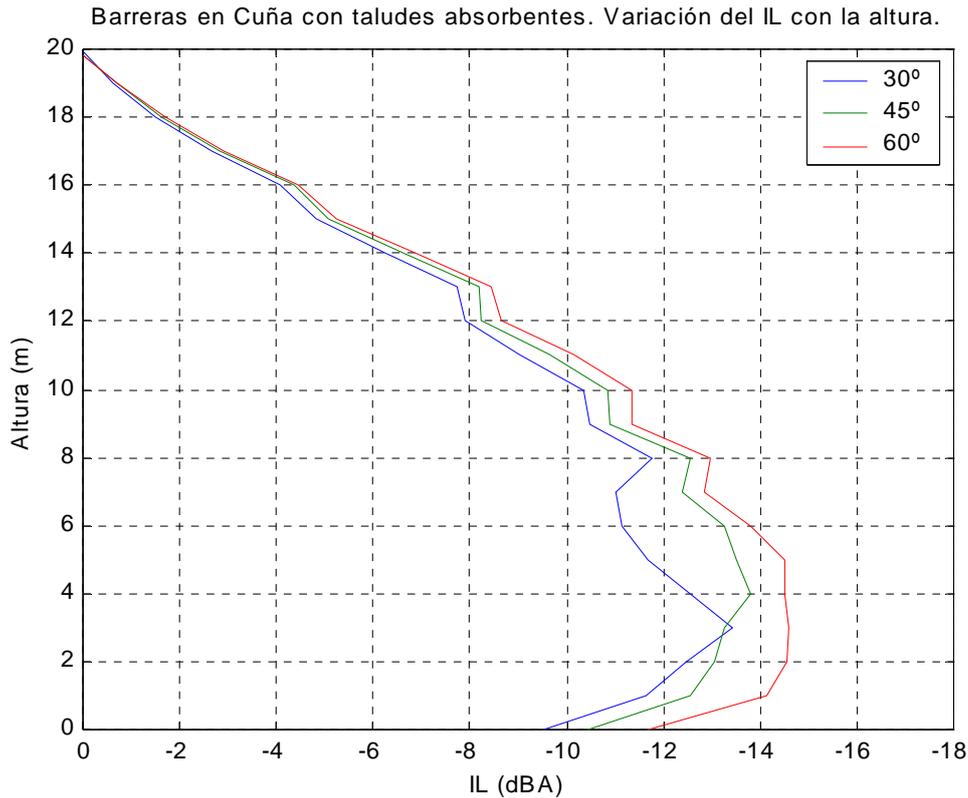


Figura 4.52

De la comparación de estas figuras con las correspondientes a las cuñas con taludes reflejantes (figuras 4.14, 4.15, 4.16 y 4.17), se aprecia que la absorción de los taludes mejora la eficacia de las pantallas. Esta mejora, aunque se produce para todas las inclinaciones, no es igual para todas ellas. A mayor pendiente de los taludes, menor incremento de la eficacia. Mientras que en la cuña a 30° el incremento de atenuación es mayor de un decibelio, éste no llega a medio decibelio para la cuña a 60°. El caso extremo lo constituiría la pantalla recta, en la que la absorción de sus contornos no influye apreciablemente en su eficacia.

2.3.2. Sección transversal en Dique.

Este tipo de barrera, al igual que las barreras en cuña, se construye normalmente a base de montículos de tierra, plantando normalmente algún tipo de vegetación en los taludes. Por ello, para realizar el análisis se considerará la misma permeabilidad que para las barreras en cuña, la correspondiente a un terreno vegetal bien aireado ($\sigma = 300.000 \text{ Nsm}^{-4}$).

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las pantallas con contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a un dique de 45° con contornos absorbentes. En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones de taludes, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de la fuente.

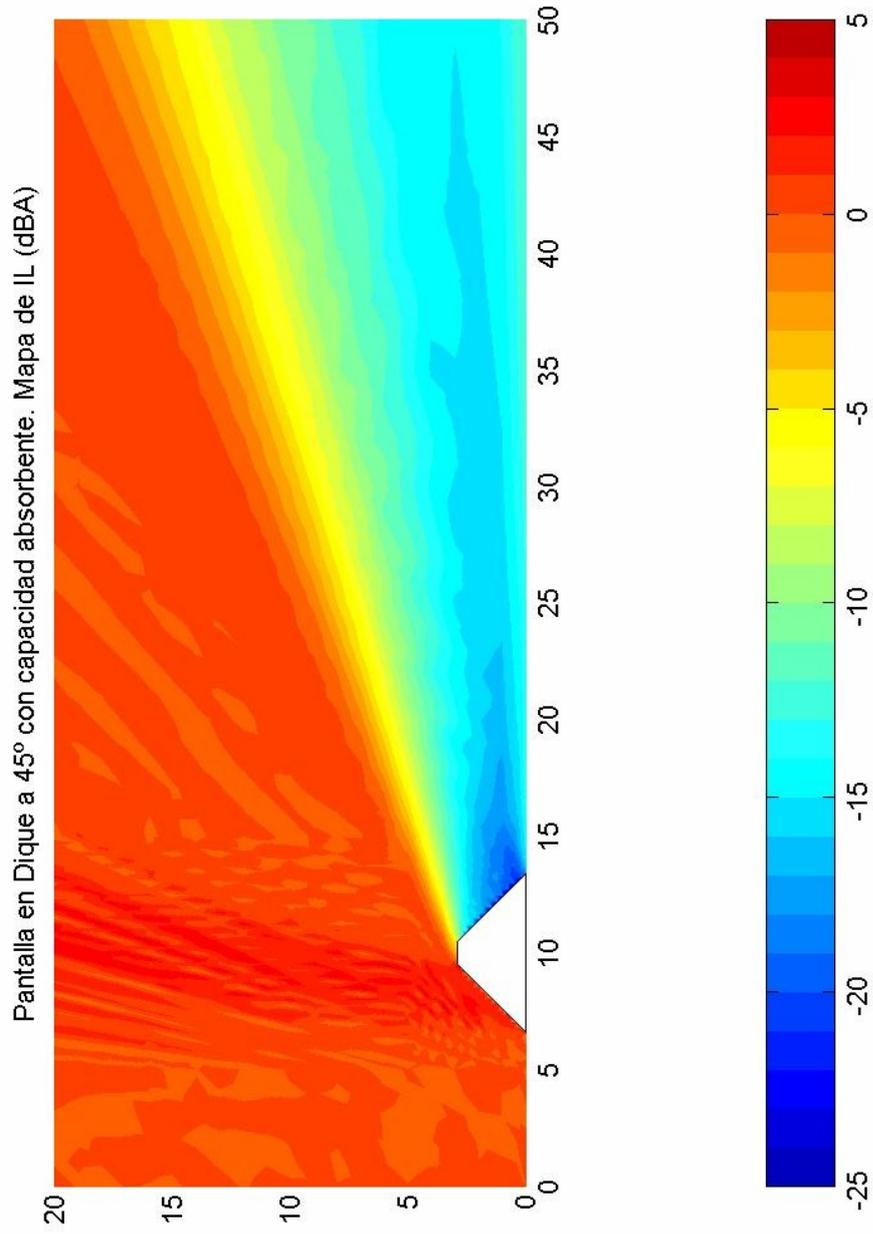


Figura 4.53

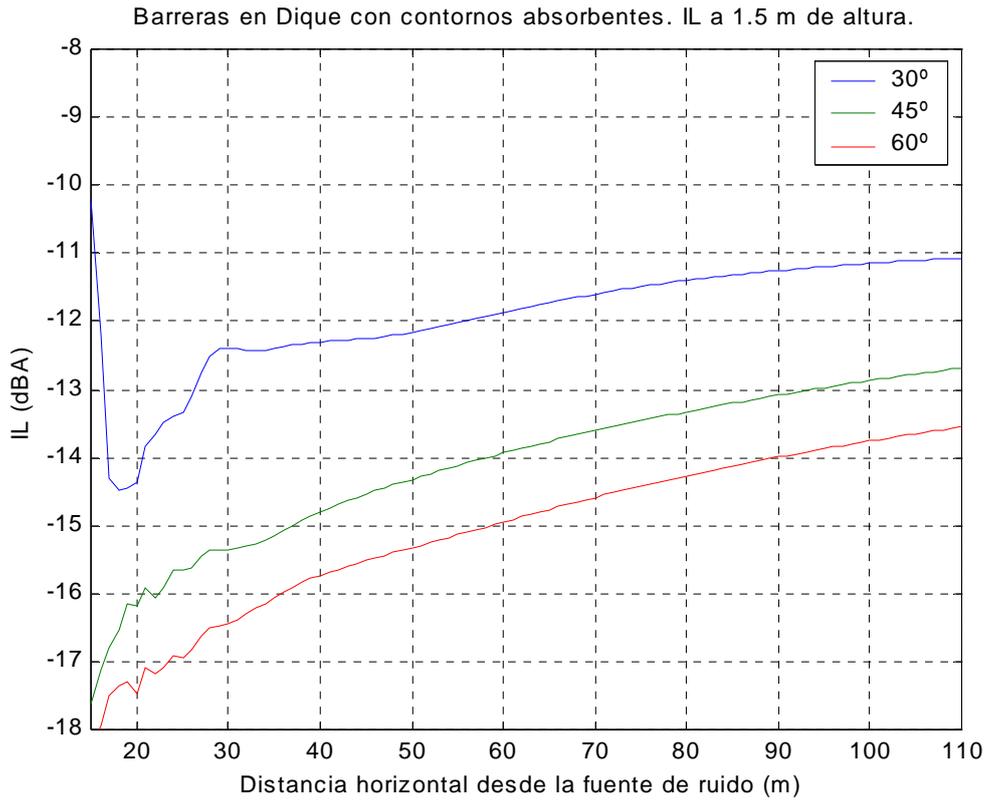


Figura 4.54

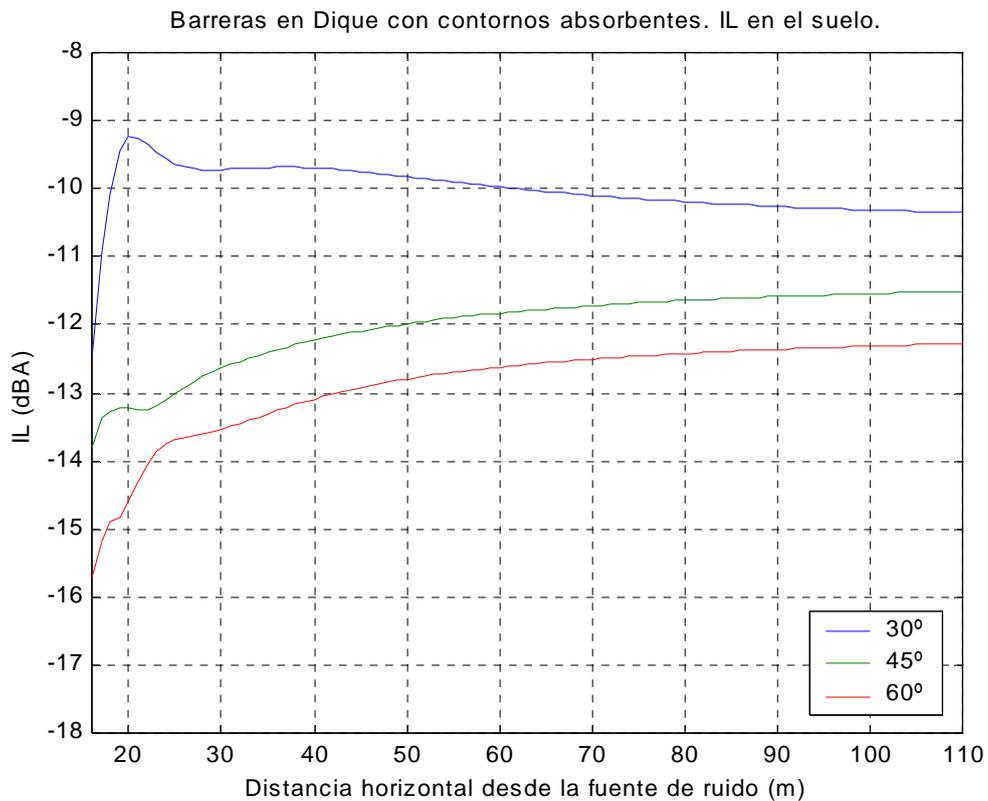


Figura 4.55

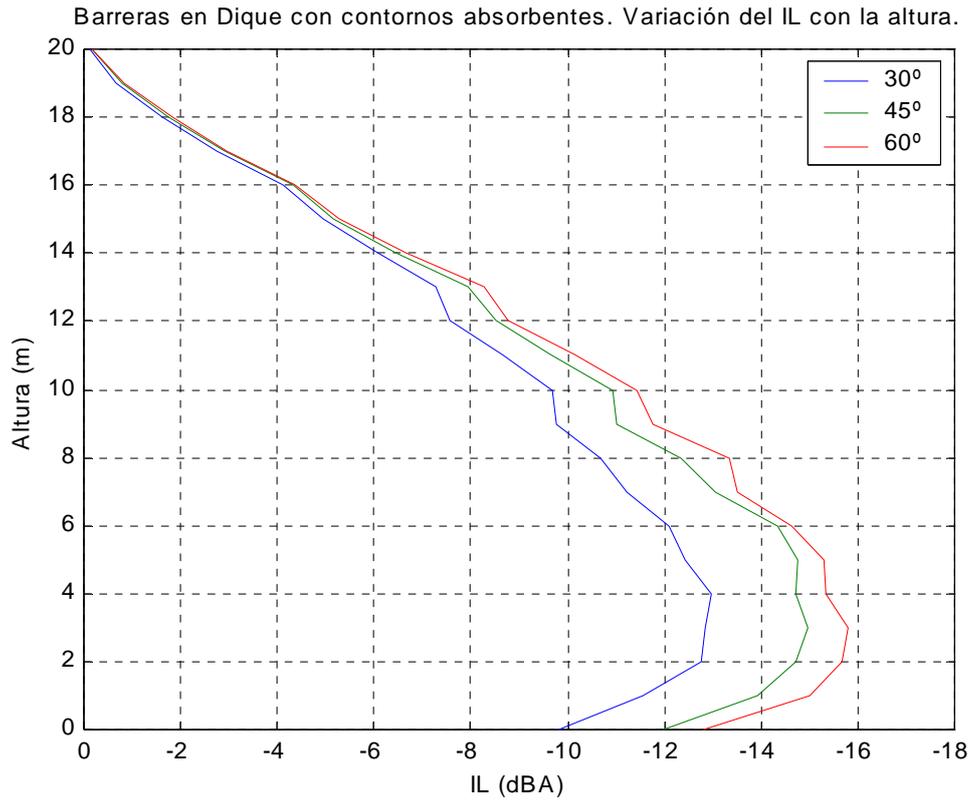


Figura 4.56

Si se comparan estas últimas gráficas con las correspondientes a las barreras en dique de contornos reflejantes (figuras 4.19, 4.20, 4.21 y 4.22), se puede observar como el comportamiento es análogo al caso de las barreras en cuña. La atenuación conseguida por las pantallas aumenta si sus contornos son absorbentes, pero no aumenta en todas por igual, sino que el incremento de eficacia es mayor para las barreras con menor pendiente.

2.3.3. Sección transversal Acodada.

Este tipo de pantalla normalmente se construye de materiales “duros” que no son buenos absorbentes acústicos. Sin embargo, la eficacia de este tipo de barrera puede incrementarse si la parte superior del brazo superior, zona que tiene que rodear la onda acústica, se recubre de una capa de material absorbente como, por ejemplo, la lana mineral. Con objeto de evaluar la mejora que puede suponer la colocación de estos materiales acústicos, se han estudiado pantallas acodadas en las que se ha situado una capa de lana mineral de 5 cm de espesor en la parte superior de éstas. En base a la permeabilidad de la lana mineral, que es de 20.000 Nsm^{-4} , y utilizando el modelo de Delany y Bazley para materiales absorbentes de pequeño espesor, se determina el coeficiente de absorción de los contornos para cada una de las frecuencias. A continuación se muestra la geometría analizada, indicando en color rojo los contornos recubiertos con material absorbente:

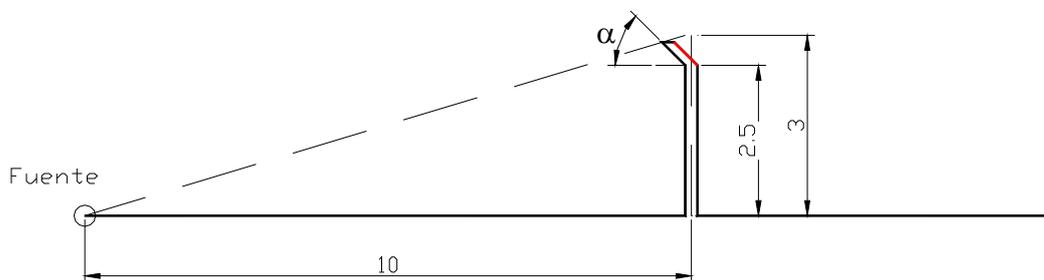


Figura 4.57

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las pantallas con todos contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a una pantalla acodada cuyo brazo superior forma 0° con la horizontal. En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones del brazo superior, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de la fuente.

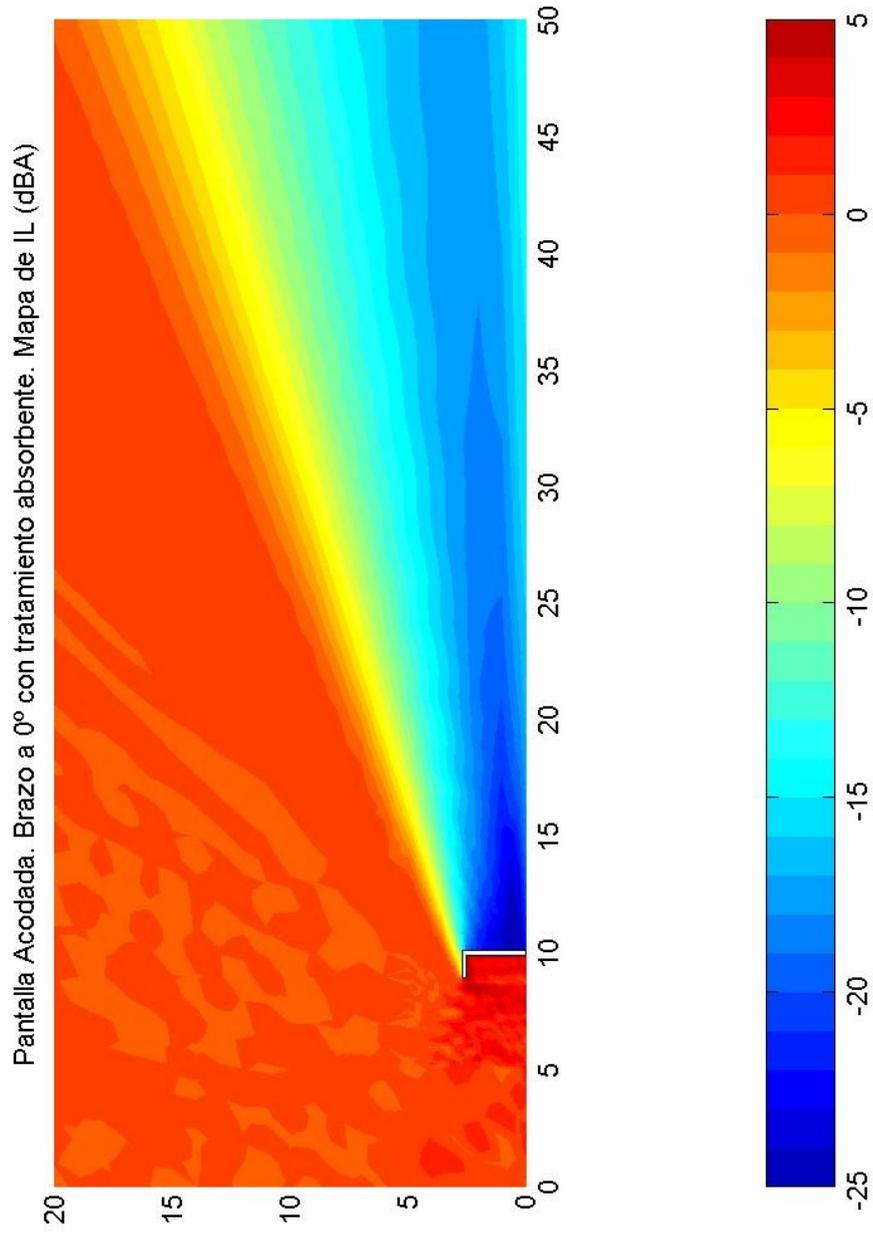


Figura 4.58

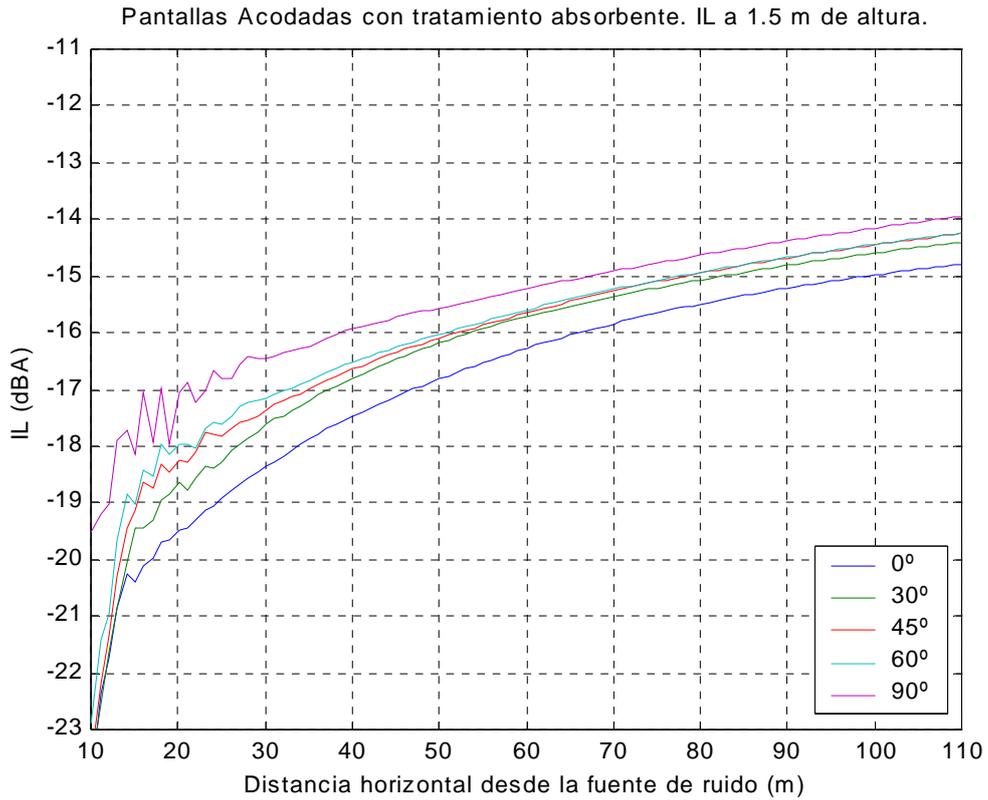


Figura 4.59

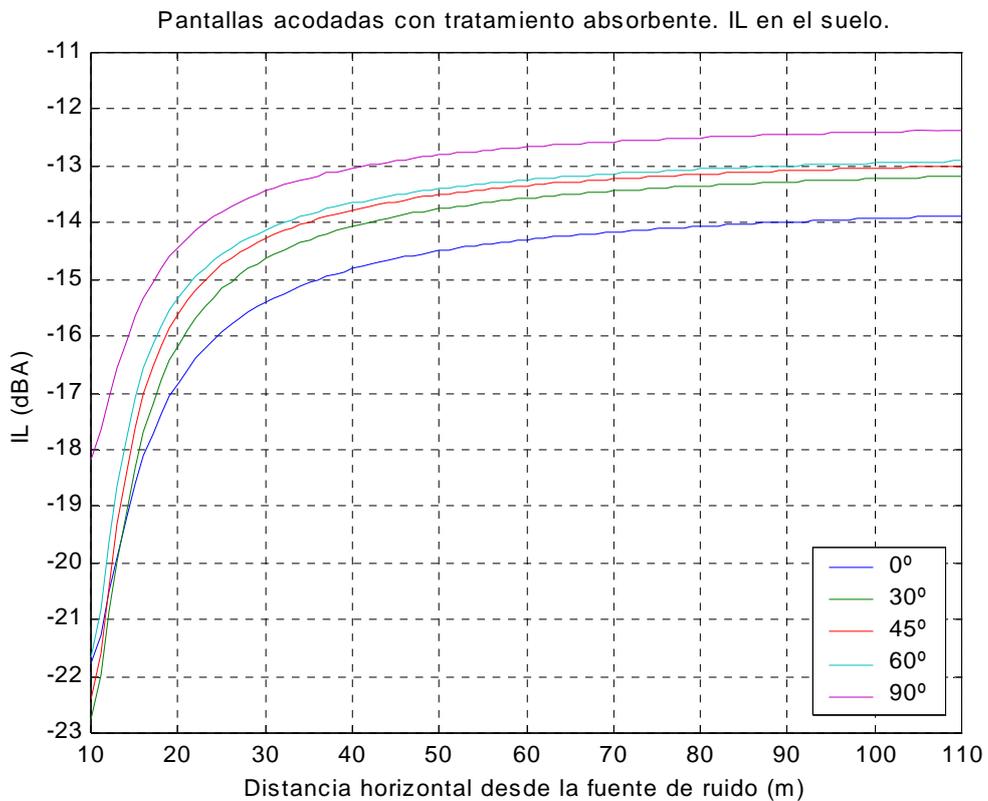


Figura 4.60

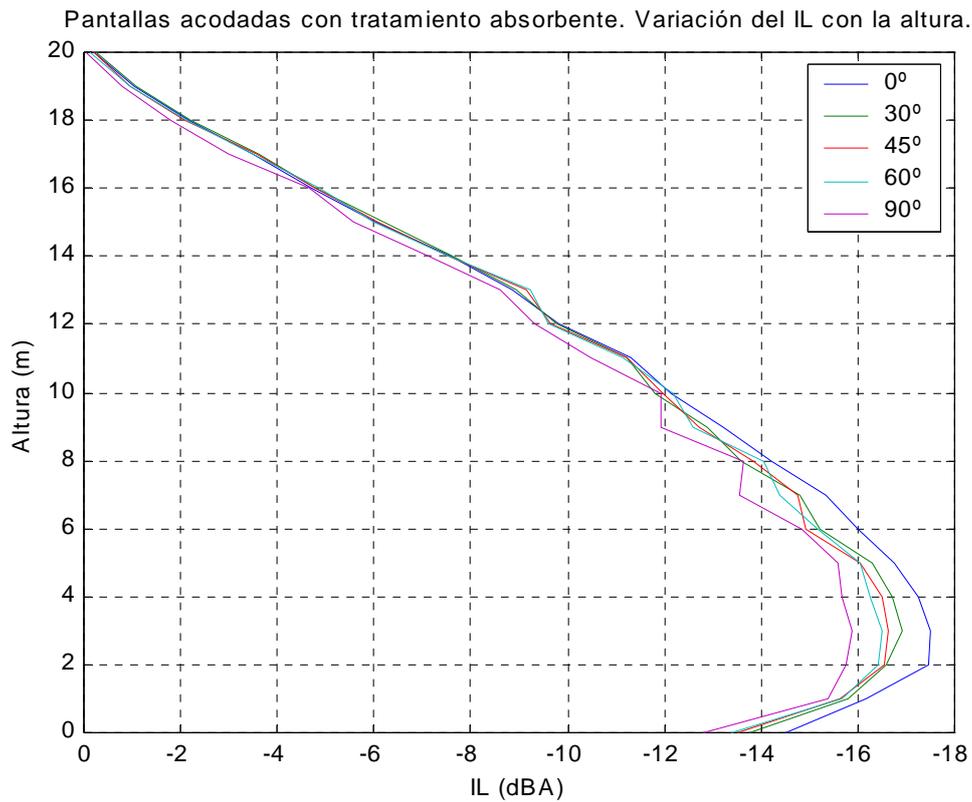


Figura 4.61

Como se puede observar en las figuras 4.59, 4.60 y 4.61, las pantallas acodadas con tratamiento absorbente superan en eficacia a la pantalla recta. Es decir, al recubrir la parte superior de las pantallas con material absorbente, hemos pasado de tener unas pantallas menos eficaces que la pantalla recta, a una situación completamente opuesta, en la que todas las pantallas, independientemente de la inclinación de su brazo superior, consiguen una mayor atenuación que la pantalla recta. Destaca sobre todo el caso de la pantalla a 0° , ya que resulta sensiblemente más eficaz que las demás. Esto se debe a que posee mayor superficie absorbente que las demás. El incremento de atenuación que consigue esta pantalla al recubrir su parte superior con material absorbente se sitúa entre 1 y 1.5 dBA.

2.3.4. Sección transversal en “Y” o “T”.

Este tipo de pantalla, al igual que la pantalla acodada, normalmente se construye de materiales “duros” que no son buenos absorbentes acústicos. Sin embargo, la eficacia de este tipo de barrera puede incrementarse, como ya se hiciera con las pantallas acodadas, recubriendo la parte superior de sus brazos con una capa de material absorbente. Con objeto de evaluar la mejora que puede suponer la colocación de estos materiales acústicos, se han estudiado pantallas en “Y” en las que se ha situado una capa de lana mineral ($\sigma = 20.000 \text{ Nsm}^{-4}$) de 5 cm de espesor en la parte superior de éstas. A continuación se muestra la geometría analizada, indicando en color rojo los contornos recubiertos con material absorbente:

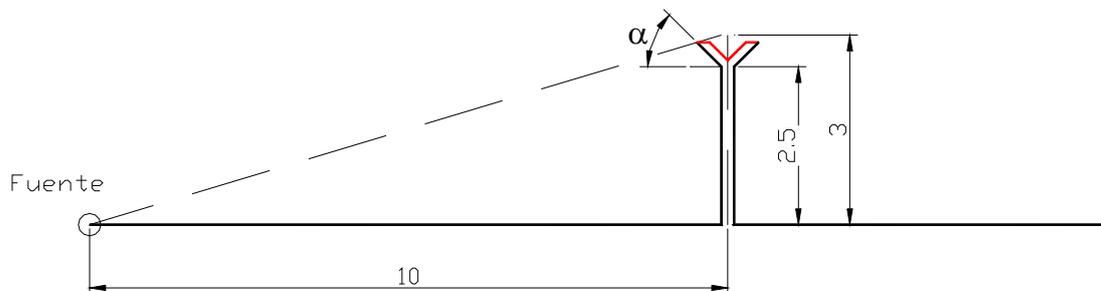


Figura 4.62

Como se ilustra en la figura 4.62, la geometría de pantalla en “Y” que se va a analizar, con tratamiento absorbente en la parte superior, es la que denominábamos Tipo 1 (figura 4.28). Se ha elegido esta configuración porque posee unos brazos más largos, con lo que el efecto del tratamiento absorbente resultará más importante.

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las pantallas con todos contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a una pantalla en “Y” cuyos brazos forman 0° con la horizontal. En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones del brazo superior, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de la fuente.

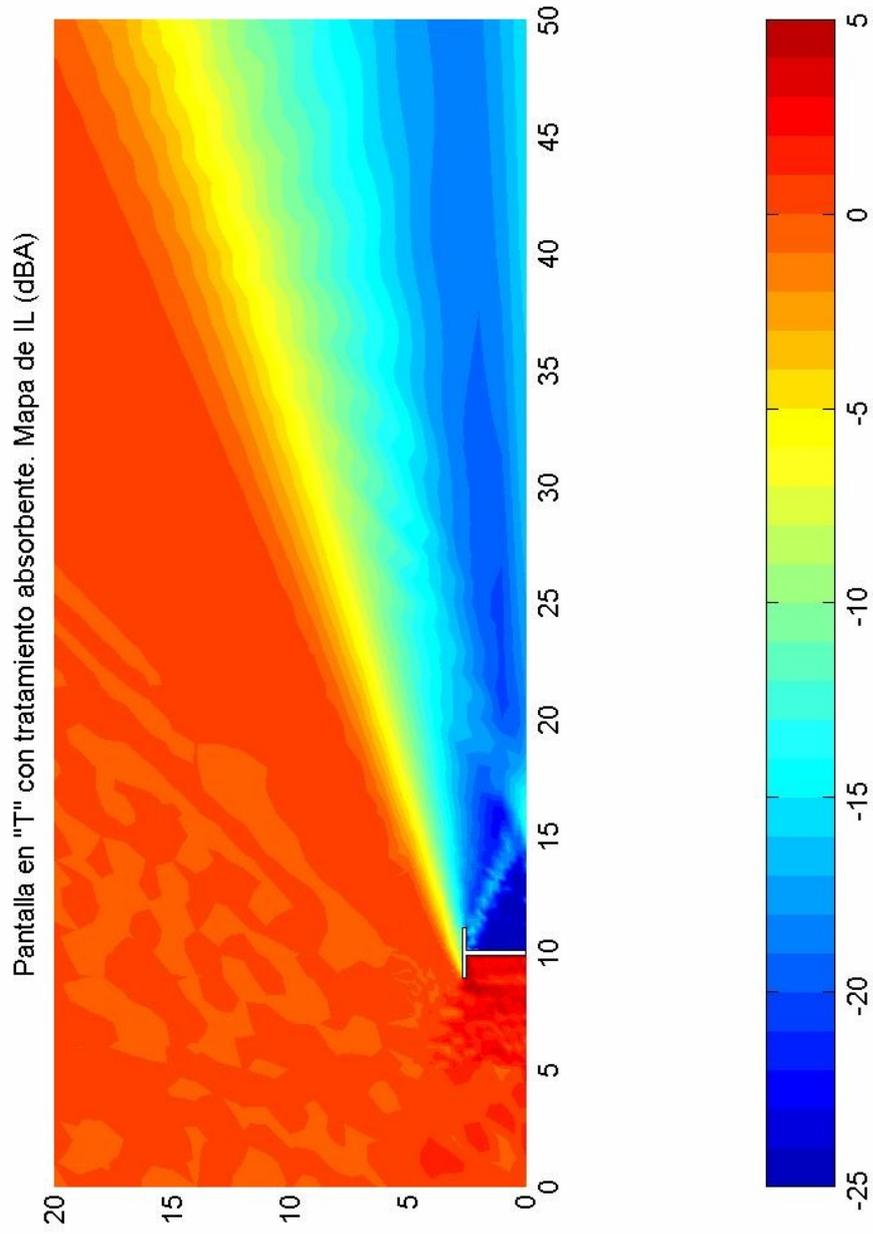


Figura 4.63

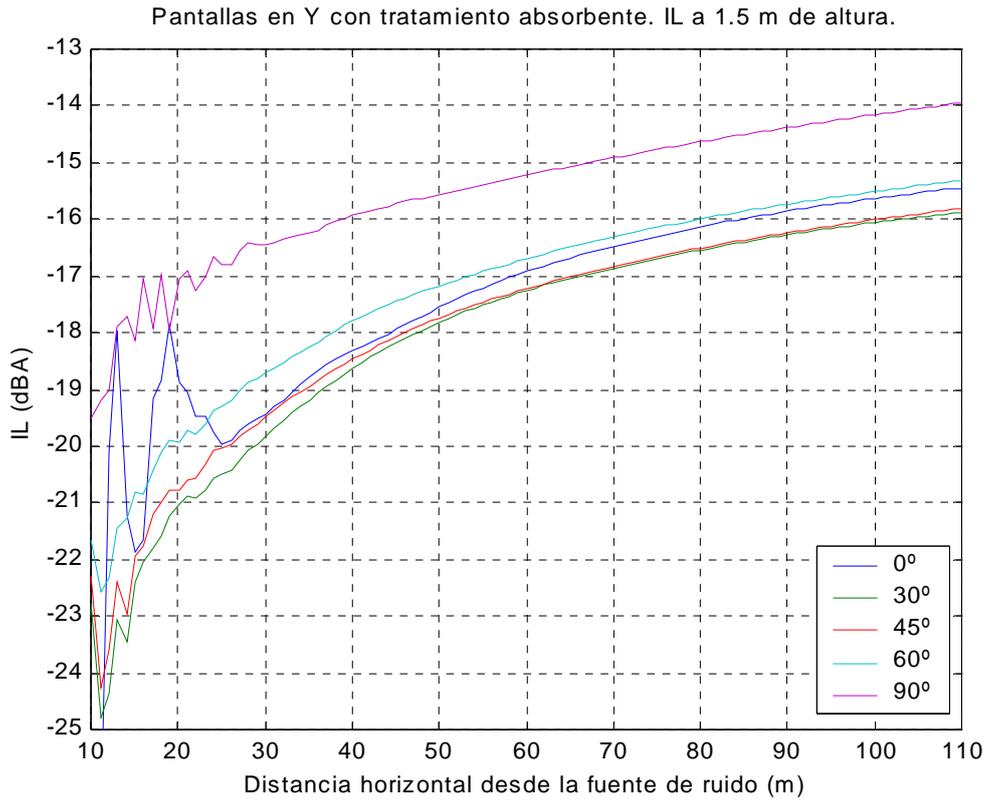


Figura 4.64

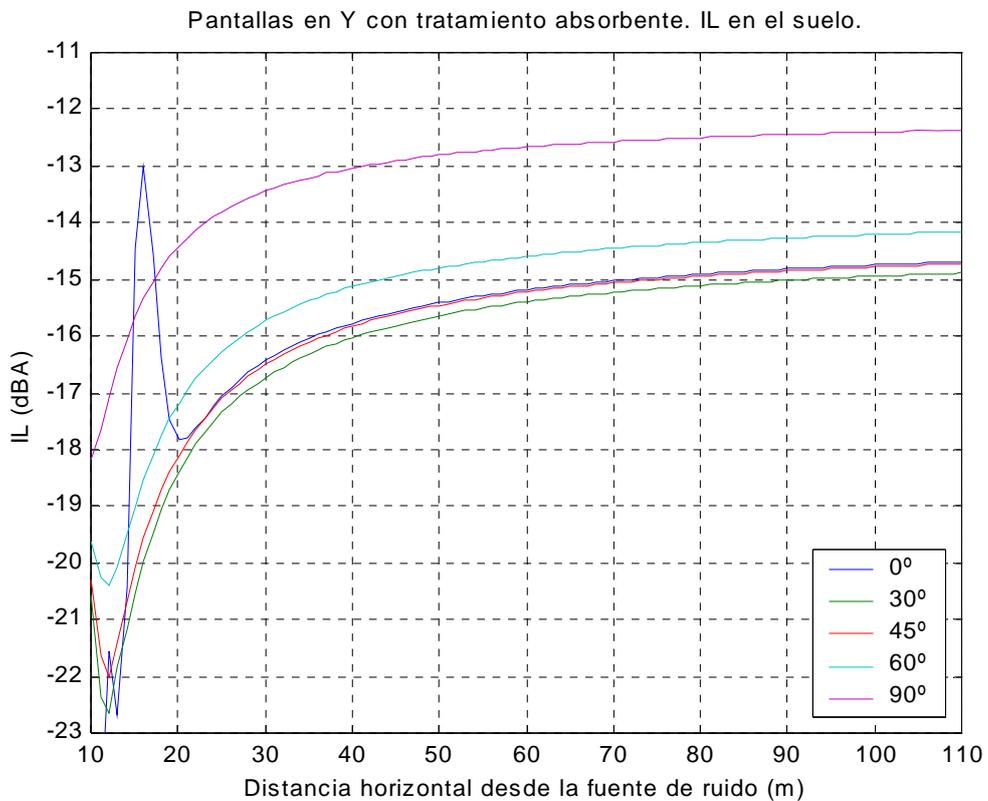


Figura 4.65

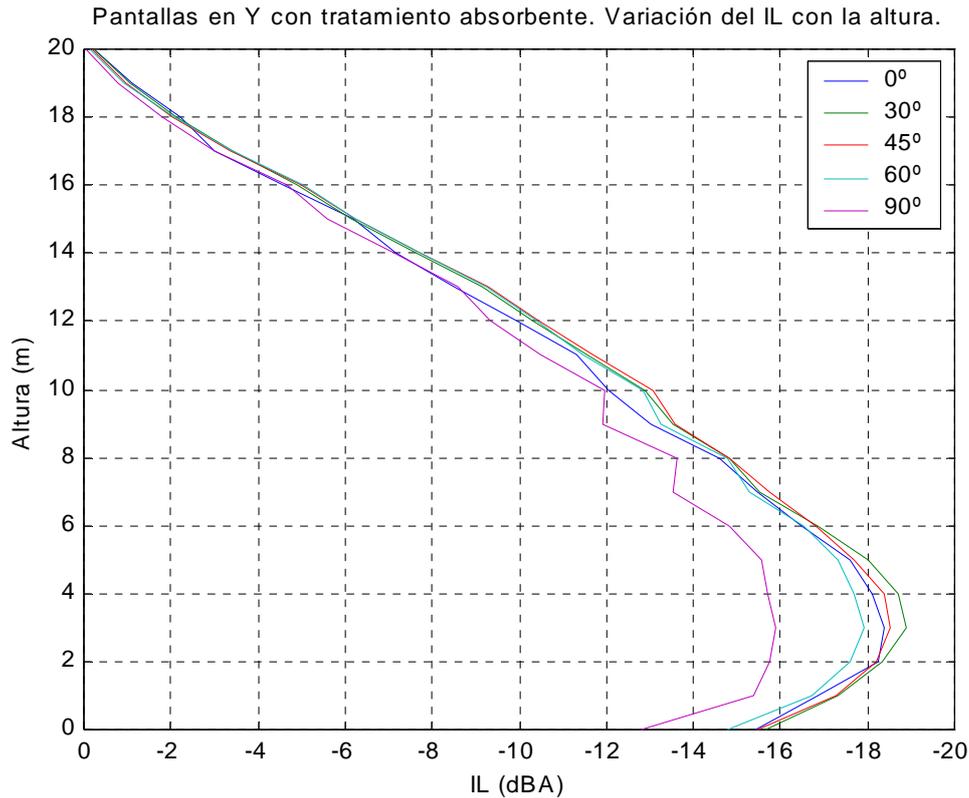


Figura 4.66

Comparando estas figuras con las correspondientes a las pantallas en “Y” sin tratamiento absorbente en la parte superior, comprobamos el efecto beneficioso que éste provoca sobre la atenuación conseguida por las pantallas. El mayor incremento de eficacia se produce en la pantalla en “T” (0°), aumentando la atenuación conseguida en más de 2,5 dBA. Esto es debido a que es esta pantalla la que mayor superficie absorbente posee. En cambio, las pantallas a 30° ó 45°, que eran las reflejantes más eficientes, sólo consiguen aumentar la atenuación en 1 dBA. Las pantallas que más atenuación consiguen vuelven a ser las que tienen los brazos inclinados a 30° o 45° sobre la horizontal, siendo su **atenuación superior a la de la pantalla recta** en una cantidad que oscila **entre 2 y 2,5 dBA**, dependiendo su valor de si medimos esa cantidad a nivel del suelo o a 1.5 m de altura. A nivel del suelo, la pantalla en “T” (0°) resulta tan eficiente como las que tienen brazos inclinados a 30° o 45°, no siendo así a 1.5 m de altura.

2.4. Influencia de la capacidad absorbente del terreno.

En todos los análisis de pantallas que hemos realizado hasta este punto se ha considerado que el terreno era completamente reflejante, es decir, que toda la potencia sonora que le llegaba la reflejaba sin absorber nada. Esta suposición puede ser válida si nos encontramos en una zona urbanizada en la que el suelo circundante está constituido de materiales “duros” (hormigón, adoquines, etc), sin embargo esta no es tónica habitual. El terreno que rodea a una carretera normalmente es tierra más o menos compacta, que además puede estar cubierta de vegetación. Esta superficie sí que tiene una capacidad de absorción acústica importante, y debe ser considerada en cualquier modelo riguroso.

Parece lógico pensar, y así ocurre de hecho, que la capacidad absorbente del terreno influye sobre la cantidad de ruido que recibe un receptor cercano a la vía. En cambio, lo que no resulta tan evidente es si el efecto de la absorción del terreno es independiente o no del efecto que produce la colocación de una barrera al borde de la vía. Para responder a esta cuestión se ha estudiado el comportamiento de la atenuación que produce el terreno (Ground Loss (GL)) al situar o no una barrera al borde de la vía, y al variar la tipología de ésta. Se define el Ground Loss (GL) como:

$$GL = 20 \cdot \log \left(\frac{|P_{\text{Terreno absorbente}}|}{|P_{\text{Terreno reflejante}}|} \right) \quad (4.1)$$

En los análisis se ha considerado una permeabilidad de 300.000 Nsm^{-4} para el terreno absorbente, lo que corresponde con un terreno vegetal bien aireado. En las siguientes figuras se presentan los espectros de GL en dos puntos distintos, uno a nivel del suelo y otro a 1 m de altura, ambos situados a 50 m de la fuente. Las distintas curvas corresponden a distintos tipos de barreras (todas ellas reflejantes).

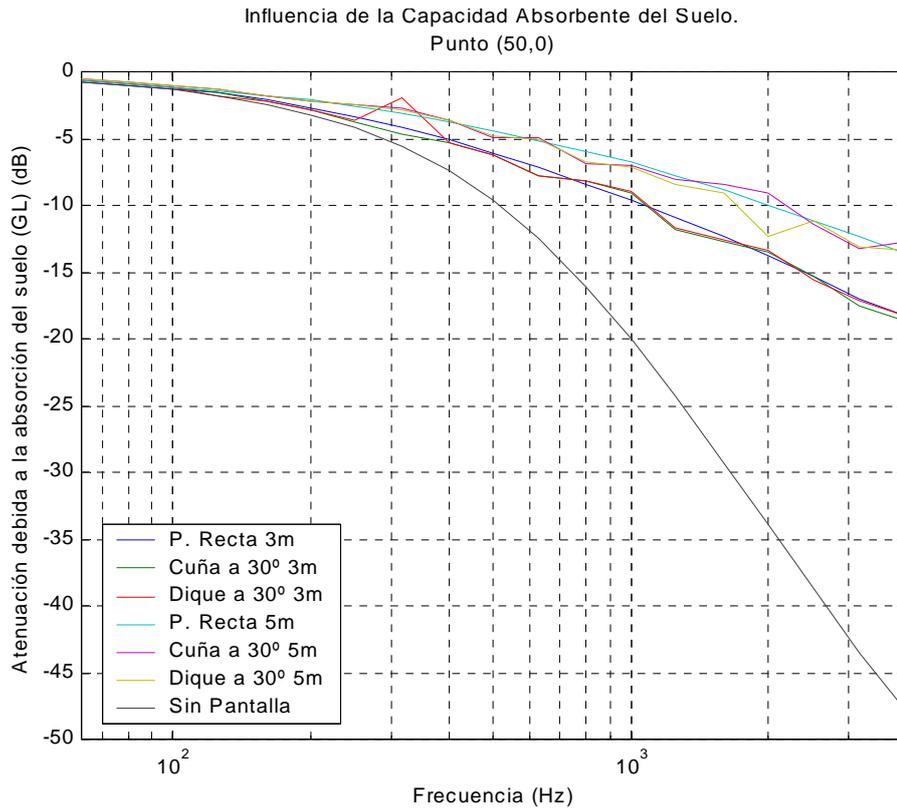


Figura 4.67

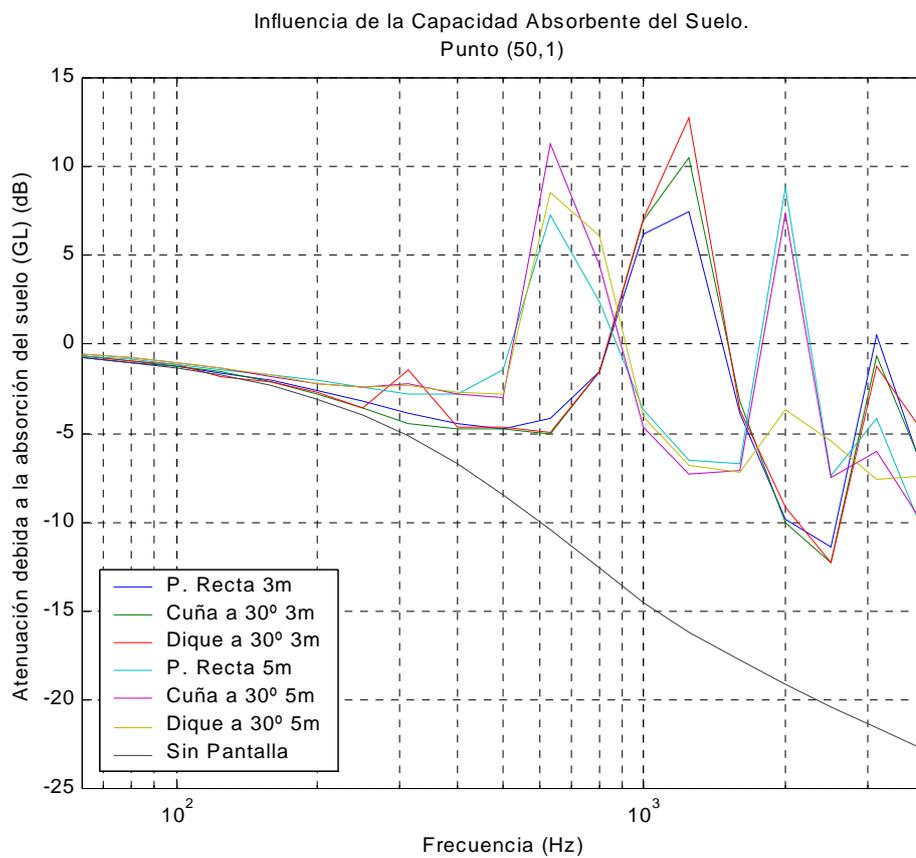


Figura 4.68

A la luz de las figuras 4.67 y 4.68, se puede concluir que el efecto que la absorción del terreno tiene en los resultados no es independiente de la presencia o no de una pantalla. En ambas gráficas se observa que las curvas se pueden agrupar en tres grupos: por un lado está la curva correspondiente al caso en que no existe barrera (altura efectiva igual a 0), un segundo grupo lo formarían todas las barreras que tienen 3 m de altura efectiva, y por último tendríamos a todas las barreras que tienen 5 m de altura efectiva. Este comportamiento nos muestra que no afecta la tipología de pantalla, sino únicamente su altura efectiva.

El hecho de que la tipología de pantalla no afecte a la atenuación producida por el terreno, permite hacer un análisis comparativo de diferentes tipologías de pantalla, de la misma altura efectiva, considerando un mismo tipo de terreno, sin que éste altere los resultados. Éste es el tipo de análisis realizado en este trabajo, por lo que queda justificado la elección invariable de un suelo reflejante para realizar la evaluación comparativa de las diferentes barreras.

El siguiente objetivo, ya que el efecto de la absorción del terreno depende únicamente de la altura efectiva de la pantalla, será intentar determinar el IL de una pantalla sobre un terreno absorbente en base al IL de esta misma pantalla sobre un terreno reflejante. Para ello habrá que conocer también la atenuación que consigue el terreno absorbente cuando no existe barrera, y cuando existe una barrera de la misma altura efectiva que la que se quiere calcular, pero de una tipología cualquiera. Procedamos a hallar la relación:

$$GL_{SB} = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{SB}^A}{P_{SB}^R} \right) \quad (4.2)$$

$$GL_{CB} = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{CB}^A}{P_{CB}^R} \right) \quad (4.3)$$

$$IL_R = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{CB}^R}{P_{SB}^R} \right) \quad (4.4)$$

$$IL_A = 20 \cdot \log \left(\frac{P_{CB}^A}{P_{SB}^A} \right) \quad (4.5)$$

donde los subíndices y superíndices tienen los siguientes significados:

SB: Sin barrera.

CB: Con barrera.

R: suelo reflejante.

A: suelo absorbente.

Reordenando respectivamente la ecuación (4.3) y la (4.4) se puede escribir:

$$20 \cdot \log(P_{CB}^A) = GL_{CB} + 20 \cdot \log(P_{CB}^R) \quad (4.6)$$

$$20 \cdot \log(P_{CB}^R) = IL_R + 20 \cdot \log(P_{SB}^R) \quad (4.7)$$

Sustituyendo (4.7) en (4.6) se obtiene:

$$20 \cdot \log(P_{CB}^A) = GL_{CB} + IL_R + 20 \cdot \log(P_{SB}^R) \quad (4.8)$$

Sustituyendo ahora (4.8) en (4.5) se obtiene:

$$IL_A = GL_{CB} + IL_R + 20 \cdot \log(P_{SB}^R) - 20 \cdot \log(P_{SB}^A) \quad (4.9)$$

$$IL_A = GL_{CB} + IL_R - 20 \cdot \log\left(\frac{P_S^A}{P_S^R}\right)$$

Sustituyendo (4.2) en (4.9) se obtiene finalmente la relación buscada:

$$\boxed{IL_A = GL_{CB} - GL_{SB} + IL_R} \quad (4.10)$$

Para la aplicación de la fórmula anterior es necesario conocer el GL correspondiente a una pantalla cualquiera que tenga la misma altura efectiva que la que se quiere analizar. Por ello, antes de poder aplicar la fórmula a cualquier tipología de pantalla de una altura efectiva determinada, es necesario calcular la atenuación que produce un terreno absorbente cuando se introduce una pantalla recta de esa altura. Se ha elegido la pantalla recta para calcular el Ground Loss porque constituye la pantalla de referencia, aunque

podría haberse elegido cualquier otra tipología de pantalla. Por supuesto, también es necesario conocer el GL cuando no existe pantalla, pero este dato es siempre conocido ya que la solución a la ecuación de onda sin pantalla, sea el terreno absorbente o no, tiene una expresión analítica conocida, de hecho es la solución fundamental utilizada en el método de cálculo.

A continuación se presentan una serie de figuras que prueban la validez del método de adición de efectos (fórmula (4.10)):

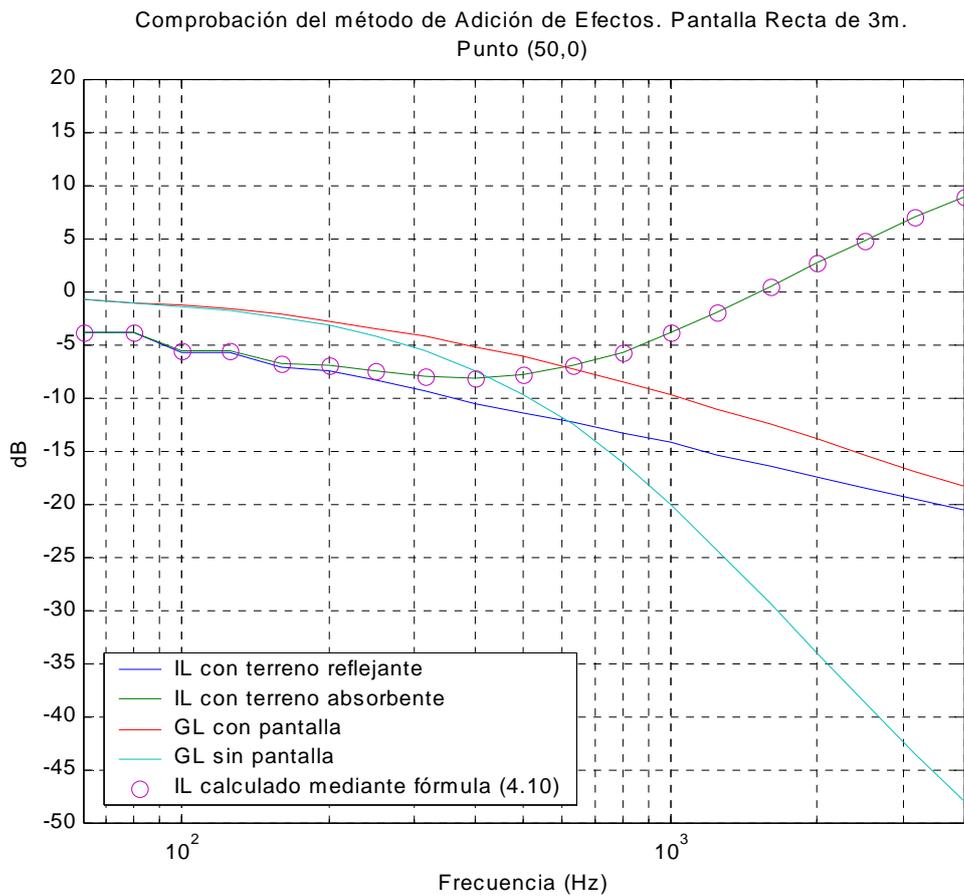


Figura 4.69

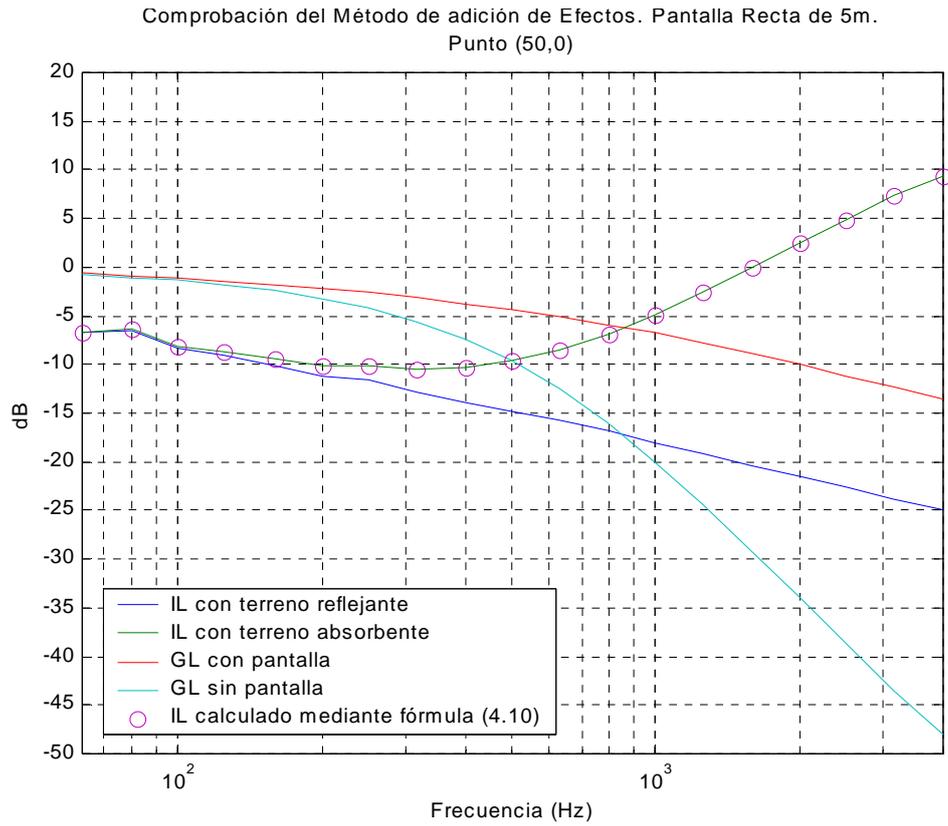


Figura 4.70

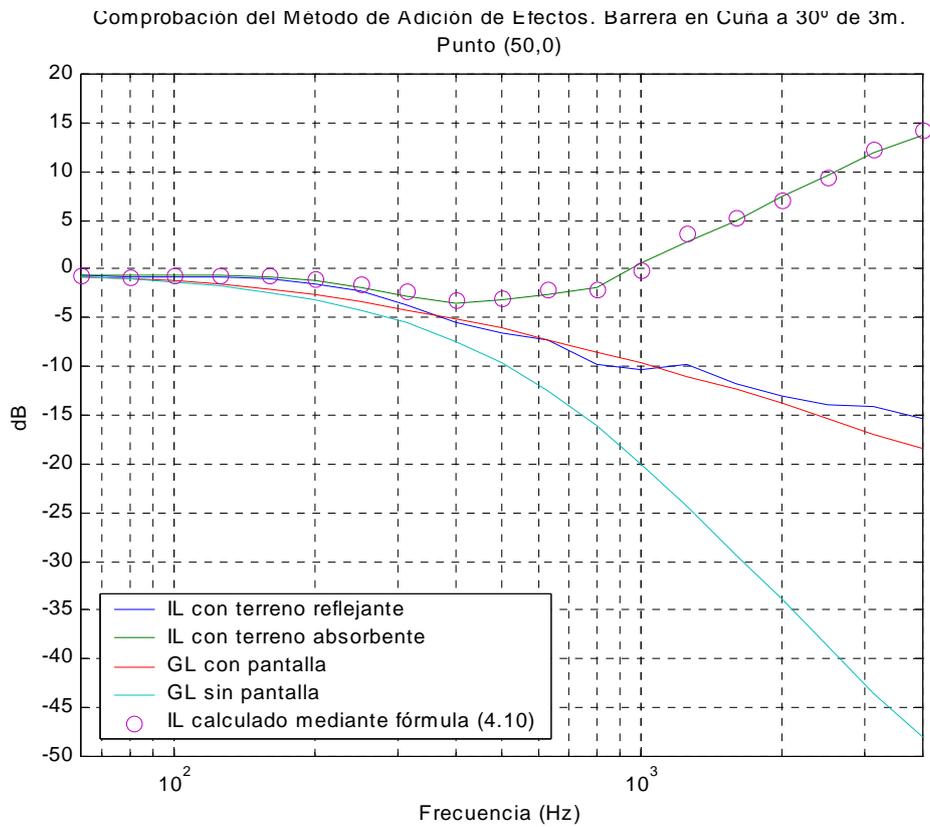


Figura 4.71

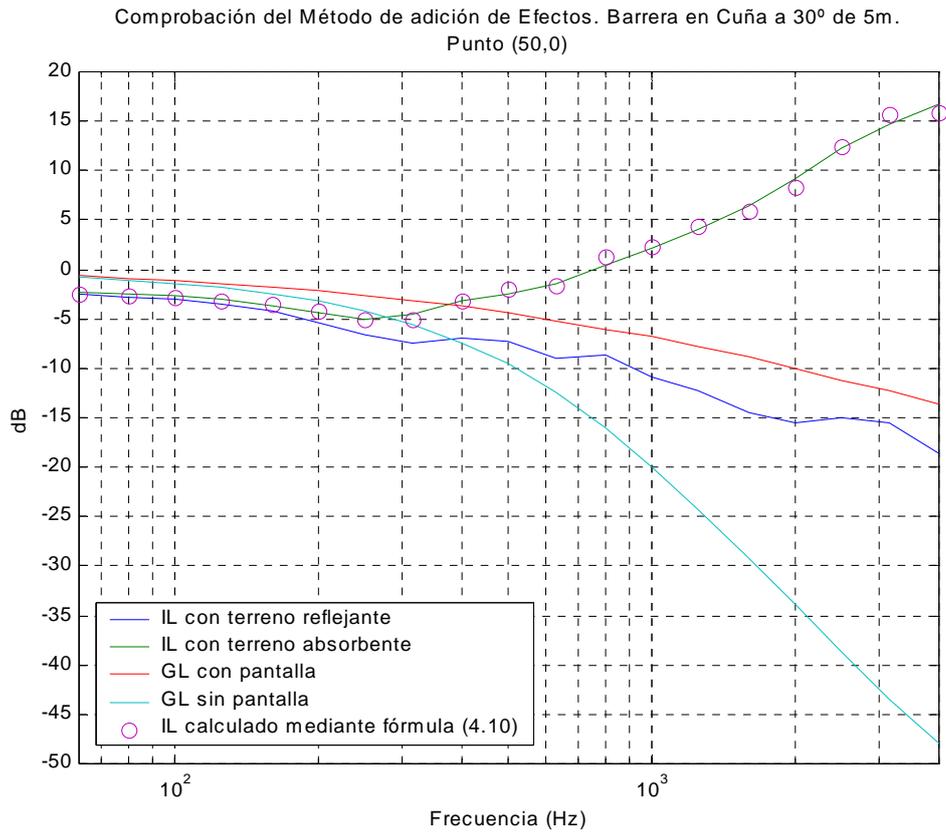


Figura 4.72

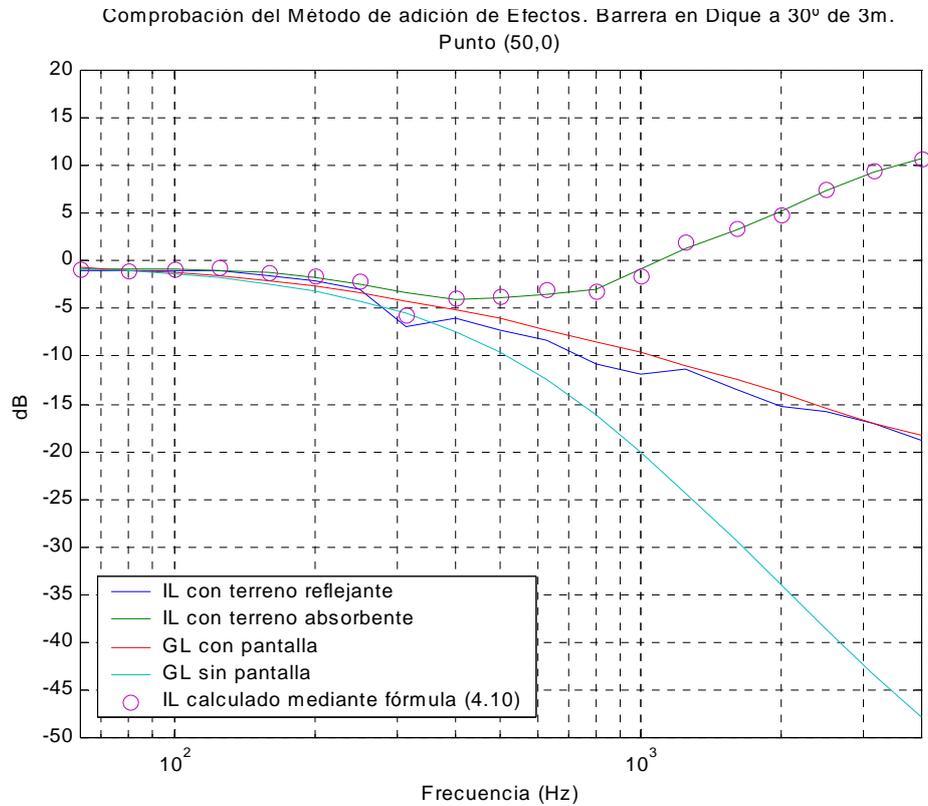


Figura 4.73

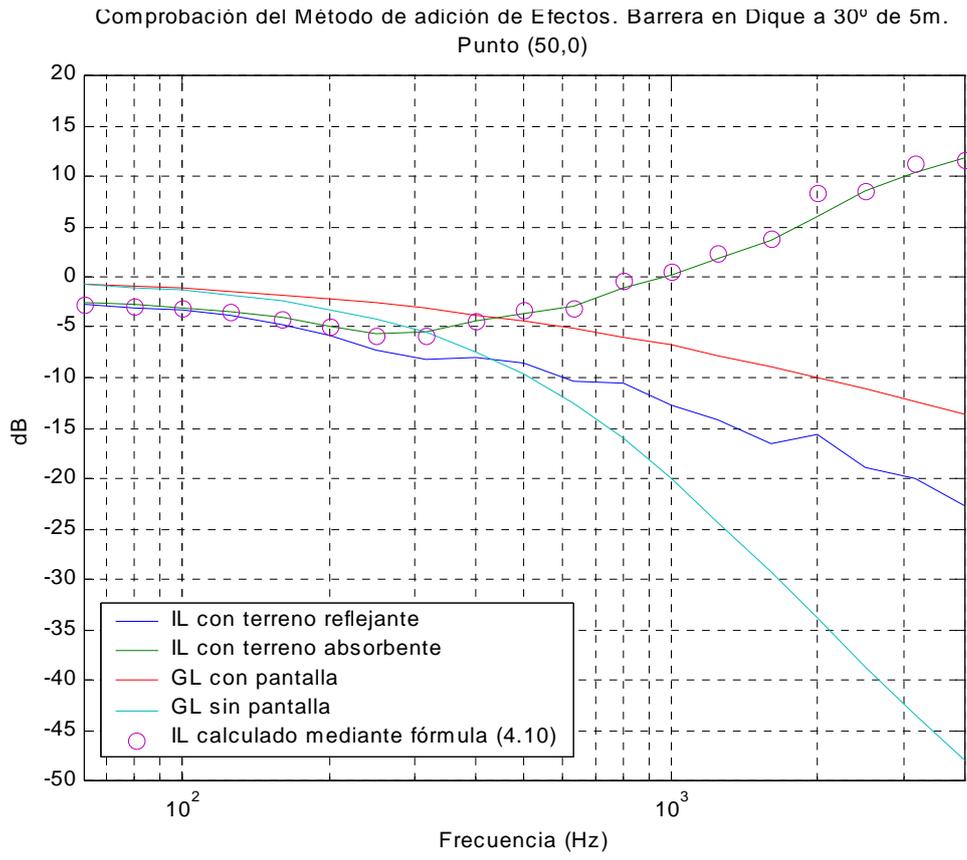


Figura 4.74

3. EVALUACIÓN DE ACTUACIONES ANTIRUIDO PARA DISMINUIR EL RUIDO A AMBOS LADOS DE LA VÍA.

Hasta este punto todas las barreras vistas se situaban a un único lado de la vía. Con ello se pretendía reducir al nivel sonoro en un lado de la vía en el que existían receptores sensibles. Sin embargo, en muchas ocasiones los receptores sensibles no están situados a un único lado de la carretera, sino que se sitúan a ambos lados. Por ello es necesario abordar el estudio de aquellas medidas antiruido que disminuyen el ruido a ambos lados de la calzada.

Para poder realizar el estudio comparativo se considerará, en todos los casos, un terreno completamente reflejante. Se mantendrá también constante el ancho de la vía.

3.1. Influencia de la geometría.

3.1.1. Pantallas Rectas a ambos lados de la vía.

Como primera medida para la disminución del ruido a analizar tenemos la colocación de pantallas rectas en ambos lados de la carretera. Se estudiarán pantallas rectas, en las que todos sus contornos se considerarán completamente reflejantes, colocadas con diferentes inclinaciones respecto a la horizontal. A continuación se muestra la geometría analizada:

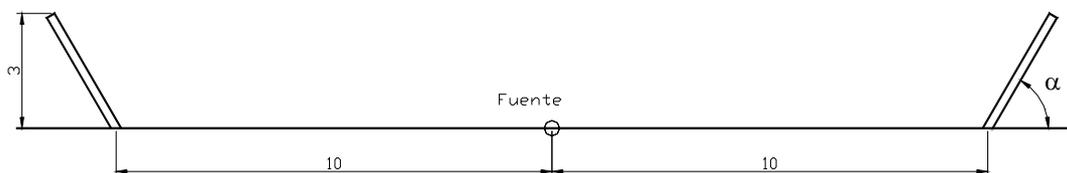


Figura 4.75

En la figuras 4.76 y 4.77 se muestran los mapas de IL que surgen al introducir pantallas rectas de 3 m de altura con pendientes de 60° y 90° respectivamente en ambos lados de la vía. La fuente de ruido esta situada en el origen de coordenadas. Como el problema es simétrico, únicamente se ha graficado la zona situada a la derecha de la fuente.

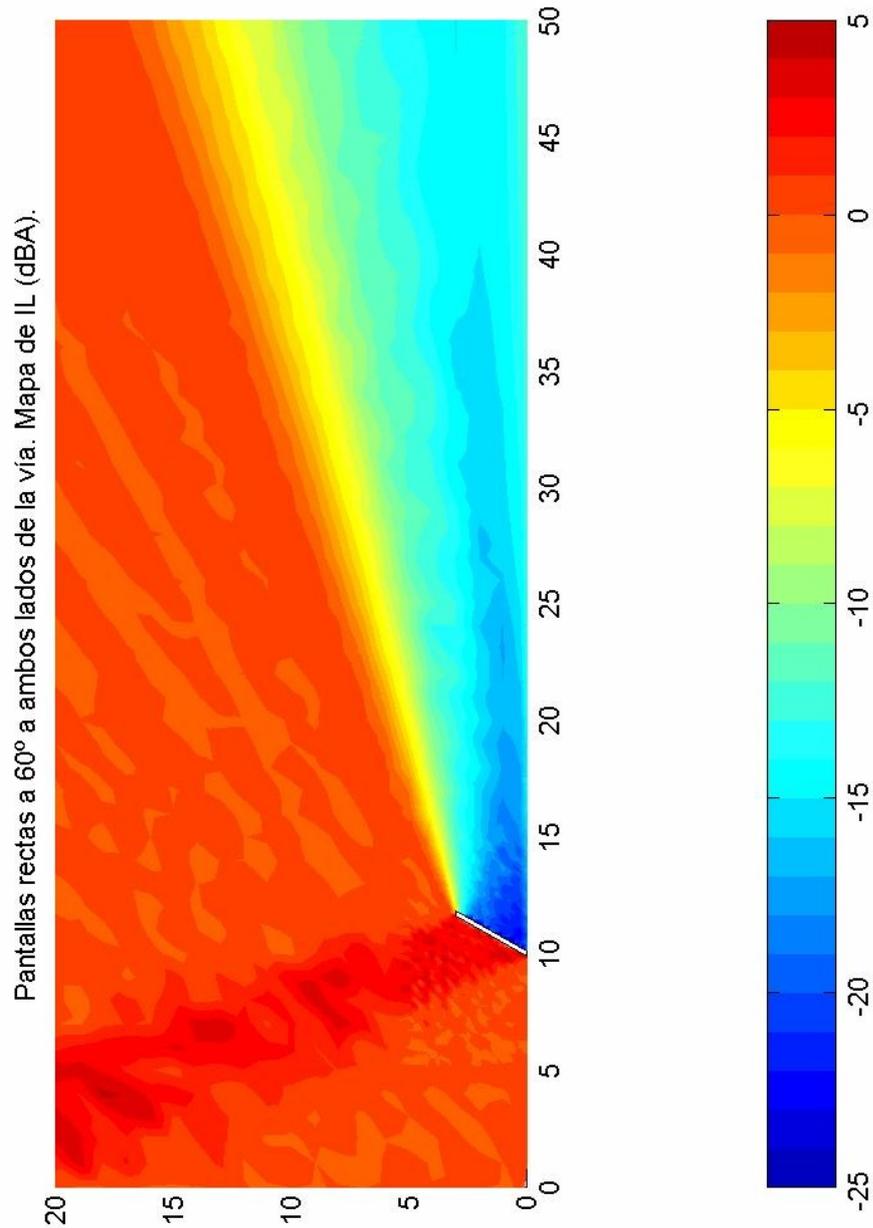


Figura 4.76

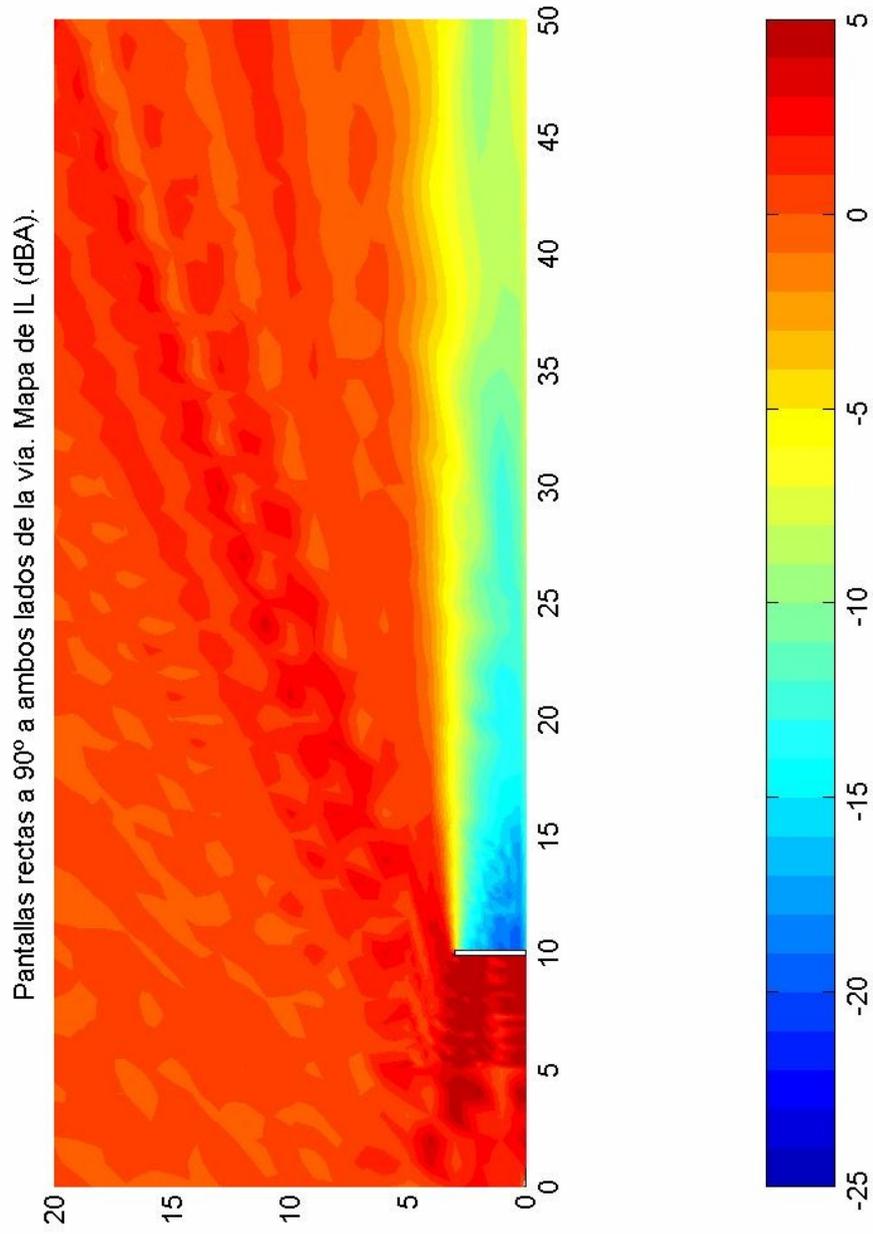


Figura 4.77

En las figuras 4.78 y 4.79 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Como ya se comentó, por la simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente. Se han analizado pantallas rectas inclinadas respecto a la horizontal 45, 60, 75 y 90°.

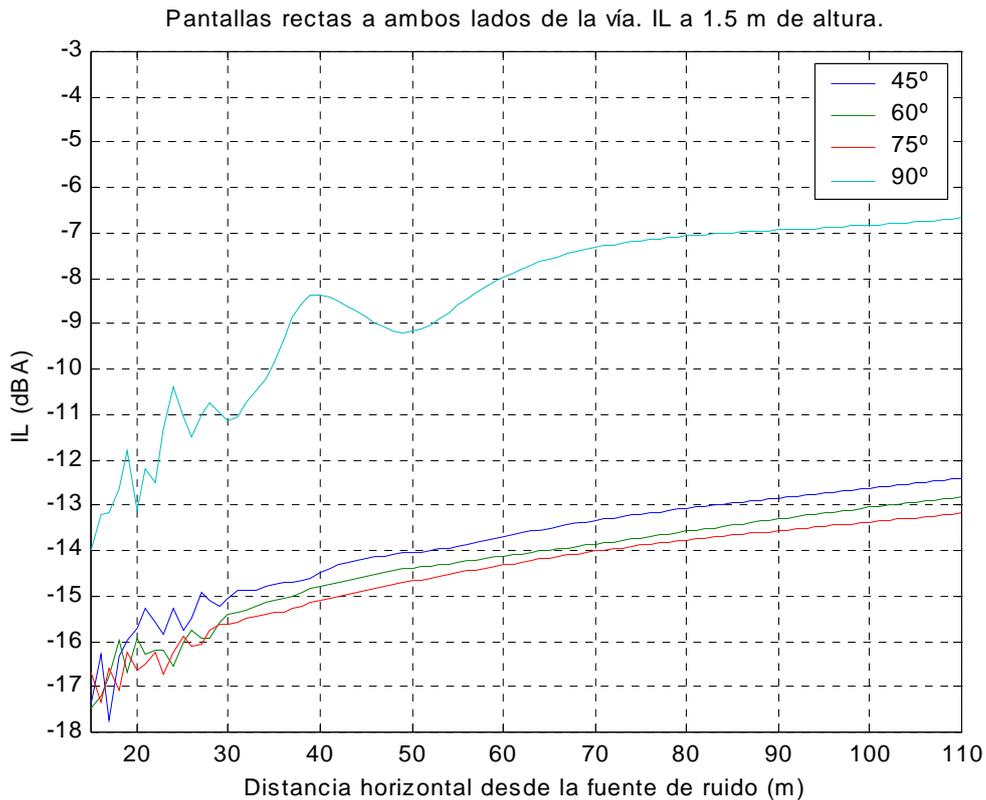


Figura 4.78

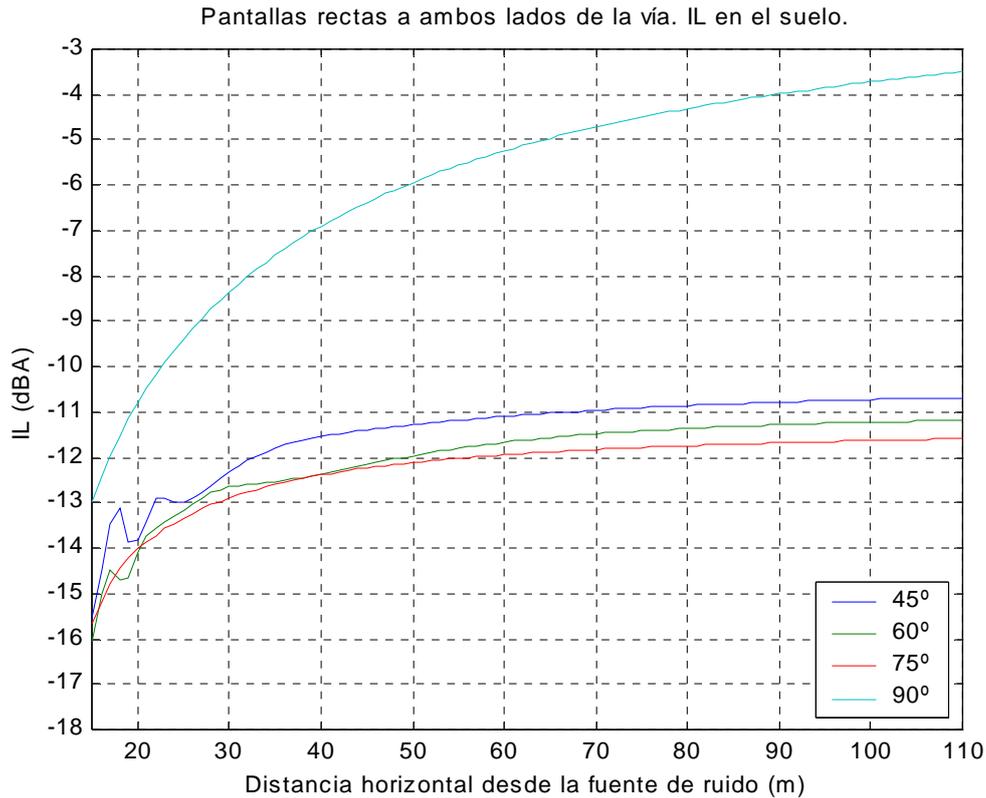


Figura 4.79

Al analizar las figuras 4.73 y 4.74 lo primero que salta a la vista es que las pantallas rectas con una inclinación de 90° respecto a la horizontal, es decir, completamente verticales, son mucho menos eficientes que las restantes. Este cambio tan brusco se debe a que al estar las pantallas completamente verticales, la onda que refleja una pantalla es dirigida hacia la pantalla del lado opuesto, produciéndose una cadena de reflexiones que incrementa los niveles sonoros. Este efecto queda claramente reflejado en el mapa 4.77. En el resto de casos esto no ocurre, ya que al estar las pantallas inclinadas, la onda que es reflejada por una pantalla no es dirigida hacia la otra pantalla, sino que tiende a subir. Este efecto se puede observar en el mapa 4.76.

De entre las pantallas que no están completamente verticales, la que tiene 75° de inclinación respecto a la horizontal es la que se muestra más eficiente. Se comprueba que, sin contar la pantalla vertical, a mayor inclinación, mayor atenuación.

En la siguiente figura (figura 4.80) se ha estudiado la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. En ella se observa que, mientras que las pantallas a 45, 60 y 75° tienen un comportamiento similar al caso en que se situaban pantallas a un único lado de la vía, la pantalla a 90° (completamente vertical) difiere bastante en su comportamiento. En este último caso se observa que la atenuación conseguida cae bruscamente a partir de los 2 m de altura. Además la atenuación máxima de ésta dista mucho de la del resto de pantallas.

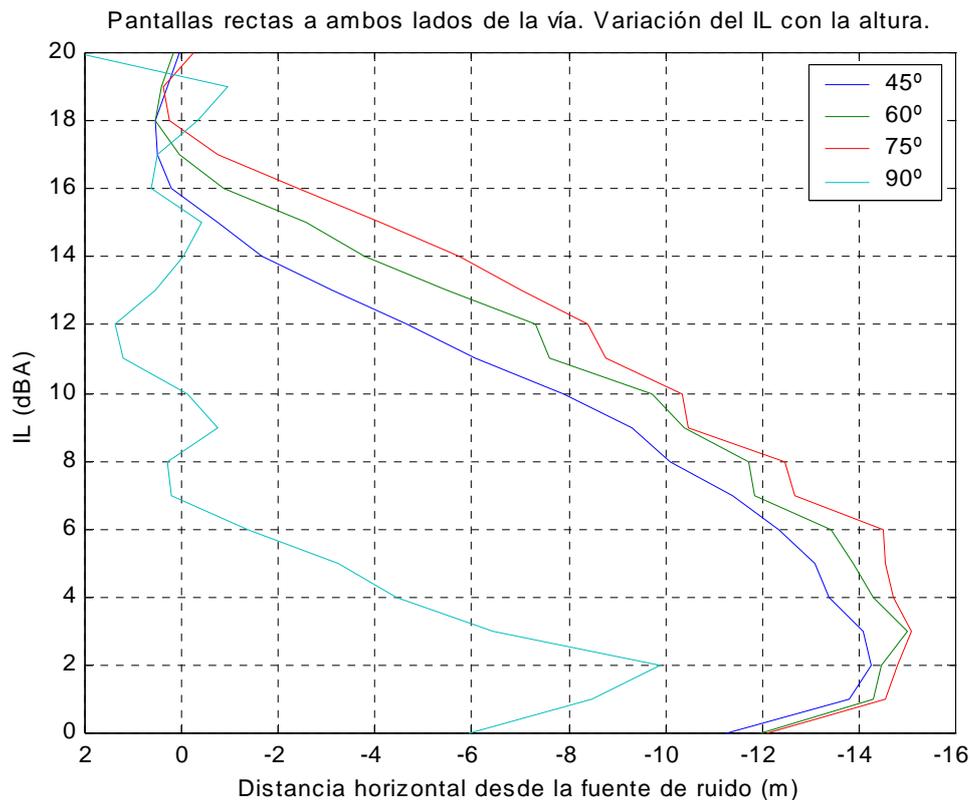


Figura 4.80

3.1.2. Vías Deprimidas.

Otra posible medida a adoptar para disminuir el ruido a ambos lados de una carretera es la depresión de la misma. Para evaluar esta alternativa se han estudiado vías deprimidas 3 m y en las que se ha variado la inclinación de los taludes entre 30 y 90°. Tanto la carretera, los taludes, como el terreno se han considerado completamente reflejantes. A continuación se muestra la geometría analizada:

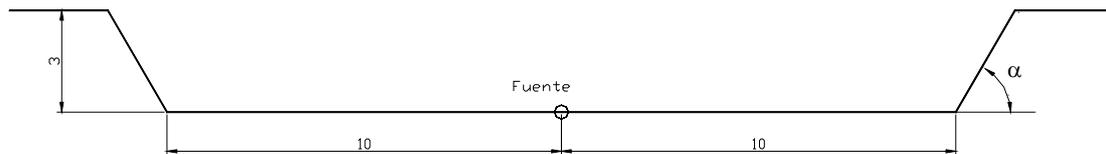


Figura 4.81

En la figura 4.82 se muestra el mapa de IL que surge al deprimir la carretera 3 m con unos taludes laterales de 60° de pendiente. La fuente de ruido está situada en mitad de la vía. Como el problema es simétrico, únicamente se ha graficado la zona situada a la derecha de la fuente.

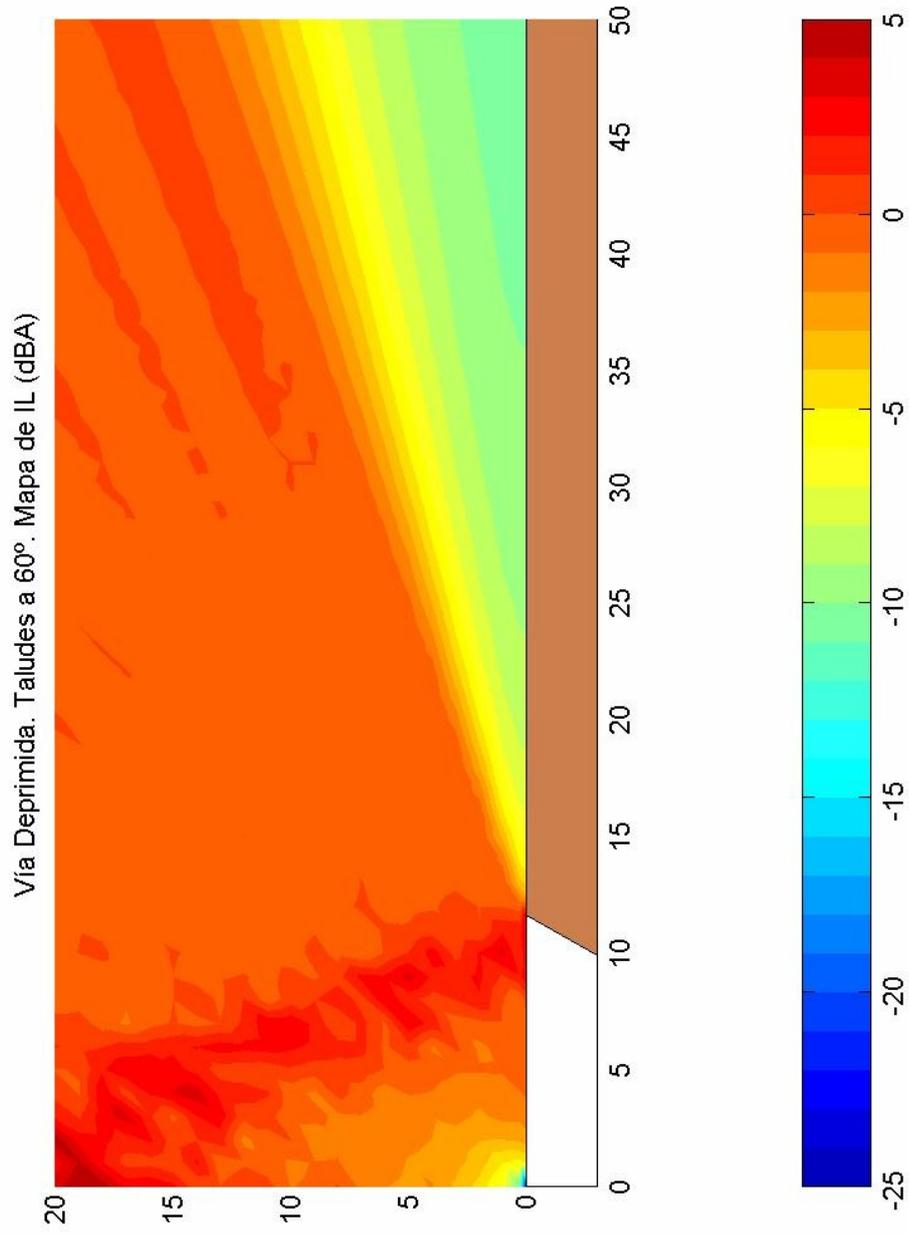


Figura 4.82

En las figuras 4.83 y 4.84 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Como ya se ha comentado, por la simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente. Se han analizado vías deprimidas con taludes de 30, 45, 60 y 90° de pendiente.

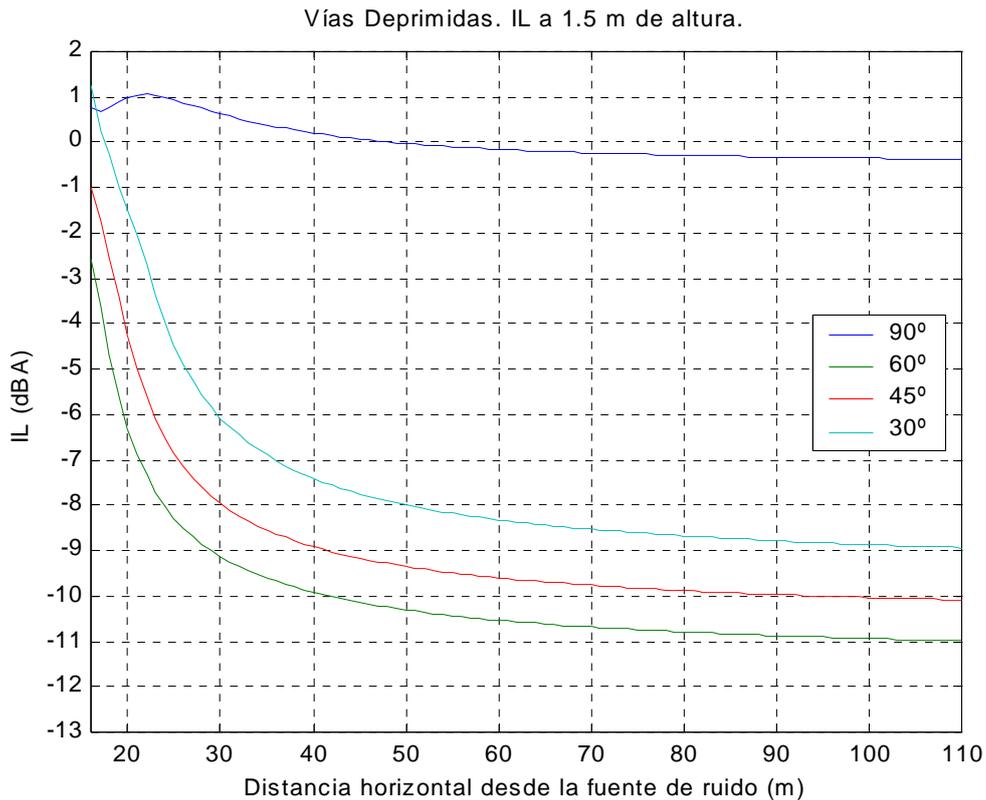


Figura 4.83

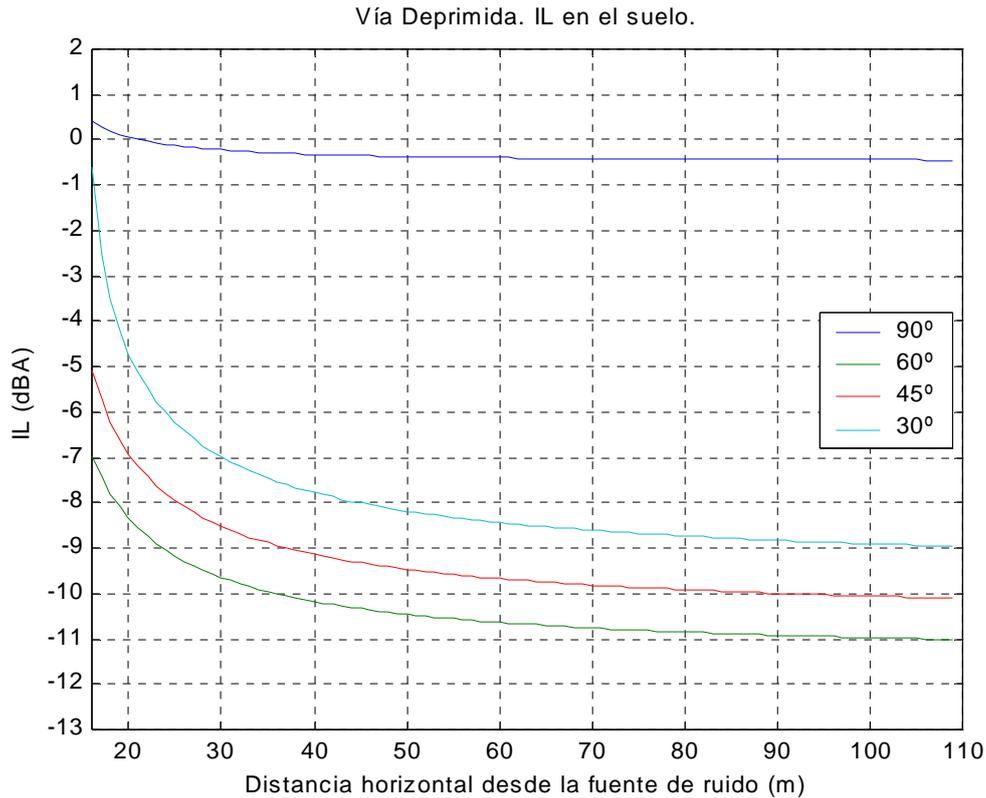


Figura 4.84

En las figuras 4.83 y 4.84 se aprecia un fenómeno similar al que ocurría al situar pantallas rectas verticales a ambos lados de la vía, siendo la razón de su existencia la ya comentada para el caso de las pantallas. La vía deprimida con taludes a 90° produce una atenuación prácticamente nula, mientras que en el resto de situaciones se produce una atenuación importante. Excluyendo la carretera con taludes a 90° , la atenuación conseguida al deprimir la vía aumenta al aumentar la pendiente de los taludes, así la más efectiva resulta ser la que tiene los taludes con 60° de pendiente.

Si se comparan las figuras 4.83 y 4.84 con las figuras 4.78 y 4.79, correspondientes a las pantallas rectas a ambos lados de la vía, se aprecia que la colocación de pantallas resulta ser una medida más eficaz que la depresión de la vía.

En la siguiente figura (figura 4.85) se ha estudiado la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. Lo primero que se observa en esta gráfica es que la vía deprimida con taludes a 90° produce una atenuación prácticamente nula, produciéndose

incluso una ganancia para algunas alturas. En el resto de casos si se consigue una atenuación importante al deprimir la vía. Al contrario de lo que ocurría con el caso de las pantallas, al deprimir la vía la atenuación máxima se consigue a nivel del terreno, disminuyendo luego progresivamente esta atenuación hasta anularse para una determinada altura. Esta altura, a la cuál la atenuación conseguida es nula, depende directamente de la pendiente de los taludes, y aumenta al incrementarse la pendiente de éstos. Asimismo, la atenuación máxima que se consigue también se incrementa al aumentar la pendiente de los taludes. La vía deprimida más efectiva de las analizadas será pues la que tiene los taludes con una pendiente de 60° , como puede apreciarse claramente en la figura.

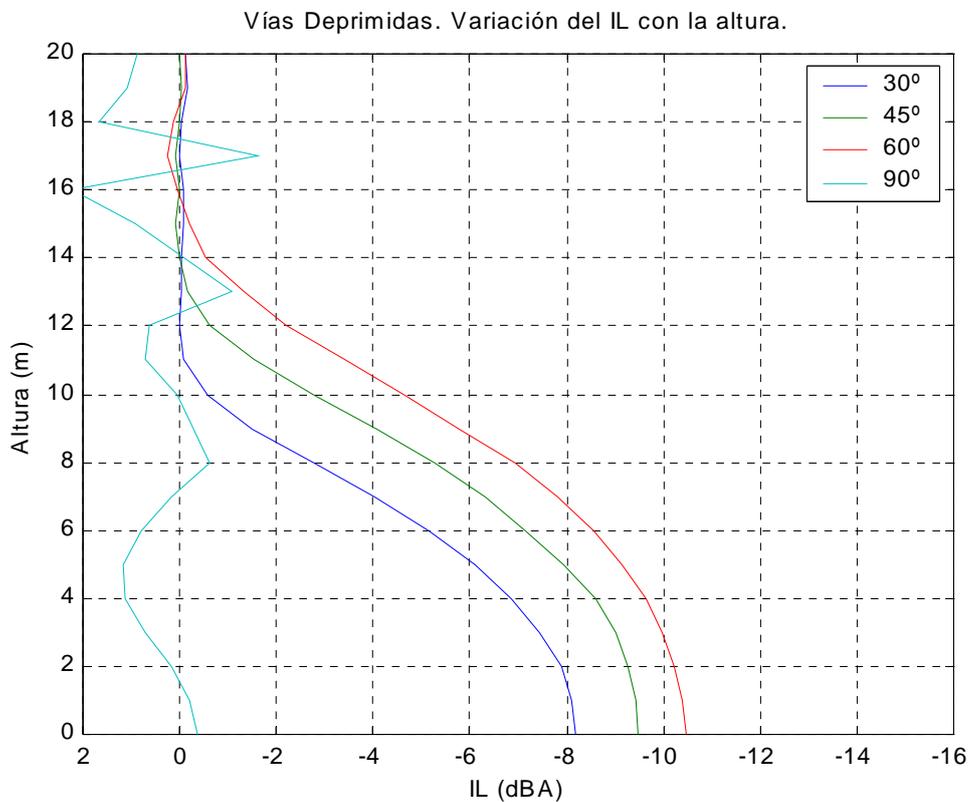


Figura 4.85

3.1.3. Vías Elevadas.

La última medida analizada, para disminuir el ruido a ambos lados de la carretera, es la elevación de la vía por encima del nivel del terreno. Para evaluar esta alternativa se han estudiado vías elevadas 3 m y en las que se ha variado la inclinación de los taludes entre 30 y 90°. Tanto la carretera, los taludes, como el terreno se han considerado completamente reflejantes. A continuación se muestra la geometría analizada:

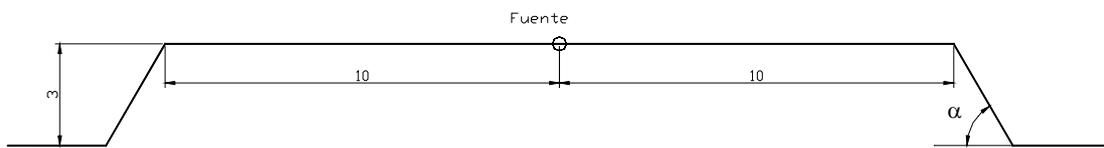


Figura 4.86

En la figura 4.87 se muestra el mapa de IL que surge al elevar la carretera 3 m con unos taludes laterales de 60° de pendiente. La fuente de ruido está situada en mitad de la vía. Como el problema es simétrico, únicamente se ha graficado la zona situada a la derecha de la fuente.

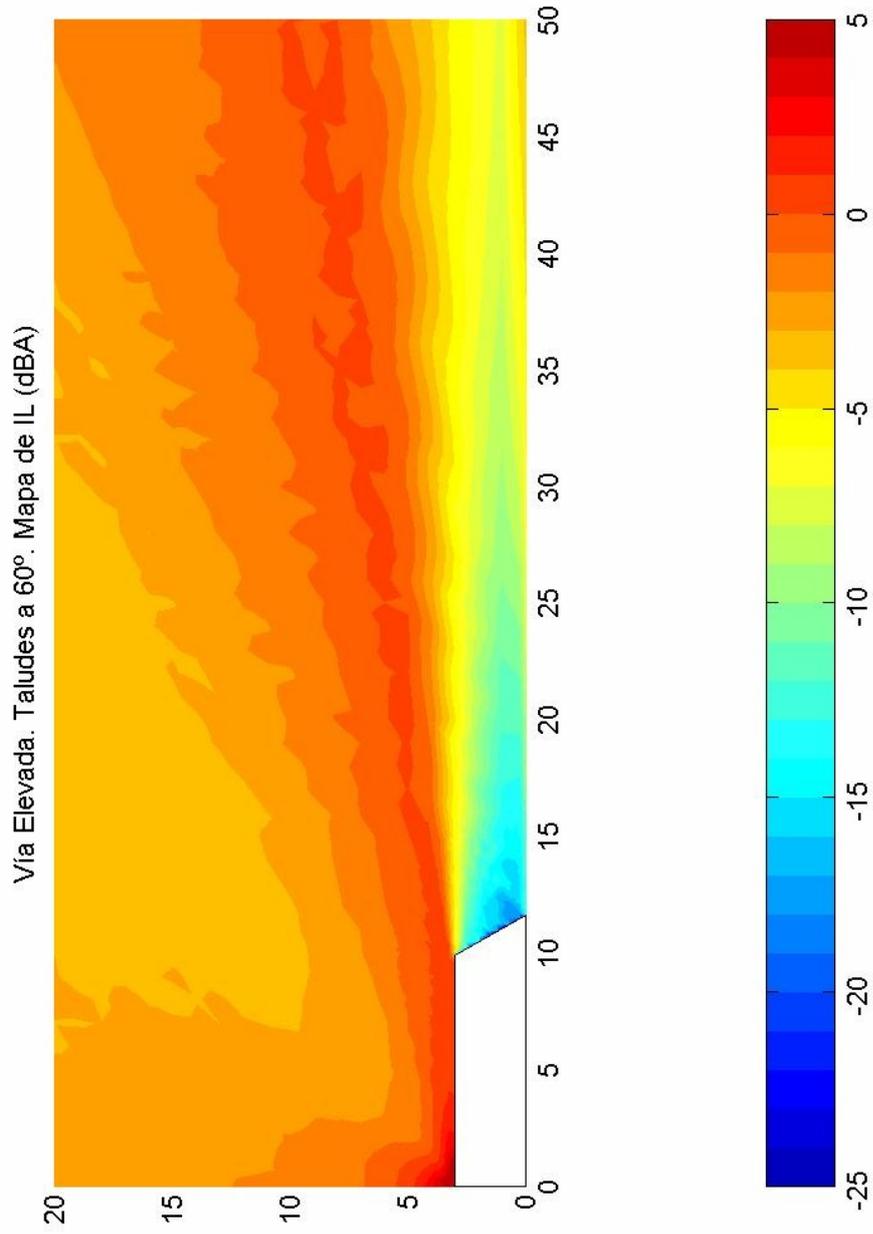


Figura 4.87

En las figuras 4.88 y 4.89 se han graficado las variaciones del IL a lo largo de sendas rectas horizontales situadas a 1.5 m de altura y al nivel del suelo respectivamente. Como ya se ha comentado, por la simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente. Se han analizado vías elevadas con taludes de 30, 45, 60 y 90° de pendiente.

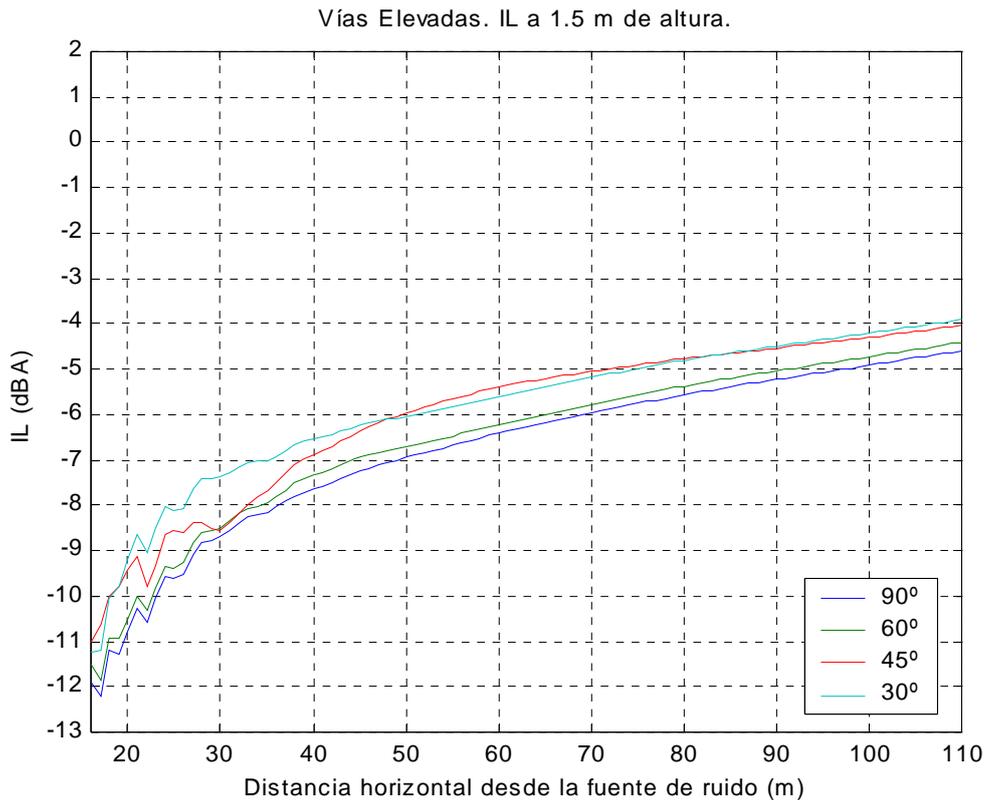


Figura 4.88

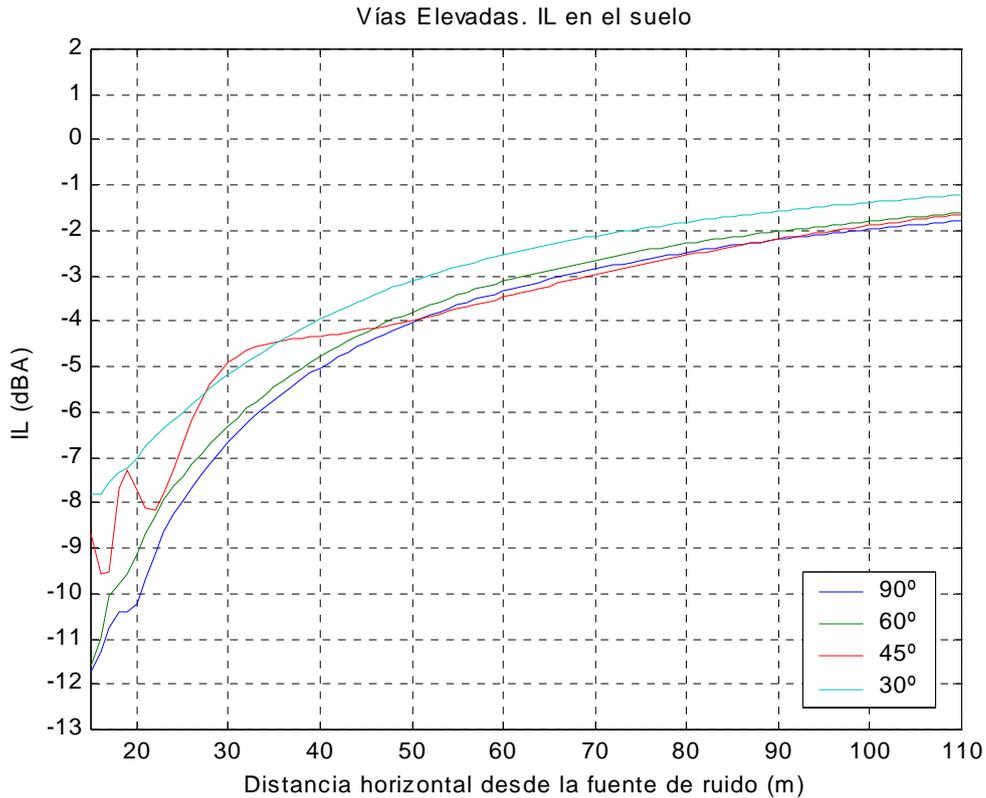


Figura 4.89

Del análisis de las figuras 4.88 y 4.89 podemos concluir que la eficacia de la elevación de la vía dependerá también de la inclinación que se le den a los taludes laterales. A mayor pendiente de los taludes, mayor atenuación. La vía elevada más efectiva de las analizadas es la que tiene sus taludes completamente verticales (90°), seguida muy de cerca por la que cuenta con taludes de 60° de pendiente.

Si se comparan las figuras 4.88 y 4.89 con las figuras 4.83 y 4.84, correspondientes a las vías deprimidas, se observa que aunque la pendiente de los taludes influye en la eficacia de las vías elevadas, éstas se ven menos influenciadas por este factor que las vías deprimidas. Asimismo, también se observa que las vías elevadas son bastante menos efectivas que las deprimidas. Las vías deprimidas consiguen poca atenuación cerca de la fuente, pero a medida que nos alejamos de ésta la atenuación va siendo mayor; mientras que en las vías elevadas ocurre justo lo contrario, consiguen una atenuación apreciable en las zonas cercanas a la vía, pero al alejarnos de ésta la atenuación cae hasta unos valores muy bajos.

En la siguiente figura (figura 4.90) se ha estudiado, al igual que en los casos anteriores, la variación del IL con la altura a 50 m de la fuente de ruido. Como puede apreciarse en las gráficas, la atenuación máxima se consigue, para todas las pendientes de taludes, a la altura de un metro. La diferencia de atenuación entre el metro de altura y el nivel del suelo ronda los 3 dBA. Una vez superada la altura de un metro la atenuación conseguida cae rápidamente hasta anularse a la altura de aproximadamente 7 m, siendo esta altura independiente de la inclinación de los taludes de la vía.

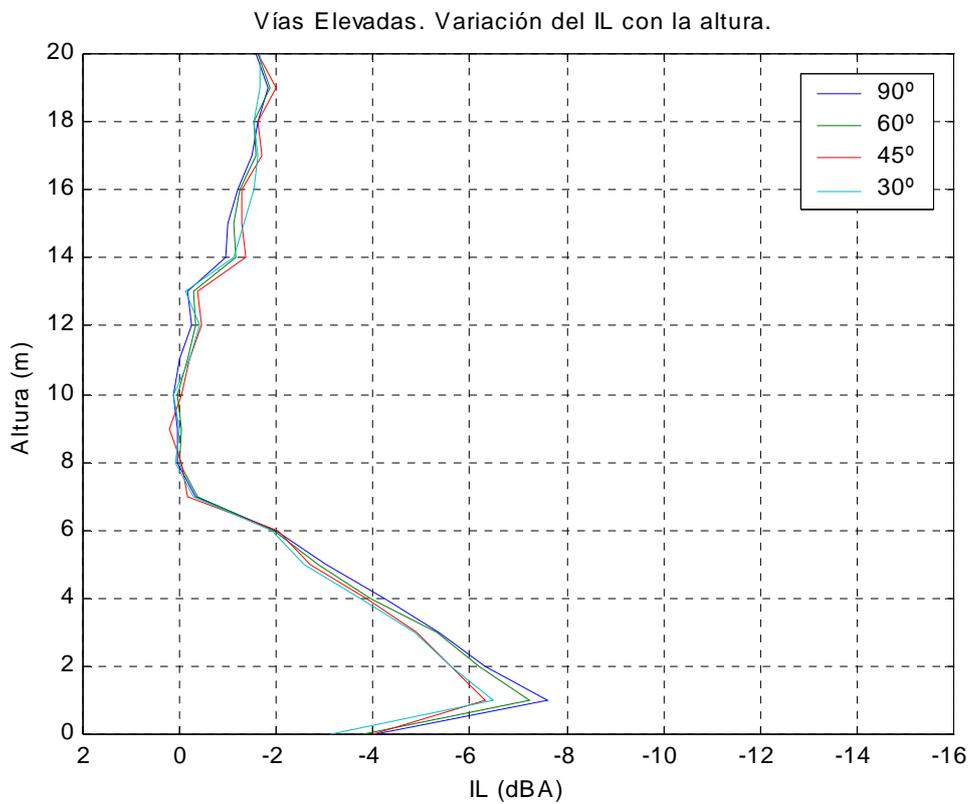


Figura 4.90

3.2. Influencia de la capacidad absorbente de los contornos.

3.2.1. Pantallas Rectas a ambos lados de la vía.

Cuando se sitúan pantallas en ambos lados de una carretera, la onda sonora que llega a una pantalla y es reflejada por ésta, puede dirigirse hacia al otro lado de la vía, y por lo tanto aumentar el nivel sonoro allí. Sí se coloca un recubrimiento absorbente en la cara interna de las pantallas, es decir, aquella situada del lado de la fuente, puede disminuirse este efecto y por lo tanto aumentar la atenuación conseguida por las pantallas. Con objeto de evaluar la eficacia de la colocación de estos recubrimientos se han analizado pantallas, situadas a ambos lados de la vía, a las que se les ha añadido un recubrimiento de lana mineral (permeabilidad = 20.000 Nsm^{-4}) de 5 cm de espesor. A continuación se muestra la geometría analizada, en la que se ha marcado en rojo los contornos absorbentes:

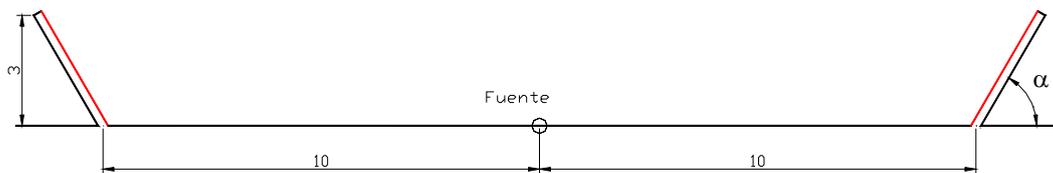


Figura 4.91

En las figuras 4.92 y 4.93 se muestran los mapas de IL que surgen al introducir pantallas rectas con tratamiento absorbente, de 3 m de altura y con pendientes de 60° y 90° respectivamente en ambos lados de la vía. La fuente de ruido está situada en el origen de coordenadas. Como el problema es simétrico, únicamente se ha graficado la zona situada a la derecha de la fuente.

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las pantallas con contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. En las figuras 4.94, 4.95 y 4.96 se analiza, para varias inclinaciones de pantalla, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de distancia horizontal respecto de la fuente.. Por la

simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente.

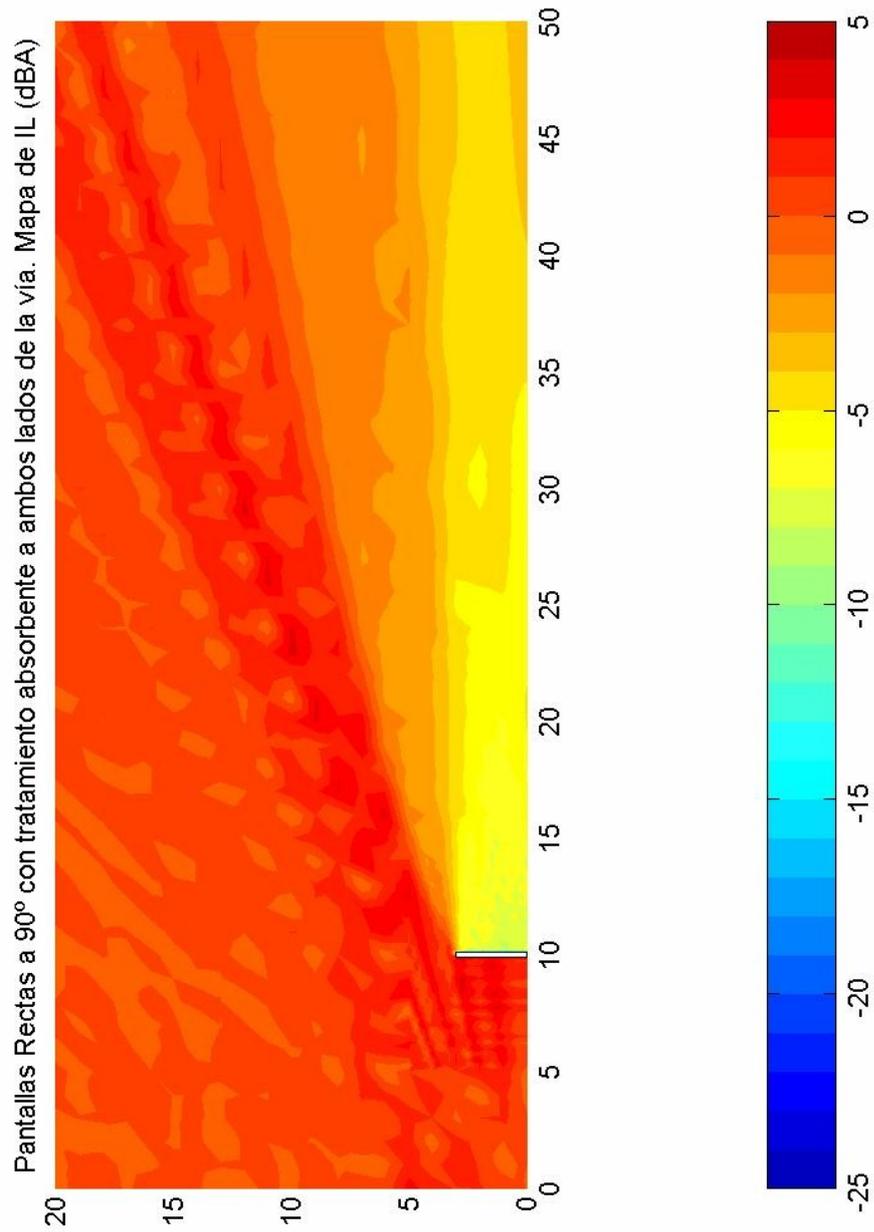


Figura 4.92

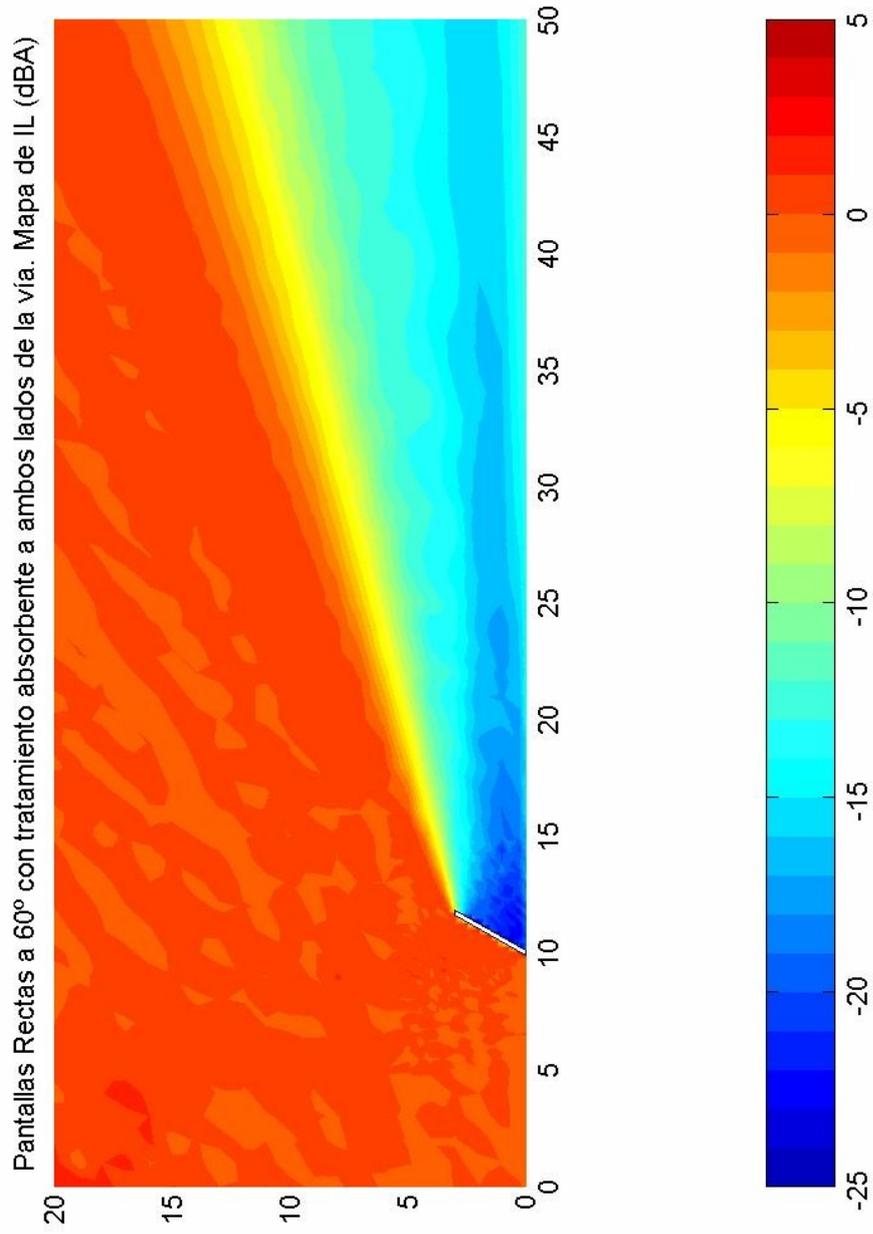


Figura 4.93

Pantallas Rectas con tratamiento absorbente a ambos lados de la vía. IL a 1.5 m de altura.

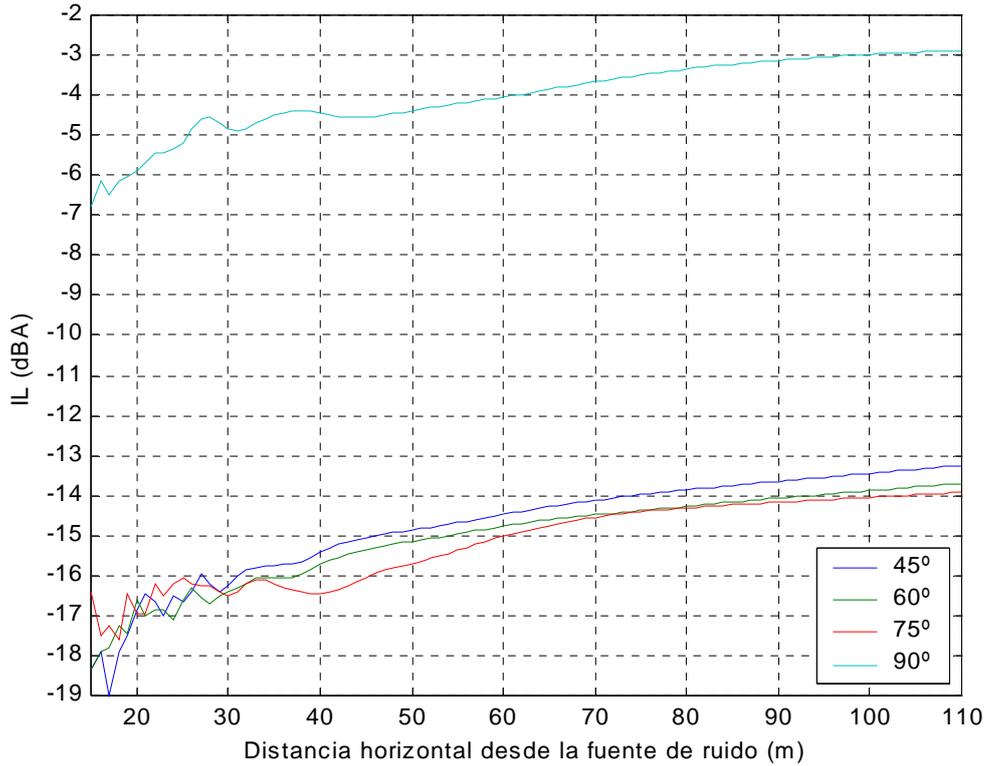


Figura 4.94

Pantallas Rectas con tratamiento absorbente a ambos lados de la vía. IL en el suelo.

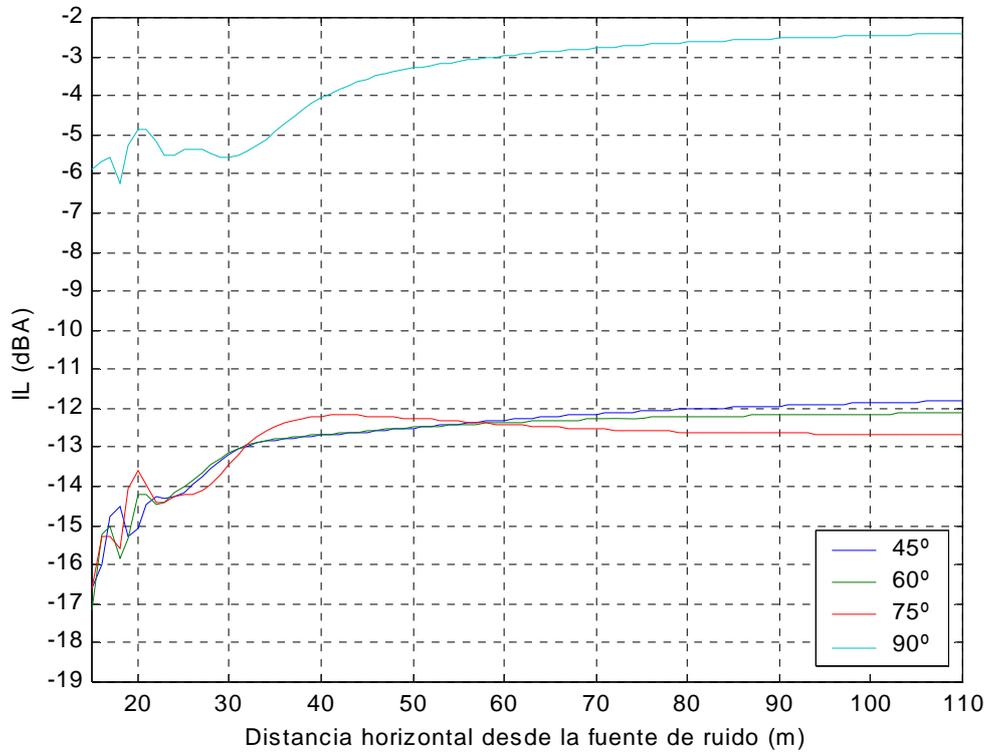


Figura 4.95

Pantallas Rectas con tratamiento absorbente a ambos lados de la vía. Variación del IL con la altura

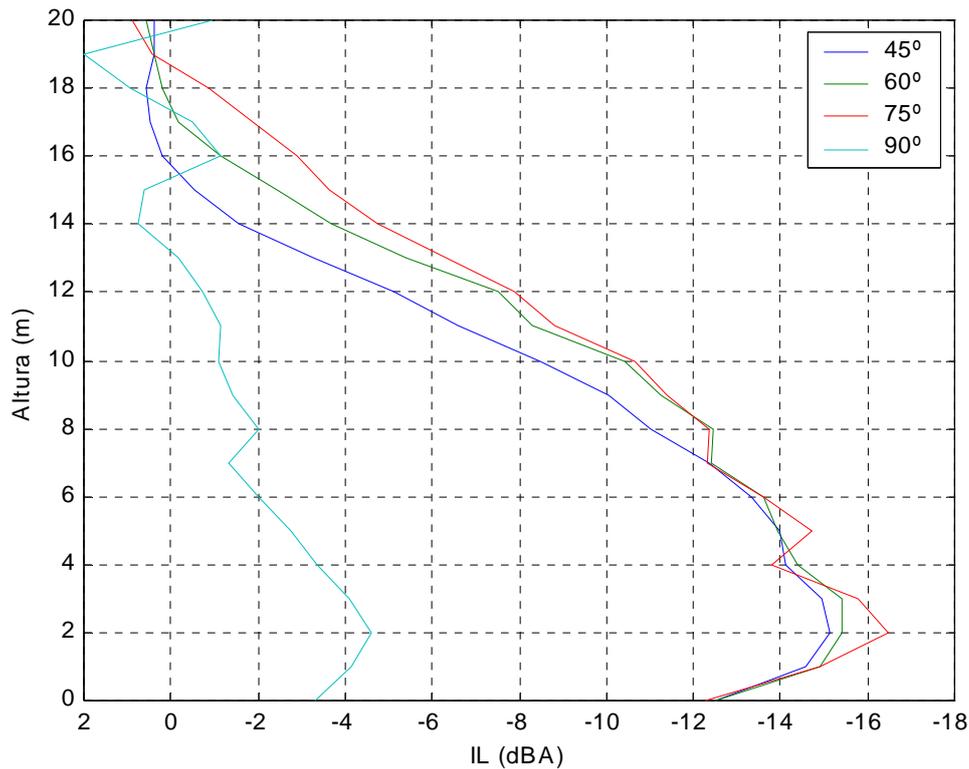


Figura 4.96

Si se comparan estas figuras con las correspondientes a las pantallas reflejantes a ambos lados de la vía (figuras 4.76, 4.77, 4.78, 4.79 y 4.80), se observa que, salvo para las pantallas a 90° (verticales), la colocación del recubrimiento absorbente supone un incremento de la atenuación conseguida cercano a 1 dBA. El incremento de eficacia resulta ser muy similar en todos los casos, por lo que se puede afirmar que la pendiente de las pantallas no influye sensiblemente en dicho incremento. Un caso aparte lo constituyen las pantallas verticales, que lejos de mejorar la eficacia de las pantallas, ésta disminuye al colocar los recubrimientos absorbentes.

3.2.2. Vías Deprimidas.

En las vías deprimidas en las cuáles los taludes laterales tienen una alta inclinación, normalmente es necesario situar muros de hormigón para contener la tierra. En estos casos los taludes se deben considerar, al ser el hormigón un material “duro”, superficies reflejantes. Sin embargo, esto no ocurre así siempre, sino que lo natural es que se diseñe la carretera con la pendiente de taludes que permita el terreno. En muchas ocasiones se planta cierta vegetación sobre estos taludes para darle una mayor cohesión al terreno. Este último tipo de superficie no puede considerarse como un contorno reflejante, ya que tiene una importante capacidad de absorción acústica. Por ello se ha procedido a analizar vías deprimidas con taludes laterales absorbentes (permeabilidad igual a 300.000 Nsm^{-4} correspondiente a un terreno vegetal bien aireado).

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las vías deprimidas con contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a una vía deprimida con pendiente de taludes igual a 60° . En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones de taludes, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de distancia horizontal respecto de la fuente.

Por la simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente.

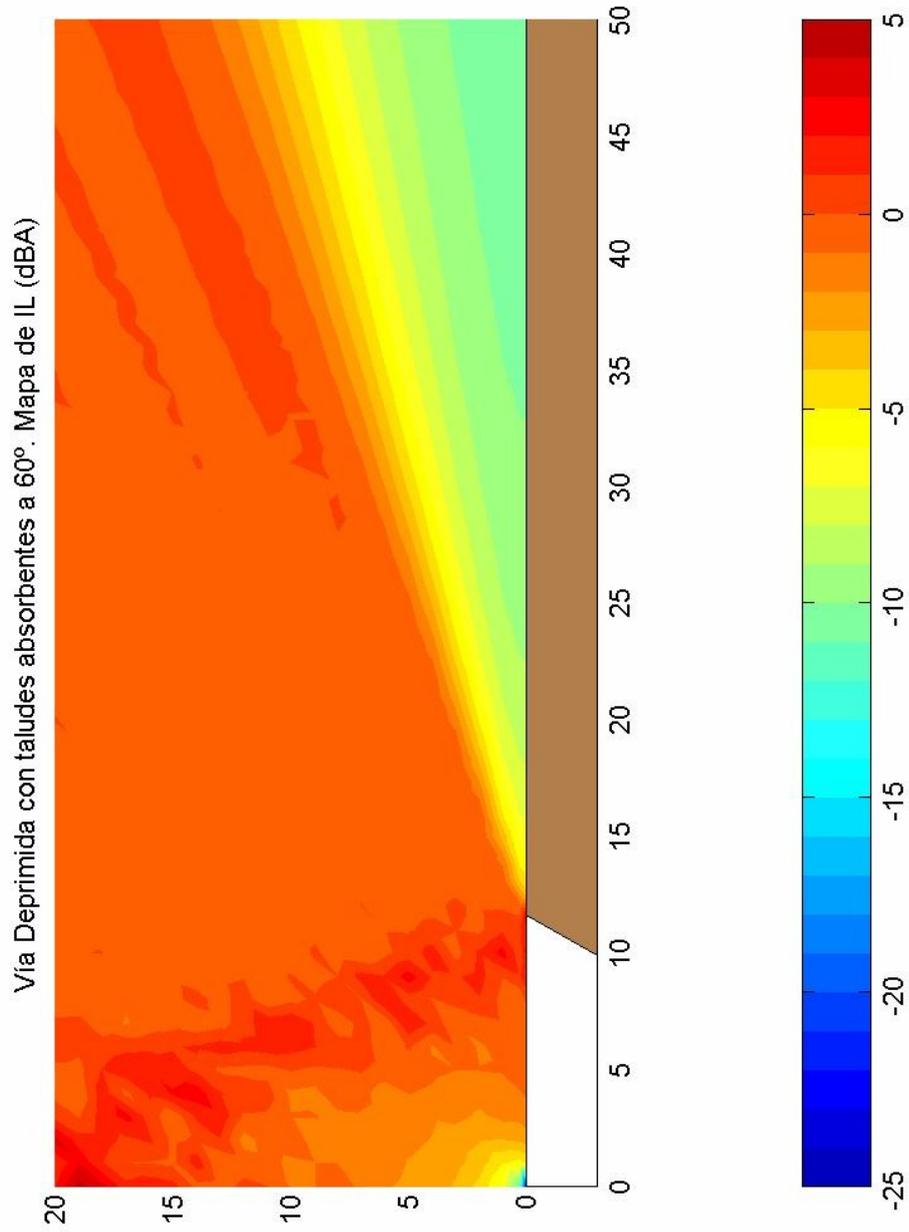


Figura 4.97

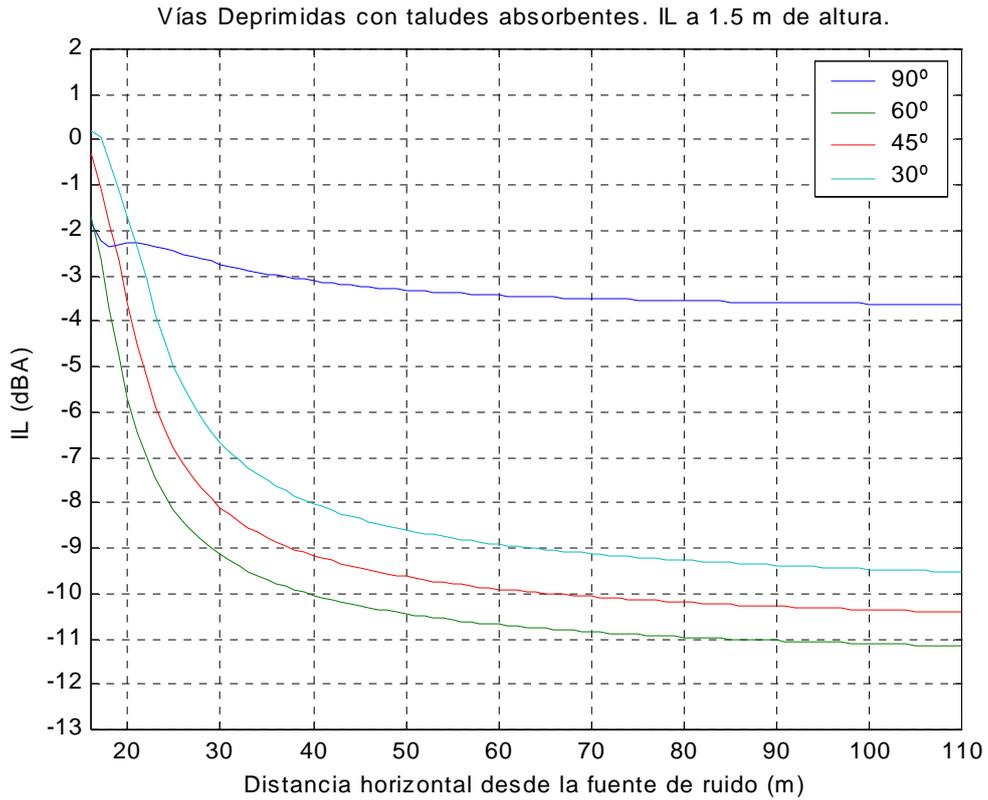


Figura 4.98

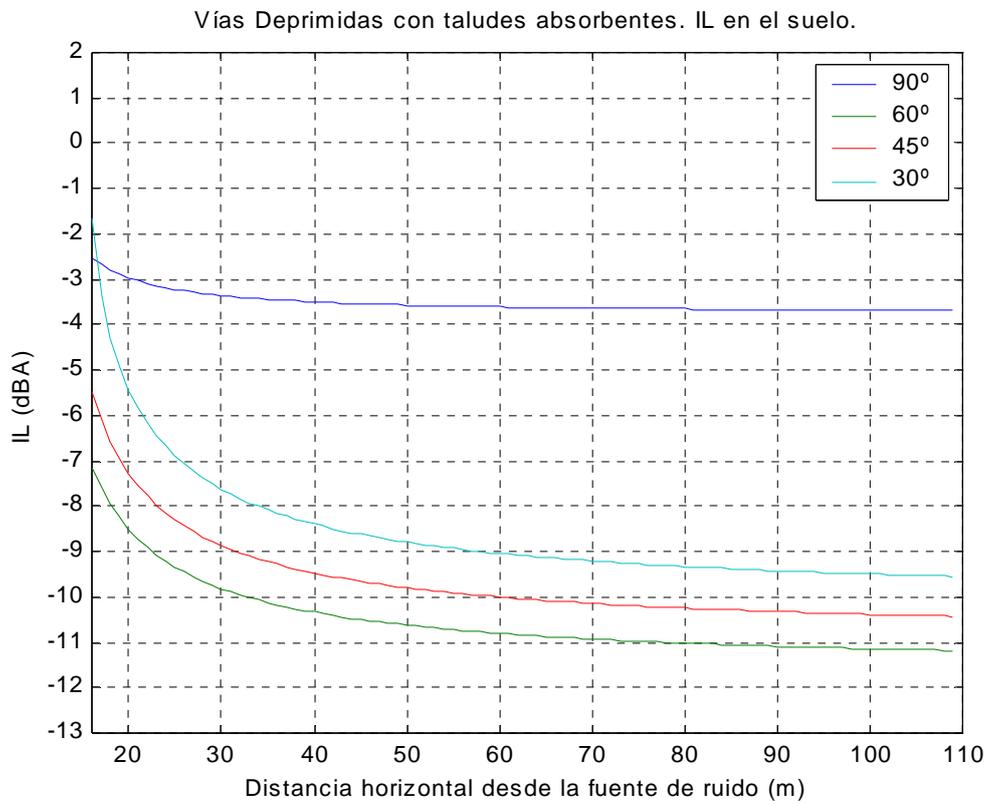


Figura 4.99

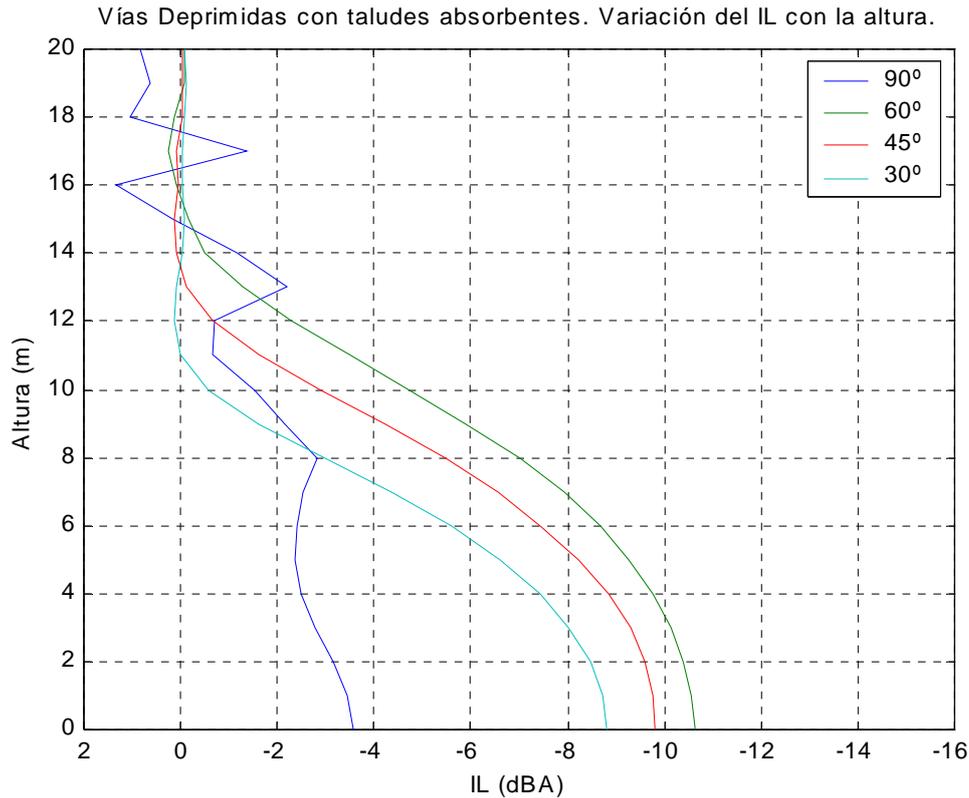


Figura 4.100

Si se comparan las figuras 4.97, 4.98, 4.99 y 4.100 con las correspondientes a las vías deprimidas con taludes reflejantes (figuras 4.82, 4.83, 4.84 y 4.85) se comprueba que las diferencias no son muy significativas. Únicamente se aprecia un cambio importante en la vía deprimida con taludes completamente verticales (90°), que pasa de no conseguir prácticamente ninguna atenuación cuando los taludes son reflejantes, a conseguir una atenuación cercana a los 4 dBA al considerarlos absorbentes. En el resto de casos se producen ligeros incrementos en la atenuación conseguida, pero que ningún caso superan el medio dBA. De hecho, sin contar la vía deprimida con taludes verticales, la mejora de eficacia que se consigue al considerar los taludes absorbentes disminuye conforme aumenta la pendiente de éstos. En la vía deprimida con taludes a 60° la diferencia es prácticamente nula.

3.2.3. Vías Elevadas.

En las vías elevadas ocurre una situación análoga a la de las vías deprimidas. Los taludes laterales en este tipo de construcciones normalmente son de terreno vegetal. Sólo cuando el terreno no es muy cohesivo y es necesaria la utilización de elevadas pendientes se recurre a la contención de las tierras con muros de hormigón. El terreno vegetal no puede considerarse un material completamente reflejante, por lo que se hace necesario el estudio de esta geometría considerando los taludes laterales como contornos absorbentes (permeabilidad igual a 300.000 Nsm^{-4} correspondiente a un terreno vegetal bien aireado).

Ha sido realizado un análisis análogo al desarrollado para las vías elevadas con contornos reflejantes, obteniéndose los mismos tipos de gráficos. A continuación se presenta el mapa de IL correspondiente a una vía elevada con pendiente de taludes igual a 60° . En las sucesivas figuras se analiza, para varias inclinaciones de taludes, la variación del IL a lo largo de dos rectas horizontales, situadas a 1.5 m de altura y a nivel del suelo respectivamente, y una recta vertical, situada a 50 m de distancia horizontal respecto de la fuente.

Por la simetría existente en el problema, la distribución sonora es idéntica a ambos lados de la carretera, por lo que los gráficos están extendidos únicamente a la zona situada a la derecha de la fuente.

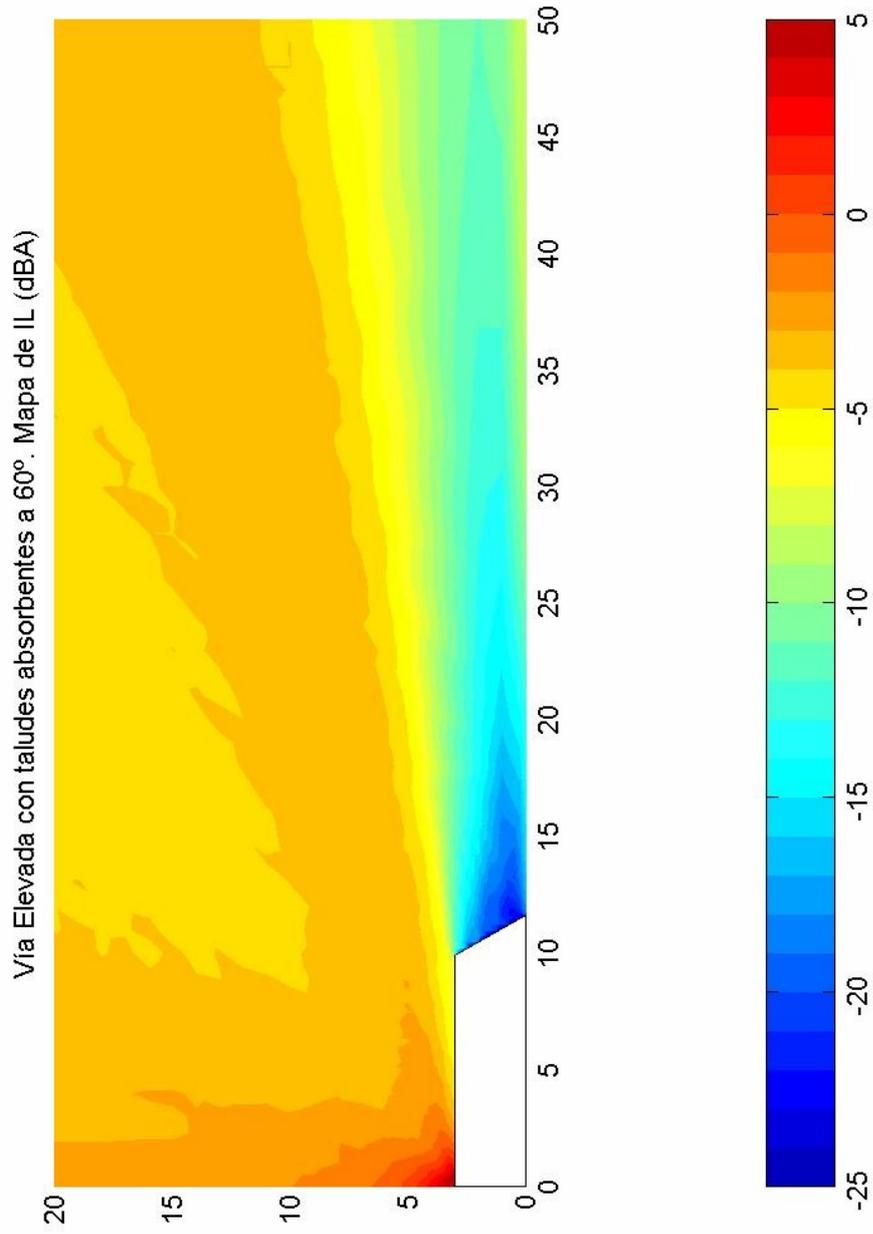


Figura 4.101

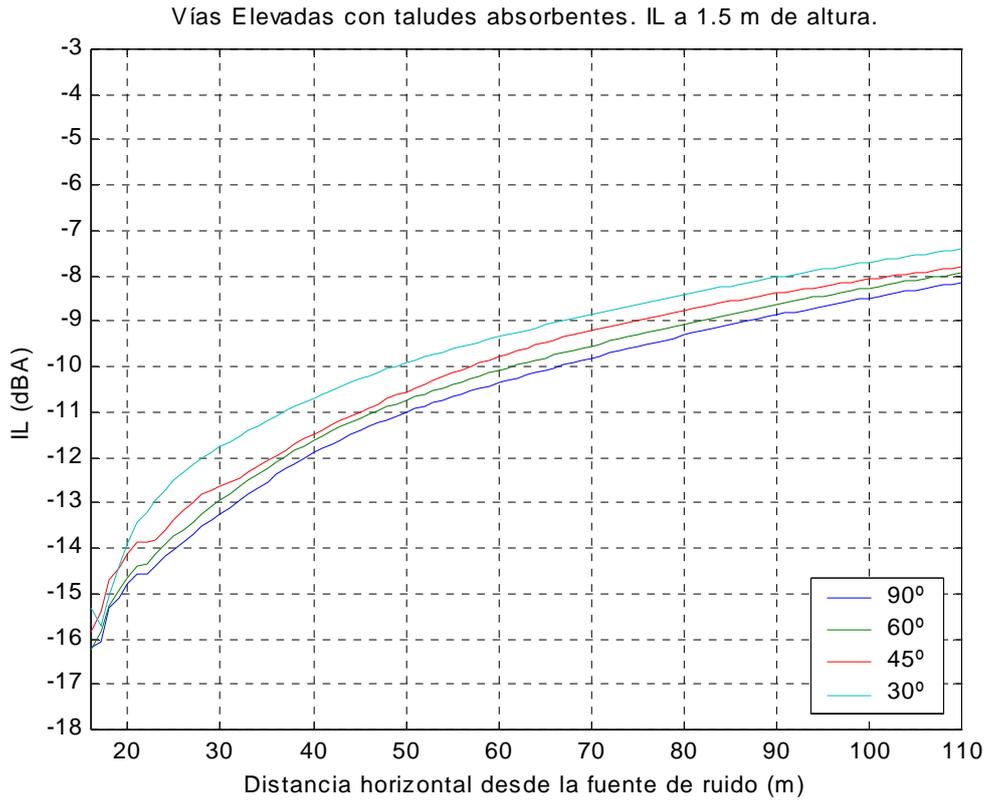


Figura 4.102

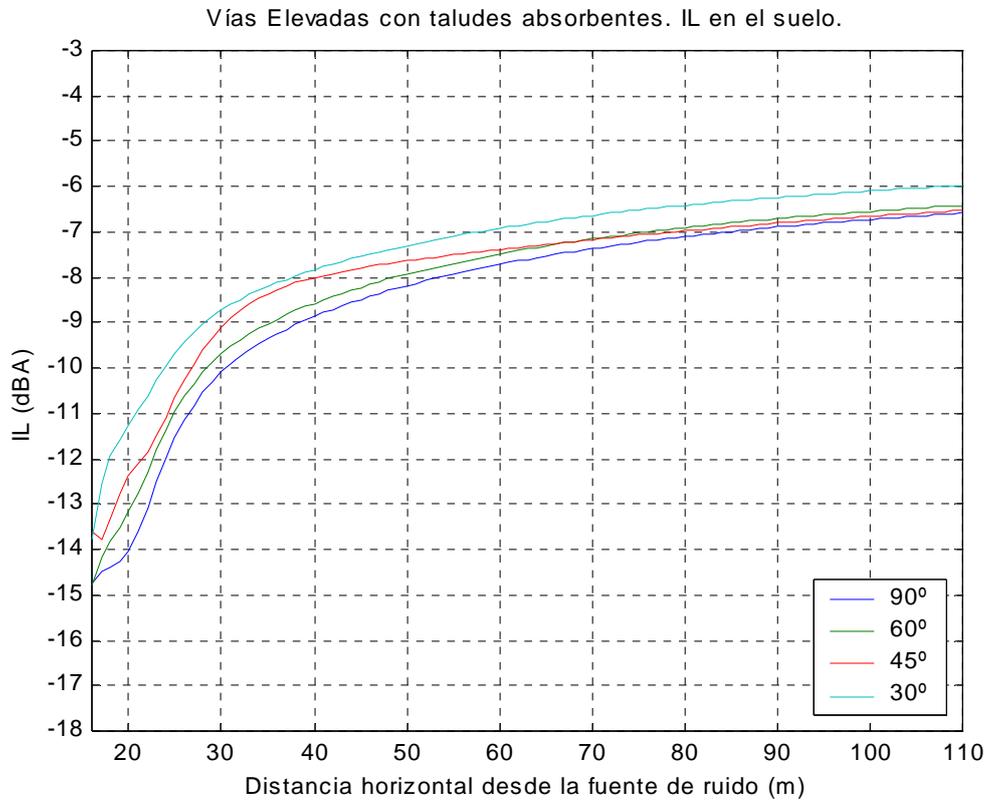


Figura 4.103

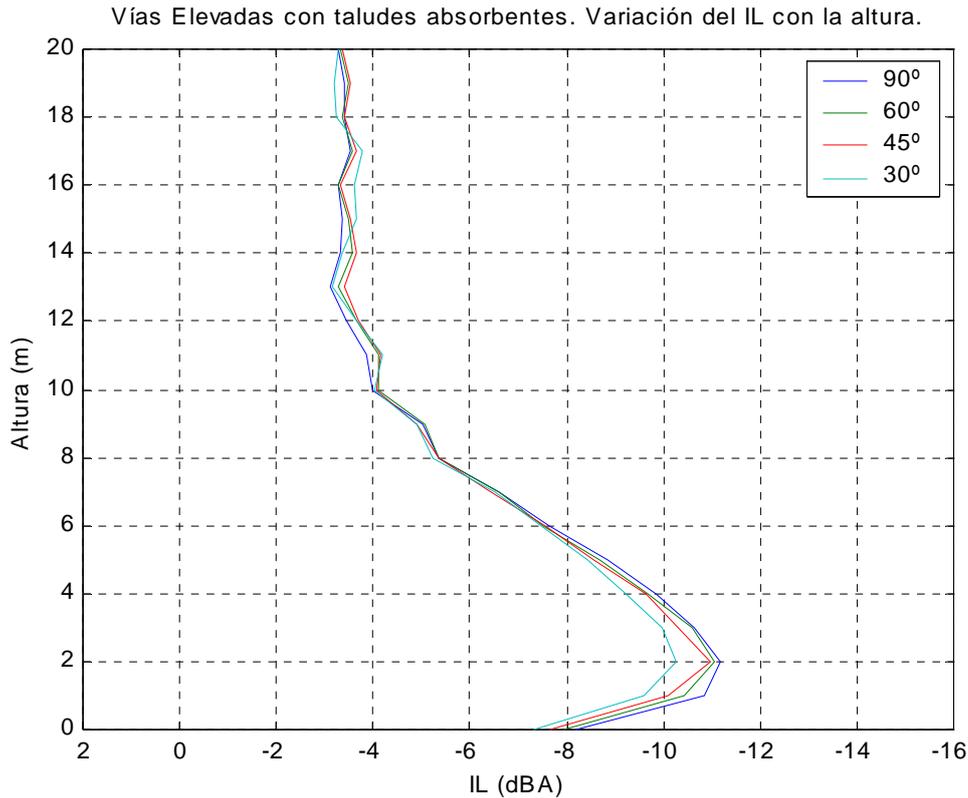


Figura 4.104

Comparando estas figuras con las correspondientes a las vías elevadas con taludes reflejantes (figuras 4.87, 4.88, 4.89 y 4.90) se aprecia un notable incremento de la atenuación conseguida al elevar la vía. Al considerar los taludes absorbentes la atenuación conseguida aumenta en una cantidad que oscila entre 3,5 y 5 dBA, dependiendo de si medimos la diferencia a 1.5 m de altura o a nivel del suelo. El incremento de eficacia parece ser ligeramente mayor para las vías elevadas con taludes con baja pendiente (30 ó 45°), pero esta diferencia no es muy significativa. Otro aspecto interesante que hay que destacar es el comportamiento en altura: cuando los taludes son reflejantes el IL se anula por encima de los 7 m, no ocurriendo lo mismo para el caso de taludes absorbentes. En este último caso, la atenuación sí disminuye al aumentar la altura, pero se acaba estabilizando en un valor ligeramente superior a 3 dBA.

CAPÍTULO 5. CONCLUSIONES.

CONCLUSIONES.

Del estudio realizado se pueden extraer algunas conclusiones muy interesantes que pueden servir de guía a los proyectistas que tengan que diseñar barreras antirruído:

- La colocación de pantallas rectas verticales a un lado de la vía constituye una medida eficaz y sencilla para la disminución del ruido en ese lado de la carretera.
- Las pantallas únicamente protegen del ruido en la zona de sombra situada detrás de ella. Si por la orografía del terreno o por la altura de la edificación, el receptor está situado en una posición que es capaz de ver la carretera directamente por encima de la pantalla, ésta no conseguirá atenuar el ruido que le llega al receptor.
- Si existe tierra sobrante de excavaciones cercanas y la atenuación que se pretende conseguir no es muy elevada, una medida económica para atajar el problema puede ser la construcción de barreras de tierra en forma de cuña o dique. En este tipo de barreras es recomendable que el terreno está bien aireado y que se plante vegetación en sus taludes para aumentar la absorción acústica.
- La eficacia de la pantalla recta puede ser mejorada, sin necesidad de aumentar su altura, utilizando perfiles de pantalla que atajen mejor la onda sonora que tiende a difractar por encima de la pantalla. Dos tipologías de perfiles muy efectivas resultan ser las que tienen forma de “Y” y las formados por una pantalla recta a la que se le añade un brazo saliente hacia la fuente de ruido. Los brazos, en ambos tipos de pantalla, deben tener una inclinación respecto a la horizontal que esté entre 30 y 45°.
- Las pantallas Acodadas o en “Y” pueden incrementar su eficacia si se colocan, en la parte superior de éstas, un recubrimiento absorbente que sea capaz de

absorber parte de la energía sonora, que de otra forma difractaría por encima de la pantalla llegando al receptor.

- La capacidad absorbente del terreno no es un factor independiente de la colocación o no de barreras. Su influencia se ve afectada por la altura efectiva de la barrera colocada, sin que influya de manera apreciable la forma de dicha barrera.
- Cuando se pretende disminuir el ruido a ambos lados de una carretera, la medida más efectiva, desde el punto de vista acústico, la constituye la colocación de pantallas a ambos lados de la vía. Estas pantallas se deben colocar ligeramente inclinadas respecto a la vertical, de manera que se eviten las múltiples reflexiones. La eficacia de estas pantallas puede incrementarse aun más si se coloca un recubrimiento absorbente en la parte interior de las mismas.
- La depresión de una vía también es una medida que ayuda a disminuir el ruido a ambos lados de la carretera. Pero esta medida es más costosa y menos efectiva que la colocación de pantallas, por lo que sólo se justificará si existen otras razones, aparte de la acústica, para proceder a la depresión de la vía.
- La elevación de la calzada también es una medida que disminuye el nivel sonoro en los alrededores de la misma, pero la atenuación conseguida es bastante inferior a la alcanzada al deprimir la vía o colocar pantallas. Por ello y por su elevado coste, esta medida tampoco se justifica desde el punto de vista acústico.

En lo referente al modelo y método de cálculo empleado (MEC) pueden extraerse las siguientes conclusiones:

- El modelo bidimensional de línea pulsante (una vía indefinida de tráfico denso uniforme) se corresponde bien con el caso de una fuente puntual en el plano transversal a la vía. Esta conclusión ya había sido demostrada por otros autores, por comparación con resultados experimentales.

- En el estudio de los espectros de respuesta para las frecuencias centrales de tercio de octava se pone de manifiesto que los resultados son variables con la frecuencia. Es preciso por tanto utilizar un método de cálculo que permita hacer estudios en frecuencia, así como caracterizar de forma precisa el contenido en frecuencias de la fuente emisora. El método de elementos de contorno se presenta pues como un método ideal para realizar este tipo de análisis con precisión.
- El uso de la solución fundamental del semiespacio absorbente, si bien matemáticamente más compleja, resulta especialmente interesante pues con ella solo hay que discretizar los contornos que definen los obstáculos, no siendo preciso discretizar el suelo. Ello se traduce en una drástica disminución del número de nodos en el modelo, y por tanto, en un costo computacional mucho menor asociado a cualquier geometría.
- El empleo de coeficientes de absorción basados en los modelos de Delany y Bazley [17] han resultado muy adecuados para modelar el comportamiento de contornos con características parcialmente absorbentes.
- En cuanto a la discretización empleada, se ha visto que la finura de la discretización es un factor crucial del que dependen sensiblemente los resultados. El tamaño máximo de elementos depende de la geometría de cada problema. Se ha encontrado que el caso crítico corresponde a las barreras en cuña y en dique, casos en los que, con elementos de aproximación parabólica, ha sido necesario recurrir a tamaño de elementos del orden de $\lambda/8$, siendo λ la longitud de onda.
- Finalmente, se ha demostrado que el Método de los Elementos de Contorno puede ser una herramienta muy eficaz en el estudio de problemas de acústica exterior en general, y en la definición de perfiles de pantallas anti-ruido en particular.

ANEXO. RESULTADOS DEL ENSAYO DE CAMPO.

RESULTADOS DEL ENSAYO DE CAMPO.

Con la intención de realizar una validación propia del método numérico se procedió a realizar un ensayo de campo. El esquema utilizado en el ensayo se presenta en la figuras A.1 y A.2.

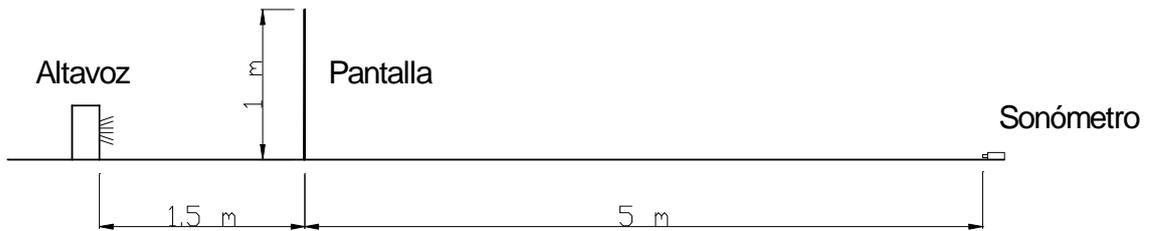


Figura A.1.



Figura A.2.

Como emisor se utilizó un generador de señales conectado a un amplificador (figura A.3), y como receptor se utilizó un sonómetro (figura A.4). Tanto el emisor como el receptor se situaron a nivel del suelo.



Figura A.3.



Figura A.4.

En el ensayo se midieron decibelios tanto con pantalla como sin pantalla, calculando la pérdida por inserción de la barrera (IL) como la diferencia entre estas dos medidas. A continuación se presentan los resultados obtenidos:

Frecuencia (Hz)	Medición Con Pantalla (dBA)	Medición Sin Pantalla (dBA)	Pérdida por Inserción (IL) (dBA)
125	68	79	11
250	71	80	9
500	73	83	10
1000	63	84	21
2000	75	99	24

En el siguiente gráfico se comparan los resultados experimentales con los obtenidos mediante el programa numérico desarrollado. En el gráfico se aprecia que, a pesar de no haberse realizado el ensayo en las mejores condiciones (ruido ambiente demasiado elevado e instrumental no adecuado para este tipo de ensayos) los resultados son bastante concordantes.

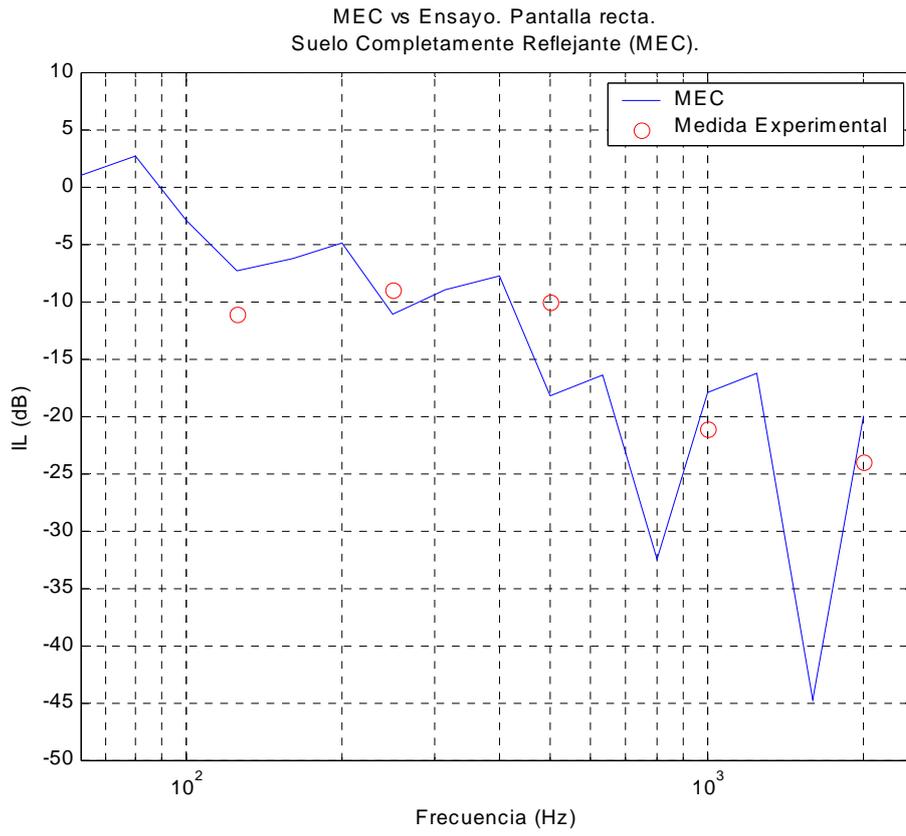


Figura A. 5.

REFERENCIAS.

REFERENCIAS.

- [1] VARIOS, *Reducción del ruido en el entorno de las carreteras*. OCDE, Ministerio de Obras Públicas, Transpone y Medio Ambiente, 1995.
- [2] TAYLOR, S.M. y WILKINS, P.A., *Transportation Noise-Health Effects*. Butterworths, 1987.
- [3] CARTER, N.L., INGHAM, P., TRAN, K., HUNYOR, S.N., *Field Study of the Effects of Traffic Noise on Heart Rate and Cardiac Arrhythmia During Sleep*. Journal of Sound and Vibration, 169 (2), pp. 211-227, 1994.
- [4] DOMÍNGUEZ, J., *Boundary Elements in Dynamics*. CMP Elsevier, 1993.
- [5] CHIRINO, F., AZNÁREZ, J. Y MAESO, O., *Un modelo numérico para la estimación de la eficiencia de pantallas acústicas*, Anales de Ingeniería Mecánica, 4, 33-39, 1998.
- [6] MAY, D.N. Y OSMAN, M.N., *Highway noise barriers: New shapes*, J. Sound Vibration, 71, 73-101, 1980.
- [7] HUTCHINS, D.A., JONES, H.W. Y RUSSELL, L.T., *Model studies of barrier performance in the presence of ground surfaces. Part II – Different shapes*, Journal of the Acoustical Society of America, 75, 1807-1816, 1984.
- [8] WATTS, G.R., *Acoustic performance of parallel traffic noise barriers*, Applied Acoustics, 47(2), 95-119, 1996.
- [9] KURZE, U.J. Y ANDERSON, G.S., *Sound attenuation by barriers*, Applied Acoustics, 4, 35-53, 1971.
- [10] MAEKAWA, Z., *Noise reduction by screens*, Applied Acoustics, 1, 157-173, 1986.

-
- [11] SEZNEC, R., *Diffraction of sound around barriers: use of the boundary elements technique*, J. Sound Vibration, 73, 195-209, 1980.
- [12] HOTHERSALL, D.C., CHANDLER-WILDE, S.N. Y HAJMIRZAE, M.N., *Efficiency of single noise barriers*, J. Sound Vibration, 146(2), 303-322, 1991.
- [13] HOTHERSALL, D.C., CROMBIE, D.H. Y CHANDLER-WILDE, S.N., *The performance of T-profile and associated noise barriers*, Applied Acoustics, 32, 269-287, 1991.
- [14] CROMBIE, D.H. Y HOTHERSALL, D.C., *The performance of multiple noise barriers*, J. Sound Vibration, 176(4), 459-473, 1994.
- [15] PFRETZSCHNER, J., SIMÓN, F., MORENO A. Y DE LA COLINA, C., *Índice de pérdidas por inserción en barreras con reflexiones en el terreno*, Jornadas Nacionales de Acústica, 1995.
- [16] SANCHÍS A., GIMÉNEZ, A., MARÍN A. Y SOLANA P.E., *Aplicación del MEC para la determinación de la atenuación de ruido producido por barreras*, Revista de Acústica, 28, 1997.
- [17] DELANY, M.E. y BAZLEY, E.N., *Acoustical Properties of Fibrous Absorbent Materials*. Applied Acoustics, 3, pp. 105-116, 1970.
- [18] CHANDLER-WILDE, S.N., *Ground Effects in Environmental Sound Propagation*, Ph D. Thesis. University of Bradford, 1988.
- [19] KAWAI, T., HIDAKA, T. y NAKAJIMA, T., *Sound Propagation above an Impedance Boundary*. Journal of Sound and Vibration, 83, pp. 125-138, 1982.
- [20] ABRAMOWITZ, M. y STEGUN, I.A., *Handbook of Mathematical Functions*. Dover Publications, N.Y. 1970.
-

-
- [21] CHANDLER-WLLDE, S.N. y HOTHERSALL, D.C., *Sound Propagation above an Inhomogeneous Impedance Plane*. Journal of Sound and Vibration, 98 (4), pp. 475-491, 1985.
- [22] BIES, D.A. y HANSEN, C.H., *Engineering Noise Control*. Urwin Hyman, London, 1988.
- [23] MORSE, P.M. y BOLT, R.H., *Sound Waves in Rooms*. Reviews of Modern Physics 16, pp. 65-150, 1944.
- [24] RASMUSSEN, K.B., *Sound Propagation over non-flat terrain*. Danish Acoustical Laboratory Report, N 35. The Danish Academy of Technical Sciences, 1982.