Escuela de Ingenieros Industriales y Civiles
Universidad de Las Palmas de Gran Canaria

Ingeniero Industrial (Plan 2001)

“DESARROLLO E IMPLEMENTACIÓN DE UN PROCEDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO DE ESTRUCTURAS EN INGENIERÍA CIVIL”

ABRIL 2012

Autora:

Divya-Ram Kishinchand Daswani

Tutores:

Luis A. Padrón Hernández
Juan J. Aznárez González

INDICE

BLOQUE I

Conceptos básicos de dinámica estructural y análisis experimental de estructuras

BLOQUE II

Desarrollo, Metodología y Resultados

Capítulo 1

INTRODUCCIÓN

1.1. Antecedentes

Las técnicas de análisis modal se han convertido en la tecnología más utilizada en la búsqueda de la mejora y la optimización de las características dinámicas de las estructuras en ingeniería.

Existe una creciente demanda de seguridad y fiabilidad de las estructuras en la sociedad actual. Con la aparición de las nuevas tecnologías y el avance de los métodos teóricos de análisis, es posible prever las características y el comportamiento dinámico de un sistema con gran precisión. En el caso de que la vibración de una estructura sea motivo de preocupación, el objetivo consiste en alcanzar una mejor comprensión de sus propiedades dinámicas mediante el empleo de técnicas analíticas, numéricas o experimentales, o una combinación de ellas.

Dentro del desarrollo del análisis modal, cabe destacar la importancia que han tenido los ensayos experimentales. El análisis del comportamiento dinámico de todo tipo de estructuras requiere, entre otras cosas, conocer características propias de la misma tales como frecuencias naturales, o modos y amortiguamientos propios de vibración. Durante el diseño, la estimación de estos parámetros se realiza de manera numérica o analítica, y en muchos casos es vital para garantizar un comportamiento aceptable de la estructura. Una vez construida la estructura, la estimación de estos parámetros puede realizarse de manera experimental, y permite, entre otras cosas, controlar la calidad de la ejecución o detectar daños estructurales de diversa índole que pueda sufrir la estructura a lo largo de su vida útil. Por otro lado, y en relación a la elaboración de modelos estructurales, son muchas las incertidumbres ligadas a una estructura real, por lo que en muchas ocasiones la identificación experimental de los parámetros modales de una estructura permite también calibrar dichos modelos antes de realizar un análisis dado.

Así, el análisis modal experimental busca estimar los parámetros modales de una estructura. En ocasiones es capaz de medir tanto la entrada, la excitación a la que es sometida la estructura, como la salida, en este caso aceleraciones mediante un sensor. En el caso que nos ocupa, el factor de amortiguamiento se determinará a partir de la respuesta en vibración libre de la estructura, por lo que no será necesario conocer la excitación inicial.

Diversas técnicas, de muy distinta naturaleza (ver, por ejemplo, [1-7]), han sido propuestas para la estimación de los factores de amortiguamiento que gobiernan la respuesta dinámica de distintos tipos de estructuras. De entre todos ellos, este Trabajo Fin de Carrera estudia, implementa y utiliza el método del decremento logarítmico en combinación con el uso de filtros pasa-banda para aislar los distintos modos en el caso de sistemas de más de un grado de libertad. Esta técnica, relativamente sencilla, ha sido propuesta y aplicada con éxito recientemente por Y. Liao y V. Wells en [8].

1.2. Objetivo del proyecto

Este Trabajo Fin de Carrera se integra en la línea de trabajo que llevan a cabo los miembros de la División de Mecánica de Medios Continuos y Estructuras del SIANI en el campo de la Dinámica de Estructuras y, en particular, en el desarrollo de métodos de identificación modal experimental de estructuras de ingeniería civil. Con este Trabajo Fin de Carrera se pretende implementar una técnica que permita la estimación de las frecuencias naturales y los factores de amortiguamiento modal de estructuras, así como validar dichas técnicas utilizando tanto resultados teóricos como resultados experimentales. Éstos últimos servirán también para ajustar los modelos analíticos previamente desarrollados.

1.3. Contenido del proyecto

La implementación y utilización correctas del método del decremento logarítmico en conjunción con el uso de filtros pasa-banda requiere del dominio de diversos aspectos relacionados. Por esta razón, este Trabajo Fin de Carrera comienza con un Bloque I dedicado a los conceptos básicos de dinámica estructural y análisis experimental de las estructuras. Una vez revisados los conocimientos previos necesarios, el desarrollo del trabajo y la exposición de resultados se muestran en un segundo Bloque II para el desarrollo, metodología y resultados.

En primer lugar, en el Bloque I, se estudiarán las características dinámicas de las estructuras, viendo las vibraciones de los sistemas y los parámetros modales a determinar, como son las frecuencias naturales y el factor de amortiguamiento. El estudio se centrará en el análisis de estructuras de masas concentradas, y los modelos a escala a utilizar en el trabajo serán diseñados y construidos para que respondan a dicho modelo. A continuación se hará una introducción a la teoría de señales y sistemas, pues las obtenidas experimentalmente serán ondas sinusoidales discretas. Se hará referencia a los dominios del tiempo y de la frecuencia, y se presentará para ello la herramienta matemática de la Transformada de Fourier. Otro aspecto muy importante a estudiar es el filtrado de las señales, pues éste hace posible la técnica para extraer información de los parámetros modales obtenidos. En un sistema de varios grados de libertad, el filtrado es el encargado de la separación de modos, para la obtención de las señales sinusoidales individuales. Para terminar en este primer bloque, se estudiarán los elementos principales del sistema de adquisición de datos utilizados, centrándonos en la descripción de los acelerómetros y del hardware de adquisición de datos utilizados.

En segundo lugar, en el Bloque II se desarrollará la metodología a utilizar y se mostrarán los resultados analíticos y experimentales. Primero se presentará y desarrollará el “band-pass method” mediante el decremento logarítmico y filtros pasa banda. Una vez descrita la metodología y antes de la implementación del método, se realizará un modelado y diseño de las estructuras a ensayar. Para ello, fue necesario estimar el módulo de Young del aluminio utilizado en la construcción, ensayando el material en el Laboratorio de Tierras, Hormigones, Asfaltos y Aceros del Departamento de Ingeniería Civil. Así, con el modelo analítico de las estructuras a ensayar y el desarrollo del método necesario para el análisis modal, se implementará dicho método en Matlab mediante Interfaces Gráficas para Usuario, desarrollándose un programa que permite, de forma sencilla, la estimación de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de estructuras de varios grados de libertad. A continuación se realizará un análisis paramétrico, donde se estudiarán los valores óptimos correspondientes a los distintos parámetros que intervienen en el análisis (anchos de banda, tipo y características de los filtros, y porción de las señales a utilizar para el cálculo del factor de amortiguamiento) que habrán de ser utilizados posteriormente en el análisis experimental. Antes de comenzar con el análisis experimental, se procede a la construcción de las estructuras en el Laboratorio de Tierras, Hormigones, Asfaltos y Aceros del Departamento de Ingeniería Civil. A la hora del diseño de los modelos, se ha tenido en cuenta que la elección del material y el proceso de construcción fueran los idóneos para este tipo de análisis.

Finalmente se realiza el análisis experimental de las estructuras de una altura y de dos alturas, mediante las Interfaces Gráficas para Usuario desarrolladas en el trabajo para el análisis modal experimental de estructuras mediante el "band-pass method" mostrando los resultados analíticos y experimentales. Se realiza un ajuste de parámetros creando un modelo capaz de predecir la respuesta de la estructura antes diversas situaciones. Dichos ensayos han sido realizados en el Laboratorio Instrumental de Dinámica Estructural (LIDE), del Instituto Universitario de Sistemas Inteligentes y Aplicaciones Numéricas en Ingeniería (SIANI).

.

BLOQUE I

Conceptos básicos de dinámica estructural y análisis experimental de estructuras

Capítulo 2

INTRODUCCIÓN A LA DINÁMICA DE ESTRUCTURAS

2.1 Introducción

El análisis modal de un sistema permite estimar de las características dinámicas de las estructuras, tales como frecuencias naturales y factores de amortiguamiento. En nuestro caso, el análisis se realizará sobre dos modelos a escala reducida previamente diseñados. Tanto para el análisis como para el diseño se hace necesaria una introducción a la dinámica de estructuras.

Los métodos de modelización dinámica utilizan un modelo dinámico simplificado mediante la discretización espacial del continuo para lo que existen varios métodos, en este Trabajo de Fin de Carrera se hará uso del método de las masas concentradas, de tal forma que el modelo dinámico resultante sea capaz de proporcionar una descripción completa del comportamiento dinámico de la estructura real, de modo que las masas concentradas describa el efecto de las fuerzas de inercia que aparecen en la estructura real durante su vibración. Esto se puede realizar, debido a que las masas de los forjados son muchos mayores que la masa del resto de la estructura, lo que permite modelar la estructura como sistemas de masa concentrada. Si la posición de la estructura durante su vibración es definida mediante una única variable, se trata de un sistema de un grado de libertad, si es definida mediante dos variables, entonces se refiere a una estructura de dos grados de libertad.

Una vez se tiene el modelo dinámico, se determinará el movimiento oscilatorio que representará el desplazamiento del cuerpo, su velocidad o su aceleración. Los sensores son utilizados para medir estos parámetros. Se describirán los tipos de vibraciones que pueden encontrarse, prestando especial atención al caso particular en el que se centrará este trabajo, el de la vibración libre amortiguada.

Una vez se obtiene el tipo de movimiento de la estructura, se determinarán las características dinámicas de los sistemas. Para ello, se utilizan expresiones matemáticas, denominadas ecuaciones de movimiento, que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras. Puesto que en el Trabajo de Fin de Carrera se diseñarán dos estructuras de uno y dos grados de libertad, se determinarán las características dinámicas de ambos sistemas. De esta forma se obtienen las frecuencias naturales propias de las señales.

Otro parámetro de interés, tal y como se ha comentado con anterioridad, es el factor de amortiguamiento, la capacidad de un cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía, el cual se definirá y desarrollará para sistemas de un grado de libertad y dos grados de libertad.

2.2 Métodos de modelización dinámica

Una estructura es un continuo caracterizado por una geometría más o menos complicada y compuesto por materiales con ecuaciones constitutivas complejas. Un método de análisis más conveniente, introducirá estimaciones físicas durante la fase de desarrollo del modelo dinámico, y posteriormente, calculará la respuesta mediante procedimientos numéricos apropiados. Este proceso, utiliza un modelo dinámico simplificado realizado mediante la discretización espacial del continuo.

En la modelización dinámica de estructuras, pueden utilizarse los siguientes métodos de discretización [9]:

- Método de las masas concentradas
- Método de los desplazamientos generalizados
- Métodos en los que se modela la estructura como un continuo, por ejemplo a través del método de los elementos finitos o métodos de contorno.

2.2.1. Método de las masas concentradas. Grados de libertad

Este método supone que la masa estructural está concentrada en una serie de puntos previamente seleccionados, de tal forma que el modelo dinámico resultante sea capaz de proporcionar una descripción completa del comportamiento dinámico de la estructura real. Las masas concentradas describen el efecto de las fuerzas de inercia que aparecen en la estructura real durante su vibración. El número total de componentes de los desplazamientos en los cuales las masas concentradas vibran, se denomina número de grados de libertad del modelo. Puede asimismo estar definido como el número mínimo de desplazamiento que deben conocerse para tener una definición completa de la deformada del modelo en cada instante de tiempo durante la vibración. Una vez obtenida la deformada de la estructura, las tensiones y deformaciones de la misma en cada instante se obtienen utilizando los conceptos proporcionados por el análisis estático.

Si la posición de la estructura durante su vibración puede ser completamente definida mediante un único desplazamiento, entonces la estructura puede ser modelada mediante un sistema de un solo grado de libertad.

Ejemplo del método de las masas concentradas:

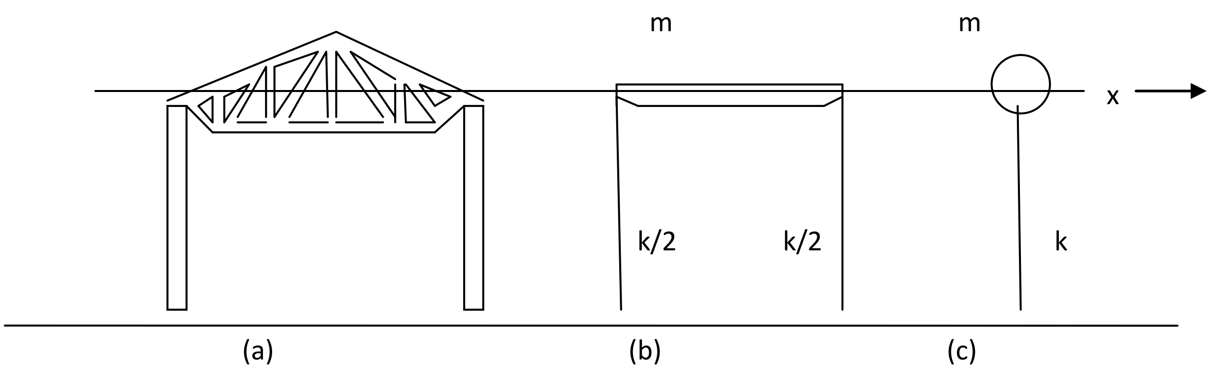


Fig. 2.1. Estructuras modeladas como un sistema de un solo grado de libertad.
(a) Pórtico; (b) el mismo pórtico con la masa concentrada al nivel de la viga; (c) modelo dinámico

La deformada del pórtico de la *Fig.2.1.a* sometida a un movimiento sísmico en su propio plano, puede definirse en cada instante, mediante el desplazamiento horizontal del punto situado al nivel de la viga. Consiguientemente la masa estructural se supone concentrada en la dirección de este desplazamiento *Fig.2.1.b*, resultando el modelo dinámico de la *Fig.2.1.c*.

El modelo de la *Fig.2.1.c* es el más simple para caracterizar el comportamiento dinámico de una estructura; representa un péndulo invertido y está definido por su masa m y su rigidez k.

Las estructuras representadas en las siguientes figuras: *Fig. 2.2.a* (una nave industrial) y *Fig.2.2.b* (pórtico plano de dos pisos), tienen dos grados de libertad, pues sus deformadas pueden definirse mediante dos desplazamientos: x_1 (t) y x_2 (t) Su modelo dinámico puede verse en *la Fig.2.2.c*.

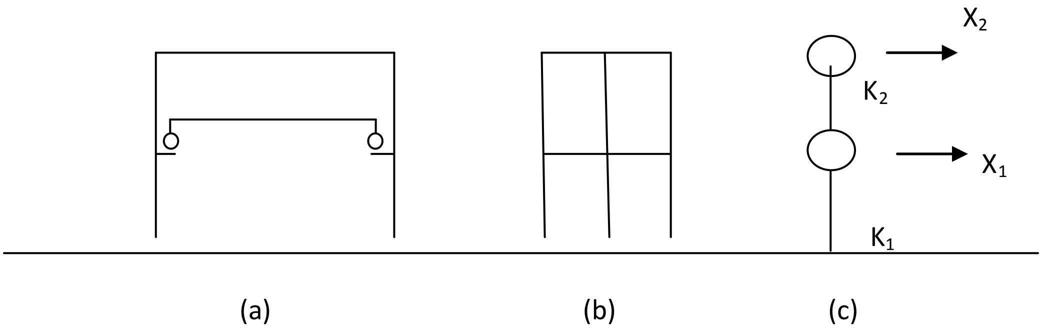


Fig. 2.2 Estructuras modeladas con dos grados de libertad;
(a) Nave industrial con puente grúa; (b) pórtico con; (c) modelo dinámico

El análisis de los dos ejemplos anteriores proporciona otra definición para el número de grados de libertad: El numero de ligaduras simples que deben introducirse para devolver a la posición de reposo del sistema vibrante.

La identificación de los grados de libertad de una estructura es una operación que requiere gran rigor y cuidado, habida cuenta de su importante influencia en los resultados del análisis dinámico. Los errores en esta operación, convierten a la solución en inexacta con respecto a la verdadera respuesta de la estructura. Debe ponerse el acento en que el método de masas concentradas es muy eficiente en la modelización de aquellas estructuras caracterizadas por una concentración real de su masa en algunos puntos discretos. En tales casos, la totalidad de la masa es concentrada en estos puntos, de tal forma que el resto de la estructura tiene solamente rigidez pero no masas [9].

2.2.2. Método de los desplazamientos generalizados.

El método de los desplazamientos generalizados, es un procedimiento apropiado en aquellas estructuras en que toda su masa está uniformemente distribuida. El número de grados de libertad se reduce si se acepta la hipótesis de que los desplazamientos dinámicos de la estructura, descritos por la función $\delta\,(y,t)$, pueden definirse como una combinación de funciones de formas elementales $\psi_i\,(y)$, con unas amplitudes $\beta_i(t)$, dependientes del tiempo.

$$u\,(y,t) = \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i\,(y)\beta_i(t), \tag{2.1}$$

Las funciones de forma $\psi_i\,(y)$ definidas a priori deben ser compatibles con las condiciones de apoyo de la estructura. Las amplitudes $\beta_i(t)$son conocidas con el nombre de coordenadas generalizadas. Las simplificación del problema consiste en truncar la serie dada por la expresión *2.1* considerando solamente un número finito de términos.

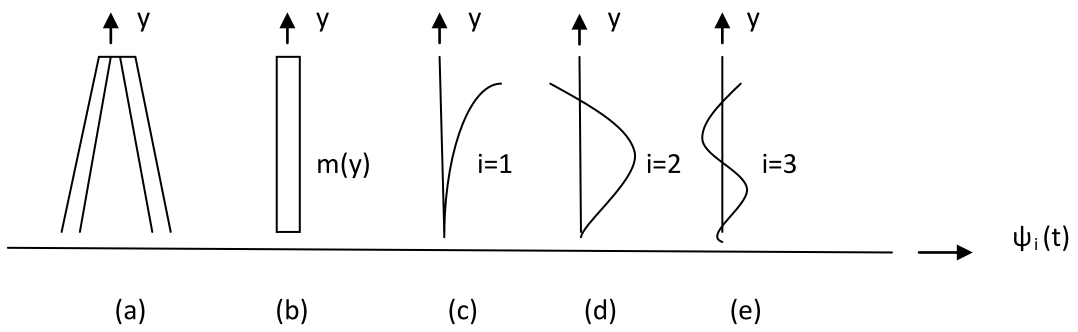


Fig. 2.3 Sistema con masa distribuida-método de los desplazamientos generalizados; (a) chimenea; (b) modelo continuo; (c), (d), (e) coordenadas generalizadas para i=1,2,3, respectivamente.

$$u\,(y,t) = \sum_{i=1}^{n} \psi i(y)\beta i\ (t) \tag{2.2}$$

El número n de funciones de forma consideradas, depende de la aproximación con que se deseen obtener los resultados.

2.3. Vibraciones

2.3.1. Introducción teórica de vibraciones

La vibración es el movimiento de un cuerpo respecto a su posición de equilibrio y, en consecuencia, puede caracterizarse mediante tres magnitudes distintas: desplazamiento, velocidad y aceleración. De esta manera, puede medirse cualquiera de estas tres magnitudes y obtener las otras dos integrando o derivando. Los sensores más ampliamente utilizados son los de aceleración (acelerómetros).

2.3.2. Tipos de vibraciones

2.3.2.1. Vibración libre

Una vibración puede clasificarse de libre si ocurre sin la aplicación de fuerzas exteriores. Generalmente, las vibraciones libres comienzan cuando se desplaza un sistema elástico, o se le proporciona cierta velocidad inicial.

Se dice que un sistema mecánico tiene un sólo grado de libertad cuando su posición geométrica puede ser expresada por un sólo número. En general, el número de grados de libertad de un sistema mecánico es igual al número de desplazamientos independientes que son posibles, siendo el desplazamiento la cantidad vectorial que especifica el cambio de posición. La Ecuación diferencial de movimiento de un sistema de un sólo grado de libertad que vibra libremente y sin amortiguamiento, se verá más adelante.

2.3.2.2. Vibración libre amortiguada

El proceso por el cual la vibración disminuye continuamente de amplitud porque el medio absorbe energía del sistema, recibe el nombre de amortiguamiento. La energía se disipa en forma de fricción o calor, o se transmite en forma de sonido. Frecuentemente, puede encontrarse presente más de una forma de disipación de energía por el medio. Estos efectos se agrupan en una coeficiente o constante de amortiguamiento del medio c, tal que la fuerza de amortiguamiento es $f = cv$, proporcional a la velocidad v con la que se realiza el movimiento. Estrictamente, esto es válido sólo para amortiguamiento viscoso, pero si las fuerzas de disipación son pequeñas (amplitudes pequeñas), las otras formas de amortiguamiento se aproximan al viscoso.

2.3.2.3. Vibración forzada

Una vibración forzada ocurre con la aplicación de fuerzas externas al sistema, que le imponen una respuesta. Las vibraciones forzadas pueden ser periódicas o no. El movimiento periódico se repite a sí mismo en todas sus características después de un determinado intervalo de tiempo, denominado período. Si la excitación que actúa sobre el sistema es periódica y continua, la oscilación es un estado estacionario, en el que el desplazamiento, la velocidad y la aceleración vibratorios del sistema son cantidades periódicas continuas.

2.3.3. Resonancia mecánica

El caso para el cual ω (la frecuencia con la que varía la fuerza externa) y ω_n (frecuencia natural del sistema masa-resorte) coinciden se denomina **resonancia**, por lo que, $\omega = \omega_n$ y la fuerza puede siempre "empujar" a la masa en la dirección en la que se mueve y la amplitud puede aumentar indefinidamente. Como un péndulo al que se empuja un poco en la dirección del movimiento cada vez que oscila. En resonancia, cualquier cambio, por pequeño que sea, en la frecuencia de la excitación produce una disminución de la respuesta del sistema. La importancia de la resonancia radica en que una fuerza relativamente pequeña puede producir amplitudes muy grandes, que podrían llevar, incluso, a la destrucción del sistema.

La condición de resonancia mecánica constituye claramente algo que debe evitarse si se desea prolongar la duración del sistema y lograr que éste opere silenciosamente. En resonancia, la amplitud del movimiento llega a ser muy grande y el sistema literalmente se destroza.

Para frecuencias ω bajas , cuando $\omega \ll \omega_n$, la amplitud del movimiento es la deformación que tendría el sistema masa-resorte si la fuerza aplicada fuera estática, por lo que a veces se denomina "deformación o deflexión estática", $x_{stat} = \frac{F_o}{k}$. Para frecuencias ω altas el movimiento será pequeño, disminuyendo más y más a medida que aumenta la frecuencia con la que varía la fuerza. La frecuencia de máxima amplitud forzada, a veces se denomina frecuencia de resonancia

2.3.4. Evaluación de vibraciones

Para el análisis de las señales, en primer lugar se han de analizar las vibraciones que éstas producen, y la magnitud que se requiera para el cálculo de las frecuencias.

En la estructura vibrante, la amplitud de la onda se considera como representativa del desplazamiento respecto de la posición de equilibrio. El movimiento observado puede también ser descrito por su velocidad o aceleración. La forma y período de la función son las mismas, la principal diferencia es una diferencia de fase de 90° entre las curvas amplitud-tiempo.

Si se capta la aceleración, mediante integración se puede pasar a la velocidad y al desplazamiento. Cuando sólo se hace una medida singular en banda ancha de la vibración, en el caso de que la señal tenga muchas componentes de frecuencia, es muy importante la elección de la magnitud que se analizará. El desplazamiento da mayor peso a las componentes de baja frecuencia y, a la inversa, la aceleración se lo otorga a las de frecuencia alta. Es ventajoso elegir la magnitud que dé el espectro de frecuencia más plano para una utilización óptima de la gama dinámica (diferencia entre los valores máximo y mínimo que se pueden medir) de los instrumentos. Por esto, se suele elegir la aceleración o la velocidad para los análisis en frecuencia. Como la aceleración otorga más peso a las componentes de frecuencia alta, se tiende a usarla cuando la gama de frecuencias incluye frecuencias altas, mientras que a frecuencias medias se prefiere medir la velocidad y a frecuencias bajas el desplazamiento.

2.4. Características de amortiguamiento de las estructuras

2.4.1. Introducción

El amortiguamiento se define como la capacidad de un sistema o cuerpo para disipar energía cinética en otro tipo de energía.

El amortiguamiento es un parámetro fundamental en el campo de las vibraciones, fundamental en el desarrollo de modelos matemáticos que permiten el estudio y análisis de sistemas vibratorios,

Existen diferentes mecanismos o tipos de amortiguamiento, según sea su naturaleza:

- Amortiguamiento fluido. Se produce por la resistencia de un fluido al movimiento de un sólido, siendo este viscoso o turbulento.
- Amortiguamiento por histéresis. Se ocasiona por la fricción interna molecular o histéresis, cuando se deforma un cuerpo sólido.
- Amortiguamiento por fricción seca. Es causado por la fricción cinética entre superficies deslizantes secas ($F = \mu N$).

2.4.2. Definición del amortiguamiento en sistemas de un sólo grado de libertad

2.4.2.1. Origen de las fuerzas de amortiguamiento

El amortiguamiento puede definirse estudiando las vibraciones del modelo dinámico siguiente:

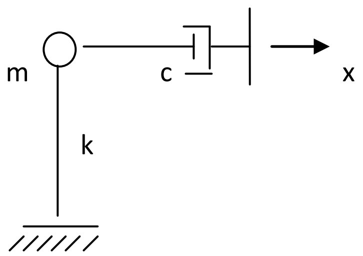


Fig 2.4. Sistema de un grado de libertad.

El modelo de vibraciones libres amortiguadas viene descrito por:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{2.3}$$

El amortiguamiento viscoso, caracterizado por el coeficiente c es de acuerdo con el modelo de Kelvin-Voigt proporcional a la velocidad. La razón más importante de utilizar este modelo de amortiguamiento es su simplicidad

Las fuerzas de amortiguamiento en las estructuras están producidas por diversas causas entre las que pueden citarse las siguientes:

- Rozamiento entre superficies de deslizamiento, las cuales pueden estar secar o lubricadas; la fuerza de amortiguamiento de acuerdo con la hipótesis de Coulomb, es proporcional a la fuerza normal que actúa normalmente a la superficie de contacto. La mencionada fuerza normal se considera constante e independiente de los desplazamientos y velocidades.
- Amortiguamiento debido a las vibraciones de la estructura situada en un medio exterior (en general líquidos o gases).
- Amortiguamiento debido a la fricción interna del material propio de la estructura, debido principalmente a su imperfecta elasticidad. En este caso el

amortiguamiento es proporcional a la fuerza de recuperación, y se le denomina amortiguamiento estructural.

A menudo se usa el amortiguamiento viscoso para caracterizas el amortiguamiento global de toda la estructura; en tales casos se le denomina amortiguamiento viscos equivalente. Puede definirse como la fuerza que produce la misma disipación de energía que el amortiguamiento real. Este hecho, unido a la simplicidad de su definición, son importantes razones para utilizar el amortiguamiento en los desarrollos posteriores.

2.4.2.2. Amortiguamiento crítico

Dividiendo la ecuación del movimiento por la masa m resulta:

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{2.4}$$

$$\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{2.5}$$

en donde se ha introducido la notación

$$\frac{c}{m} = 2\beta \qquad \omega_n = \sqrt{\frac{K}{M}} \tag{2.6}$$

La solución se obtiene sustituyendo:

$$x(t) = e^{rt} \qquad \dot{x}(t) = re^{rt} \qquad \ddot{x}(t) = r^2 e^{rt} \tag{2.7}$$

lo cual proporcional a la ecuación característica

$$r^2 + 2\beta r + {\omega_n}^2 = 0 \tag{2.8}$$

Cuyas soluciones son

$$r_{1,2} = -\beta \pm \sqrt{\beta^2 - {\omega_n}^2} \tag{2.9}$$

El amortiguamiento crítico c_c o β_c se define por la ecuación

$${\beta_c}^2 - {\omega_n}^2 = 0 \tag{2.10}$$

de donde resulta

$$\beta_c = \omega_n \tag{2.11}$$

teniendo en cuenta

$$\frac{c}{m} = 2\beta \qquad c_c = 2m\beta_e = 2m\omega_n \tag{2.12}$$

El movimiento de un sistema con amortiguamiento crítico se ilustra en la *Fig.2.5.*

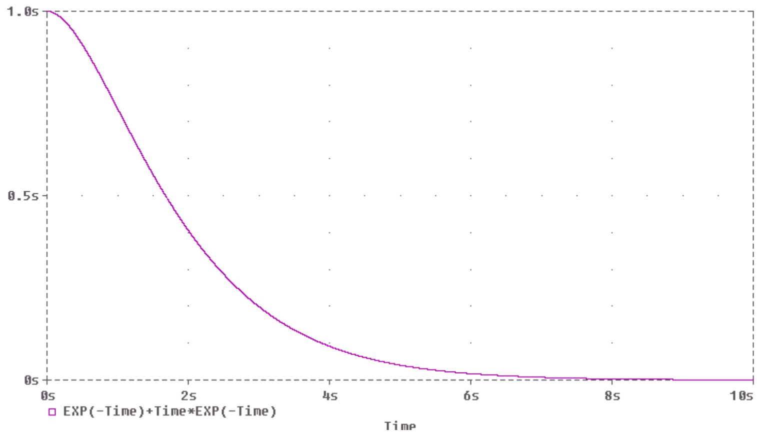


Fig 2.5. Vibración libre críticamente amortiguada

2.4.2.3. Sistemas con amortiguamiento inferior al crítico

Este es el caso que se tratará en este trabajo. Se define por la relación

$$c < c_c \tag{2.13}$$

Sin embargo se puede definir mejor introduciendo otro coeficiente de amortiguamiento mediante la relación

$$\upsilon = \frac{c}{c_c} \tag{2.14}$$

en donde υ es conocido como tanto por uno de amortiguamiento respecto al crítico o también fracción del amortiguamiento crítico. Utilizando la relación: $c_c = 2m\beta_e = 2m\omega_n$

$$\upsilon = \frac{c}{2m\omega_n} \tag{2.15}$$

y sustituyendo en la expresión $\ddot{x}(t) + 2\beta\dot{x}(t) + {\omega_n}^2 x(t) = 0$ resulta

$$\upsilon = \frac{\beta}{\omega_n} \tag{2.16}$$

en este caso la cantidad ${\beta_c}^2 - {\omega_n}^2 = 0$ es negativa y por consiguiente las soluciones r_1 y r_2 son complejas

$$r_{1,2} = -\beta \pm i\omega_n\sqrt{1-\upsilon^2} \tag{2.17}$$

donde $i = \sqrt{-1}$. Definiendo la frecuencia de vibración amortiguada ω_υ como

$$\omega_\upsilon = \omega_n\sqrt{1-\upsilon^2} \tag{2.18}$$

La solución se transforma

$$r_{1,2} = -\omega_n \pm i\omega_\upsilon \tag{2.19}$$

La solución general de la ecuación puede escribirse en la forma

$$x(t) = c_1 e^{r_1 t} + c_2 e^{r_2 t} \tag{2.20}$$

sustituyendo r_1 y r_2 se obtiene finalmente

$$x(t) = Ae^{-\upsilon\omega_n t} \sin\left(\omega_\upsilon t + \psi\right) \tag{2.21}$$

Los coeficientes A y ψ se calculan a partir de las condiciones iniciales del sistema.

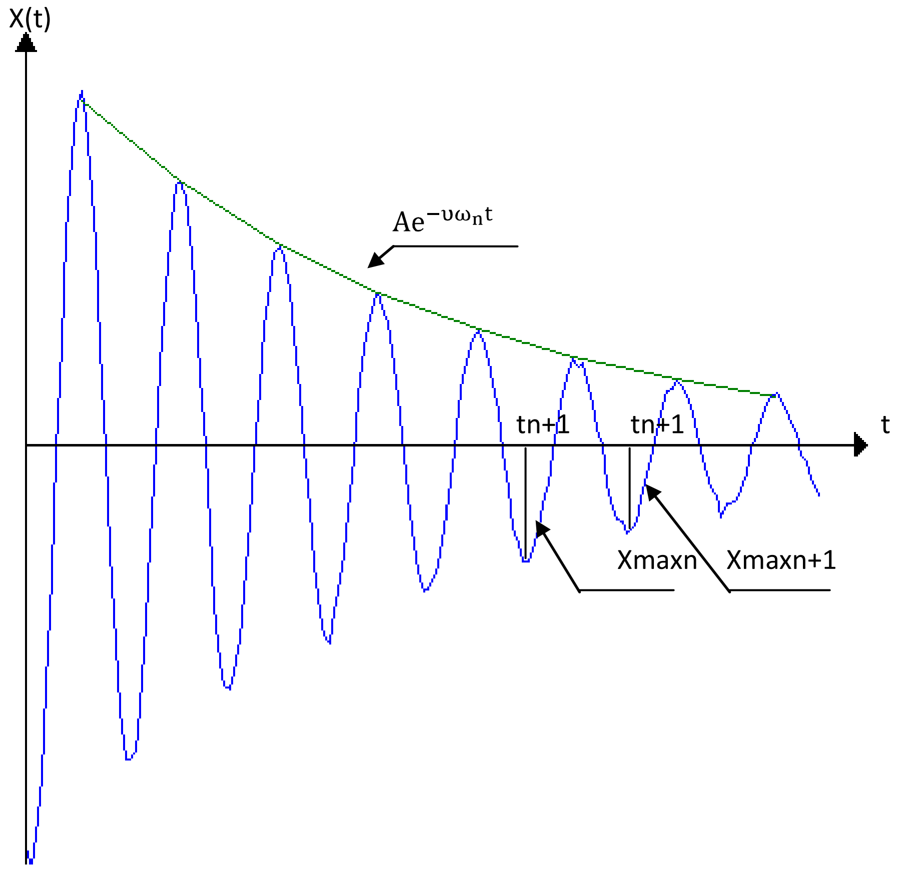


Fig 2.6. Vibraciones libres amortiguadas de un sistema de un solo grado de libertad.

2.4.2.4. Sistemas con amortiguamiento superior al crítico

El caso para el cual el amortiguamiento es superior al crítico

$$c > c_c \tag{2.22}$$

Corresponde a sistemas sobreamortiguado. Esta situación no se presenta en ingeniería civil, por lo que no se discutirá este caso. Como única observación, citar que en tales condiciones la estructura no oscila, sino que vuelve a su posición de origen sin vibrar.

2.4.3. Definición del amortiguamiento histerético o independiente de la frecuencia

El amortiguamiento de tipo viscoso tratado hasta ahora tiene como característica su dependencia de la frecuencia. Así, si se sustituye en la ecuación 2.4 el movimiento x(t) por un movimiento harmónico del tipo $x(t) = X(\omega) \cdot e^{i\omega t}$, la ecuación 2.4 puede escribirse como:

$$(k + \omega ci - \omega^2 m)\, X(\omega) = 0 \tag{2.23}$$

siendo ω la frecuencia de excitación y donde se ve que la fuerza de amortiguamiento es $F_0 = \omega c \cdot X(\omega)$, dependiente no sólo de la amplitud del movimiento sino también de la frecuencia, y debido a ello, la cantidad de energía disipada mediante este mecanismo en un ciclo es también dependiente de la frecuencia.

Sin embargo, los resultados experimentales apuntan en general a que el amortiguamiento experimentado por las estructuras es aproximadamente independiente de la frecuencia. El modelo utilizado normalmente para caracterizar un amortiguamiento independiente de la frecuencia es el denominado amortiguamiento histerético, definido a través de una constante de rigidez k compleja de la forma

$$k = R_e[k] \cdot (1 + 2i\xi) \tag{2.24}$$

siendo 2ξ el factor de amortiguamiento histerético.

De este modo, se puede ver que si $\omega = \omega_n$, la respuesta del sistema viscoso o histerético es idéntica, y viene dada por tanto, para el caso de vibración libre, por la ecuación 2.21 para

el caso de un sistema de un grado de libertad. En el caso del amortiguamiento histerético, sin embargo, la frecuencia natural amortiguada coincide con la frecuencia natural no amortiguada, por lo que la ecuación 2.21 se convierte en:

$$x(t) = A \cdot e^{-\nu\omega_n t} \cdot \sin(\omega_n t + \varphi) \tag{2.25}$$

Es importante resaltar también que el modelo de amortiguamiento histerético permite establecer un amortiguamiento modal común para todos los modos de vibración de una estructura de múltiples grados de libertad, propiedad que será utilizada más adelante en este trabajo Fin de Carrera.

2.5. Características dinámicas

2.5.1. Principios usados en la formulación de las ecuaciones del movimiento

Las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras, se conoce con el nombre de las ecuaciones del movimiento.

Dichas ecuaciones pueden obtenerse usando cualquiera de los siguientes principios de la mecánica clásica.

- Principio d'Alembert
- Principio de los trabajos virtuales
- Principios variacionales

A continuación se indican algunos conceptos básicos que deben aplicarse para obtener la ecuación del movimiento a partir de dichos principios [9].

2.5.1.1. Principio d'Alembert

Proporciona el método más directo para escribir las ecuaciones del movimiento. Puede formularse como sigue: un sistema dinámico está en equilibrio cuando todas las fuerzas que actúan en el mismo, incluidas las de inercia, cumplen las ecuaciones de equilibrio estático en cada instante de tiempo. Las fuerzas de inercia proporcionan la segunda ley de Newton

$$(F_i)_j(t) = -m_j \ddot{d}_j(t) \qquad (j = 1,2,\dots,n) \tag{2.26}$$

en donde $\ddot{d}_j(t)$ es la aceleración de la masa m_j del sistema.

2.5.1.2. Principio de los trabajos virtuales

El principio de los trabajos virtuales establece que un sistema se encuentra en equilibrio bajo la acción de unas fuerzas externas que actúan sobre él, incluidas las de inercia, si para cualquier campo de desplazamientos virtuales que se imponga al sistema, el trabajo (debido a estos desplazamientos) realizado por las fuerzas externas es igual al realizado por las fuerzas internas, Las ecuaciones del movimiento se obtienen expresando, para cada grado de libertad, el trabajo realizado por las fuerzas debido a dichos desplazamientos.

2.5.1.3. Principio de Hamilton

A la expresión

$$\Pi_H = \int_{t_1}^{t_2} (E_p - E_c)dt + \int_{t_1}^{t_2} E_d \tag{2.27}$$

se le denomina funcional de Hamilton E_p y E_c son respectivamente la energía potencial y la energía cinética, mientras que E_d es el trabajo correspondiente a las fuerzas de amortiguamiento y a otras fuerzas externas no conservativas.

El principio variacional de Hamilton establece que un sistema está en equilibrio dinámico si cumple con la siguiente condición

$$\delta\Pi_H = 0 \tag{2.28}$$

en donde δ representa la variación del funcional en el intervalo de tiempo (t_1, t_2).

2.5.2. Definición de las características dinámicas en modelos de un solo grado de libertad

La ecuación del movimiento correspondiente al modelo sísmico de la *fig.2.3.a* puede deducirse mediante el principio d'Alembert (un sistema dinámico esta en equilibrio cuando todas las fuerzas que actúan en el mismo, incluidas las de inercia, cumplen las ecuaciones de equilibrio estático en cada instante de tiempo).

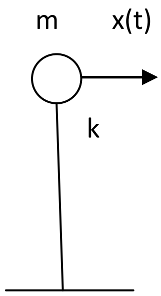


Fig 2.7. Modelo conservativo de un solo grado de libertad.

Considérese que se separa la masa de sus vinculaciones con el apoyo, y se sustituyen dichas vinculaciones por las fuerzas correspondientes, incluidas las de inercia. De esta forma la ecuación del equilibrio se escribe:

$$F_i(t) - F_e(t) - F_a(t) = 0 \tag{2.29}$$

donde $F_i(t)$, F_e(t) y $F_a(t)$ son las fuerzas de inercia, elásticas y de amortiguamiento respectivamente.

La fuerza elástica es proporcional al desplazamiento de la masa m, y a la rigidez k del modelo.

$$F_e(t) = kx(t) \tag{2.30}$$

La fuerza de inercia que actúa sobre la masa m está originada por la aceleración total de la masa.

$$F_i(t) = -m[\ddot{x}(t)] \tag{2.31}$$

Para la fuerza de amortiguamiento se admite la hipótesis de Voight, según la cual, el amortiguamiento es viscoso, esto es proporcional a la velocidad

$$F_a(t) = c\dot{x}(t) \tag{2.32}$$

La ecuación resultante puede particularizarse para otros dos casos de sistemas de un solo grado de libertad. Para el caso de vibraciones libres amortiguadas, se escribe

$$m\ddot{x}(t) + c\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{2.33}$$

y para el caso de vibraciones libres no amortiguadas

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{2.34}$$

El modelo vibra debido a algunas condiciones iniciales, bien sean de desplazamiento, bien de velocidad o de aceleración, y no está sometido a ningún tipo de perturbaciones durante su vibración. Al mismo tiempo, el modelo durante su vibración no disipa la energía inicial que se le ha dado.

Dividiendo la anterior ecuación por m y usando la notación:

$$\omega_n^2 = \frac{\mathrm{k}}{\mathrm{m}} \tag{2.35}$$

medido en radianes por segundo, lo que significa que cada 360º, ha transcurrido un ciclo completo, la ecuación 2.34. se transforma en

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \tag{2.36}$$

A la cantidad ω se le denomina frecuencia circular de vibración del modelo y viene expresada en radianes por unidad de tiempo. Dicha frecuencia circular es una de las características dinámicas del sistema. También se muestra el periodo natural, definido por

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \tag{2.37}$$

el período (T) es el tiempo que requiere la realización de un ciclo completo, medido en segundos (s).Finalmente la frecuencia cíclica f viene dada por

$$f = \frac{1}{\mathrm{T}} = \frac{\omega}{2\pi} \tag{2.38}$$

se expresa en ciclos por segundo o Hertz (1 Hz = 1/s). La solución general de la ecuación

$$\ddot{x}(t) + \omega^2 x(t) = 0 \qquad (2.39)$$

puede escribirse de la forma

$$x(t) = Asen(\omega t + \psi) \qquad (2.40)$$

donde A es la amplitud del movimiento y ψ es el ángulo de fase. Los valores de A y de ψ se calculan a partir de las condiciones iniciales del problema.

2.5.3. Modos naturales de vibración. Modelos de muchos grados de libertad.

Los modos naturales de vibración son los procesos de determinación de las características dinámicas inherentes a un sistema mecánico y necesario para la posterior formulación de un modelo matemático del comportamiento dinámico de dicho sistema. Esta modelización se lleva a cabo en base a los parámetros modales (frecuencias naturales, modos de vibración y relaciones de amortiguamiento) propios del sistema, y que dependen de la distribución de sus características de masa, rigidez y amortiguamiento.

Es grado de participación de cada modo natural de vibración es determinado por las propiedades de excitación y por las formas modales del sistema.

El modelo dinámico completo esta en equilibrio si lo están todas y cada una de sus masas. Escribiendo una ecuación de equilibrio para cada una de las masas y expresando en forma matricial al conjunto de todas ellas resulta

$$F_i(t) - F_e(t) - F_a(t) = 0 \qquad (2.41)$$

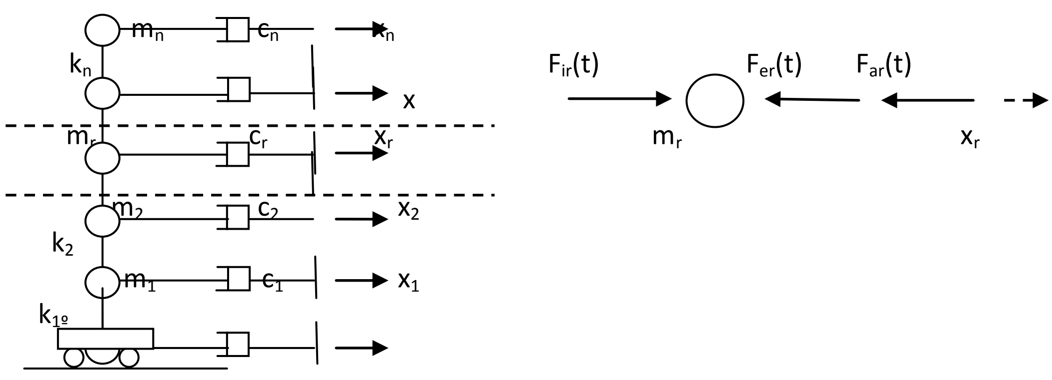


Fig. 2.8. Modelo de muchos grados de libertad (a) Modelo Estructural; (b) equilibrio de fuerzas. [9]

Las ecuaciones, las cuales definen las fuerzas elásticas, de inercia y amortiguamiento de un solo grado de libertad, se convierten en este caso en las expresiones matriciales:

$$F_e(t) = KX(t) \qquad (2.42)$$

$$F_i(t) = -M\ddot{X}(t) + Ja(t) \tag{2.43}$$

$$F_a(t) = C\dot{X}(t) \tag{2.44}$$

donde J es un vector columna de unos, y K es la matriz de rigidez, la cual en el caso genérico tiene la forma

En el caso particular del modelo de edificios de cortante (3 grados de libertad, por ejemplo), la matriz de rigidez puede escribirse en forma explícita de la siguiente forma:

$$k = \begin{bmatrix} k_1 + k_2 & -k_2 & 0 \\ -k_2 & k_2 + k_3 & -k_3 \\ 0 & -k_3 & k_3 \end{bmatrix}$$

donde k es la rigidez cortante del grupo de pilares. Su expresión es

$$k = \frac{12\mathrm{EI_r}}{\mathrm{h_r^3}} \tag{2.45}$$

en donde $\mathrm{I_r}$ es la suma de los momentos de inercia de los pilares situados entre las plantas r y r-1, y h_r es la altura de tales pilares.

la masa M es diagonal:

$$M = \begin{bmatrix} m_1 & 0 & 0 \\ 0 & m_2 & 0 \\ 0 & 0 & m_3 \end{bmatrix}$$

y la matriz de amortiguamiento C puede considerarse del mismo tipo:

$$C = \begin{bmatrix} c_1 & 0 & 0 \\ 0 & c_2 & 0 \\ 0 & 0 & c_3 \end{bmatrix}$$

de esta manera resulta la ecuación de movimiento:

$$M\ddot{X}(t) + C\dot{X}(t) + KX(t) = -MJa(t) \tag{2.46}$$

Si se analizan las vibraciones libres del modelo. El movimiento está gobernado por la siguiente ecuación:

$$M\ddot{D} + KD = 0 \tag{2.47}$$

este sistema de ecuaciones diferenciales debe cumplirse para soluciones particulares del tipo:

$$D(t) = Ae^{i\omega t} \tag{2.48}$$

o bien

$$d(t) = Asen\,(\omega t + \varphi) \tag{2.49}$$

donde el vector A contiene las amplitudes de la vibración, ω es la frecuencia circular del movimiento y φ es el ángulo de fase. Sustituyendo, se obtiene:

$$(K - \omega^2 M)A = 0 \tag{250}$$

Este sistema algebraico de ecuaciones lineales y homogéneas constituye un problema de autovalores. El sistema tiene soluciones de A distintas a la trivial (lo cual físicamente significa que el sistema vibra) solamente si el determinante de la matriz de coeficientes es igual a cero

$$|K - \omega^2 M| = 0 \tag{2.51}$$

que desarrollado en forma polinómica

$$\omega^{2n} + \alpha_1\omega^{2n-2} + \alpha_2\omega^{2n-4} + \cdots + \alpha_{n-1}\omega^2 + \alpha_n = 0 \tag{2.52}$$

Lo cual sustituye la denominada ecuación característica. Las matrices K y M son reales, simétricas y en el caso de K definida positiva. La matriz M es semidefinida positiva como mínimo. Para el caso en que M sea definida positiva, de la ecuación característica se obtienen n soluciones positivas ω_i^2, y en consecuencia n valores ω_i (si la matriz M es solamente semidefinida positiva, el número de soluciones finitas ω_i^2 es menor). Los n autovalores ω_i son las frecuencias propias del sistema de muchos grados de libertad. Las frecuencias ω_i pueden ordenarse formando una matriz

$$\Omega = \begin{bmatrix} \omega_1 & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ & \cdots & \omega_n \end{bmatrix} \tag{2.53}$$

denominada matriz espectral. La frecuencia ω_1 es la frecuencia más baja, y se le denomina frecuencia fundamental. Puede definirse también una matriz espectral simétrica formada por los valores ω_i^2

$$\Omega^2 = \begin{bmatrix} {\omega_1}^2 & \cdots & \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ & \cdots & {\omega_n}^2 \end{bmatrix} \tag{2.54}$$

los periodos propios del problema, se definen por

$$T_i = \frac{2\pi}{\omega_i} \qquad\qquad i = 1,2,\dots,n \tag{2.55}$$

en donde T_1 es el período fundamental. El vector amplitud A_i correspondiente a la frecuencia ω_i satisface idénticamente la ecuación $(K - \omega^2 M)A = 0$. De esta forma el vector A_i denominado autovector, puede obtenerse expresando todos los términos de A_i en función de unos cualquiera de ellos. Por ejemplo, los elementos de A_i pueden ser deducidos a partir de A_{i1}, resultando

$$\varphi_i = \frac{A_i}{A_{i1}} \tag{2.56}$$

en donde todos los autovectores normalizados $\varphi_i, i = 1,2,3, \dots, n$, tienen el primer elemento igual a la unidad. A esta operación se le denomina normalización. Otra posibilidad de normalizar los autovectores parte del uso de la relación

$$A_i^T M A_i = M_i^* \tag{2.57}$$

lo cual permite aplicar la siguiente fórmula de normalización

$$\varphi_i = A_i \cdot (M_i^*)^{-\frac{1}{2}} \qquad i = 1,2, \dots, n \tag{2.58}$$

este procedimiento de normalización, asegura el cumplimiento de la condición

$$\varphi_i^T M \varphi_i = 1 \tag{2.59}$$

donde los autovectores φ_i pueden ordenarse colocándolos dentro de la matriz Φ

$$\Phi = [\varphi_1 \quad \varphi_2 \quad \cdots \quad \varphi_i \quad \cdots \quad \varphi_n] \tag{2.60}$$

Los autovectores φ_i no expresan el valor de las amplitudes de la vibración, la cual permanece indeterminada; representan únicamente las formas del sistema durante la vibración, en cada una de sus autofrecuencias. Por ello, en el análisis estructural, los autovectores reciben de formas naturales de vibración o formas modales. Un autovalor ω_i con su autovector correspondiente φ_i constituye el modo natural de vibración i, y a la matriz Φ se le denomina matriz modal.

Capítulo 3

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DE SEÑALES Y SISTEMAS

3.1. Introducción

Existe un lenguaje para describir señales y sistemas y un conjunto de herramientas para analizarlos, por ello en esta sección se describirán todos estos aspectos en la obtención de señales.

Una señal continua puede representarse y reconstruirse por completo partiendo del conocimiento de sus muestras en puntos igualmente espaciados. Esto se debe al desarrollo de la tecnología digital, lo que da como resultado la disponibilidad de sistemas discretos de bajo coste, ligeros, programables y de fácil reproducción. El muestreo es empleado en la tecnología de sistemas discretos para procesar este tipo de señales, puesto que las señales se obtienen a partir de muestras, el procedimiento utilizado para reconstruir, en forma aproximada o precisa, es a partir de la interpolación.

En el Trabajo de Fin de Carrera, se hablará de una señal discreta, pues los sensores utilizados proporcionarán un vector de voltajes. Además las señales que se obtendrán en el análisis modal serán exponenciales y senoidales, por lo que se definirán y desarrollarán este tipo de señales y sus características.

Además se hará referencia a las señales en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia, pues gracias a la transformada de Fourier, herramienta matemática, se podrá convertir la señal del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia, y de esta manera poder obtener las frecuencias naturales propias de la señales. Son importantes estos términos del análisis frecuencial, pues conceptos tales como el filtrado selectivo de frecuencias se visualizan de una manera rápida y sencilla en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, es importante relacionar las características y compromisos en el dominio del tiempo y de la frecuencia, pues en el diseño de sistemas surgen consideraciones en ambos dominios.

Otro aspecto que se describirá en la sección de señales y sistemas, es referente a los términos de las componentes de la transformada de Fourier, real e imaginaria o en términos de su magnitud y fase. La magnitud proporciona información de las magnitudes relativas de las exponenciales complejas y la fase proporciona información concerniente a las fases relativas de dichas exponenciales.

Por último se describirá la escala logarítmica de las señales, pues permite que los detalles se puedan presentar sobre un intervalo dinámico más amplio.

3.2. Señales y sistemas

3.2.1. Señales continuas y discretas

Las señales pueden describir una amplia variedad de fenómenos físicos. Aunque las señales pueden representarse de muchas formas, en todos los casos la información en una señal está contenida en un patrón de variaciones que presenta alguna forma determinada

Las señales se representan matemáticamente como funciones con una o más variables independientes. En este proyecto se enfocará la atención a señales que involucran una sola variable independiente como el tiempo. Existen dos tipos básicos de señales: continuas y discretas.

En el caso de las señales continuas la variable independiente es continua, por lo que estas señales se definen para una sucesión continua de valores de la variable independiente. Por otra parte, las señales discretas sólo están definidas en tiempos discretos y, en consecuencia, para estas señales la variable independiente toma solamente un conjunto discreto de valores. En el proyecto a estudiar, se hablará de una señal discreta, pues los transductores utilizados, darán voltajes o aceleraciones son tabulados en instantes de tiempo discreto. A partir de ahora se utilizará la variable t para denotar la variable independiente discreta.

Una señal discreta $x[n]$ puede representar un fenómeno para el cual la variable independiente es intrínsecamente discreta. Por otro lado, una clase muy importante de señales discretas surge del muestreo de señales continuas. En este caso, la señal discreta $x[n]$ representa muestras sucesivas de un fenómeno subyacente para el cual la variable independiente es continua.

Debido a su velocidad, capacidad de cómputo, y flexibilidad, los procesadores digitales modernos se usan para construir muchos sistemas prácticos que comprenden desde pilotos automáticos digitales hasta sistemas digitales de audio. Estos sistemas requieren del uso de secuencias discretas que representan las versiones obtenidas como muestra de las señales continuas.

3.2.2. Transformaciones de la variable independiente

Para poder procesar las señales que encontrarán en el análisis modal, se ha de saber qué tipo de señales se obtienen, por ellos se harán ciertas transformaciones en la variable independiente si se fuera necesario.

3.2.2.1. Señales periódicas

Un tipo importante de señales que se encuentran es la clase de señales periódicas. Una señal periódica continua x(t) tiene la característica de que hay un valor positivo T para el cual

$$x(t) = x(t + T) \tag{3.1}$$

para todos los valores de t. En otras palabras, una señal periódica tiene la propiedad de que no cambia para un corrimiento de tiempo T. En este caso decimos que x(t) es periódica con periodo T.

Las señales periódicas discretas son definidas de manera analógica. Específicamente, una señal discreta x[n] es periódica con periodo N, donde N es un entero positivo, si no cambia un sucesión de tiempo N, es decir, si

$$x[n] = x[n + N] \tag{3.2}$$

para todos valores de n. Si la ecuación se satisface, entonces x[n] es también periódica con periodos 2N, 3N…. El periodo fundamental N es el valor positivo más pequeño de N para el cual la ecuación anterior se satisface.

3.2.2.2. Señales par e impar

Otro conjunto útiles de las señales está relacionado con la simetría que presentan con la inversión del tiempo. Una señal x(t) o x[n] es conocida como una señal par si es idéntica a su contraparte invertida en el tiempo, es decir, con su reflejo respecto del origen. En tiempo continuo una señal es par si

$$x(-t) = x(t) \tag{3.3}$$

mientras que una señal en tiempo discreto es par si

$$x[-n] = x[n] \tag{3.4}$$

a una señal se le considera impar si

$$x(-t) = -x(t) \tag{3.5}$$

$$x[-n] = -x[n] \tag{3.6}$$

3.2.3. Señales exponenciales y senoidales

En el Trabajo de Fin de Carrera que se presenta, las señales que obtendrán en el análisis de las señales serán senoidales y exponenciales, por lo que habrá que definir este tipo de señales, la cuales no sólo ocurren con frecuencia, sino que también sirven como bloques fundamentales a partir de los cuales se pueden construir otras muchas señales.

3.2.3.1. Señales discretas exponenciales complejas y senoidal

Una señal muy importante en tiempo discreto es la señal o secuencia exponencial compleja, definida por

$$x[n] = C\alpha^n \tag{3.7}$$

donde C y α son, en general, números complejos. Esto puede expresarse de forma alterna como

$$x[n] = Ce^{\beta n} \tag{3.8}$$

donde

$$\alpha = e^{\beta} \tag{3.9}$$

aunque la forma de la secuencia exponencial compleja discreta mostrada en la ecuación es más análoga a la forma continua de la exponencial, con frecuencia conviene más expresar la secuencia exponencial compleja de discreta en la forma de la ecuación $x[n] = C\alpha^n$

3.3. Transformada de Fourier de tiempo discreto

3.3.1. Introducción

Puesto que las señales obtenidas son referidas al tiempo, gracias a la Transformada de Fourier, se puede transformar del dominio del tiempo al dominio de la frecuencia y de esta manera poder determinar las frecuencias naturales propias de las señales.

La transformada de Fourier (FT) es una herramienta matemática que convierte una señal en el dominio del tiempo o en el espacio, en su equivalente en el dominio de la frecuencia o de la frecuencia espacial. En el pasado la FT era un proceso tedioso implicado sobre una distribución continua de datos y era sólo utilizada cuando no había otra técnica alternativa. Actualmente con ayuda de los ordenadores, y la denominada transformada de Fourier discreta (DFT) y la transformada de Fourier rápida (FFT) (nombre del algoritmo computacional para evaluar rápidamente la DFT), se realiza de forma más conveniente el análisis frecuencial de señales en tiempo discreto. Hoy en día, la mayor parte de datos procedentes de la instrumentación de son discretos (digitales) es decir obtenidos a intervalos regulares de tiempo y, por tanto, no es de extrañar el auge creciente que ha experimentado la instrumentación basada en la transformada de Fourier.

3.3.2. Desarrollo de la transformada de Fourier de tiempo discreto

En esta sección se desarrolla la transformada de Fourier de tiempo discreto y como se hace referencia al espectro de la señal

$$x[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{2\pi} X\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n}d\omega \tag{3.10}$$

$$X\left(e^{j\omega}\right) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x[n]e^{-j\omega n} \tag{3.11}$$

La función $X\left(e^{j\omega}\right)$ se conoce como la trasformada de Fourier de tiempo discreto y el par de ecuaciones se conoce como el par de transformada de Fourier. La ecuación $x[n]$ representa una combinación lineal de exponenciales complejas infinitesimalmente cercanas en frecuencia y con amplitudes $X\left(e^{j\omega}\right)(d\omega/2\pi)$. Por esta razón, a menudo se hace referencia a la transformada $X\left(e^{j\omega}\right)$ como el espectro de $x[n]$, dado que proporciona la información acerca de cómo $x[n]$ está compuesta de exponenciales complejas a frecuencias diferentes.

Las exponenciales discretas de tiempo discreto que difieren en frecuencia por un múltiplo de 2π son idénticas. Para señales aperiódicas las implicaciones análogas indican que $X(e^{j\omega})$ es periódica (con periodo 2π) y que la ecuación de síntesis ($x[n]$) involucra una integración solamente sobre el intervalo de frecuencia que produce distintas exponenciales complejas (es decir, cualquier intervalo de longitud 2π).

Las señales a frecuencias cercanas a estos valores o a cualquier otro valor múltiplo par de π varían lentamente y por lo tanto se consideran como señales de frecuencia baja. De manera similar, las altas frecuencias en el caso discreto son los valores de ω cercanos a múltiplos impares de π.

3.4. Caracterización en tiempo y frecuencia de señales y sistemas

3.4.1. Introducción

Conceptos tales como el filtrado selectivo en frecuencia se visualizan de una manera rápida y sencilla en el dominio de la frecuencia. Sin embargo, en el diseño de sistemas surgen consideraciones tanto en el dominio del tiempo como en el dominio de la frecuencia. Por lo tanto en el diseño y análisis de sistemas es importante relacionar las características y compromisos en el dominio del tiempo y el dominio de la frecuencia.

La linealidad y la invarianza en el tiempo en el análisis de señales y sistemas es muy importante por dos razones principales, la primera, muchos procesos físicos poseen estas propiedades por lo que pueden modelarse como sistemas lineales e invariantes en el tiempo (LTI). Además, los sistemas LTI se pueden analizar con suficiente detalle para proporcionar tanto el conocimiento de sus propiedades como un conjunto de herramientas que conforman el núcleo del análisis de señales y sistemas.

La caracterización en el dominio de la frecuencia de un sistema LTI en términos de su respuesta en frecuencia, representa la alternativa a la caracterización en el dominio del tiempo que se logra mediante la convolución. Al analizar los sistemas LTI, a menudo resulta particularmente conveniente utilizar el dominio de la frecuencia debido a que las ecuaciones diferenciales y de diferencias, así como las operaciones de convolución en el dominio del tiempo, se convierten en operaciones algebraicas en el dominio de la frecuencia. Además,

3.4.2. Representación de la magnitud-fase de la transformada de Fourier

En general la transformada de Fourier es compleja y, como se ha analizado, se puede representar en términos de sus componentes real e imaginaria o en términos de su magnitud y fase.

La representación de magnitud-fase de la transformada de Fourier de tiempo discreto $X(e^{j\omega})$ es

$$X(e^{j\omega}) = |X(e^{j\omega})|e^{j\sphericalangle X(e^{j\omega})} \tag{3.12}$$

A partir de la ecuación anterior se puede considerar a $X(j\omega)$ como una descomposición de la señal $x(t)$ en una "suma" de exponenciales complejas a diferentes frecuencias. De hecho $|X(j\omega)|^2$ se puede interpretar como el espectro de densidad de energía de $x(t)$. Esto es, $|X(j\omega)|^2 d\omega/2\pi$ se puede concebir como la cantidad de energía en la señal $x(t)$ que cae sobre la banda de frecuencia infinitesimal entre ω y $\omega + d\omega$. Así la magnitud $|X(j\omega)|$ proporciona información acerca de las magnitudes relativas de las exponenciales complejas que forman a $x(t)$.

Por otro lado, el ángulo de fase $\sphericalangle X(j\omega)$, no afecta las amplitudes de las componentes individuales de frecuencia, sino que proporciona información concerniente a las fases relativas de dichas exponenciales. Las relaciones de fase capturadas por $\sphericalangle X(j\omega)$ tiene un efecto significativo sobre la naturaleza de la señal $x(t)$ y por consiguiente contienen una cantidad sustancia de información acerca de la señal. En particular, dependiendo de cuál sea esta función de fase, se puede obtener señales con apariencia muy diferente, aun si la función de magnitud permanece sin cambio.

En general, los cambios en la función de fase $X(j\omega)$ conducen a cambios en las características del dominio del tiempo de la señal $x(t)$. En algunos casos la distorsión de fase puede ser importante, en otros puede no ser así.

3.4.2.1. Fases lineal y no lineal

Es necesario conocer los aspectos referentes a la fase de la señal, pues que lineal o no afectará a la salida de la señal obtenida. Cuando el desplazamiento de fase a la frecuencia ω es una función lineal de ω, hay una interpretación particularmente directa del efecto en el dominio del tiempo. Se considera el sistema LTI continuo con respuesta en frecuencia

$$H(j\omega) = e^{-j\omega t_0} \tag{3.13}$$

De manera que el sistema tiene ganancia unitaria y fase lineal, es decir,

$$|H(j\omega)| = 1 \qquad \sphericalangle H(j\omega) = -\omega t_0 \tag{3.14}$$

El sistema con esta característica de respuesta en frecuencia produce una salida que es simplemente un desplazamiento en el tiempo de la entrada, es decir,

$$y(t) = x(t - t_0) \tag{3.15}$$

En el caso discreto, el efecto de la fase lineal es similar al del caso continuo cuando la pendiente de la fase lineal es un entero. El sistema con respuesta en frecuencia $e^{-j\omega n_0}$

con función de fase lineal $-\omega n_0$ produce una salida que es un desplazamiento simple de la entrada, es decir $y[n] = x[n - n_0]$. De esta forma, un desplazamiento de fase lineal con una pendiente de valor entero corresponde a un desplazamiento de $x[n]$ por un número entero de muestras. Cuando la pendiente de la fase no es un entero, el efecto en el dominio del tiempo es algo más complejo. De manera informal, el efecto es un desplazamiento en el tiempo de la envolvente de los valores de la secuencia, pero los valores mismos pueden cambiar.

Si bien los desplazamientos de fase lineal conducen a una compresión y visualización sencilla de los cambios de una señal, si una señal de entrada se somete a un desplazamiento de fase que es una función no lineal de ω, entonces las componentes exponenciales se sobreponen, se obtiene una señal que puede parecer considerablemente diferente a la señal de entrada

3.4.2.2. Retardo de grupo

Se ha de tener en cuenta la respuesta lineal de fase y sus implicaciones, puede existir un retraso de grupo y de fase de un filtro lo que proporciona una magnitud medible para cuantificar el grado en el cual el filtro modifica la fase de una señal $x[n]$. Si se considera una señal formada por componentes de múltiples frecuencias, el retraso de fase del filtro es la magnitud temporal que el filtro introduce como retraso a cada componente. Matemáticamente el retraso de fase T_f se define como el cociente cambiado de signo de la fase $q(W)$ respecto de la frecuencia W

$$T_f = -\frac{\theta(\Omega)}{\Omega} \tag{3.16}$$

mientras que el retraso de grupo T_g se expresa como:

$$T_g = -\frac{d\theta(\Omega)}{d\Omega} \tag{3.17}$$

Ejemplo donde se aprecia el retardo de fase y de grupo

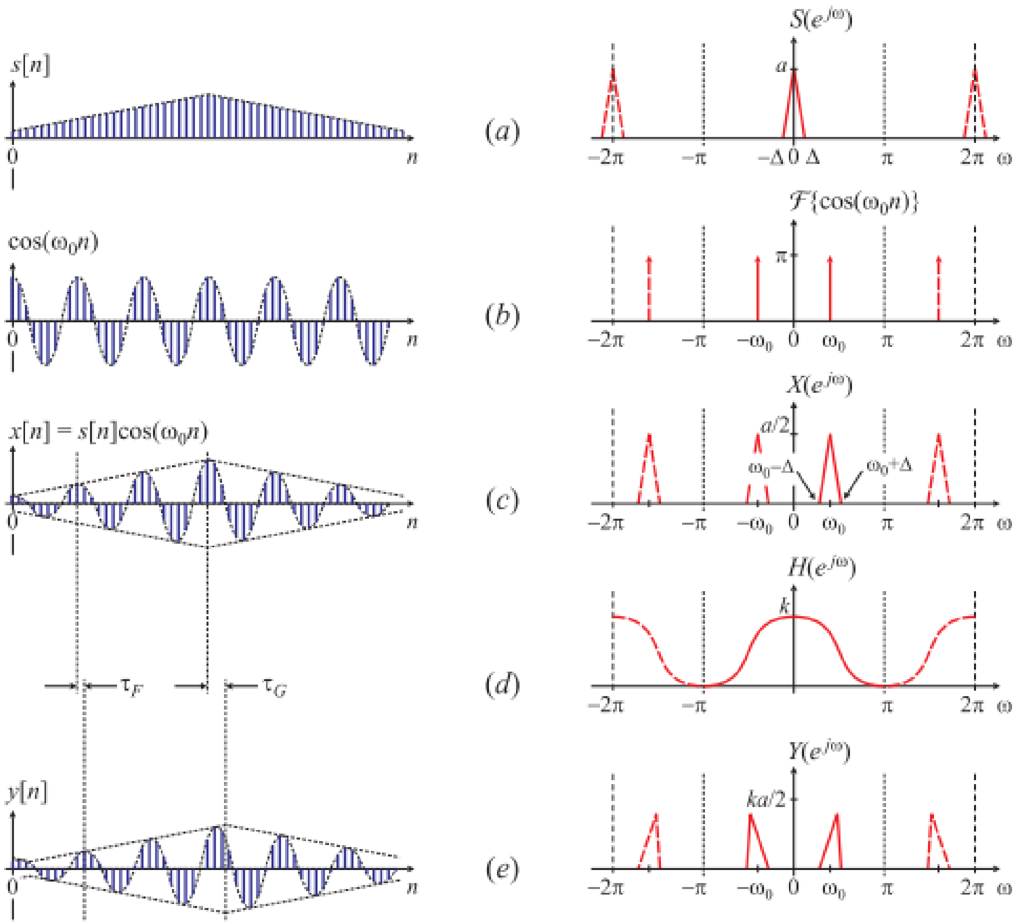


Fig 3.1. *Retardo de grupo y retardo de fase en una señal tipo pasa-banda [10]*

Una medida de la linealidad de la fase es el retardo de grupo, que describe el efecto de la fase de la respuesta en frecuencia de un sistema sobre una señal de banda angosta. Esta señal está caracterizada como

$$x[n] = s[n]\cos(\omega_0 n) \tag{3.18}$$

donde $s[n]$ es una señal tipo pasa-baja y con ancho de banda pequeño, es decir $S(e^{j\omega}) = 0$ para $|\omega| > \Delta$, donde Δ es muy pequeño, y $\Delta \ll \omega_0$, como se representa en la Fig (a). Se denomina a la señal $s[n]$ como señal moduladora y a la señal $p[n] = \cos \omega_0 n$ como portadora. La forma de onda temporal y el espectro de esta señal se ven en la gráfica (b).

Como $x[n] = s[n] \times p[n]$, el espectro $X(e^{j\omega})$ es la convolución entre $S(e^{j\omega})$ y $P(e^{j\omega})$, y resulta en una señal de ancho de banda angosta, centrada en $\pm\omega_0$, como se ilustra en la figura (c). Esta señal excita un filtro discreto con respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$, representada en la figura (d). La salida $y[n]$ del filtro está dada por

$$y[n] = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} Y(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega = \frac{1}{2\pi}\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\omega})X(e^{j\omega})e^{j\omega n}d\omega \tag{3.19}$$

como el intervalo de integración es $(-\pi,\pi)$, de las infinitas réplicas presentes sólo deben considerarse las correspondientes a k=0. Además ya que la señal $x[n]$ es de banda angosta, su espectro $X(e^{j\omega})$ es nulo en todo el intervalo $(-\pi,\pi)$ con excepción de las bandas $[-\omega_0-\Delta,-\omega_0+\Delta]$ y $[\omega_0-\Delta,\omega_0+\Delta]$.

en síntesis, la salida del sistema con respuesta en frecuencia $H(e^{j\omega})$ antes una excitación de banda de angosta $x[n]=s[n]\cos(\omega_0 n)$, es

$$y[n]=\left|H(e^{j\omega_0})\right|s[n-\tau_G(\omega_0)]cos\{[\omega_0-\tau_G(\omega_0)]n\} \qquad (3.20)$$

esta ecuación muestra que para una señal $x[n]$ de banda angosta, la fase de $H(e^{j\omega})$ aplica un retardo τ_G (retardo de grupo) a la envolvente $s[n]$de la señal $x[n]$, y un retardo de τ_F (retardo de fase) a la portadora $\cos(\omega_0 n)$.

3.4.2.3. Magnitud logarítmica

La representación gráfica de las transformadas de Fourier continua y de tiempo discreto y las respuestas en frecuencia de sistemas en forma polar, a menudo resulta conveniente usar una escala logarítmica para la magnitud de la transformada de Fourier. Una de las principales razones para hacerlo surge de las ecuaciones

$$\left|Y\left(e^{j\omega}\right)\right|=\left|H(e^{j\omega})\right|\left|X(e^{j\omega})\right| \qquad (3.21)$$

Y,

$$\sphericalangle Y\left(e^{j\omega}\right)=\sphericalangle H\left(e^{j\omega}\right)+\sphericalangle X\left(e^{j\omega}\right) \qquad (3.23)$$

Las cuales relacionan la magnitud y la fase de la salida de un sistema con aquellos de la entrada y la respuesta en frecuencia. Se observa que la relación de fase es aditiva, en tanto que la relación de magnitud involucra el producto de $|H(j\omega)|$ y $|X(j\omega)|$. Por lo tanto, si las magnitudes de la transformada de Fourier se representan sobre una escala de amplitud logarítmica, la ecuación (1) adopta la forma de una relación aditiva

$$\log\left|Y\left(e^{j\omega}\right)\right|=\log\left|H(e^{j\omega})\right|+\log\left|X(e^{j\omega})\right| \qquad (3.24)$$

En consecuencia, si se tiene una gráfica de la magnitud logarítmica y la fase de la transformada de Fourier de la entrada y la respuesta en frecuencia de un sistema, la transformada de Fourier de la salida se obtiene sumando las gráficas de magnitud logarítmica y sumando gráficas de fase. De manera semejante, puesto que la respuesta en frecuencia de la conexión en cascada de los sistemas es el producto de las respuestas en frecuencia individuales, se puede obtener las gráficas de la magnitud logarítmica y la fase de la respuesta en frecuencia total de los sistemas en cascada sumando las gráficas correspondientes de cada uno de los sistemas. Además graficar la magnitud de la transformada de Fourier a escala logarítmica permite que los detalles se puedan presentar sobre un intervalo dinámico más amplio.

En general, la escala de amplitud logarítmica específica que se utiliza se mide en unidades de $20log_{10}$, conocida como decibelios (dB).

En el caso discreto, las magnitudes de las transformadas de Fourier y las respuestas en frecuencia a menudo se presentan en dB por las mismas razones por las que se encuentran en el caso continuo. Sin embargo, en el caso discreto no es común utilizar una escala de frecuencia logarítmica, ya que el intervalo de frecuencias considerado siempre está limitado y la ventaja que se encuentra par las ecuaciones diferenciales no se aplica a las ecuaciones de diferencias. Las representaciones gráficas típicas de la magnitud y fase de una respuesta en frecuencia discreta se muestran en la *fig. 3.3.*

En ella se ha representado $\measuredangle \mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ en radianes y $|\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})|$ en decibeles como funciones de ω. Se observa que para h[n] real, en realidad se necesita graficar $\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ únicamente para $0 \leq \omega \leq \pi$, ya que en este caso la propiedad de simetría de la transformada de Fourier implica que se puede entonces calcular $\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$ para $-\pi \leq \omega \leq 0$ usando las relaciones $|\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})| = |\mathrm{H}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega})|$ y $\measuredangle \mathrm{H}(\mathrm{e}^{-\mathrm{j}\omega}) = -\measuredangle \mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$. Además no se necesita considerar los valores de $|\omega|$ mayores que π, debido a la periodicidad de $\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})$.

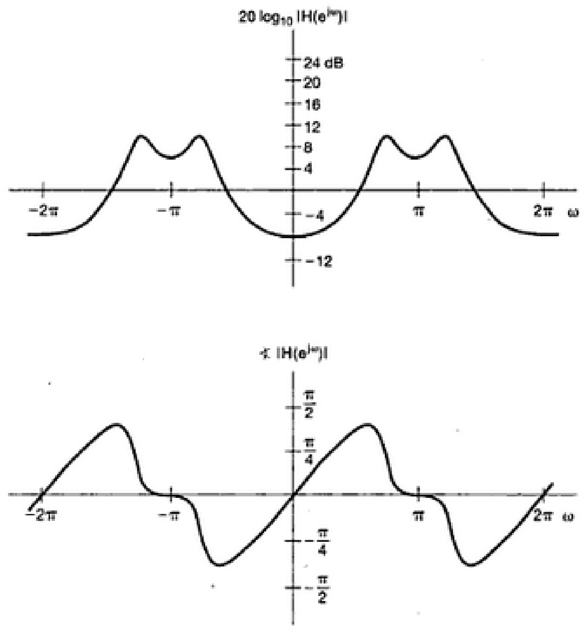


Fig 3.2 Representaciones gráficas comunes de la magnitud y fase de la respuesta en frecuencia discreta $H(e^{j\omega})$ [10]

Una escala de amplitud logarítmica a menudo es útil e importante. Sin embargo, hay muchas situaciones en las cuales es conveniente utilizar una escala de amplitud lineal.

Por ejemplo, al analizar los filtros ideales para los cuales la magnitud de la respuesta en frecuencia es una constante diferente de cero en algunas bandas de frecuencia y cero en otras, una escala de amplitud lineal resulta más apropiada. De esta manera, se ha presentado las representaciones gráficas tanto lineales como logarítmicas para la magnitud de la transformada de Fourier y se usará cada una cuando sea apropiada.

3.5. Muestreo

3.5.1. Introducción

Bajo ciertas condiciones, una señal continua puede representarse y reconstruirse por completo partiendo del conocimiento de sus valores, o muestras, en puntos igualmente espaciados en el tiempo. Esta propiedad se deriva de un resultado básico que se conoce como el teorema de muestreo.

Gran parte de la importancia del teorema de muestreo reside en su papel de puente entre las señales continuas y las discretas. El hecho de que, bajo ciertas condiciones, una señal continua se pueda recuperar por completo a partir de una secuencia de muestras, proporciona un mecanismo para representar una señal continua mediante una señal discreta. Esto se debe en gran parte al desarrollo de la tecnología digital, lo cual da como resultado la disponibilidad de sistemas discretos de bajo costo, ligeros, programables y de fácil reproducción.

El concepto de muestreo es ampliamente empleado en la tecnología de sistemas discretos para construir sistemas continuos y procesar señales de este tipo: explotar el muestreo para convertir una señal continua a una señal discreta, procesar la señal discreta usando un sistema discreto, y después, convertirla de nuevo a una señal continua.

3.5.2. Representación de una señal continua mediante sus muestras: El teorema de muestreo

Existe un número infinito de señales que pueden generar un conjunto dado de muestras. Sin embargo, si una señal es de banda limitada, es decir, si su transformada de Fourier es cero fuera de una banda finita de frecuencias, y si las muestras son tomadas lo suficientemente cercanas unas de otras en relación con la frecuencia más alta presente, entonces las muestras especifican unívocamente a la señal y se puede reconstruir perfectamente. Este resultado se conoce como el teorema de muestreo, y es de gran importancia en la aplicación práctica de los métodos de análisis de señales y sistemas.

3.5.2.1. Teorema de muestreo

Sea x(t) una señal de banda limitada con $\boldsymbol{X(j\omega) = 0}$ para $|\boldsymbol{\omega}| > \boldsymbol{\omega_M}$. Entonces x(t) se determina unívocamente mediante sus muestras $\boldsymbol{x(nT), n = 0, \pm 1, \pm 2}$, ..., si

$$\boldsymbol{\omega_S} > 2\boldsymbol{\omega_M} \tag{3.25}$$

donde

$$\omega_S = \frac{2\pi}{T} \tag{3.26}$$

dadas estas muestra, se puede reconstruir x(t) generando un tren de impulsos periódicos en el cual los impulsos sucesivos tengan amplitudes que correspondan a valores de muestras sucesivas. Este tren de impulsos es entonces procesado a través de un filtro paso bajas ideal con ganancia T cuya frecuencia de corte sea mayor que ω_M y menos que $\omega_S - \omega_M$. La señal de salida resultante será exactamente igual a x(t).

La frecuencia de muestreo, bajo el teorema de muestreo, debe exceder a la frecuencia $2\omega_M$, la cual se conoce comúnmente como la velocidad de Nyquist, (la frecuencia ω_M correspondiente a la mitad de la razón de Nyquist se conoce a menudo como frecuencia de Nyquist).

3.5.3. Reconstrucción de una señal a partir de sus muestras usando la interpolación

Puesto que las señales se obtienen a partir de la interpolación, el ajuste de una señal continua a un conjunto de valores de muestras es un procedimiento comúnmente usado para reconstruir, en forma aproximada o precisa, una función a partir de sus muestras. Un procedimiento simple de interpolación lo constituye el retenedor de orden cero. Otra forma útil de interpolación es la interpolación lineal, según la cual puntos de muestras adyacentes son conectados mediante una línea recta. En fórmulas de interpolación más complicadas, los puntos de muestra se pueden conectar mediante polinomios de mayor orden o mediante otras funciones matemáticas.

Fig 3.3 Interpolación lineal entre puntos de muestra. La curva punteada representa la señal original y la curva sólida la interpolación lineal [10]

Para una señal de banda limitada, si los instantes de muestreo son lo suficientemente cercanos, entonces la señal se puede reconstruir exactamente

3.5.4. Procesamiento discreto de señales continuas

En muchas aplicaciones, se puede obtener una ventaja significativa en el procesamiento de una señal continua al convertirla primero en una señal discreta y, después de procesarla de este modo, convertirla de nuevo en una señal continua. El procesamiento de la señal discreta se puede llevar a cabo con una computadora general o de propósito especial, con microprocesadores o con cualquiera de la gran variedad de dispositivos que están diseñados específicamente para el procesamiento de señales discretas.

En términos generales, este enfoque del procesamiento de las señales continuas se puede considerar como la conexión en cascada de tres operaciones, como se indica en la *Fig.3.5.* donde $x_c(t)$ y $y_c(t)$son señales continuas y $x_d(t)$ y $y_d(t)$ son sus señales discretas correspondientes. El sistema total es, de hecho, un sistema continuo en el sentido de que la entrada y salida del sistema son ambas señales continuas. La base teórica para la conversión de una señal continua a partir de su representación de tiempo discreto reside en el teorema de muestreo. Mediante el proceso de muestreo periódico con una frecuencia de muestreo que sea consistente con las condiciones del teorema de muestreo, la señal continua $x_c(t)$ está representada exactamente mediante una secuencia de valores muestra instantáneos $x_c(nT)$; es decir la secuencia de tiempo discreto $x_d[n]$ se relaciona con $x_c(t)$mediante

$$x_d[n] = x_c(nT) \tag{3.27}$$

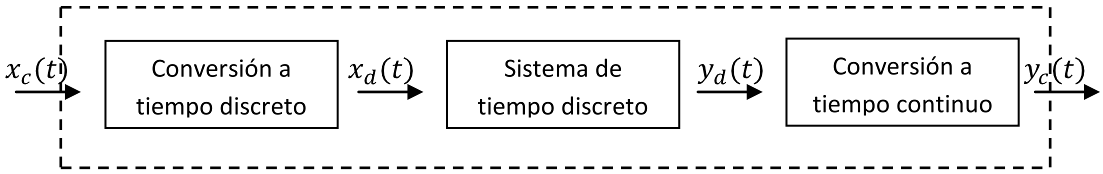


Fig 3.4. Procesamiento de tiempo discreto de señales continuas [10]

La notación específica de estos procesos sería:

C/D: Conversión de tiempo continuo a discreto

D/C: Conversión de tiempo discreto a tiempo continuo. Esta operación realiza una interpolación entre los valores de muestras proporcionados como entrada. Es decir, produce una señal continua $y_c(t)$ que está relacionada con la señal discreta $y_d[n]$ mediante

$$y_d[n] = y_c(nT) \tag{3.28}$$

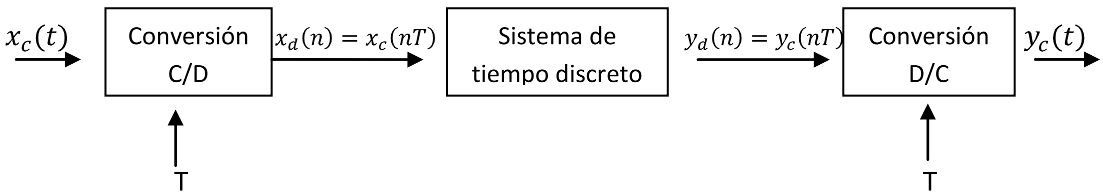


Fig 3.5 Procesamiento de tiempo continuo de señales discretas [10]

Para comprender mejor la relación entre la señal continua $x_c(t)$ y su representación de tiempo discreto $x_d[n]$, resulta útil representar la conversión C/D como un proceso de muestreo periódico seguido por un mapeo del tren de impulsos en una secuencia. Así, en efecto, la conversión a partir de la secuencia de muestras del tren de impulsos a la secuencia de muestras de tiempo discreto se puede considerar como una normalización de tiempo.

También resulta conveniente examinar las etapas de procesamiento en la *Fig.3.7*. en el dominio de la frecuencia.

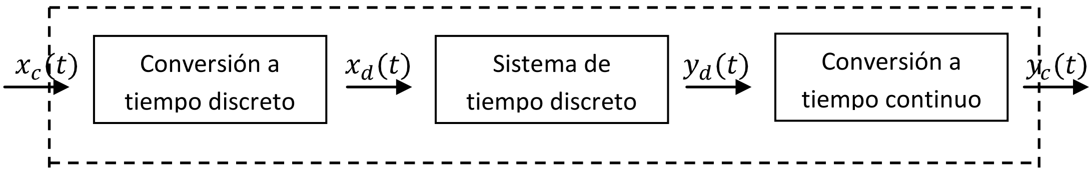


Fig 3.6 Procesamiento en el dominio de la frecuencia [10]

Capítulo 4

INTRODUCCIÓN A LA TEORÍA DEL FILTRADO DE LAS SEÑALES

4.1. Introducción

En el análisis modal experimental se determinan parámetros modales, tales como las frecuencias naturales o coeficientes de amortiguamientos. Para el caso de sistemas de varios grados de libertad, el filtrado hace posible la técnica para extraer información de estos parámetros, en donde la idea principal es utilizar filtros para aislar sistemas equivalentes de un grado de libertad, representando cada modo de vibración, y sobre el que realizar a posteriori el análisis modal.

Resulta de interés entonces cambiar las amplitudes relativas de las componentes de frecuencia en una señal, o quizás por completo algunas componentes de frecuencia, proceso conocido como filtrado. Los sistemas diseñados para dejar pasar algunas frecuencias esencialmente no distorsionadas y atenuar de manera significativa o eliminar por completo otras se conocen como filtros selectivos en frecuencia.

En consecuencia, el filtrado se puede realizar de forma conveniente mediante el uso de sistemas lineales e invariantes en el tiempo con una respuesta en frecuencia seleccionada adecuadamente, y los métodos en el dominio de la frecuencia proporcionan las herramientas ideales para examinar esta clase tan importante de aplicaciones.

A continuación se hará una descripción de los filtros encargados de la separación de modos en el análisis modal, así como de las características comunes, los tipos que se pueden encontrar y una breve descripción de los que se utilizarán en este Trabajo de Fin de Carrera, aunque estos serán explicados con mayor detalle a posteriori en el capítulo 6.

4.2. Características de los filtros

Existen una serie de características comunes en los filtros que se utilizarán para la separación de los modos, la cuales se definirán a continuación:

La respuesta en magnitud describe la magnitud de ganancia de un circuito como una función de la frecuencia bajo condiciones de excitación senoidal.

En los filtros existe una **banda de paso**, **banda de rechazo** y **región de transición**. La banda de paso se define como el rango de frecuencias que un filtro permite pasar, con la mínima atenuación o con alguna amplificación. La banda de rechazo, son todas las demás frecuencias no contempladas en la banda de paso. La región de transición es la zona ubicada entre la relativa porción plana de la banda de paso y la región constante de rolloff en la banda de rechazo.

También se definen las **frecuencias de corte**, donde la respuesta en amplitud está a 3dB por debajo del valor de la banda de paso. La **ganancia** de la banda de paso (H0) es la ganancia que se obtiene por la amplificación de la banda de paso. La **atenuación** de la pendiente (rolloff) u orden. Describe la proporción en que se decrementa la ganancia de un filtro fuera de la banda de paso. Se mide normalmente en octavas de dB (dB/octavas) o décadas de dB (dB/décadas).

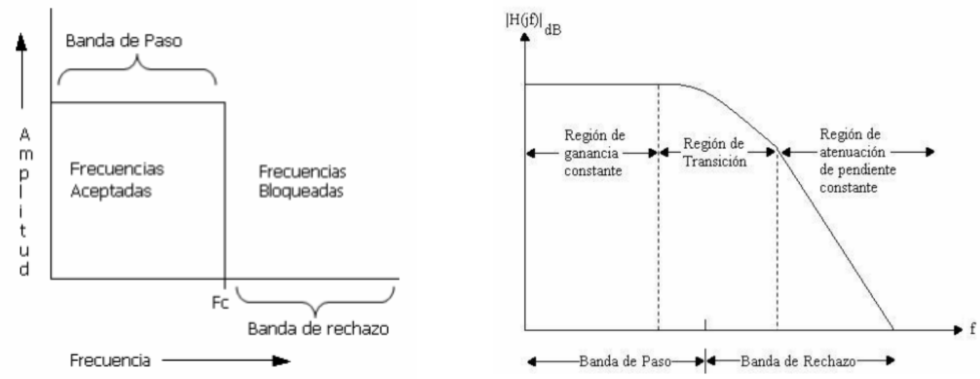


Fig 4.1 Características de los filtros [10]

Las características secundarias incluye la sensibilidad a los cambios de parámetros y retraso de grupo.

4.3. Tipos de filtrado

Existen dos tipos de filtrados para el análisis de las señales, estos son, los filtros conformadores de frecuencia y los filtros selectivos en frecuencia, que a continuación se definirán.

4.3.1. Filtros conformadores de frecuencia

Estos filtros corresponden a los sistemas lineales e invariantes en el tiempo cuya respuesta en frecuencia se puede cambiar manejando los controles de tono. No son el tipo de filtros que se usarán en el proyecto.

4.3.2. Filtros selectivos en frecuencia

Los filtros selectivos en frecuencia son una clase de filtros específicamente destinados a seleccionar con exactitud o muy aproximadamente algunas bandas de frecuencias y rechazar otras. El uso de filtros selectivos en frecuencia surge en una amplia variedad de situaciones. Por ejemplo, si el ruido en una grabadora de audio está es una banda de frecuencias más alta que la música o la voz en la grabación, se puede eliminar mediante un filtrado electivo en frecuencia.

Mientras que la selectividad de frecuencias no es el único tema concerniente a las aplicaciones, su gran importancia ha conducido a un conjunto de términos ampliamente aceptados para describir las características de los filtros selectivos en frecuencia. En particular, mientras que la naturaleza de las frecuencias que pasarán por un filtro selectivo en frecuencia varía considerablemente dependiendo de la aplicación, varios tipos de filtros básicos se usan ampliamente y se les han dado nombres para indicar su función. Las frecuencias de corte son las frecuencias que definen los límites entre las frecuencias que pasan y las que se eliminan, es decir, las frecuencias en la banda de paso y en la banda de supresión.

Un filtro ideal selectivo en frecuencia es aquel que deja pasar exactamente las exponenciales complejas en un conjunto de frecuencias sin ninguna distorsión, y elimina por completo las señales en las demás frecuencias.

4.3.3. Tipos de filtros selectivos en frecuencia

Se describirán los tipos de filtros selectivos en frecuencia para ver cuál es el más idóneo para el filtrado de las señales que se obtendrán. Existen diferentes tipos de filtro, cada filtro tiene una respuesta específica que depende de su aplicación. Hay cinco básicos de filtros: pasa-baja, pasa-alta, pasa-banda, rechaza-banda y pasa todo. Sus nombres describen el comportamiento del filtro.

4.3.3.1. Filtro pasa-bajas

Un filtro pasa bajas solo pasa señales de baja frecuencia, pero bloquea o rechaza las de alta frecuencia. En la *Fig.4.2.* se muestra una frecuencia de mayor respuesta gráfica para un filtro ideal pasa-bajas. Cualquier señal con frecuencia mayor a la frecuencia de corte del filtro es bloqueada, mientras que cualquier señal menor a la frecuencia de corte del filtro es pasada.

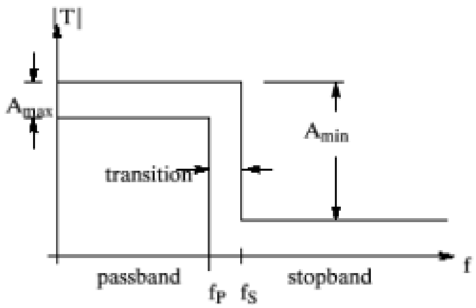


Fig 4.2 Características de un filtro paso bajas [17]

4.3.3.2. Filtro pasa altas

Este tipo de filtro elimina todas las frecuencias desde cero hasta la frecuencia de corte y permite el paso de todas las frecuencias por encima de la frecuencia de corte. Con un filtro pasa alto, las frecuencias entre cero y la frecuencia de corte son la banda eliminada. Las frecuencias por encima de la de corte son la banda pasante. Un filtro ideal pasa alto tiene una atenuación infinita en la banda eliminada, atenuación cero en la banda pasante y una transición vertical

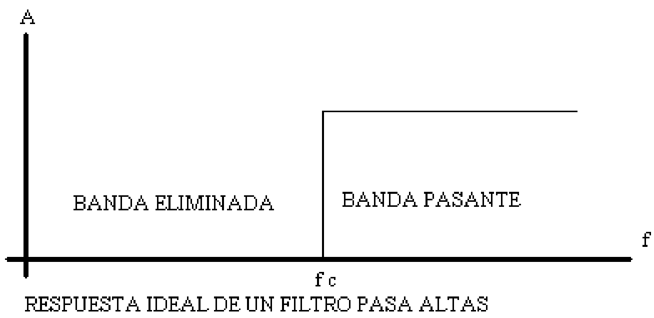


Fig 4.3 Características de un filtro paso altas [17]

4.3.3.3. Filtro pasa banda

El filtro pasa banda es aquel que deja pasar una banda de frecuencias y atenúa el resto de frecuencias tanto más altas como más bajas con respecto a la banda que deja pasar. La respuesta ideal elimina todas las frecuencias desde cero a la frecuencia de corte inferior, permite pasar todas aquellas que están entre la frecuencia de corte inferior y la frecuencia de corte superior y elimina todas las frecuencias por encima de la frecuencia de corte superior.

En estos filtros, la banda pasante la forman todas las frecuencias que están entre la frecuencia inferior de corte y la frecuencia superior de corte. Las frecuencias por debajo de la frecuencia inferior de corte y por encima de la frecuencia superior de corte son la banda eliminada. En un filtro pasa banda ideal, la atenuación en la banda pasante es cero, la atenuación es infinita en la banda eliminada y las dos transiciones son verticales.

El ancho de banda (BW; bandwidth) de un filtro pasa banda es la diferencia entre las frecuencias superior e inferior de corte:

$$Bw = f_2 - f_1 \tag{4.1}$$

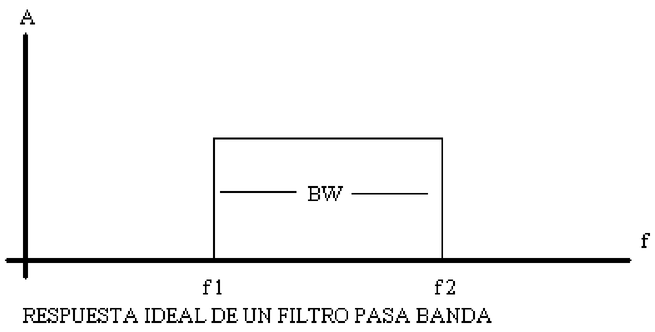


Fig 4.4 Características de un filtro pasa banda [17]

La frecuencia central se representa por f_0 y viene dada por la media geométrica de las dos frecuencias de corte.

La **atenuación** se refiere a la pérdida de señal. Con una tensión de entrada constante, la atenuación se define como la tensión de salida a cualquier frecuencia dividida entre la tensión de salida para las frecuencias medias.

4.3.3.4. Filtro rechaza banda

El filtro rechaza banda, es lo contrario que el filtro pasa banda, ya que atenúa las frecuencias que se encuentran dentro de dos frecuencias, dejando pasar las frecuencias restantes tal y como se muestra en la *Fig.4.5.*

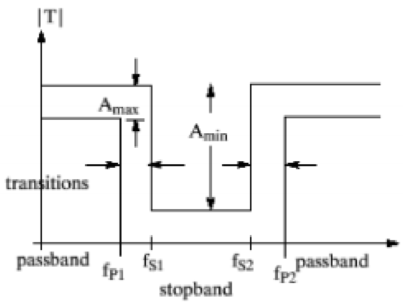


Fig 4.5 Características de un filtro rechaza banda [17]

4.3.3.5. Filtro pasa todo

Los filtros pasa-todo transmiten señales de todas las frecuencias. Idealmente estos filtros cubren todo el espectro de frecuencia. Son diseñados para proveer una ganancia constante a todas las señales a cualquier frecuencia, sin embargo la relación de fase entre la señal de entrada y la señal de salida varía como una función de frecuencia. En la siguiente imagen se ilustra la respuesta en magnitud de este filtro

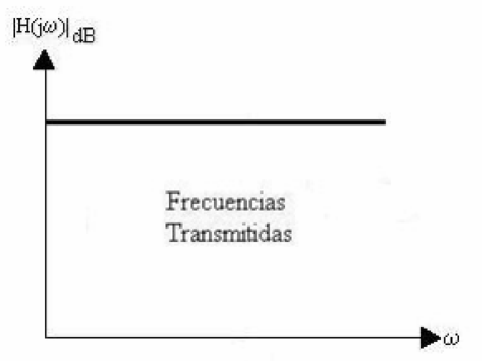


Fig 4.6 Características de un filtro pasa todo [17]

4.4. Filtros discretos descritos mediantes ecuaciones de diferencias.

Los filtros discretos descritos por ecuación de diferencias lineales con coeficientes constantes son de considerable importancia en la práctica. En realidad, ya que se pueden construir con eficiencia en sistemas digitales especiales o de propósito general, Como en casi todos los aspectos del análisis de señales y sistemas, cuando examinamos estos filtros, se encuentran muchas similitudes e importantes diferencias con respecto al caso continuo. En particular, los sistemas LTI discretos descritos por ecuaciones diferencias pueden ser recursivos y tener respuestas al impulso de duración infinita (sistemas IIR) o ser no recursivos y tener respuesta al impulso de duración finita (sistemas FIR). Los primeros son la contraparte directa de los sistemas continuos descritos por ecuaciones diferenciales, mientras que los segundos también son de importancia considerable en sistemas digitales. Estas dos clases tienen distintas ventajas y desventajas en términos de facilidad de construcción y en términos del orden del filtro o de su complejidad para lograr los objetivos particulares de diseño.

Existen dos tipos diferentes de este tipo de filtros, los filtros recursivos de primer orden, sistemas IRR, y los filtros no recursivos, sistemas FIR. Se hará una breve descripción de ambos filtros, pero los utilizados en el Trabajo de Fin de Carrera serán los filtros no recursivos.

4.4.1. Filtros recursivos discretos de primer orden

Los sistemas lineales e invariantes en el tiempo descritos por la ecuación de diferencias de primer orden

$$y[n] - \alpha y[n-1] = x[n] \tag{4.2}$$

a partir de la propiedad de funciones propias de las señales exponenciales complejas, sabemos que si

$$x[n] = e^{j\omega n} \tag{4.3}$$

entonces

$$y[n] = H\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n} \tag{4.4}$$

donde $\mathrm{H}\left(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega}\right)$ es la respuesta en frecuencia des sistema. Sustituyendo se obtiene

$$H\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n} - \alpha H\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega(n-1)} = e^{j\omega n} \tag{4.5}$$

o

$$\left[1 - \alpha e^{-j\omega}\right]H\left(e^{j\omega}\right)e^{j\omega n} = e^{j\omega n} \tag{4.6}$$

de modo que

$$H\left(e^{j\omega}\right) = \frac{1}{1-\alpha e^{-j\omega}} \tag{4.7}$$

Las ecuaciones de diferencias recursivas de mayor orden se pueden usar para proporcionar características más agudas de los filtros u proporcionar mayor flexibilidad al balancear las limitantes del dominio del tiempo y de la frecuencia.

4.4.2. Filtros no recursivos discretos

Estos filtros son los que será utilizados en el Trabajo de Fin d Carrera, pues tienen una respuesta al impulso de duración finita. La forma general de una ecuación de diferencias no recursiva FIR es

$$y[n] = \sum_{k=-N}^{M} b_k x[n-k] \tag{4.8}$$

esto es, la salida $y[n]$ es un promedio ponderado de los valores (N+M+1) de $x[n]$ desde $x[n-M]$ hasta $x[n+N]$, con los pesos dados por los coeficientes b_k. Los sistemas se esta forma se pueden usar para alcanzar los objetivos de una amplia clase de filtros, incluyendo los filtros selectivos en frecuencia.

La idea básica es que al promediar los valores de forma local, las componentes rápidas de alta frecuencia serán promediadas y las variaciones más lentas de frecuencia serán mantenidas, lo cual corresponde a suavizar o filtrar en paso bajas la secuencia original.

Un filtro de promedio móvil de tres puntos, tiene la forma

$$y[n] = \frac{1}{3}(x[n-1] + x[n] + x[n-1]) \tag{4.9}$$

de modo que cada salida $y[n]$ sea el promedio de tres valores consecutivos de entrada. En este caso,

$$h[n] = \frac{1}{3}(\delta[n-1] + \delta[n] + \delta[n-1]) \tag{4.10}$$

y, por tanto, la respuesta en frecuencia correspondiente es

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{3}\left[e^{j\omega} + 1 + e^{-j\omega}\right] = \frac{1}{3}(1 + 2cos\omega) \tag{4.11}$$

La magnitud $H(e^{j\omega})$ se muestra en la siguiente figura. Se observa que el filtro tienes las características generales de un filtro paso bajas aunque, al igual que los filtros recursivos de primer orden, no presenta transiciones agudas de la banda de paso a la banda de supresión

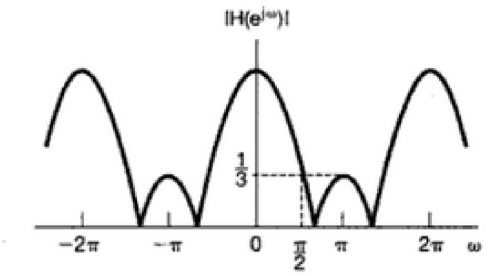


Fig 4.7 Magnitud de la respuesta en frecuencia de un filtro paso bajas de promedio móvil de tres puntos [10]

El filtro de promedio móvil de tres puntos, no tiene parámetros que se puedan cambiar para ajustar la frecuencia de corte efectiva. Como una generalización de este filtro promedio móvil, se puede considerar hacer el promedio sobre N+M+1 puntos vecinos, esto es, usando una ecuación de diferencias de la forma

$$y[n] = \frac{1}{N+M+1} \sum_{k=-N}^{M} x[n-k] \tag{4.12}$$

La respuesta al impulso correspondiente es un pulso rectangular (es decir, h[n]=1/(N+M+1) para $-\mathrm{N} \leq \mathrm{n} \leq \mathrm{M}$ y h[n]=0 para otro valor). La respuesta en frecuencia del filtro es

$$H(e^{j\omega}) = \frac{1}{N+M+1} \sum_{k=-N}^{M} e^{-j\omega k} \tag{4.13}$$

Se observa que, en vista de que la respuesta al impulso de cualquier sistema FIR es de longitud finita (es decir, h[n]=bn para $-\mathrm{N} \leq \mathrm{n} \leq \mathrm{M}$ y 0 para otro valor), es siempre absolutamente sumable para cualquier selección de bn. Por consiguiente, todos los filtros son estables. Asimismo, si N> 0, el sistema es no causal, puesto que y[n] depende de valores futuros de entrada. En algunas aplicaciones, como las que involucran el procesamiento de señales grabadas con anterioridad, la causalidad no necesariamente es una limitante, y entonces se puede usar con confianza los filtros N> 0. En otras aplicaciones, como las que involucran el procesamiento en tiempo real, la causalidad es esencial y en esos casos se debe tomar N≤ 0.

4.5. Filtros del proyecto

A la hora de la elección de los filtros a utilizar en este Trabajo de Fin de Carrera se han tenido en cuenta ciertos aspectos. Se ha optado por un filtro pasa-banda, pues lo que interesa es dejar pasar una banda de frecuencias y atenuar el resto. Además, se han elegido sistemas FIR, que al ser no recursivos, tienen respuesta al impulso de duración finita. Por último se ha tenido en cuenta el módulo y la fase de los filtros, y que, como se vio en el *"capítulo 3- Introducción a señales y sistemas-Representación de la magnitud-fase de la respuesta en frecuencia de sistemas* el módulo y la fase de la señal filtrada pueden expresarse como

$$|Y(e^{j\omega})| = |H(e^{j\omega})||X(e^{j\omega})| \tag{4.14}$$

$$\sphericalangle Y(e^{j\omega}) = \sphericalangle H(e^{j\omega}) + \sphericalangle X(e^{j\omega}) \tag{4.15}$$

De manera que la fase de entrada $\sphericalangle X(e^{j\omega})$ se modifica al adicionar $\sphericalangle H(e^{j\omega})$ que se le conoce como el desplazamiento de fase del sistema. Si el desplazamiento de fase del sistema es una función no lineal de ω, entonces las componentes exponenciales se sobrepondrían unas sobres otras, de manera que no se trataría de un desplazamiento en el tiempo, sino en el sentido en el ya habían componentes exponenciales. Un filtro con características de fase lineal es un simple desplazamiento en el tiempo.

Esta característica de fase se ha tenido en cuenta a la hora de elegir los filtros, pues un filtro real tiene fase nula o lineal. Como conclusión se llega a la elección de un **filtro ideal**, pasa banda y con fase nula y un segundo filtro denominado **filtro equiripple**, pasa banda con fase lineal. A continuación se definirán y compararán cada uno de estos filtros.

4.5.1. Filtro ideal

El filtro ideal es un modelo donde se supone que aquellas señales cuyas frecuencias se encuentran en su banda de paso no se ven afectadas y rechaza totalmente las demás, es decir, si se representa el módulo de su transferencia, se tiene la línea de trazo rojo de la *Fig.4.8.*

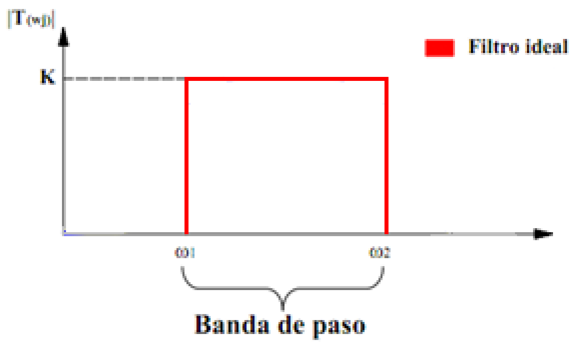


Fig 4.8 Filtro ideal

Los filtros del modelo ideal, no atenúan ni añaden distorsión a la señal en la banda de paso. La definición del filtro ideal, es un concepto importante tanto en la teoría y práctica de filtros eléctricos como en el análisis y procesamiento de señales.

Este tipo de filtro pasa todas las frecuencias comprendidas entre cero y su frecuencia de paso, afectándose la magnitud de todas ellas en una misma proporción; además de que, dado que su característica de fase es nula, todas las componentes de frecuencia de una señal filtrada por este sistema, aparecen en su salida con un mismo retardo de segundos. Lo anterior quiere decir que si una señal, con componentes de frecuencia comprendidas entre cero y su frecuencia de paso, entra a un filtro pasabajos ideal, en su salida se tendrá la misma señal sin ninguna distorsión y retrasada segundos.

Si la señal a la entrada, contiene componentes de frecuencia más allá de la señal a la salida del filtro ideal tendría las componentes de frecuencia mayores a recortadas en forma absoluta, presentando la señal resultante un retardo de segundos.

Finalmente se realiza un filtro ideal directamente en el dominio de la frecuencia, es decir, fijando las frecuencias de corte y dejando pasar las componentes frecuenciales para la banda de paso y atenuando el resto de frecuencias. El filtro ideal resultaría como se muestra en la *Fig.4.9.*

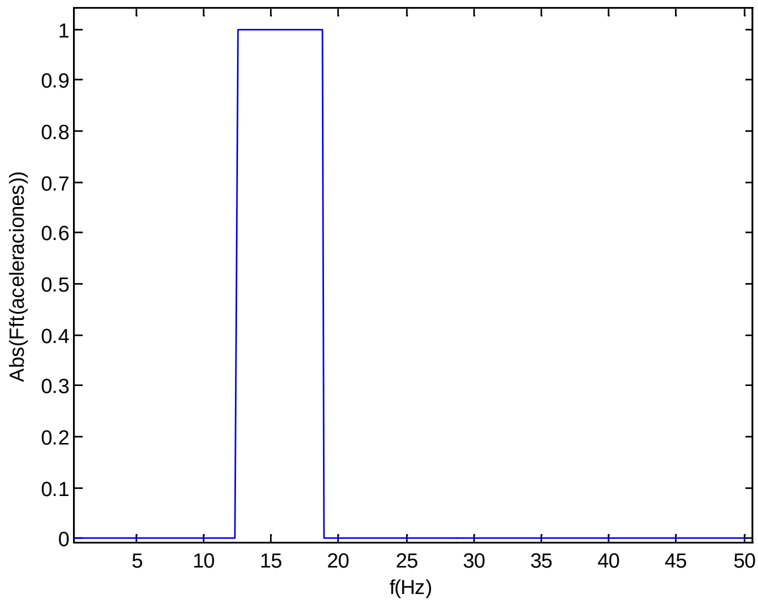


Fig 4.9. Filtro ideal implementado en MATLAB

4.5.1.1. Técnicas de diseño de un filtro ideal

El filtro ideal se ha realizado fijando un ancho de banda específico determinado mediante la energía generada por la señal. Para lograr esto, el filtro pasa-banda debe tener una respuesta en frecuencia fija en la banda de paso, siento esta los suficientemente amplia para cubrir el área de frecuencias del objeto de estudio, pero lo suficientemente estrecha para atenuar el resto de los modos.

Una de las técnicas utilizadas para obtener un filtro ideal (digital) con una frecuencia de corte ω es mediante un pulso rectangular, tal y como indica la *Fig.4.10.*

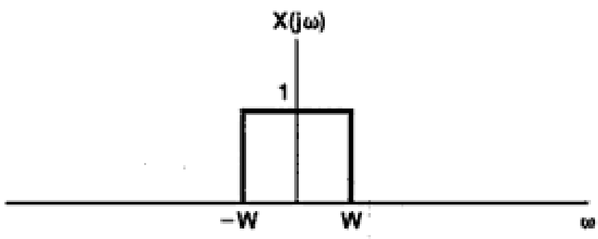


Fig 4.10 Función sinc en frecuencia y tiempo

Matemáticamente esta respuesta frecuencial viene dada por

$$x(j\omega) = \begin{Bmatrix} 1, & |\omega| < W \\ 0 & |\omega| > W \end{Bmatrix} \tag{4.16}$$

haciendo la Transformada inversa de Fourier discreta en el tiempo

$$x(t) = \frac{1}{2\pi}\int_{-W}^{W} e^{-j\omega t} d\omega = \frac{senWt}{\pi t} \tag{4.17}$$

La transformada de Fourier es una función de la forma $(\mathrm{sen}\alpha\theta)/\mathrm{b}\theta$ y un pulso rectangular. La función dada en la ecuación 4.17, surge con frecuencia en el análisis de Fourier y en el estudio de sistemas lineales e invariantes en el tiempo, y se conoce como función *sinc*. Una forma precisa de uso común para la función sinc es

$$sinc(\theta) = \frac{sen\,\pi\theta}{\pi\theta} \tag{4.18}$$

la función se puede expresar en términos de la función sinc.

$$\frac{senWt}{\pi t} = \frac{W}{\pi} sinc\left(\frac{Wt}{\pi}\right) \tag{4.19}$$

Esta función se puede representar en el dominio del tiempo y se muestra en la *Fig.4.11.*

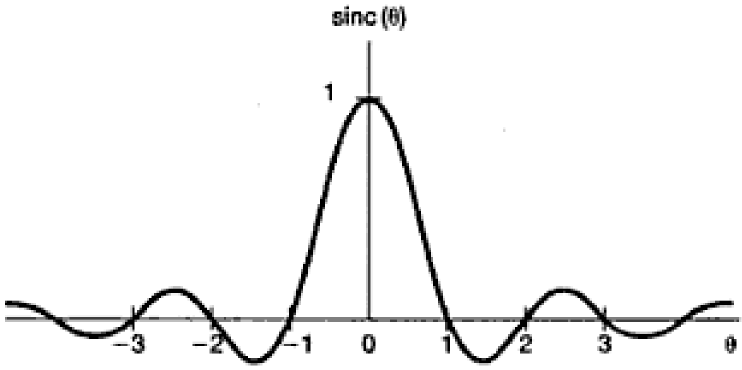


Fig 4.11 Función sinc [10]

La función $\mathrm{sinc}(\mathrm{x})$ está definida para todo valor de x, y además decae muy lentamente. Utilizar los valores de $\mathrm{x}(\mathrm{t})$ definidos por la *Fig.4.11.* como coeficientes del filtro FIR, dará lugar a sobreimpulsos en la respuesta frecuencial del filtro. Debido a la lentitud de la función $\mathrm{sinc}(\mathrm{x})$, se necesita un filtro de elevado orden (gran número de puntos) para diseñar filtros con transiciones rápidas entre bandas.

Los filtros ideales en general no se usan en la práctica por diversas razones. En cualquier aplicación práctica, un filtro paso bajas ideal sería reemplazado por un filtro no ideal $\mathrm{H}(\mathrm{j}\omega)$ que se aproxima con bastante exactitud a la característica de frecuencia deseada para el problema que interese, es decir, $\mathrm{H}(\mathrm{j}\omega) \cong 1$ para $|\omega| < \omega_{\mathrm{M}}$, y $\mathrm{H}(\mathrm{j}\omega) \cong 0$ para $|\omega| > (\omega_{\mathrm{s}} - \omega_{\mathrm{M}})$. Obviamente, cualquier aproximación de este tipo en la etapa del filtrado paso bajas conducirá a alguna discrepancia entre x(t) y xr(t) (desplazamientos en el dominio del tiempo), o, de manera equivalente, entre $X(j\omega)$ y $X_r(j\omega)$ (desplazamientos en el dominio de la frecuencia). La selección particular del filtro no ideal está determinada entonces por el nivel de distorsión aceptable para la aplicación que se esté considerando. Por conveniencia, y para enfatizar los principios básicos como el teorema de muestreo, por lo regular se dará por sentado tanto la disponibilidad como el uso de los filtros ideales, en el entendido de que en la práctica estos filtros deben ser reemplazados por filtros no ideales diseñados para aproximarse a las características ideales con la precisión suficiente para resolver el problema en cuestión.

4.5.2. Filtro Equiripple

El filtro equiripple se trata de un método de diseño de filtros FIR con fase lineal. Esta familia de métodos se basa en definir la respuesta en frecuencia del filtro y, fijado un orden, obtener los coeficientes que generen la respuesta más aproximada.

En la *Fig.4.12.* se puede ver cómo sería un filtro equiripple:

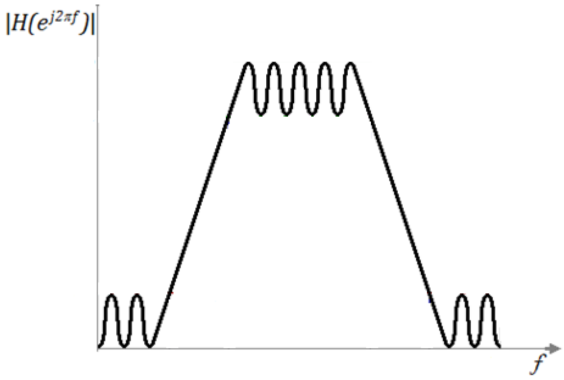


Fig 4.12 Filtro equiripple

La ventaja de los filtros FIR es que pueden diseñarse para que presenten fase lineal. La linealidad de fase implica que se verifiquen ciertas condiciones de simetría.

- Un sistema no causal con respuesta impulsional conjugada simétrica $\left(h(n) = h^*(-n)\right)$ tiene una Función de transferencia real.
- Un sistema no causal con respuesta impulsional conjugada antisimétrica $\left(h(n) = -h^*(-n)\right)$ tiene una Función de transferencia imaginaria pura.

Es decir, se tiene fases que pueden ser 0 ó $\frac{\pi}{2}$, si se quiere que las secuencias sean realizables, se retardará un número de muestras adecuado para que transformen en causales. El filtro equiripple permite un control total de las características del filtro en cuando a frecuencias, ganancia y longitud.

Se plantea el diseño del filtro como un problema de aproximación de Tchebyshev, para ello se propone un criterio de diseño óptimo, en el sentido de que el error de aproximación entre la respuesta en frecuencia ideal y la real se reparten uniformemente en cada banda, pasante y atenuada (de ahí el apelativo de equiripple), minimizando el error máximo en cada una de ellas. El filtro resultante presenta, pues, rizado en ambas bandas. En la *Fig.4.13.* se muestran las especificaciones de los filtros equiripple

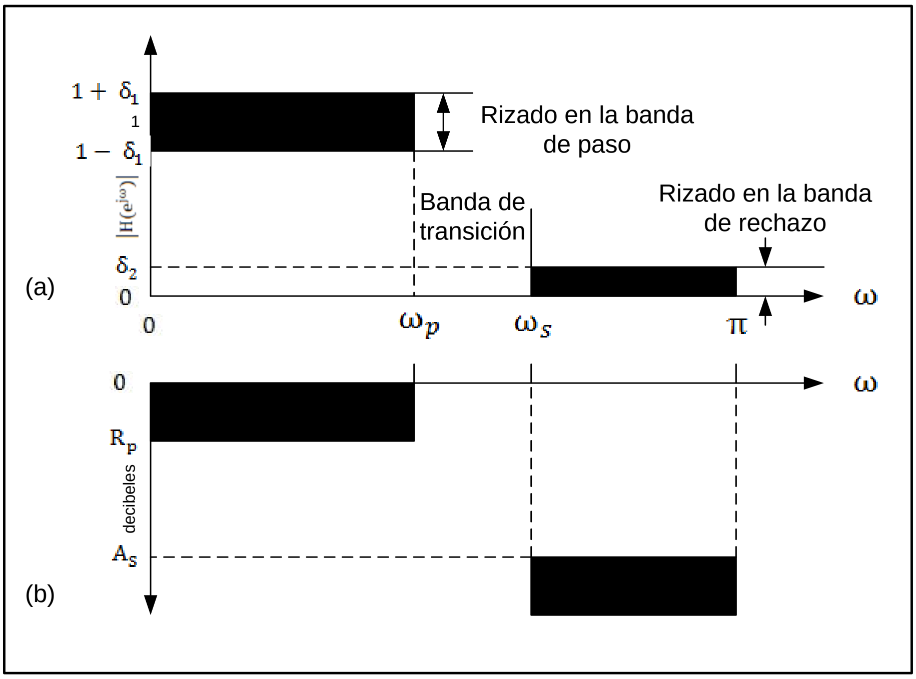


Fig 4.13. Especificaciones de filtro equiripple

4.5.2.1. Especificaciones

Existen ciertas especificaciones de estos filtros referidos a las bandas de paso, de rechazo y de tolerancia y las correspondientes tolerancias. Las especificaciones típicas de valores absolutos de un filtro pasa-bajos son:

- La banda [0,ω_p] se llama banda de paso, y δ_1 es la tolerancia (o rizo) que se está dispuesto a aceptar en la respuesta ideal en la banda de paso.
- La banda [ω_s,π] se llama banda de rechazo, y δ_2 es la correspondiente tolerancia (o rizo).
- La banda [ω_p, ω_s] se llama banda de transición, no hay restricciones en la respuesta en magnitud en esta banda.

También existen unas especificaciones relativas de los filtros (logarítmicas), estas son los rizados que presentan.

- R_p, es el rizado en la banda de paso en dB.
- A_p, es la atenuación en la banda de rechazo en dB.

Los parámetros dados anteriormente en las especificaciones están obviamente relacionados. A partir de que $\left|\mathrm{H}(\mathrm{e}^{\mathrm{j}\omega})\right|_{\max}$ en las especificaciones absolutas es igual a $(1+\delta_1)$, se tiene:

$$R_p = -20log_{10}\frac{1-\delta_1}{1+\delta_1} > 0\ (\approx 0) \quad (4.20)$$

y,

$$A_p = -20log_{10}\delta_2 \ > 0\ (\approx 0) \quad (4.21)$$

Las técnicas para el diseño de filtros FIR más comunes, incluyen las técnicas de enventanado, y las de frecuencia de muestreo, de las cuales se puede decir son técnicas fáciles de entender e implementar. Sin embargo, estas tienen algunas desventajas. Primero, no podemos especificar precisamente las bandas de frecuencia ω_p y $\omega_s$en el diseño. Segundo, no podemos simultáneamente especificar los valores de factor de rizo δ_1 y δ_2. Por ejemplo en el método de enventanado simplemente podemos decir que el factor δ_1 = δ_2, o solamente se puede optimizar el factor $\delta_2$en el método de frecuencia de muestreo. La técnica de diseño a través de equiripple puede resolver estos problemas, sin embargo es una técnica algo compleja de entender y se necesita la ayuda de un computador para implementarla.

Existen varios métodos para la realización de estos sistemas FIR equiripple, los cuales se definen a continuación:

Enventanado: Se basa en calcular la transformada Inversa de Fourier de la H(F) deseada y truncarla utilizando alguna ventana a elegir para suavizar su efecto. No se suele especificar la banda de transición.

Óptimos: Se basan en minimizar el error entre la H(F) deseada y la obtenida con el filtro según algún criterio:

- Mínimos cuadrados (minimiza error cuadrático)
- Parks-McClellan o “equiripple” (rizado uniforme)
- Otros.

4.5.2.2. Procedimiento

El procedimiento empleado para utilización del filtro equiripple y los parámetros necesarios para obtenerlo se pueden ver en la *Fig.4.14.* se puede ver mejor como actúa el filtro FIR equiripple y los parámetros que se necesitan para poder realizarlo.

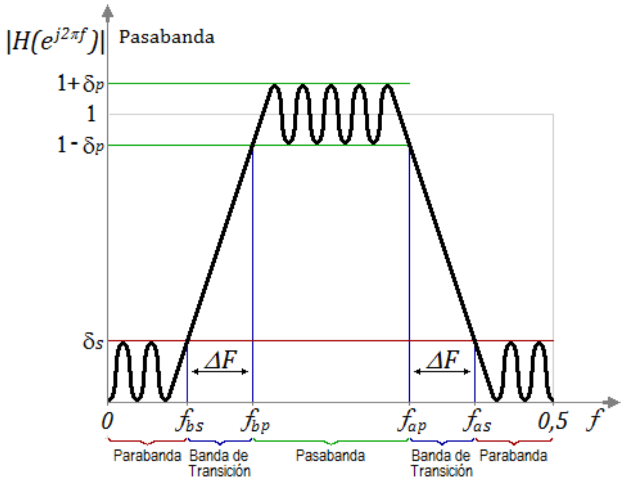


Fig 4.14. Filtro Equiripple con sus características

Tal y como se puede ver en la *Fig.4.14.* se necesitan cuatro frecuencias de corte

f_{bs}: Frecuencia borde baja de parabanda
f_{bp}:: Frecuencia borde baja de pasabanda
f_{as}:: Frecuencia borde alta de parabanda
f_{ap}:: Frecuencia borde alta de pasabanda

Como se comentó con anterioridad en los métodos para la realización del filtro, el método óptimo que se va a utilizar es el algoritmo de Parks-McClellan. Estos filtros se realizan en el programa de MATLAB, donde se pueden utilizar una serie de funciones ya creadas para su realización.

La función de este algoritmo viene dada por:

[N, F_0, A_0, W] = **FIRPMORD** (F, A, DEV, F_m)

Ésta función calcula el orden aproximado N, las bandas de frecuencias normalizadas, F0, las magnitudes en esas bandas, A0, y los factores de ponderación que luego serán utilizados como argumentos de entrada en la función firpm.

Estos valores cumplen las especificaciones dadas por F, A, DEV y Fm

- F es un vector de frecuencias de corte en Hz, en orden ascendente entre 0 y la mitad de la toma de muestras frecuencia de F_s. Si no se especifica F_s, por defecto es 2. El primer elemento de F es siempre 0 y el último es siempre $F_s/2$, pero no deben ser especificados en el vector F.

- A es un vector que especifica la amplitud de la función deseada en las bandas definidas por F. Por tanto, el vector M tiene un tamaño igual a $(length(F) + 2)/2$.
- DEV es un vector que indica el máximo rizado permitido en cada banda
- F_m es la frecuencia de muestreo.

Con los valores obtenidos en la función **firpmord**, se puede implementar el algoritmo de Parks-McClellan. F_0 y M_0 son dos vectores de igual magnitud. $F_0(k)$ y $F_0(k+1)$k impar especifica bandas de frecuencia y $M_0(k)$y $M_0(k+1)$la correspondiente magnitud para cada frecuencia. El filtro obtenido es la mejor aproximación por minimax. Una vez se tienen definidos todos los parámetros se utiliza la función **filter**.

La función de filtro filtra una secuencia de datos a través de un filtro digital que trabaja para las entradas reales y complejas. El filtro es una forma directa de la aplicación II transposición de la ecuación diferencial estándar.

$y = filtro\ (B, A, X)$ filtra los datos en el vector X con el filtro descrito por un cociente entre el numerador con un vector con coeficiente b y el denominador con un vector con coeficiente a

$$Y(z) = \frac{b(1)+b(2)z^{-1}+\cdots+b(nb+1)z^{-nb}}{1+a(2)z^{-1}+\cdots+a(na+1)z^{-na}} X(z) \quad (4.22)$$

Si el filtro no tiene coeficientes de retroalimentación, como es el caso de un filtro FIR, A = 1.

4.5.2.3. Parámetros

Los parámetros necesarios para poder crear un filtro de estas características son las frecuencias de corte y los rizados.

Las frecuencias de corte, F, fueron halladas mediante el espectro de la señal. Al tratarse de un filtro pasa banda, se especificará en MATLAB mediante [0,1,0], lo que significa atenuar frecuencias hasta la primera frecuencia de corte, dejar pasar las frecuencias referentes al ancho de banda y volver a atenuarlas a partir de la última frecuencia de corete, éste será el vector A. Para poder utilizar estos filtros, hay que hallar las desviaciones, dev, es decir, el rizado en la banda de paso, Rp y la atenuación en la banda de rechazo, Ap. El rizado en la banda de paso viene definido por la ec 4.23.

$$R_p = -20log_{10}\frac{1-\delta_p}{1+\delta_p} \rightarrow R_p = log_{10}\left(\frac{1-\delta_p}{1+\delta_p}\right)^{-20} \rightarrow 10^{R_p} = \left(\frac{1-\delta_p}{1+\delta_p}\right)^{-20} \quad (4.23)$$

Despejando δ_p

$$\delta_p = \frac{10^{\frac{R_p}{20}}-1}{10^{\frac{R_p}{20}}+1} \tag{4.24}$$

El atenuación en la banda de rechazo viene definido por la ec 4.27.

$$A_p = -20log_{10}\delta_s \ > 0 \ \rightarrow \ A_p = log_{10}\delta_s{}^{-20} \rightarrow 10^{A_p} = \delta_s{}^{-20} \tag{4.25}$$

Despejando δ_s

$$\delta_s = 10^{-\frac{A_p}{20}} \tag{4.26}$$

Una vez se obtienen todos los parámetros se puede proceder a la creación del filtro equiripple.

La comparación entre un filtro ideal y un filtro equiripple, se realizará a posteriori en el capítulo del análisis paramétrico mediante la implementación de varias señales, y de esta forma se determinará cuál es el filtro que mejor trabaja para las señales.

4.5.3. Problemática asociada al uso del filtro ideal

Como se ha dicho con anterioridad, la transformada de Fourier de un pulso rectangular es una función sinc

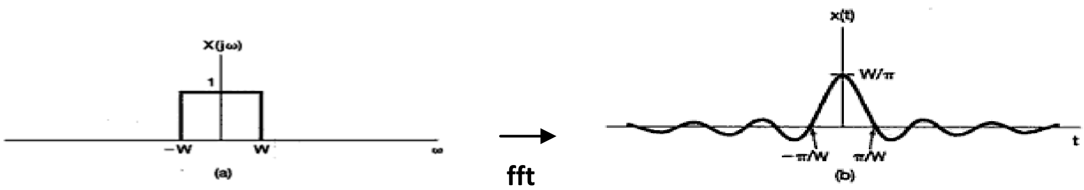


Fig.4.15 Pulso rectangular y función sinc

La función sinc tiene un número de muestras infinitas. Si a esta función, definida de manera discreta y con un número finito de puntos, se le hiciera la transformada de Fourier de nuevo, es decir, pasar del tiempo a la frecuencia, aparecería lo que se denomina efecto de Gibbs, distorsiones en el filtro que se pueden apreciar en la *Fig.4.13*. El pulso rectangular resultaría:

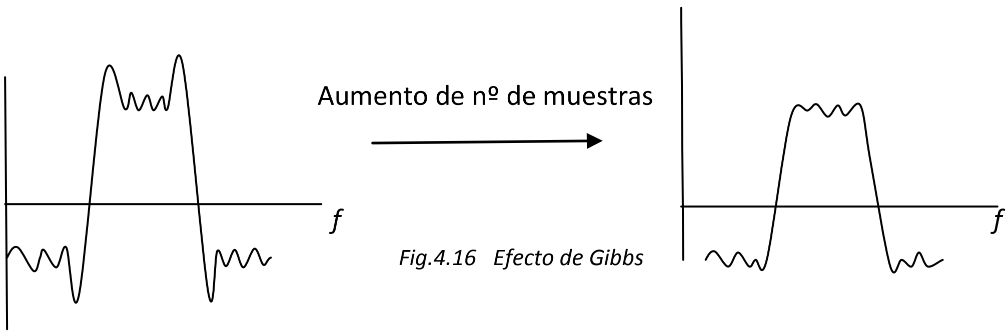


Fig.4.16 Efecto de Gibbs

Tal y como se puede apreciar en la *Fig.4.16.* a medida que se aumenta el número de muestras, el efecto de Gibbs va desapareciendo, pero sin llegar a desaparecer del todo, debido a la lentitud de la función sinc, necesita un elevado número de puntos para diseñar filtros con transiciones rápidas entre bandas, sin embargo no se pueden representar infinitas muestras. Esto hace que el filtro no sea absolutamente ideal, lo cual no proporciona una fase lineal, ni una fase nula.

En el caso del paso del dominio de la frecuencia al dominio del tiempo, al representar directamente el filtro ideal, es decir, frecuencias cero para todo el espectro menos para la parte del espectro que se desea filtrar, lo que denominamos como un pulso rectangular frecuencial, entonces es el caso en que la fase del filtro se hace forzosamente nula.

Un filtro real, tiene fase nula o lineal. Si no fuese lineal, por ejemplo como la que se muestra en la *Fig.4.17.*

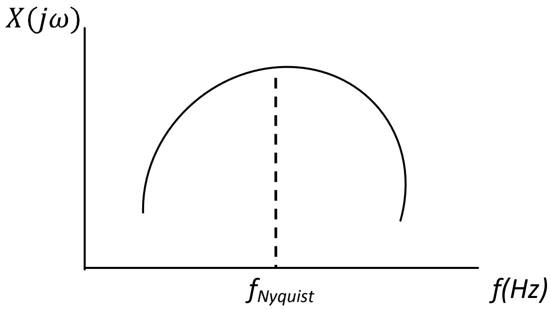


Fig.4.17 Fase no lineal de un filtro

Teniendo en cuenta que el espectro de una señal real es simétrico, de manera que tienen igual módulo y fase del sentido contrario. En un filtro donde la fase es una función no lineal, las componentes exponenciales comenzarían a sobreponerse. Lo cual no pasará si se tratara de una fase lineal, pues únicamente existiría un desplazamiento en el tiempo.

En las siguientes ecuaciones se muestra la magnitud y fase de la señal y de un filtro

$$\left|Señal\left(e^{j\omega}\right)\right| = \left|X(e^{j\omega})\right| \measuredangle X\left(e^{j\omega}\right) \tag{4.27}$$

$$\left|Filtro\left(e^{j\omega}\right)\right| = \left|H(e^{j\omega})\right| \measuredangle H\left(e^{j\omega}\right) \tag{4.28}$$

cuando la señal es filtrada por el respectivo filtro, sus magnitudes se multiplican y sus fases se suman

$$\left|Señal\ filtrada\left(e^{j\omega}\right)\right| = \left|X(e^{j\omega})\right| \cdot \left|H(e^{j\omega})\right|\left(e^{j\omega+0}\right)$$

Si el filtro tiene una fase nula, la fase de la señal resultante no se vería afectada. Si se tratara de un filtro con fase lineal, la señal resultante se desplazaría en el tiempo, como consecuencia de la suma de las fases de la señal inicial y del filtro.

Por esto, los filtros utilizados en el proyecto son filtros ideales, en la dirección frecuencia-tiempo, con fase nula, y los filtros equiripple con fase lineal. En la *Fig.4.18. a)* se muestra la fase de un filtro ideal, como ya se ha comentado, ésta tiene que ser cero, de manera que se comprueba que efectivamente la fase de un filtro ideal es nula. En la *Fig.4.18. b)* se muestra la fase de un filtro equiripple, estos filtros son utilizados como aproximaciones de filtros ideales con fase lineal, por ello se ha querido mostrar que efectivamente cumple con las características propias de fase lineal.

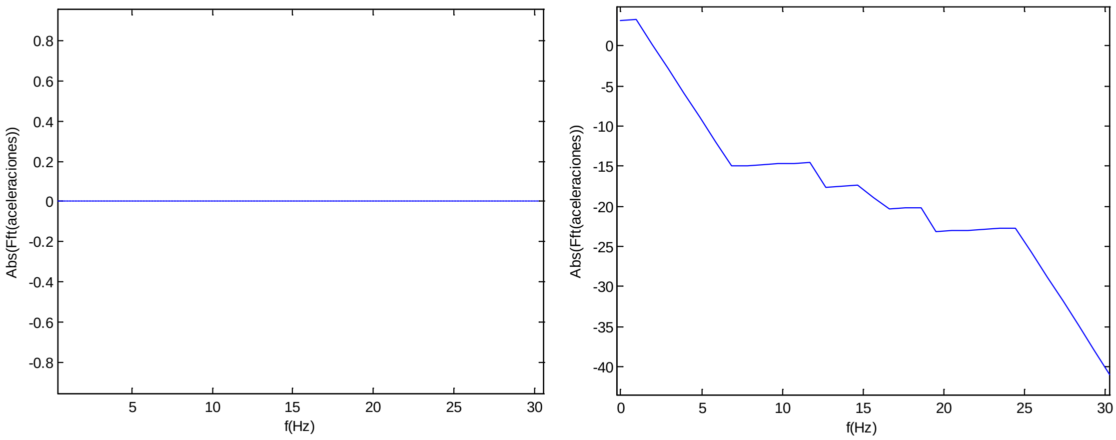


Fig.4.18 (a) Fase filtro ideal; (b) Fase filtro equiripple

Capítulo 5

CONCEPTOS BÁSICOS Y DESCRIPCIÓN DEL SISTEMA DE ADQUISICIÓN DE DATOS UTILIZADO

5.1. Introducción

Como ya se ha comentado, se desea diseñar un modelo reducido de una estructura para la realización del análisis modal experimental y de esta forma obtener parámetros fundamentales. Los elementos principales para la adquisición de datos serán definidos y desarrollados en esta sección.

Puesto que las señales obtenidas se caracterizan por tener un movimiento oscilatorio, la medición puede realizarse del desplazamiento del cuerpo, su velocidad o su aceleración. Los sensores más ampliamente utilizados son los de aceleración (acelerómetros). En la etapa de conversión analógica a digital se adquieren muestras a intervalos equiespaciados de tiempo de la señal continua proporcionada por un sensor, de manera que la señal pasa a ser temporalmente discreta. Para cada uno de estos instantes de tiempo, el valor de la señal no se mide exactamente, sino con la precisión dada por el rango dinámico y la resolución digital del equipo, así que la señal es también discreta en el eje de voltaje.

A continuación se hará una breve introducción sobre este tipo se sensores, su funcionamiento, y los diferentes tipos que pueden utilizarse. Además la forma en que se sujeta el acelerómetro al punto de medida es un factor muy importante para obtener datos precisos en la práctica. Por último se mostrarán los acelerómetros y sus respectivas especificaciones, utilizados en la adquisición modal, serán sensores con tecnologías MEMS. En la etapa final es cuando se realiza el procesado digital de la señal para obtener la información necesaria sobre el fenómeno vibratorio de estudio. Para la lectura y procesamiento que proporciona un acelerómetro, es necesario un dispositivo el cual sea capaz de convertir digitalmente la señal eléctrica mediante muestras de voltajes. El dispositivo de adquisición de datos utilizado será el Labjack U12 y UE9, capaces de leer la salida de los sensores, este recoge los datos en un ordenador, donde son almacenados y procesados como se desee. Al mismo tiempo en esta sección se definirá su funcionamiento, los tipos de dispositivos utilizados en el análisis experimental y sus respectivas funciones para el procesado de la señal.

5.2. Elementos principales de un sistema de adquisición de datos

En la *Fig.5.1*. se muestra un esquema de los elementos básicos de adquisición de datos. En primer lugar se muestra un modelo de un grado de libertad de la estructura empotrada en el suelo, al que va unido un acelerómetro mediante el sistema de montaje escogido, adhesivo a doble cara. Éste se conecta a la fuente de alimentación de energía eléctrica y al dispositivo para la adquisición de datos. El hardware de adquisición de datos es conectado a un ordenador donde la señal será procesada. El procedimiento realizado consiste en darle un golpe a la estructura (input), de manera que se obtenga la respuesta en aceleraciones en el punto de interés (output).

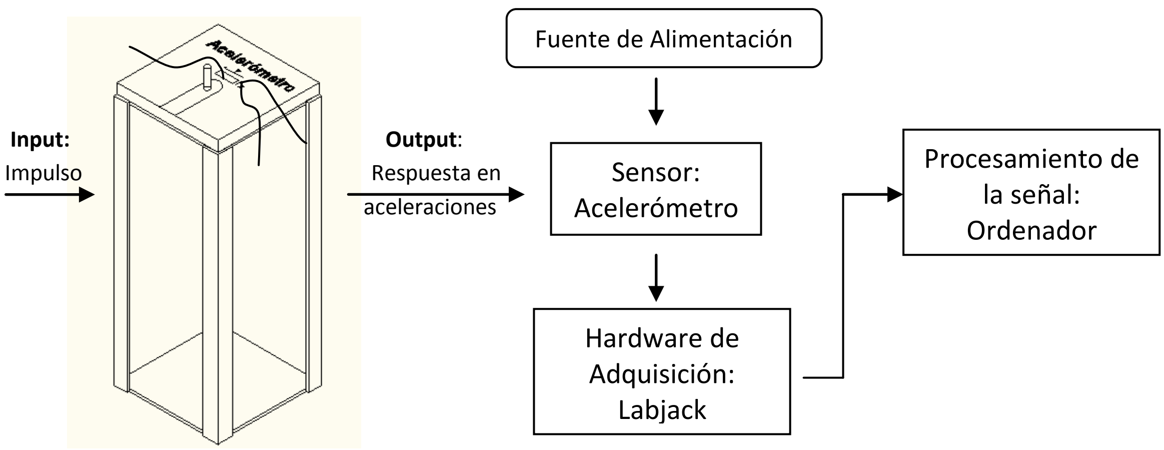


Fig.5.1. Elementos básicos de adquisición de datos

5.3. Los sensores

Para caracterizar el movimiento oscilatorio puede medirse el desplazamiento del cuerpo, su velocidad o su aceleración. Los sensores más ampliamente utilizados son los de aceleración (acelerómetros).

5.3.1. Acelerómetro

En esta sección se hará una introducción sobre el funcionamiento, tipos que pueden haber y diferencias entre un acelerómetro y otro.

El acelerómetro es un sensor que proporciona una señal eléctrica que varía de forma proporcional a la aceleración medida. La proporcionalidad viene dada por la sensibilidad del acelerómetro.

Es deseable que la sensibilidad sea independiente de la frecuencia, lo que se consigue sólo dentro de un determinado rango de frecuencias que constituye el denominado frecuencial de funcionamiento.

Los acelerómetros uniaxiales miden la aceleración en la dirección perpendicular a la superficie de medida; sin embargo, los hay también triaxiales, que son capaces de medir la aceleración en las tres direcciones del espacio.

Existen una serie de parámetros a tener en cuenta a la hora de elegir los acelerómetros que se desea utilizar.

- Rango aproximado de amplitud de la aceleración
- Rango frecuencial de interés
- Masa máxima admisible del acelerómetro
- Tipo de alimentación disponible para el acelerómetro
- Temperatura de trabajo
- Existencia de campos electromagnéticos que afecten a la zona de medida

5.3.1.1. Tipos de acelerómetros y su funcionamiento

Los tres tipos más conocidos de acelerómetros son los:

- Acelerómetros capacitivos
- Acelerómetros piezo-resistivos
- Acelerómetros piezo-eléctricos

El principio mecánico de funcionamiento de los tres tipos es el mismo. Una masa inercial está elásticamente unida a la carcasa del acelerómetro; si se asume que ésta está sólidamente unida a la superficie de medida, el desplazamiento oscilatorio de la carcasa (x) será solidario al de la superficie, y diferirá del desplazamiento oscilatorio de la masa (y), por lo que existirá un desplazamiento relativo entre la masa y la carcasa. Se puede demostrar que el desplazamiento relativo entre masa y carcasa tiene la misma frecuencia que movimiento oscilatorio de la superficie medida, pero difiere en módulo y fase. Concretamente, la relación entre la amplitud de aceleración del movimiento oscilatorio de la superficie y el desplazamiento relativo masa-carcasa (z=x·y) viene dado por la función de respuesta en frecuencia mecánica

$$\frac{Z}{\ddot{X}} = \frac{m}{k \cdot \sqrt{\left(1-\left(\frac{\omega}{\omega_n}\right)^2\right)^2 - \left(2 \cdot \xi \cdot \frac{\omega}{\omega_n}\right)^2}} \tag{5.1}$$

La diferencia entre los distintos tipos de acelerómetros reside en cómo este desplazamiento relatico masa-carcasa se convierte en una señal eléctrica de variación de potencial proporcional a la aceleración.

La relación entre la señal eléctrica y la aceleración medida $(\Delta\ddot{V}/X)$ viene dada por el producto entre la función de respuesta en frecuencia mecánica Z/X y la relación /Z. En consecuencia $(\Delta\ddot{V}/X)$ es función de la frecuencia puesto que $Z/\ddot{X}$ también lo es.

La representación en frecuencia de $(\Delta\ddot{V}/X)$ se denomina función de respuesta en frecuencia del acelerómetro. Como estos transductores son generalmente independientes de los equipos de adquisición, es necesario que esta relación sea un valor constante independiente de la frecuencia, lo que sólo se consigue dentro de un determinado rango de frecuencias. Normalmente se define el rango de frecuencia de funcionamiento de un acelerómetro como aquél en el que existe un menos de un 10% de variación de la relación $(\Delta\ddot{V}/X)$. Bajo esta hipótesis, el límite superior del rango de frecuencias es 0.3·ω siento ω_r la frecuencia de resonancia del acelerómetro. Dentro del rango de frecuencias de funcionamiento la relación se denomina sensibilidad del acelerómetro y se considera constante.

Igualmente dentro del rango de frecuencias de funcionamiento del acelerómetro, la relación $Z/\ddot{X}$ se considera constante, y el valor de esta constante se suele denominar sensibilidad mecánica $s_m = m/k$. Cuando mayor es la masa inercial, mayor es la sensibilidad mecánica obteniendo un mayor desplazamiento relativo para la misma amplitud de vibración. Este hecho va a repercutir en la sensibilidad final del acelerómetro, de manera que la sensibilidad del acelerómetro aumentará con el incremento de su masa inercial. Una sensibilidad alta es preferible, puesto que se obtiene una mejor relación señal-ruido. Sin embargo, en ocasiones no es posible el uso de acelerómetros de masa elevada, puesto que la masa del acelerómetro debe ser claramente menor a la masa del cuerpo que se ensaya para no influir en su comportamiento vibratorio.

5.3.2. Montaje de los acelerómetros

La forma en que sujeta el acelerómetro al punto de medida es un factor crítico para obtener en la práctica datos precisos. Los montajes sueltos producen una reducción de la frecuencia de resonancia del acoplamiento, es decir de la gama de frecuencias útiles del sensor.

El acelerómetro debe colocarse de manera que la dirección de medida deseada coincida con la de su máxima sensibilidad. También es sensible a las vibraciones en sentido transversal, aunque su sensibilidad transversal típica es inferior al 1% de la principal, por lo que se la puede ignorar. Pero la frecuencia de resonancia transversal del acelerómetro suele ser 1/3 de la del eje principal, de manera que debe tenerse en cuenta esta situación cuando hay niveles apreciables de vibraciones transversales.

Los métodos de unión de los acelerómetros con la superficie de medida son los siguientes: unión roscada, adhesivo a doble cara base magnética, cera de abeja, resinas epoxi o mediante piquetas.

La selección del tipo de sujeción depende de las posibilidades que ofrezca la superficie a medir y el efecto de la sujeción en la frecuencia de resonancia del acelerómetro, puesto que ésta disminuye conforme se reduce la rigidez de la sujeción. A continuación se presentan diferentes posibilidades de unión.

- Una unión roscada es la unión que menos modifica la frecuencia de resonancia del acelerómetro, por lo que es la más adecuada en caso de alta frecuencia. La seguridad de este tipo unión permite la medición de grandes amplitudes de vibración y no modifica el rango de temperaturas de uso del acelerómetro. Como contrapartida, no siempre es posible mecanizar la superficie de medida y su instalación requiere tiempo.
- El adhesivo a doble cara es la unión que modifica ligeramente la frecuencia de resonancia del acelerómetro. Es un método rápido y eficaz para realizar en todo tipo de materiales. No tiene una unión sólida, pero puede llegar a ser bastante estable.
- La cera de abeja modifica la frecuencia de resonancia ligeramente, y es útil en caso de acelerómetros sin rosca, en caso de test rápidos o si hay que realizar mediciones en superficies no alterables. En contrapartida, no se pueden utilizar en casos de grandes amplitudes debido a que no se trata de una unión sólida, y tampoco son aconsejables para temperaturas altas en las que la cera se pueda fundir, ni se puede garantizar la repetitividad del punto de medida.

- Las uniones magnéticas son rápidas y se pueden utilizar en casos de altas amplitudes, pero se necesita que la superficie de medida sea ferro magnética. El hecho de añadir la base magnética al acelerómetro aumenta su masa.
- Las resinas epoxi son útiles en caso de no disponer de rosca en el acelerómetro o no poder mecanizar la superficie de medida. Son válidas también para grandes amplitudes y un amplio rango de temperaturas. Como contrapartida hay que señalar el cuidado que exige la retirada del transductor: la unión debe usualmente romperse mediante un golpe seco en la base del acelerómetro, en dirección paralela a la superficie, lo que puede causar daños en el transductor. Es aconsejable, por este motivo, usar una base añadida (que puede ser la base magnética que suelen equipar los acelerómetros) para realizar este tipo de fijación.
- El uso de piquetas es normalmente el único recurso para realizar mediciones en un terreno natural o superficies muy rugosas, aunque suele ser un procedimiento laborioso. Proporciona buenas características en general pero se pueden ver limitadas por el uso de cera o resinas al unir el acelerómetro con la piqueta. Hay que asegurar también la verticalidad de la piqueta.

La manera de unión que se ha elegido entre el acelerómetro y la estructura ha sido finalmente el adhesivo a doble cara, debido su facilidad y rapidez a la hora de la unión, a la calidad de las medidas en los rangos de frecuencia de interés, y a la dificultad de utilizar otros métodos para la unión del acelerómetro MEMS utilizado debido a la inexistencia de encapsulamiento. Otros métodos utilizados en este Trabajo de Fin de Carrera, fueron la unión del acelerómetro a la estructura mediante bridas y con cera de abeja. Ambos métodos proporcionaban peores resultados, por lo que fueron descartados.

5.3.3. Sensores utilizados en el análisis modal experimental

Los acelerómetros utilizados en el análisis modal experimental, son los denominados MEMS (Micro Electro Mechanical Systems). Son un tipo de dispositivos electromecánicos que detectan el movimiento y pueden transmitir estos datos a un circuito mayor que lo utiliza y lo registra. Se trata de un componente muy compacto que puede ser insertado dentro de un chip y son muy económicos.

Por todo esto en este Trabajo de Fin de Carrera, se ha examinado la posible adaptación de los acelerómetros MEMS de bajo costo, a la identificación modal. Los sensores utilizados son el acelerómetro DE-ACCM2G2 Buffered $\pm 2g$ y el acelerómetro DE-ACCM3D Buffered $\pm 3g$. La descripción y características de estos dos sensores se han obtenido de sus correspondientes hojas de características [11,12].

5.3.3.1. Acelerómetro DE-ACCM2G2 Buffered $\pm 2g$

El acelerómetro DE-ACCM2G2 es una solución de acelerómetros con salidas analógicas de dos ejes. Cuenta con un amplificador operacional integrado para la conexión directa de las entradas analógicas de un microcontrolador, o para conducir las cargas más pesadas. La circuitería adicional del acelerómetro asegura que el producto no será dañado por las conexiones de potencia o tensiones por encima de los rangos recomendados. Además estos acelerómetros presentan las siguientes características:

- Doble eje $\pm 2g$
- Sensibilidad de 660 mV/g
- 500 Hz de ancho de banda
- Operación de voltaje entre 3,5V y 15 V
- Protección contra la tensión inversa
- Protección de Sobretensión hasta 14 V
- Protección contras las salidas
- factor de forma estándar DIP-14
- Desacoplamiento de la fuente de alimentación integrada
- Consume menos de 2 mA
- <4% de desviación típica 0g de Vcc / 2

En la *Fig.5.2* se presenta el aspecto que tienen estos acelerómetros, donde se pueden ver los terminales de entrada y de salida.

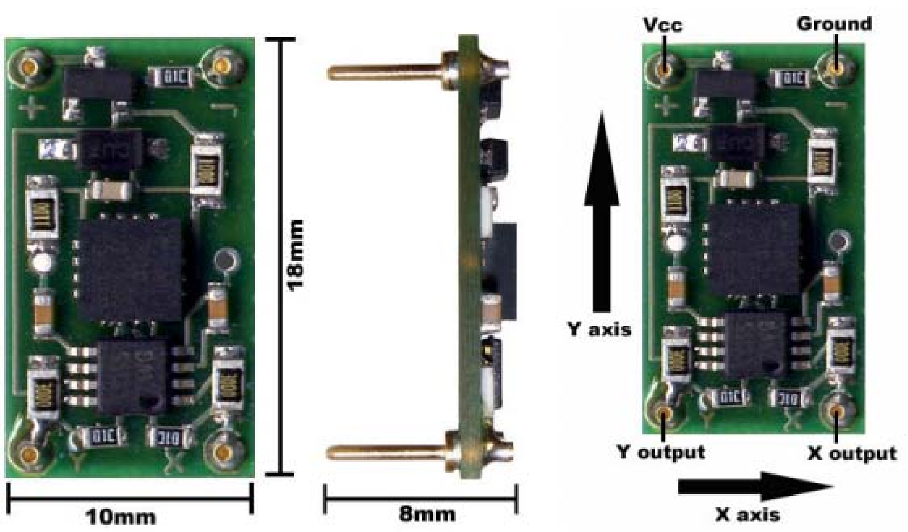


Fig 5.2 Acelerómetro DE-ACCM2G2 Buffered $\pm 2g$ *[11]*

Se han de tener ciertos aspecto a la hora de colocar el acelerómetro en la estructura, cómo están colocados, la inclinación que tiene y la tensión que mide según su posición, por ello en la *Fig.5.3.* se muestran los voltajes que tienen según la posición del sensor.

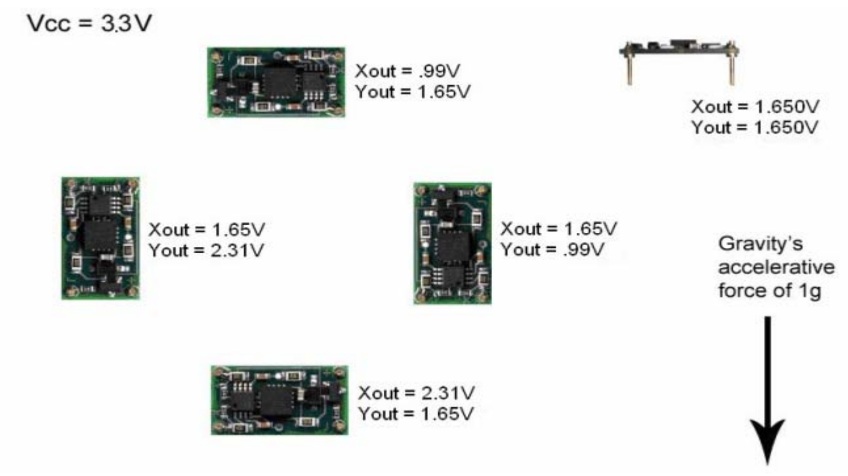


Fig 5.3 Tensión del acelerómetro DE-ACCM2G2 Buffered $\pm 2g$ *[11]*

Las salidas de tensión en el DE-ACCM2G corresponden a la aceleración que se da en las direcciones X e Y. La salida es radiométrica, por lo que la sensibilidad de salida (en $mV\ /\ g$) depende de la tensión de alimentación. La tensión reguladora de DE-ACCM2G2 la mantiene constante a 3,5 V, por lo que la sensibilidad de una constante 660mV / g. La aceleración cero $(0\ g)$ dará lugar a una salida de $Vcc\ /\ 2$. Debido a las variaciones de la fabricación en ST Microelectronics, los valores de los acelerómetros no siempre son constantes. Pueden variar hasta en un 5% en casos extremos, incluyendo el punto de polarización 0g.

Por último se definen las características de rendimiento de estos acelerómetros:

Buffers de salida

Un chip de un acelerómetro desnudo tiene una impedancia de salida de 32 K, que no es apto para la obtención fiable de mediciones cuando se conecta a un convertidor analógico a digital. En el DE-ACCM2G se reduce la impedancia de salida.

Suministro de filtrado

Un par de resistencias y un condensador de 0.1uF del DE-ACCM2G2 proporcionan un desacoplamiento excelente de la potencia de suministro. No son necesarios condensadores externos entre Vcc y GND.

Filtrado de salida y el ruido

Un par de condensadores de 10nF limitan el ruido del DE-ACCM2G2, sin sacrificar demasiado ancho de banda. RMS es típicamente 6.2mg y el ancho de banda de salida es de 500Hz - lo que es adecuado para las frecuencias altas de la aceleración muestreada.

También se definen las funciones de protección que tienen estos acelerómetros:

Tensión inversa

En el caso de que se mezcle VCC y GND, un canal P de MOSFET evita que la corriente fluya –protegiendo el DE-ACCM2G2 de los daños. Esta protección sólo está diseñada para trabajar con voltajes DC. No aplique tensiones de AC a los pines de alimentación.

La inserción incorrecta

Una red de resistencia asegura que el DE-ACCM2G2 no sufre daños permanentes si se inserta hacia atrás (es decir, aplicar la potencia a los terminales de salida). El producto no funcionará correctamente mientras se utilice hacia atrás. No se debe dejar el DE-ACCM2G insertado al revés durante más de 5 minutos cada vez.

Salida de cortocircuito

El amplificador operacional de conducción salidas del DE-ACCM2G2 es capaz de manejar un flujo directo de la dirección de las salidas X a la Y a la tierra durante el tiempo que desee.

5.3.3.2. Acelerómetro DE-ACCM3D Buffered $\pm 3g$

El acelerómetro DE-ACCM3D es una solución de acelerómetro analógica 3D para ±3g. Cuenta con un amplificador operacional integrado para la conexión directa a las entradas analógicas de un microcontrolador, o para conducir las cargas más pesadas. El regulador de la tensión a 3.3V y el desacoplamiento del condensador dan una gran flexibilidad a la hora de encender el dispositivo, y puede ser también desviado para las operaciones hasta 2.0V. El DE-ACCM3D está diseñado para adaptarse al factor de forma DIP-16, siendo adecuado para breadboarding (Tabla de circuitos), Prefboarding (Placa de circuito perforada cuyos huecos están circundados por material conductor, generalmente cobre) y la inserción de los chips estándar de las tomas de corriente. . Además estos acelerómetros presentan las siguientes características:

- Doble eje $\pm 3g$
- Sensibilidad de 360 mV/g
- 500 Hz de ancho de banda
- Operación de voltaje entre 3,5V y 15 V (con regulación)
- Operación de voltaje entre 2V y 3,6 V (sin regulación)
- Regulador de 3.3V puede microcontrolador de alimentación externa
- Protección contra la tensión inversa
- Protección contras las salidas

- factor de forma estándar DIP-16
- Desacoplamiento de la fuente de alimentación integrada
- Consume menos de 0,9 mA
- Con precisión disco duro de 500 cargas

En la *Fig.5.4* se presenta el aspecto que tienen estos acelerómetros, donde se pueden ver los terminales de entrada y de salida.

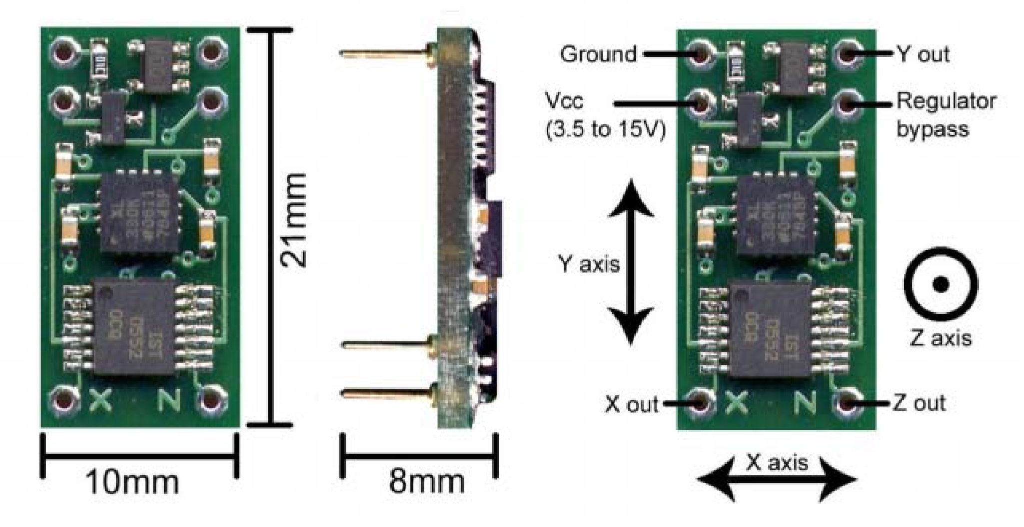


Fig 5.4 Acelerómetro DE-ACCM3D Buffered $\pm 3g$ *[12]*

Se han de tener ciertos aspecto a la hora de colocar el acelerómetro en la estructura, cómo están colocados, la inclinación que tiene y la tensión que mide según su posición, por ello en la *Fig.5.5*. se muestran los voltajes que tienen según la posición del sensor.

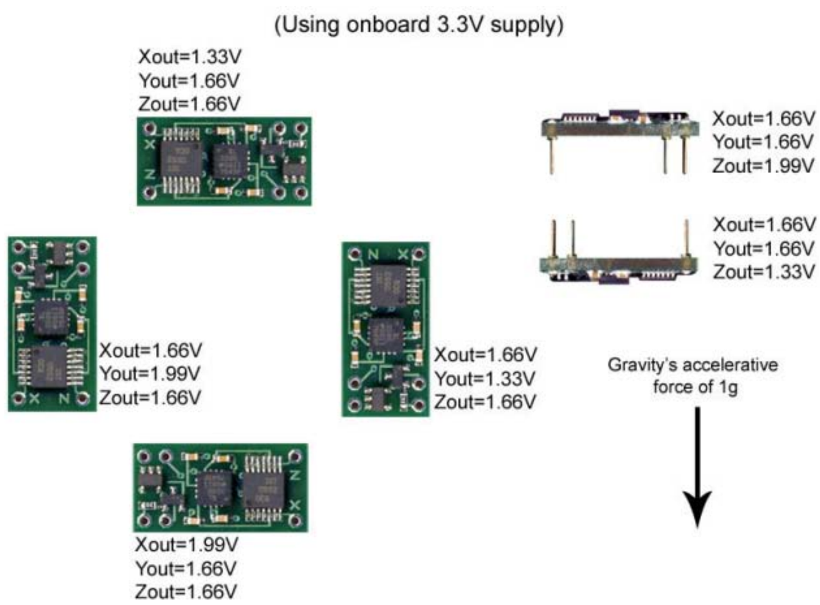


Fig 5.5 Tensión de Acelerómetro DE-ACCM3D Buffered $\pm 3g$ *[12]*

Las salidas de la tensión en el DE-ACCM3D corresponden a las aceleraciones que se dan en las direcciones X, Y y Z. La salida es radiométrica, por lo que la sensibilidad de salida (en mV / g) dependerá de la tensión de alimentación.

Sensibilidad y precisión

En la siguiente tabla se muestran los valores de sensibilidad típica de los voltajes de operación común:

Voltaje de operación	Sensibilidad
3.6 V	360 mV/g
3.33 V	333 mV/g
3.0 V	300 mV/g
2. 0 V	195 mV/g

Debido a las variaciones de fabricación cuando un dispositivo análogo crea sus fichas del acelerómetro, estos valores no siempre son constantes. La sensibilidad puede variar hasta en un 10% en casos extremos, y el punto de polarización 0g puede variar hasta un 5% en los ejes X e Y, y el 10% en el eje Z.

Por último se definen las características de rendimiento de estos acelerómetros:

Buffers de salida

Un chip de un acelerómetro desnudo tiene una impedancia de salida de 32 K, que no es apto para la obtención fiable de mediciones cuando se conecta a un convertidor analógico a digital. En el DE-ACCM3D se reduce la impedancia de salida. La carga máxima absoluta más allá del cual la precisión empieza a sufrir en serio es 3.3mA, o 500.

Suministro de filtrado

Un condensador de 1uF del DE-ACCM3D proporciona un desacoplamiento excelente de la potencia de suministro. No son necesarios condensadores externos entre Vcc y GND.

Filtrado de salida y el ruido

Un par de condensadores de 10nF limitan el ruido del DE-ACCM3D, sin sacrificar demasiado ancho de banda. RMS es típicamente 7.3mg y el ancho de banda de salida es de 500Hz - lo que es adecuado para las frecuencias altas de la aceleración muestreada.

5.4. El hardware de adquisición de datos

5.4.1. Introducción

Para la lectura y procesamiento del voltaje que proporcionan los acelerómetros, es necesario un dispositivo el cual sea capaz de traducir digitalmente la señal obtenida. El dispositivo de adquisición de datos que desempleará esta función en este Trabajo de Fin de Carrera son los LabJacks U12 y UE9. Los manuales de referencia de estos dispositivos pueden consultarse en la página web de Labjack [13].

Los Labjacks son dispositivos USB/Ethernet capaces de medir la señal eléctrica proporcionada por todo tipo de sensores. Estos dispositivos sirven como una interfaz de bajo costo y fácil de manejar entre los ordenadores y el mundo físico y real. El Labjack, recoge estos datos en un ordenador, donde son almacenados y procesados como se desee.

5.4.1.1. Setup del hardware de adquisición de datos LabJack para su uso en Matlab

Estos dispositivos tienen asociadas unas funciones para poder utilizarlos, por lo que en primer lugar hay que extraer el archivo Matlab_funcs.zip en una carpeta local del disco duro.

Habrá que abrir el Matlab, y en File, del menú principal, seleccionar Set Path de la lista de opciones. Una ventana se abrirá en la que el usuario podrá añadir el archivo donde se encuentran las funciones del Labjack. En la ventana de Set Path, hay que pulsar el botón de “añadir un archivo” y entonces añadir estas funciones. Una vez que se ha seleccionado el archivo se presionará el botón de “OK”. Por lo que el buscador de funciones de Matlab ha sido modificado y se podrán utilizar las funciones del Labjack.

5.4.2. Funcionamiento

El funcionamiento de este dispositivo requiere el conocimiento de ciertos parámetros para su utilización. En primer lugar están las **entradas analógicas** que convierten un nivel de tensión en un valor digital, para que pueda ser procesada y almacenada; Las **salidas analógicas** de los Labjack convierten los valores digitales de un ordenador en un nivel de tensión; El **contador**, en general, va incrementando un registro interno cada vez que se detecta un pulso de voltaje en la entrada del contador. Este registro interno va leyendo periódicamente para determinar la cantidad de eventos que han ocurrido; Una **entrada digital** proporciona las operaciones del umbral de la tensión. Si la tensión es mayor que algún determinado valor, el ordenador detectará la entrada digital como high/set/1. Si la tensión es menor que cierto valor, el ordenador detectará la entrada digital como low/clear/0. Una **salida digital** permite controlar la tensión mediante un ordenador. Si el equipo indica que la salida ha de ser alta, ésta produce una tensión (generalmente alrededor de 5 o 3,3 voltios). Si el equipo indica que la salida ha de ser baja, se conecta a tierra y no se produce ninguna tensión; Las **mediciones eléctricas analógicas** se refieren a los modos básicos de realizar una medición eléctrica analógica, las cuales pueden ser:

Simple o asimétrica: El Labjack convierte la diferencia entre una entrada que se conecta a la tensión y otra tensión de referencia (normalmente a tierra)
Diferencial o simétrica: El labjack convierte la diferencia entre el voltaje de una entrada y la tensión entre otra entrada que no necesariamente es tierra.

El **amplificador**, PGA (amplificador de ganancia programable) proporciona una ganancia variable que se controla por software. Se utiliza para amplificar bajos voltajes en las entradas analógicas. La mayoría de los LabJacks tienen un PGA interno que se puede utilizar para proporcionar pequeñas ganancias en algunas situaciones, pero para las grandes ganancias debe ser utilizado un amplificador externo; La **Resolución** se refiere a la conversión de una señal analógica en un valor digital a un ordenador (y viceversa). Un ordenador es una máquina digital, por lo que almacena un número como una serie de unos y ceros. Por último se define el ruido inherente del Labjack, el cual es propio de los convertidores ADC (analógico-digital) que se le suma a la circuitería.

5.4.3. Tipos de dispositivos de adquisición de datos

Una vez definido los parámetros básicos del dispositivo Labjack, se procede al análisis de los tipos de Labjack utilizados en el proyecto. Existen cuatro dispositivos diferentes de Labjack, éstos son el U3, U6, UE9 y U12. Los que se han utilizado en este Trabajo de Fin de Carrera son los dispositivos U12 y UE9. A continuación donde se definirán las especificaciones, el software y la documentación específica de cada dispositivo.

5.4.4. LabJack U12

El Labjack U12 es un dispositivo de adquisición de datos el cual tiene tres modos básicos de operaciones, estos son, comando/respuesta, bust y stream. Para poder definir estos conceptos, en primer lugar se hará una breve descripción de los parámetros básicos de Labjack U12. Una muestras es una medida de un canal, y un Scan es una medida de varios canales seleccionados. Una vez se saben estos dos conceptos básicos de definen las operaciones básicas de estos dispositivos. Éstos serán diferentes si se trata de una respuesta corta o de una respuesta larga:

Respuesta corta:

Comando/Respuesta: Tendrá 50 scans/segundo si tiene conectado hasta cuatro terminales y 25 scans/segundo si tiene conectado hasta ocho terminales. **Stream**: Realizará 1200 muestras/segundo si tiene conectado hasta cuatro terminales. **Burst**: Realizará 8192 muestras/segundo si tiene conectado hasta cuatro terminales.

Respuesta larga:

Comando/Respuesta: *Se* trata de un software programado en el que el programa de aplicación envía un comando y el LabJack responde con datos. Este modo permite el seguimiento y control de todas las entradas y salidas del dispositivo. Todas las funciones de comando y respuesta pueden tardar de hasta 20 ms para ser ejecutadas.
Stream: Se trata de una entrada en el hardware en modo programado donde el LabJack recoge los datos a una velocidad controlada por el usuario y los almacena antes de ser leídos por el ordenador. Los datos se transfieren desde el LabJack hasta el equipo, simultáneamente con la recogida de datos, los datos que se son de forma continua.
Se pueden leer de 1 a 4 canales, de hasta 1200 muestras/segundo (por lo que 4 canales serían de hasta 300 scans/segundo).Alternativamente, se puede leer un sólo canal de hasta 300 scans/segundo. No se puede procesar ningún otro comando mientras esté se esté ejecutando el Stream.
Burst: Se trata de una entrada en el hardware en modo programado donde el LabJack recoge los datos a una velocidad controlada por el usuario y los almacena. Los datos son transferidos al ordenador una vez ha terminado la recolección de datos.
Se pueden leer de 1 a 4 canales, de hasta 8192 muestras/segundo (por lo que 4 canales serían de hasta 2048 scans/segundo). El labjack tiene una capacidad de almacenamiento de 4096 muestras. El U12 LabJack no puede procesar ningún otro comando mientras se esté ejecutando el modo Burst.

5.4.4.1. Descripción del Hardware

A continuación se hará una descripción del Hardware del sispositivo, donde se expondrán las características externas del LabJack U12:

- Cuenta con 8 entradad analógicas simples y 4 terminales diferenciales de 12-bits
- Tiene un rango de entrada analógica de $\pm 10\ V$
- Un amplificador de ganancia programable (PGA) con ganancias de 1,2,4,5,8,10.16 o 20 V/V
- Puede ejecutarse de hasta 8 Kmuestras/segundo (Funciones Burst) y 1.2 Kmuestras/segundo (Función Stream)
- Es compatible con el software o Hardware de adquisición temporizada
- Tiene 2 salidas analógicas

- Cuenta con 20 terminales digitales de entrada y salida (Con un tiempo de ejecución de 50 Hz por entrada o salidad)
- Un contador de 32-Bits
- Temporizador
- Tiene una Interfaz USB 2.0/1.1 de baja velocidad
- Se pueden conectar hasta 80 LabJacks a un host USB
- Software de control completo, sin necesidad de puentes o interruptores
- No necesita fuente de alimentación
- Incluye aplicaciones de muestra y controladores
- Incluye VIs de LabVIEW
- Funciona con Windows 98SE, ME, 2000, XP o Vista
- Incluye cable y destornillador
- Tiene unas medidas aproximadas de 4x 6 x 1 cm.

En la *Fig.5.6.* se muestra el dispositivo Labjack U12. Donde existen 16 entradas o salidas digitales. También cuenta con conexiones a tierra (GND) y conexiones de alimentación a 5 voltios. Todas las conexiones son proporcionadas por las 30 terminales que se muestran en la *Fig.5.5.* Se puede ver en cada terminal una etiqueta.

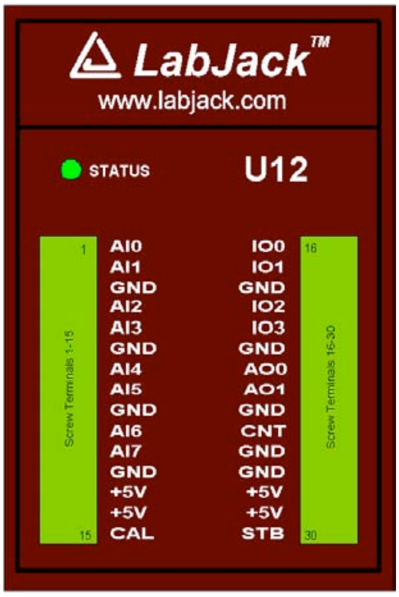


Fig 5.6 Dispositivo Labjack U12 [13]

El LED (luz de funcionamiento) parpadea cuatro veces en el arranque, y una vez cuando comienza la adquisición de datos. El LED también parpadea durante la explosión y las operaciones de flujo, a menos discapacitados. Este puede ser activado o desactivado a través del software utilizando las funciones propias del dispositivo AISample, AIBurst o AIStreamStart. Utiliza 4.5 mA de corriente.

5.4.4.2. Descripción del dispositivo

A continuación se hará una descripción del dispositivo, es decir, de todas las terminales de entrada y salida que se pueden encontrar.

Entradas Analógicas AI0-AI7

El Labjack U12, tiene 8 terminales de tornillo para las señales analógicas de entrada. Estas se pueden configurar de manera individual, como 8 terminales simples, 4 canales diferenciales o combinación de ambas. Cada entrada tiene una resolución de 12 bits y una corriente de polarización de ± 90 mAmA.

El rango de entrada para convertidores simples, es de ± 10 voltios. Para medidas diferenciales, se puede hacer uso del bajo nivel de ruido PGA para proporcionar ganancias de hasta 20. En el modo diferencial, el voltaje de cada AI con respecto a tierra debe estar entre +20 y -10 voltios, pero la diferencia de tensión entre 2 terminales AI es una función del tipo:

G=1	±20 V
G=2	±10 V
G=4	±5 V
G=5	±4 V
G=8	±2.5 V
G=10	±2 V
G=16	±1.25 V

Al utilizar el software de adquisición de tiempo, el ordenador envía un comando al dispositivo, y éste responde con datos. Esto se puede adquirir para 4 canales con 50muestras/segundos de ejecución o para 8 canales de hasta 25 muestras/segundo. Al utilizar el hardware de adquisición de tiempo, el ordenador envía un comando al LabJack para dar comienzo mediante el Burst Stream.

En el modo ráfaga (Burst), se adquieren hasta 4.096 muestras de 1 a 4 canales a 8192 muestras/segundo para luego ser almacenados. Una vez la adquisición se ha completado, los datos son transferidos al ordenador. El hardware puede ser configurado para el modo de ráfaga (Burst) cuando cuando la adquisición de una entrada digital cambia de estado.

En el modo de secuencia (Stream), los datos se adquieren de 1 a 4 canales a 1.200 muestras/segundo para luego ser almacenados. Al mismo tiempo, los datos del LabJack se transfieren al ordenador, permitiendo que se transmitan de forma continua.

Lo que al software se refiere de las entradas analógicas son devueltas por las funciones del Labjack: EAnalogIn, AISample, AIBurst y AIStreamRead.

EAnalogIn es una simple función que devuelve una sóla lectura de un canal analógico de entrada. El tiempo de ejecución es de hasta 20 ms.

AISample es una función que devuelve lecturas de 1-4 canales, el tiempo de ejecución es de hasta 20 ms, proporcionando como máximo de alrededor de 50 Hz por canal.

AIBurst adquiere múltiples muestras de 1 a 4 canales para una frecuencia de muestreo de entre 400-8192 Hz.

Internamente, el número real de las muestras recolectadas y transferidas por el LabJack durante una llamada AIBurst es la menor potencia de 2, de 64 a 4096, que es al menos tan grande como numSamples. El tiempo de ejecución de esta función, en milisegundos, se puede estimar como:

$$numSamples = numScans * numChannels$$

$$sampleRate = scanRate * numChannels$$

AIStreamRead es una función la cual se llama periódicamente durante una secuencia de adquisición iniciado por la función AIStreamStart. Cada llamada recupera múltiples muestras de 1 a 4 canales desde la secuencia del LabJack. Si alguna otra función es llamada mientras está actuando el AIStreamRead, la llamada se parará.

Salidas Analógicas AO0 y AO1

El LabJack U12 tiene dos terminales de tornillo para las tensiones de analógicas de salida. Cada salida analógica se configura para un rango de tensión de entre 0 y la tensión de alimentación (+5 voltios nominales) con 10-bits de resolución.

Lo que al software se refiere de las salidas analógicas se establecen con las funciones EanalogOut o AOUpdate, que tienen un tiempo de ejecución de hasta 20ms, proporcionando una velocidad máxima de 50 Hz por canal.

Entradas y salidas digitales IO0-IO3

Las conexiones digitales de entrada y salida de los Labjacks son cuatro. Cada terminal se puede configurar de forma individual, como una entrada, una salida de alta o baja producción. Estos cuatro canales incluyen una resistencia de 1,5 kW, lo cual ofrecen resistencia contra las sobretensiones/cortocircuitos. Al mismo tiempo, cada canal tiene una resistencia de 1 MW conectado a tierra.

Lo que al software se refiere de las entradas y salidas digitales las funciones utilizadas para estas terminales son:

La función EDigitalln o EDigitalOut, las cuales se utilizan para leer o establecer el estado de una línea digital, ambas funciones tienen un tiempo de ejecución de 20ms.

Las funciones AOUpdate y DigitalIO se utilizan para establecer la dirección, el estado de cada terminal IO. Estas funciones tienen un máximo de 20 ms para ser ejecutadas, proporcionando una velocidad máxima de 50Hz por canal.

La función Aisimple puede configurar o leer el estado de cada IO, pero estableciendo el estado no tendrá ningún efecto a menos que la terminación IO se le haya configurado las salidas mediante otra función.

La función AIBurst y AIStreamRead, toma lecturas de los estados de las terminaciones IO y los devuelve como datos analógicos. Los cuatro canales IO, se leen simultáneamente cada 4 muestras, proporcionando una velocidad de 2048 Hz por canal en cada ráfaga, o de 3000 Hz por canal para secuencias de corriente.

D0-D15

Estas son 16 conexiones que se realizan en el conector DB25, y se conocen como D0-D15. Estas 16 líneas no tienen protección contra sobretensiones/cortocircuito, y pueden caer hasta 25 mA cada uno (Con un total de 200 mA como máximo para todos). Esto permite que los canales D se utilicen para controlar directamente algunos relés. Cada canal D tiene una resistencia de 1 MW conectados a tierra.

Lo que al software se refiere, las funciones utilizadas para estas terminales son:

Las funciones EDigitalln y ADigitalOut, se utilizan para leer y establecer el estado de una línea digital con un tiempo máximo de ejecución de 20 ms.

Las funciones AOUpdate y DigitalIO se utilizan para establece la dirección, y estado de cada canal D. Además el DigitalIO, devuelve el estado actual de la dirección y de los registros de salida, proporcionando una velocidad máxima de 50 Hz por canal.

Contador CNT

La conexión de entrada para el contador es de 32 bits y se realiza en el terminal CNT. El contador se incrementa a medida que se detecta lla entrada de más muestras seguida de otra captación de muestras.

Las funciones utilizadas para este contador son las siguientes:

Las funciones Ecount, AOUpdate y Counter se utilizan para restablecer o leer el contador. Todas estas funciones se llevan a un máximo de 20 ms para ser ejecutadas, proporcionando una velocidad máxima de 50 Hz.

Las lecturas del contador también pueden ser devueltas en el modo de secuencia (AIStreamRead) a velocidades de hasta 300 Hz.

Calibración CAL-STB

Estas terminales se utilizan durante las pruebas y calibración. CAL es una precisión de 2,5 voltios de referencia, y se puede utilizar durante la operación normal. El terminal de CAL está protegido contra sobretensiones de EDS, con sobretensiones muy fuertes se puede dañar el CAL lo que se vería reflejado en el fracaso de las entradas analógicas.

Alimentación interna +5V

El LabJack tiene un valor nominal de 5 voltios de alimentación interna. La potencia se puede sacar de esta fuente de alimentación mediante la conexión a los +5 V en las terminales de rosca, o en +5V en el conector DB25. La cantidad total de corriente que puede extraerse de los +5V, salidas analógicas y salidas digitales, es de 450 mA para la mayoría de las ordenadores de mes.

Tierra GND

Las conexiones GND disponible en los terminales de tornillo y en el conector DB25 proporcionan una base común para todas las funciones LabJack. Éstas son todas iguales.

Los dos parámetros que se utilizan en la mayoría de las funciones son:

Idnum: Funciones con esta entrada tienen un número local de identificación, número de serie o un -1. El número local o el número de serie especifican un Labjack determinado, mientras que un -1 indica el primer Labjack encontrado.

Errorcode: Se trata de código de error numérico del Labjack específico.

Error Number	Description
1	Unknown error.
2	No LabJacks found.
3	LabJack n not found.
4	Set USB buffer error.
5	Open handle error.

6	Close handle error.
7	Invalid ID.
8	Invalid array size or value.
9	Invalid power index.
10	FCDD size too big.
11	HVC size too big.
12	Read error.
13	Read timeout error.
14	Write error.
15	Turbo error.
16	Illegal channel index.
17	Illegal gain index.
18	Illegal AI command.
19	Illegal AO command.
20	Bits out of range.
21	Illegal number of channels.
22	Illegal scan rate.
23	Illegal number of samples.
24	AI response error.
25	LabJack RAM checksum error.
26	AI sequence error.
27	Maximum number of streams.
28	AI stream start error.
29	PC buffer overflow.
30	LabJack buffer overflow.
31	Stream read timeout.
32	Illegal number of scans.
33	No stream was found.
40	Illegal input.
41	Echo error.
42	Data echo error.
43	Response error.
44	Asynch read timeout error.
45	Asynch read start bit error.
46	Asynch read framing error.
47	Asynch DIO config error.
48	Caps error.
49	Caps error.
50	Caps error.
51	HID number caps error.
52	HID get attributes warning.
57	Wrong firmware version error.
58	DIO config error.
64	Could not claim all LabJacks.
65	Error releasing all LabJacks.
66	Could not claim LabJack.

67	Error releasing LabJack.
68	Claimed abandoned LabJack.
69	Local ID –1 thread stopped.
70	Stop thread timeout.
71	Thread termination failed.
72	Feature handle creation error.
73	Create mutex error.
80	Synchronous CS state or direction error.
81	Synchronous SCK direction error.
82	Synchronous MISO direction error.
83	Synchronous MOSI direction error.
89	SHT1X CRC error.
90	SHT1X measurement ready error.
91	SHT1X ack error.
92	SHT1X serial reset error.

5.4.4.3. Funciones del dispositivo U12

Las funciones utilizadas para la adquisición de datos en el Trabajo de Fin de Carrera se definen brevemente a continuación.

AIStreamStart

Esta función inicia una adquisición de muestras durante un determinado tiempo de manera continua y se almacenan en la memoria RAM del LabJack, donde simultáneamente pueden ser transferidos fuera de la memoria RAM al ordenador. Una llamada a esta función debe ser seguida por llamadas periódicas de AIStreamRead, y, finalmente por una llamada a AIStreamClear. Hay que tener en cuenta que durante la transmisión el dispositivo U12 no pueden realizar más llamadas pues el flujo se detendría. El tiempo de ejecución de esta función es de 30 milisegundos o menos (normalmente de 24 milisegundos en Windows).

La función viene definida por:

[scanRate errorcode idnum] = AIStreamStart(idnum, demo, stateIOin, updateIO, ledOn, numChannels, channels, gains, scanRate, disableCal, readCount)
[scanRate errorcode idnum]=aistreamstart(-1,0,0,0,0,1,9,0,1000,1,0)

Los parámetros de entrada necesarios para definir la función de AIStreamStart son:

Idnum: ID Local, número de serie, o -1 para el primer Labjack encontrado
demo: 0 para operar normalmente, >0 para modo demo. Con el modo demo se pueden hacer llamadas a la función sin tener el LabJack conectado

stateIOin: Estado de las salidas para salidas IO3 - IO4.
updateIO: Si > 0, los valores de los estados se escriben, sino simplemente son leídos.
ledOn :Si > 0, se enciende el LED del Labjack.
numChannels: Numero de canales a leer (1,2, or 4). Si readCount es >0, numChannels debe ser 4.
Channels: Puntero a una serie canales con al menos numChannels elementos. El comando es 0-7 para terminales simples o 8-11 para diferenciales.
Gains: Puntero a una serie ganancias con al menos numChannels elementos. Ganancia 0=1, 1=2, ..., 7=20. (Solo es posible en modo diferencial)
scanRate: Scans por segundo. Un scan se lee por cada canal (1,2, or 4).La tasa debe estar entre (scanRate*numChannels) 200 y 1200.
disableCal: Si >0, Los voltajes leídos no se pasan por ningún método de calibración.
readCount: Si>0, el contador (CNT) es devuelto en vez de los canales de entrada 2º, 3º, and 4º. El segundo canal tiene los bits 0-11, el tercer canal bits 12-23. El cuarto canal es 24-31.

Los parámetros de salida obtenidos en la función de AIStreamStart son:

scanRate: Devuelve la velocidad de las muestras, debido a la resolución del reloj no siempre es exactamente la tasa deseada.
errorcode: Código de error (ver tabla). Si es 0 no hay error.
idnum: Local ID del Labjack, o -1 si no se encuentra el Labjack.

AIStreamRead

La función AIStreamRead espera a que un determinado número de muestras estén disponibles para ser leídas. La función AIStreamStart debe ser llamada antes de esta y AIStreamClear debería ser llamada cuando haya terminado esta. En la función AIStreamRead se debe poner el ID local actual, no el parámetro Idnum utilizado para la mayoría de las funciones. Por lo general, basta con poner el valor devuelto por el parámetro Idnum en AIStreamStart.

La función viene definida por:

[voltages stateIOout LjScanBacklog overVoltage errorcode idnum] = AIStreamRead(localID, numScans, timeout)

[voltages stateIOout LjScanBacklog overVoltage errorcode] = AIStreamRead(0,200,9)

Los parámetros de entrada necesarios para definir la función de AIStreamRead son:

localId: Es el local ID de la función AIStreamStart

numScans: Esta función no se ejecutará hasta que el número de muestras posibles sea el deseado. Mínimo 1. El máximo de numSamples es 4096, donde numSamples es numScans*numChannels. Internamente la función coge bloques de 64 así que es mejor poner que la lectura sea en bloques múltiplo de 64.
timeout: La función transmite un error si no recibe respuesta del Labjack en los segundos indicados.

Los parámetros de salida obtenidos en la función de AIStreamRead son:

voltage: Devuelve el voltaje de lectura. El tamaño es numScans x numChannels
stateIOout: Devuelven las lecturas de los IO. El tamaño es numScans x numChannels.
ljScanBacklog: Devuelve el número de muestras almacenadas en la memoria del Labjack. Esto indica el número de muestras posibles que se pueden hacer. El número maximo es 4096/numChannels
overVoltage: Si >0 se ha producido un sobrevoltaje en alguna de las entradas analógicas
errorcode: Codigo de error del labjack. Si es 0 no hay error.

AIStreamClear

Esta función lo que hace es parar la adquisición de muestras de manera continua. Debe ser llamada una vez se ha terminado la llamada de AIStreamRead. Una secuencia de llamadas para una operación de flujo típica es: AIStreamStart, AIStreamRead, AIStreamRead, AIStreamRead, ..., AIStreamClear.

En la función AIStreamClear se debe poner el ID local actual, no el parámetro Idnum utilizado para la mayoría de las funciones. Por lo general, basta con poner el valor devuelto por el parámetro Idnum en AIStreamStart.

La función viene definida por:

[errorcode] = AIStreamClear(localID)

aistreamclear(0)

El parámetro de entrada necesario para definir la función de AIStreamClear es:

localID: Envía el local ID de AIStreamStart/Read

El parámetro de salida obtenido en la función de AIStreamClear es:

errorcode: Código de error del Labjack. Si es 0 no hay error.

5.4.4.4. Apéndice – Especificaciones

En la siguiente tabla se muestran las especificaciones de este dispositivo en concreto.

Parameter	Conditions	Min	Typical	Max	Units
General					
USB Cable Length				3	meters
User Connection(s) Length	CE compliance			3	meters
Supply Current (1)			20		mA
Operating Temperature		-40		85	°C
Clock Error	~ 25 °C			±30	ppm
	0 to 70 °C			±50	ppm
	-40 to 85 °C			±100	ppm
+5 Volt Power Supply (+5V)					
Voltage (Vs) (2)	Self-Powered	4.5		5.25	volts
	Bus-Powered	4.1		5.25	volts
Output Current (2) (3)	Self-Powered	450		500	mA
	Bus-Powered	50		100	mA
Analog Inputs (AI0 - AI7)					
Input Range For Linear Operation	AIx to GND, SE	-10		10	volts
	AIx to GND, Diff.	-10		30	volts
Maximum Input Range	AIx to GND	-40		40	volts
Input Current (4)	Vin = +10 volts		70.1		µA
	Vin = 0 volts		-11.7		µA
	Vin = -10 volts		-93.5		µA
Resolution (No Missing Code)	C/R and Stream		12		bits
	Burst Diff. (5)		12		bits
	Burst SE (5)		11		bits
Offset	G = 1 to 20		±1 * G		bits
Absolute Accuracy	SE		±0.2	±0.4	% FS
	Diff.		±1		% FS
Noise	C/R and Stream		±1		bits
Integral Linearity Error			±1		bits
Differential Linearity Error			±0.5		bits
Repeatability			±1		bits
CAL Accuracy	CAL = 2.5 volts		±0.05	±0.25	%
CAL Current	Source			1	mA
	Sink	20	100		µA
Trigger Latency	Burst	25		50	µs
Trigger Pulse Width	Burst	40			µs
Analog Outputs (AO0 & AO1)					
Maximum Voltage (6)	No Load		Vs		volts
	At 1 mA		0.99 * Vs		volts
	At 5 mA		0.96 * Vs		volts
Source Impedance			20		Ω
Output Current	Each AO			30	mA

IO					
Low Level Input Voltage				0.8	volts
Hight Level Input Voltage		3		15	volts
Input Leakage Current (7)			±1		µA
Output Short-Circuit Current (8)	Output High		3.3		mA
Output Voltage (8)	No Load	Vs - 0.4	Vs		volts
	At 1 mA		Vs - 1.5		volts
D					
Low Level Input Voltage (9)	D0 - D12			0.8	volts
	D13 - D15			1	volts
Hight Level Input Voltage (9)	D0 - D12	2		Vs + 0.3	volts
	D13 - D15	4		Vs + 0.3	volts
Input Leakage Current (7)			±1		µA
Output Current (9)	Per Line			25	mA
	Total D0-D15			200	mA
Output Low Voltage				0.6	volts
Output Hight Voltage		Vs - 0.7			volts
CNT					
Low Voltage (10)		GND		1	volts
High Voltage (10)		3		15	volts
Schmitt Trigger Hysteresis			20-100		mV
Input Leakage Current (7)			±1		µA
Minimum High Time				500	ns
Minimum Low Time				500	ns
Maximum Input Frequency		1			MHz

5.4.5. Labjack UE9

En esta sección se hará una descripción del dispositivo Labjack UE9, utilizado en este Trabajo de Fin de Carrera. Se definirán las especificaciones, el software y la documentación específica de este dispositivo.

5.4.5.1. Descripción del Hardware

Las características externas del UE9 son las siguientes:

- Cuenta con 14 entradas analógicas (de 12 a 16 bits dependiendo de la velocidad)
- Tiene un rango de entrada analógica de $\pm 5\ V\ o\ \ de\ 0-5V$
- Tiene 2 salidas analógicas
- Cuenta con 23 conexiones digitales de entrada y salida
- Cuenta con dos contadores de 32-Bits cada uno

- Tiene hasta 6 contadores de tiempo (Tiempo de pulso, salida PWM, Entrada de cuadratura, ...)
- Soporta SPI, I2C y asíncronos Protocolos de Serie (Maestro)
- Soporta Software o Hardware de Adquisición de temporizado
- Velocidad máxima de entrada de corriente de 50 kHz + (Dependiendo de la resolución)
- Capaz de comando / respuesta de tiempos tan bajos como 1,5 milisegundos
- Built-In terminales de tornillo para algunas señales
- Interfaz USB 2.0/1.1 Alta velocidad
- Ethernet 10 Base-T Interfaz
- Doble procesador con 168 MHz de potencia de procesamiento total
- Aislamiento eléctrico posible con la interfaz Ethernet
- Posible adquisición de datos inalámbrica con interfaz Ethernet y el Puente de 802,11
- No necesita fuente de alimentación USB para la operación
- Modbus / TCP compatibles con el hardware
- Controladores disponibles para Windows, Linux, Mac y Pocket PC
- Ejemplos disponibles para C / C + +, VB, LabVIEW, Java y más
- Incluye cable USB y el cable Ethernet, fuente de alimentación, y el destornillador
- Fuente de alimentación universal con clips (Australia, Europa, Reino Unido, EE.UU.)
- Actualizaciones de firmware gratuitas
- Garantía de Devolución del Dinero
- Caja Tamaño Aproximadamente 3 "x 7" x 1 "(75mm x 185mm x 30mm)
- Calificación de rango de temperatura industrial (-40 a +85 ° C)

En la *Fig.5.7.* se muestra el dispostivos Labjack UE9

Fig 5.7 Dispositivo Labjack UE9 [13]

5.4.5.2. Descripción del dispositivo

A continuación se hará una descripción de todas las entras y salidas que se muestran en este dispositivo.

Entradas analógicas:

El Labjack UE9 cuenta con 14 entradas analógicas externas (AIN0-AIN13). Cada entrada analógica se puede configurar individualmente como unipolar (cuatro rangos de 0-5 voltios a 0-0.625 voltios) o bipolar (± 5 voltios). La resolución de entrada analógica es de 12-bits a la velocidad máxima (12 como tiempo de conversión), el aumento de hasta 16 bits a velocidades más bajas (2,7 ms tiempo de conversión).

Comando/Respuesta (software de tiempo) se lee la entrada analógica que suele tener 1,5 + ms dependiendo del número de canales y la configuración de la comunicación. El Hardware de entrada programada de transmisión tiene una tasa máxima que varía de acuerdo con resolución de 250 muestras / s en 16-bits a 50 + kmuestras/s en 12-bits.

Salidas analógicas:

El LABJACK UE9 tiene 2 salidas analógicas (DAC0 y DAC1). Cada salida analógica puede ajustarse a un voltaje entre 0 y 4,9 voltios con 12 bits de resolución. Las salidas analógicas se actualizan en el modo de comando o respuesta, con un tiempo de actualización típica de 1.5-4.0 ms dependiendo de la configuración de la comunicación.

Entradas y salidas digitales

El LABJACK UE9 cuenta con 23 entras y salidas digitales que se pueden configurar individualmente como entrada, de salida alta, o baja la producción. Las primeras cuatro FIO están disponibles en terminales de tornillo y el conector DB37. Todas las entradas FIO 8 y MIO 3 están disponibles en el conector DB37, y las 8 de EIO y CIO 4 están disponibles en el conector DB15.

En la función comando y respuesta se lee y escribe, normalmente se toman de 1,5 a 4,0 ms dependiendo de la configuración de la comunicación. Las entradas digitales también se pueden leer en una corriente de entrada de hardware programada, donde hasta 16 entradas contarán como un canal de flujo único.

Contadores de tiempo:

Hay hasta 6 entradas FIO que se pueden configurar como temporizadores. Los temporizadores son muy flexibles, ofreciendo opciones de cómo salida PWM, el tiempo de pulso, el conteo de pulso y la entrada en cuadratura.

Entradas y salidas de Protección:

Todas las líneas de entrada y salida en los UE9 están protegidas contra sobretensiones de menor importancia. Las líneas de AIN pueden soportar sobretensión continua de ± 15 voltios, las líneas de la FIO puede soportar un máximo de ± 10 voltios, mientras que las líneas EIO / CIO / MIO pueden soportar un máximo de ± 6 voltios.

Fuente de alimentación:

La alimentación puede ser proporcionada por el cable USB o una fuente externa de 5 voltios (incluida). Cuando sólo Ethernet está conectado, y una fuente de alimentación aislada se utiliza el UE9 entero está aislado eléctricamente.

Las solicitudes de alta Cuenta del canal:

Mediante el uso de concentradores USB o conmutadores Ethernet, muchos LabJacks pueden ser conectado a un solo ordenador, proporcionando una solución económica para aplicaciones de baja velocidad de varios canales.

Modbus:

Modbus es un estándar de la industria de comando/respuesta del protocolo de adquisición de datos y equipos de control. El UE9 apoya Modbus/TCP en el hardware, por lo que cualquier software que soporte Modbus/TCP puede conectarse con el UE9 sin necesidad de software adicional y controladores necesarios.

5.4.5.3. Funciones del dispositivo UE9

Las funciones utilizadas para la adquisición de datos en el Trabajo de Fin de Carrera se definen brevemente a continuación:

El LJTick-Divisor (LJTD) de acondicionamiento de señal módulo está diseñado para dividir a 2 de un solo cerraron en alza las señales analógicas de tensión hasta 0-2.5 señales voltios.

El LJTick-CAD (LJTDAC) proporciona un par de 14-bit salidas analógicas con un intervalo de ± 10 voltios. Se conecta a cualquier E / S digital bloque, y así hasta 10 de estos pueden ser utilizados por UE9 para añadir 20 salidas analógicas.

El LJTick-InAmp (LJTIA) de acondicionamiento de señal del módulo dispone de dos amplificadores de instrumentación ideal para señales de bajo nivel, tales como circuitos de puente (por ejemplo, medidores de tensión) y termopares. Cada amplificador convierte una entrada diferencial a una sola terminal.

El LJTick-RelayDriver (LJTRD) permite a 2 E / S digitales líneas en un UE9 a cada control de un relé u otra carga moderada hasta 50V/200mA.

El LJTick-CurrentShunt (LJTCS) de acondicionamiento de señal módulo está diseñado para convertir una corriente de 4-20 mA señal de entrada de bucle en una señal de 0.47-2.36 voltios.

El LJTick-Proto (LJTP) consiste en una cuadrícula de 8x8 de los agujeros para los prototipos personalizados de acondicionamiento de señal para las garrapatas del LABJACK UE9.

Para la adquisición de datos con el dispositivo LabJack UE9, se realiza mediante un programa en Matlab haciendo uso de las funciones necesarias e introduciendo los datos necesarios al igual que en el dispositivo U12.

5.4.5.3. Programa Matlab del UE9

El programa de Matlab para la adquisición de datos se basa en un ejemplo de la propia página de estos dispositivos [13].

```
% ------------------------------------------------------------------
% Simple Stream Example
% In this example we will simply stream from two channels for a brief
% period and do a single read. This process is looped ten times so as to get
% more data. To get more or less data, change the number of loops.
% The data is read into a single array which has to be parsed for the two
% channels. Every other data point belongs to the same channel.
% ------------------------------------------------------------------

clc %clear the MATLAB command window
```

```
clear global %Clears MATLAB global variables

ljud_LoadDriver; % Loads LabJack UD Function Library
ljud_Constants; % Loads LabJack UD constant file
% Returns ljHandle for open LabJack
[Error ljHandle] = ljud_OpenLabJack(LJ_dtUE9,LJ_ctUSB,'1',1);
Error_Message(Error) % Check for and display any Errors

% Variable list for configuration
Loops = 9;
num_channels = 1;
ScanRate = 200; % Set scan rate
time = 1; % Segundos/10
buffer = 100; % 5 second buffer time
Scans = (ScanRate/1000) * (time*1000)* 2;
global final_array;

% Configure for 16-bit resolution
Error = ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioPUT_CONFIG,LJ_chAIN_RESOLUTION,16,0,0);
Error_Message(Error)

% Configure AIN0 with UNIPOLAR 0-2.5 volt range
Error = ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioPUT_AIN_RANGE,0,LJ_rgUNI2P5V,0,0);
Error_Message(Error)
% Configure Scan Rate
Error =
ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioPUT_CONFIG,LJ_chSTREAM_SCAN_FREQUENCY,ScanRate,0,0);
Error_Message(Error)

% Give the driver a 5 second buffer (ScanRate * 4 Channels * 5 Seconds)
Error =
ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioPUT_CONFIG,LJ_chSTREAM_BUFFER_SIZE,ScanRate*num_channels*b
uffer,0,0);
Error_Message(Error)

% Configure reads to retrieve whatever data is available without waiting
Error = ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioPUT_CONFIG,LJ_chSTREAM_WAIT_MODE,LJ_swNONE,0,0);
Error_Message(Error)

% Clear stream channels
Error = ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioCLEAR_STREAM_CHANNELS,0,0,0,0);
Error_Message(Error)

% Define the scan list as AIN0, AIN1, AIN2, and AIN3
Error = ljud_AddRequest(ljHandle,LJ_ioADD_STREAM_CHANNEL,0,0,0,0);
Error_Message(Error)

% Execute list of above requests
Error = ljud_GoOne(ljHandle);
Error_Message(Error)

%--------------------------------------------------------------------------
% Get all results just to check for errors
Error = ljud_GetFirstResult(ljHandle,0,0,0,0,0);
Error_Message (Error)

% Run while loop until Error 1006 is returned to ensure that the device has
% fully configured its channels before continuing.
while (Error ~= 1006) % 1006 Equates to LJE_NO_MORE_DATA_AVAILABLE
    Error = ljud_GetNextResult(ljHandle,0,0,0,0,0);
    if ((Error ~= 0) && (Error ~= 1006))
        Error_Message (Error)
        break
    end
end
% Start the Stream
Error = ljud_ePut(ljHandle,LJ_ioSTART_STREAM,0,0,0);
Error_Message(Error)

for n = 0:Loops

    % Set the number of scans to read. We will request twice the number we
    % expect, to make sure we get everything that is available. Note the array
    % we pass must be sized to hold enough SAMPLES, and the Value we pass
    % specifies the number of SCANS to read.
    Scans = (ScanRate/1000) * (time*1000)* 2;
```

```
    % Initialize an array to store data
    array(Scans*num_channels) = double(0);

    % Wait a little then read however much data is available
    pause (time)

    % Get the Streamed Data. Here the special ljud_eGet_array function must be used
    % for array handling. The function ljud_eGet_array calls from a
    % different library where the eGet function has been modified to handle
    % arrays. The difference between the regular ljud_eGet and this modified
    % ljud_eGet_array is the last input argument data type. In the regular ljud_eGet it
is
    % specified as an int32. In the modified ljud_eGet_array the last input
    % argument is specified as a doublePtr. This modified function returns
    % a single column array. If you have streamed from more than one
    % channel the data has to be parsed as in this sample.
    [Error Scans return_array] =
ljud_eGet_array(ljHandle,LJ_ioGET_STREAM_DATA,LJ_chALL_CHANNELS,Scans,array);
    Error_Message(Error)

    final_array = horzcat(final_array,return_array(1:Scans*num_channels));

    clear return_array
    clear array

end



% Stop the stream
[Error] = ljud_ePut(ljHandle,LJ_ioSTOP_STREAM,0,0,0);
Error_Message(Error)
%-------------------------------------------------------------------------


array_length = length(final_array);

% Data for all channels is now in array return_array; separate data into four separate
% arrays by channel names.
i = 1;
for n=1:num_channels:array_length
    AIN0(1,i) = double(final_array(n));
%    AIN1(1,i) = double(final_array(n+1));
%    AIN2(1,i) = double(final_array(n+2));
%    AIN3(1,i) = double(final_array(n+3));
    i = i + 1;
end

% Scans equals the number of data points per channel. The following for
% loop creates an array that is equal in lenth to the number of scans.
% This is only useful for displaying the data by line number.
for n=1:1:array_length/num_channels
    j(1,n) = (n-1)/ScanRate;
end

% Display the data
disp ('Total Number of data points per Channel:')
```

BLOQUE II

Desarrollo, Metodología y Resultados

Capítulo 6

PROCEDIMIENTO PARA LA DETERMINACIÓN EXPERIMENTAL DEL FACTOR DE AMORTIGUAMIENTO DE ESTRUCTURAS EN INGENIERÍA CIVIL

6.1. Introducción

Existen varios métodos para la estimación de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de estructuras mediante técnicas de análisis modal experimental [1-7]. Los métodos del decremento logarítmico son métodos sencillos y rápidos con los que se pueden obtener resultados suficientemente precisos. En este trabajo se implementará el "band-pass method" [8], que permite estimar frecuencias naturales y factores de amortiguamientos de distintos modos de vibración suficientemente diferenciados. La idea principal es utilizar filtros pasa banda para aislar las componentes modales en ondas sinusoidales individuales en el que el análisis modal se lleva a cabo.

En este capítulo se describirán cada uno de los métodos implementados y utilizados en el análisis, sin embargo, será en el capítulo 9 de Análisis paramétrico donde se analizarán los valores óptimos para cada uno de los parámetros que intervienen en el método. Se determinará la relación de ancho de banda idónea para el filtrado de las señales, se compararán los filtros ideales y equiripple, y por último el cálculo del factor de amortiguamiento se realizará en base a la selección de un cierto número de picos o en base a la amplitud máxima de la señal, dependiendo de lo que requiera la señal.

6.2. Determinación del ancho de banda de un filtro pasa banda

Un filtro pasa-banda, elimina todas las frecuencias desde cero a la frecuencia de corte inferior, permite pasar todas aquellas que están entre la frecuencia de corte inferior y la frecuencia de corte superior y elimina todas las frecuencias por encima de la frecuencia de corte superior.

Dado que los parámetros modales se estiman a partir de la señal filtrada, es preciso que frecuencias naturales y factores de amortiguamiento permanezcan intactos durante el proceso. Para lograr esto, se determinará un ancho de banda para el filtro utilizado siendo este lo suficientemente amplia para cubrir el área de frecuencias del objeto de estudio. Al mismo tiempo, la banda de paso debe ser lo suficientemente estrecha para atenuar de manera significativa el resto de modos.

Para definir este ancho de banda de modo que, después del filtrado, siga siendo posible estimar la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento del modo en cuestión con suficiente precisión, es necesario determinar algún parámetro capaz de relacionar dicho ancho de banda con las características del sistema y con la cantidad de información no filtrada. Dicha relación puede establecerse a través de un procedimiento similar al del "Half-Power Method" [14] o, de manera equivalente, siguiendo un procedimiento energético [6], como

$$\Delta f = p \cdot f_n \cdot \xi \tag{6.1}$$

donde Δf es el semiancho de banda medio desde la frecuencia natural f_n, y p es el parámetro a determinar y que está relacionado con la cantidad de información no filtrada. En la *Fig.6.1.* se muestra un filtro ideal, donde se aprecia el semiancho $\pm\Delta f$

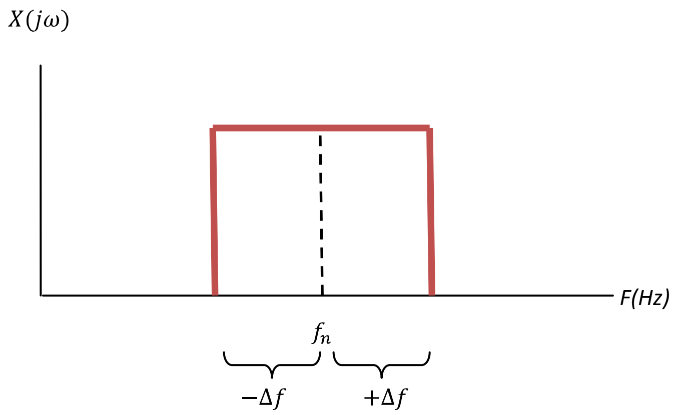


Fig 6.1. semiancho de un filtro ideal

De manera que el espectro de la señal vendría determinado por $[\mathrm{f_n} - \Delta\mathrm{f}, \mathrm{f_n} + \Delta\mathrm{f}]$, y haciendo que el resto de amplitudes sean igual a cero.

En la *Fig.6.2.* se muestra en primer lugar el espectro de una señal, a continuación se muestra ese mismo espectro filtrado con un filtro ideal mediante la relación de ancho de banda determinada anteriormente.

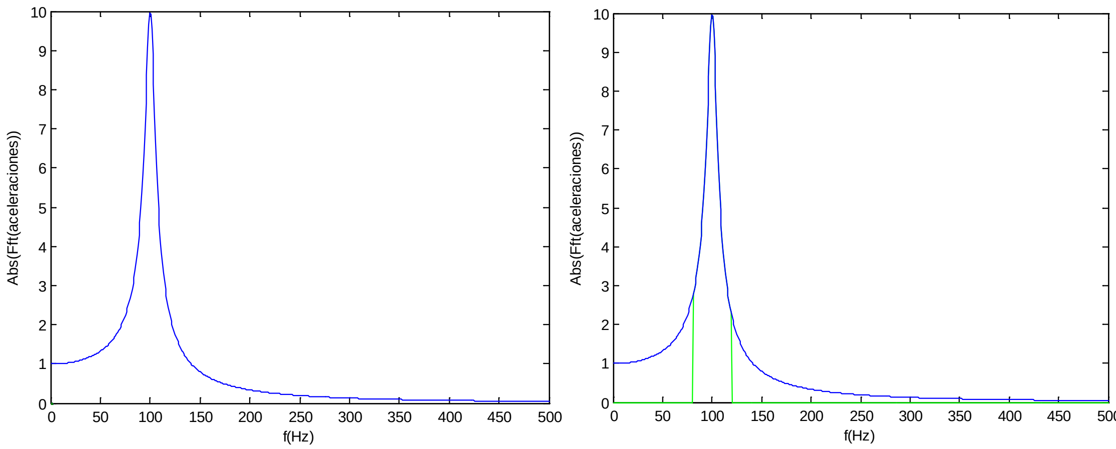
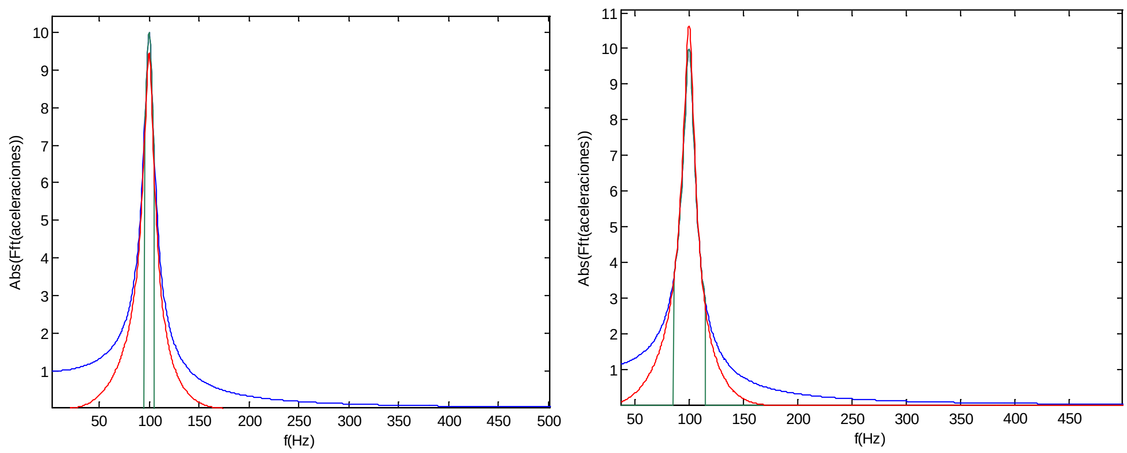


Fig 6.2 Espectro de la señal y espectro de la señal con filtro ideal

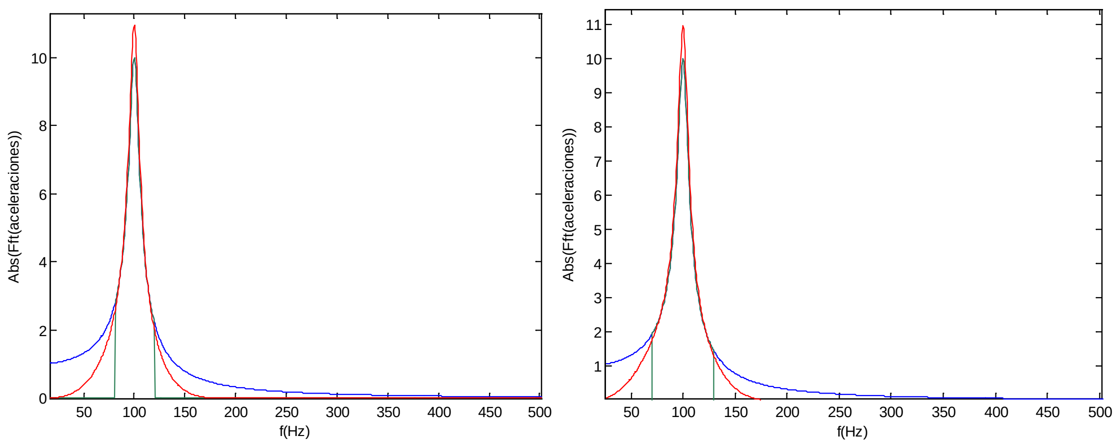
A medida que la relación del ancho de las frecuencias de corte aumente o disminuya, el filtro incrementará o disminuirá su ancho de banda, en las siguientes figuras se demuestra. Además se presenta a parte de un filtro ideal, se muestra al mismo tiempo, un filtro FIR equiripple. Se muestra en primer lugar, la relación de ancho de banda, $p = 1$ y $p = 3$, donde se aprecia que a medida que aumenta este parámetro p, el ancho de banda va aumentando



$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 1$ $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$

Fig 6.3 a) Espectro filtrado con relación 1; b) Espectro filtrado con relación 3; Señal original (azul), Señal filtrada con filtro ideal (verde), señal filtrada con filtro equiripple (rojo)

En las *Fig.6.4.* se muestra la relación p para $p = 4$ y $p = 6$, al mismo tiempo, la banda de paso de frecuencias va en aumento.



$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$ $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$

Fig 6.4 a) Espectro filtrado con relación 4; b) Espectro filtrado con relación 6; Señal original (azul), Señal filtrada con filtro ideal (verde), señal filtrada con filtro equiripple (rojo)

En la *Fig.6.5.* se muestran las señales anteriores en el dominio del tiempo, se muestran las señales filtradas para $p = 1$ y $p = 3$, se aprecia que a medida que el ancho de banda aumenta, la señal filtrada se aproxima más a la señal inicial, de manera que el cálculo del factor de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico se podrá realizar de una forma más precisa.

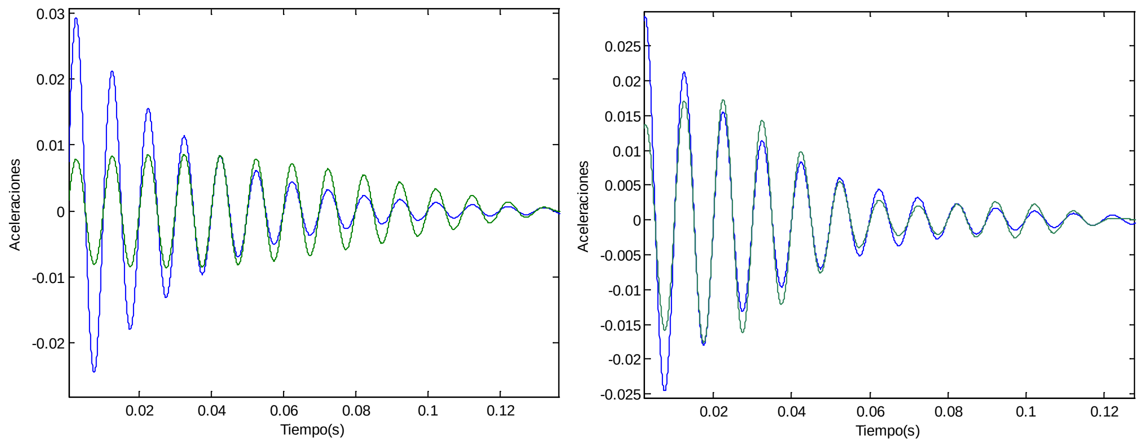


Fig 6.5 a) Señal filtrado con relación 1; b) Señal filtrado con relación 3; Señal original (azul), Señal filtrada con filtro ideal (verde).

A continuación se muestra en la *Fig.6.6.* las relaciones p, para $p = 4$ y $p = 6$, se aprecia que la señal filtrada cada vez se aproxima más a la señal inicial.

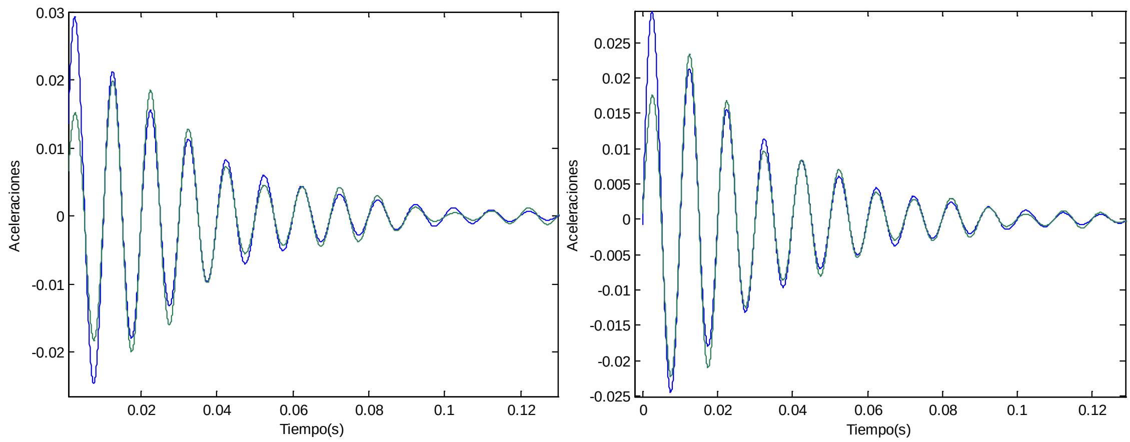


Fig 6.6 a) Señal filtrado con relación 4; b) Señal filtrado con relación 6; Señal original (azul), Señal filtrada con filtro ideal (verde).

En las señales filtradas en el dominio del tiempo, los primeros ciclos han de ser ignorados a la hora de medir el decremento logarítmico, para eliminar los transitorios producidos por el efecto del filtrado

Posteriormente, en la sección del análisis paramétrico, se implementarán una serie de señales, variando diferentes parámetros, entre ellos la relación del ancho de banda, y de esta forma determinar el óptimo para los resultados tanto analíticos como experimentales.

Puesto que el objetivo del filtrado, como se ha comentado con anterioridad, principalmente es la separación de modos, a continuación se mostrarán algunas señales donde uno de los modos es filtrado.

En primer lugar se representa la señal y su respectivo espectro:

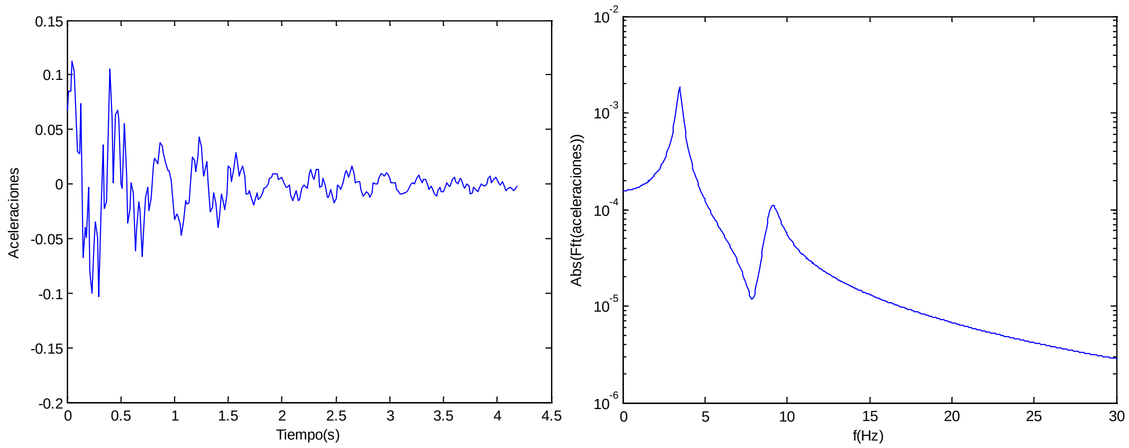


Fig.6.7. *Señal inicial y respectivo espectro para sistema de dos grados de libertad*

Como se puede ver, en el espectro se aprecian dos picos, correspondientes a las dos frecuencias naturales de un sistema de dos grados de libertad. Para obtener dos ondas sinusoidales individuales, se filtrará cada modo y de esta forma se podrá calcular el coeficiente de amortiguamiento como si se tratara de una estructura de un grado de libertad.

En primer lugar se muestra la *Fig. 6.8.* donde se filtra el modo 1, por filtro ideal y por filtro equiripple.

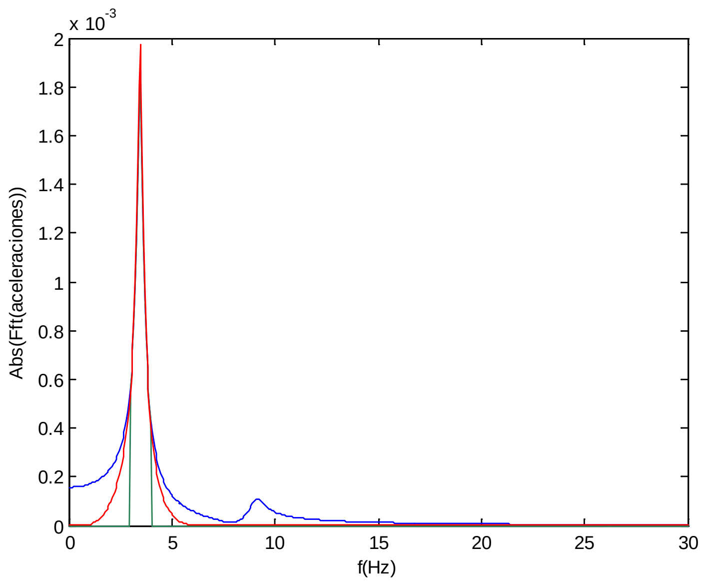


Fig.6.8. *Filtrado del modo 1, con filtro ideal (verde) y con filtro equiripple (rojo)*

A continuación en la *Fig. 6.9.* se muestra el filtrado del modo 2 por ambos filtros.

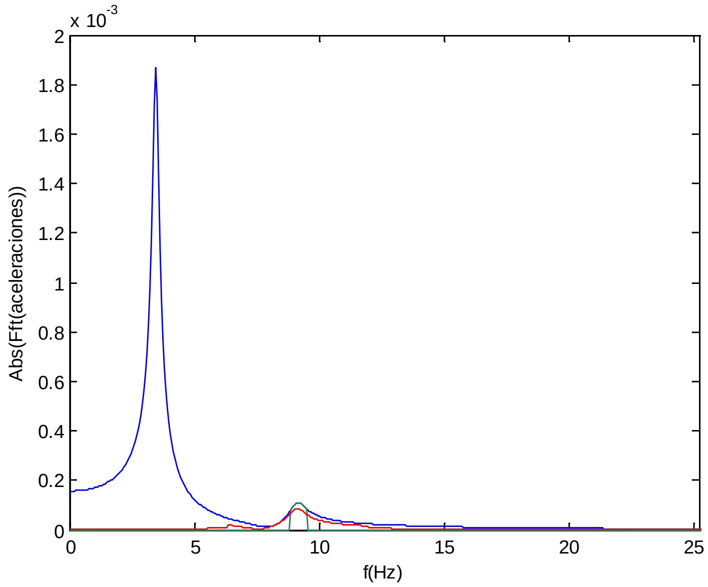


Fig.6.9. *Filtrado del modo 2, con filtro ideal (verde) y con filtro equiripple (rojo)*

Una vez los modos son filtrado se obtienen ondas sinusoidales amortiguadas

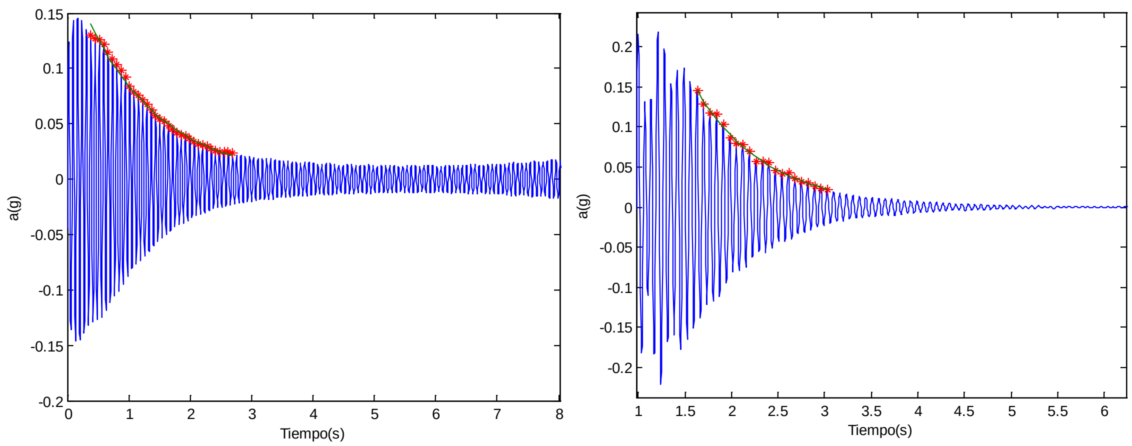


Fig.6.10. *Señal Filtrado del modo 1, con filtro ideal (izquierda) y con filtro equiripple (derecha)*

En la *Fig.6.10.* se muestran finalmente las señales en el dominio del tiempo una vez filtradas, y de esta forma se podrá calcular el coeficiente de amortiguamiento mediante el método empleado del decremento logarítmico.

6.2.1. Consideraciones del filtrado

Debido a que Δf depende directamente del coeficiente de amortiguamiento y la frecuencia natural inicial, este procedimiento de filtrado tendrá en cuenta estos parámetros para los procesos experimentales en el que el objetivo es precisamente determinar los parámetros modales. Este método de estimación del coeficiente de amortiguamiento ha sido implementado teniendo en cuenta esta consideración.

La tendencia general es que la estimación del error decrece a medida que el ancho de banda aumenta, esto es, a medida que se aumenta la relación p, el ancho de banda aumenta, lo que lleva consigo un acercamiento de la señal filtrada a la señal inicial obteniendo picos utilizables para el cálculo del coeficiente de amortiguamiento. Otro parámetro que influye en el filtrado de las señales mediante la relación del ancho de banda es la frecuencia de muestreo, pues si no es lo suficientemente grande respecto de la frecuencia natural de interés, los errores en las magnitudes pueden ser elevados.

Los primeros ciclos de la señal en el dominio de la frecuencia deben de ser ignorados al medir el decremento logarítmico de la señal, con el fin de eliminar los transitorios inducidos por el filtrado.

En la práctica este método es adecuado para sistemas ligeramente amortiguados, cuyas respuestas libres tienen unos pocos picos utilizables antes de caer para ser comparados con el ruido y los modos tienen una amplia separación entre ellos en el dominio de la frecuencia.

6.3. Cálculo experimental del factor de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico

Tal y como se ha comentado anteriormente, el cálculo de coeficiente de amortiguamiento se realiza mediante el método del decremento logarítmico. A continuación se describen dos formas para determinar este, mediante dos puntos discretos o mediante una nube de puntos.

La incertidumbre del coeficiente de amortiguamiento puede reducirse escogiendo picos con la mayor separación posible en términos de periodo o aumentando la frecuencia de muestreo. Estas dos prácticas mejoras el cálculo de coeficiente de amortiguamiento en el método del decremento logarítmico. El método de paso banda tiene una ventaja sobre el método del decremento logarítmicos convencional en el sentido de que el filtro elimina el ruido fuera de la banda de paso, mientras se incrementa la relación señal ruido de las frecuencias aisladas.

6.3.1. Estimación del amortiguamiento con dos puntos discretos

A continuación se describe un método relativamente simple que permite la estimación del coeficiente de amortiguamiento a partir de la respuesta equivalente de un solo grado de libertad.

Considerando un modelo, sometido a un desplazamiento inicial conocido $\mathrm{x}(0) = \mathrm{x_o}$ y la velocidad inicial nula.

La diferencia entre dos instantes de tiempo t_{n+1} y t_n, correspondientes a dos amplitudes consecutivas, se define como el período T_υ del modelo de un solo grado de libertad con amortiguamiento

$$T_\upsilon = t_{n+1} - t_n = \frac{2\pi}{\omega_\upsilon} \tag{6.2}$$

El método para determinar el coeficiente de amortiguamiento parte de la definición del decremento logarítmico Δ como el logaritmo natural del cociente entre dos amplitudes sucesivas de la respuesta registrada

$$\Delta = ln\frac{x_{max_n}}{x_{max_{n+1}}} \tag{6.3}$$

Un valor experimental del decremento logarítmico Δ, se obtiene a partir del experimento midiendo dos amplitudes consecutivas de la respuesta y sustituyéndolas. Al mismo tiempo puede deducirse una relación teórica para el decremento logarítmico del amortiguamiento. De esta forma, la amplitud de la vibración se obtiene sustituyendo

$$x(t) = Ae^{-\upsilon\omega t}\sin(\omega_\upsilon t + \psi) \tag{6.4}$$

en la expresión del decremento logarítmico

$$x_{max} = Ae^{-\upsilon\omega t} \tag{6.5}$$

$$\Delta^t = ln\frac{Ae^{-\upsilon\omega t_n}}{Ae^{-\upsilon\omega t_{-n+1}}} = lne^{-\upsilon\omega(t_{n+1}-t_n)} = lne^{-\upsilon\omega T_\upsilon} \tag{6.6}$$

igualando los valores teóricos y los experimentales

$$\Delta^{\mathrm{t}} = \Delta^{\mathrm{e}} \tag{6.7}$$

resulta la siguiente expresión

$$\omega\upsilon\mathrm{T_v} = \Delta^{\mathrm{e}} \tag{6.8}$$

de donde se calcula la fracción del amortiguamiento crítico

$$\upsilon = \frac{\Delta^{\mathrm{e}}}{\omega\mathrm{T_v}} \tag{6.9}$$

En el caso de las estructuras normales de Ingeniería Civil, el factor de amortiguamiento toma valores comprendidos entre 0.02 y 0.2, pudiéndose a partir de la expresión aproximar ω_{v} por ω. De donde se deduce también

$$\omega\mathrm{T_v} \approx \omega\mathrm{T} = 2\pi \tag{6.10}$$

y la fracción del amortiguamiento crítico puede expresarse por

$$\upsilon = \frac{\Delta^{e}}{2\pi} \tag{6.11}$$

Así pues, si se miden dos amplitudes consecutivas, la ecuación anterior proporciona el valor de υ. Una mejor exactitud se consigue si se obtiene Δ^{e} midiendo las amplitudes correspondientes a n y $n + k$ de la respuesta

$$\Delta^{e} = \frac{1}{k} ln \frac{x_{max_n}}{x_{max_{n+k}}} \tag{6.12}$$

Procedimiento

- Se busca dos máximos consecutivos en la señal en dominio del tiempo.
- Se calcula el decremento logarítmico, con la fórmula definida con anterioridad.

6.3.2. Estimación del amortiguamiento con una nube de puntos mediante mínimos cuadrados

El cálculo del coeficiente de amortiguamiento mediante una nube de puntos es el utilizado en este Trabajo de Fin de Carrera. El procedimiento se realiza mediante el ajuste por mínimos cuadrados, el cual es una técnica de análisis numérico encuadrada dentro de la optimización matemática, en la que, dados un conjunto de pares (o ternas, etc), se intenta encontrar la función que mejor se aproxime a los datos (un "mejor ajuste"), de acuerdo con el criterio de mínimo error cuadrático. Intenta minimizar la suma de cuadrados de las diferencias ordenadas (llamadas residuos) entre los puntos generados por la función y los correspondientes en los datos. También es importante que los datos recogidos estén bien escogidos, para que permitan visibilidad en las variables que han de ser resueltas. La técnica de mínimos cuadrados se usa comúnmente en el ajuste de curvas.

Procedimiento

Este método consiste en transformar una función del tipo $y = e^{(-mx)}$en una función $y = mx + n$. Para ello, se transforma una nube de puntos (x, y), que se ajusta a la ecuación $y = e^{(-mx)}$, a escala logarítmica.

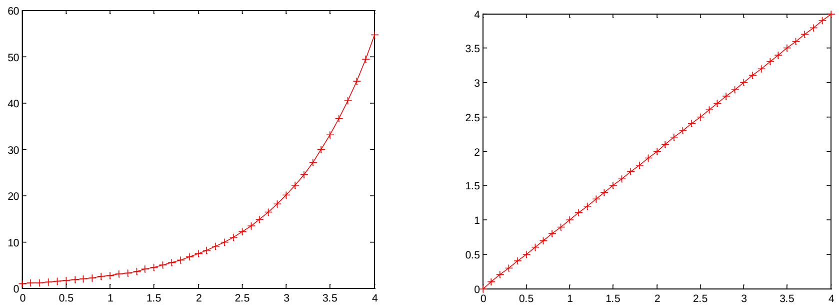


Fig 6.11. a) Función del tipo $y = e^{-mx}$ *; b) Función del tipo* $y = mx + n$

En la imagen anterior se ve como se transforma una función exponencial en una función lineal.

Lo que significa:

$$y = e^{-mx} \rightarrow ln(y) = \ln(e^{-mx}) \rightarrow \ln(y) = -mx \qquad (6.13)$$

lo cual significa que en lugar de utilizar los puntos originales (x, y), se introducen la parejas de puntos $(x, ln(y))$.

De esta manera se puede calcular la pendiente del ajuste, la cual será $m = \xi\omega_n$ y conocida la frecuencia natural, ω_n, se puede calcular ξ, y de esta manera el amortiguamiento.

$$\xi = \frac{m}{\omega_n} \qquad (6.14)$$

6.3.3. Selección de la nube de puntos para el cálculo del factor de amortiguamiento

Para la selección de la nube de puntos en las señales, se han realizado dos procedimientos diferentes, una mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y otra mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

6.3.3.1. Selección de picos en base al número de ciclos transcurridos

Este método se basa en la selección de picos, de manera que se defina un pico superior y un pico inferior, y se tomen todos los picos entre ellos, de manera que se obtenga una nube de puntos y se pueda determinar el coeficiente de amortiguamiento.

En la *Fig.6.12.* se muestra una señal donde se han seleccionado picos entre el 4º y el 10º.

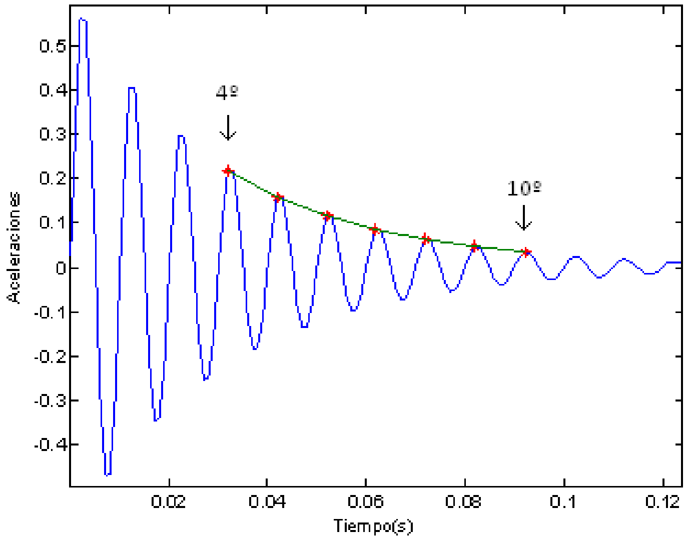


Fig.6.12. Cálculo del amortiguamiento desde el 4º pico al 10º

En la *Fig.6.13.* los seleccionados para el cálculo del amortiguamiento son del 6º al 12º.

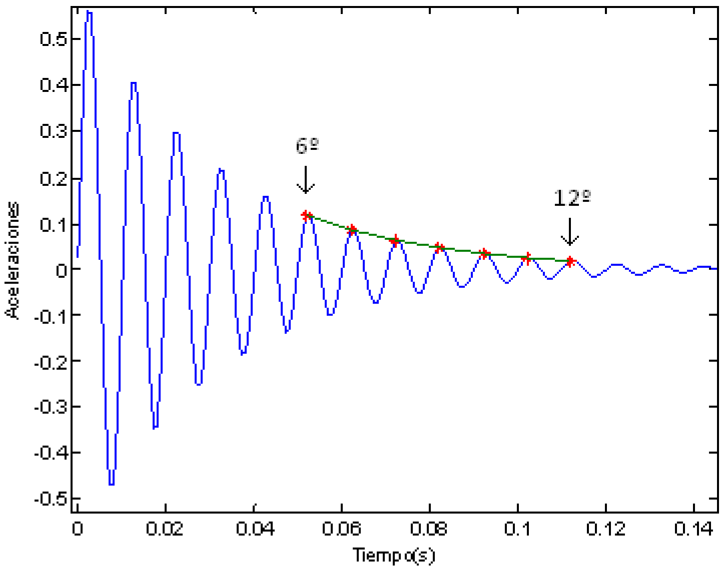


Fig. 6.13. Cálculo del amortiguamiento desde el 6º pico al 12º

6.3.3.2. Selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima

Otro método para obtener el coeficiente de amortiguamiento es definiendo un porcentaje superior e inferior respecto a la máxima amplitud de la señal, a partir de estos, se desecharán todos los picos que no están contenidos en este rango, de manera que se obtienen los suficientes picos para el cálculo del coeficiente de amortiguamiento. En la *Fig.6.14.* se muestra una señal donde se han seleccionado la banda de porcentaje entre el 90% y el 10% de la amplitud.

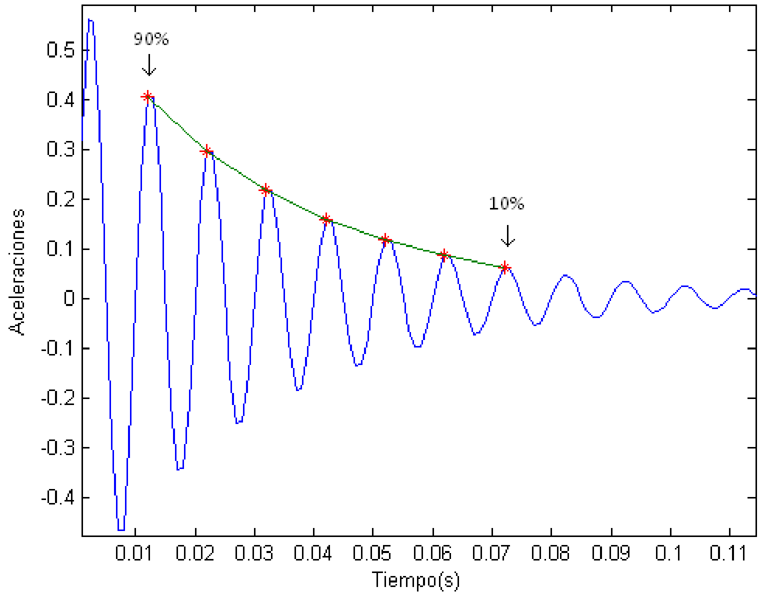


Fig.6.14 *Cálculo del amortiguamiento desde el 90% al 10% de la señal*

En la *Fig.6.15.* la amplitud seleccionada para el cálculo del amortiguamiento es del 70% al 20%.

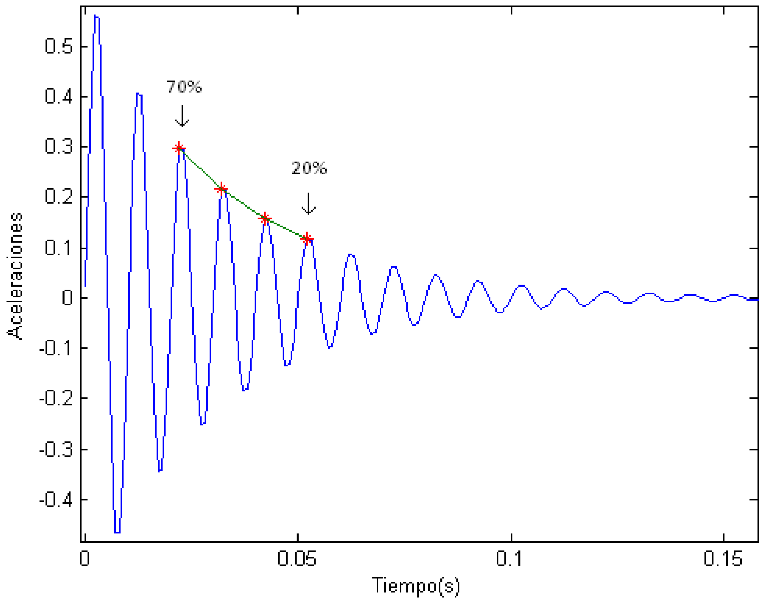


Fig.6.15. *Cálculo del amortiguamiento desde el 70% al 20% de la señal*

Capítulo 7

MODELADO Y DISEÑO DE LAS ESTRUCTURAS A ENSAYAR

7.1. Introducción

Como se ha comentado con anterioridad, en este Trabajo de Fin de Carrera, se han diseñado y construido dos estructuras sobre las que se han luego realizado sendos análisis modales experimentales con el fin de estimar ciertos parámetros tales como frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento, mediante la práctica del método implementado del decremento logarítmico.

Para ello, en primer lugar, y antes de comenzar con el análisis experimental, se deben diseñar las estructuras en cuestión de modo que sus parámetros estén dentro de las capacidades del equipamiento a utilizar. Para ello, es necesaria la construcción previa de modelos analíticos adecuados para las mismas.

Las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica en las estructuras son las ecuaciones del movimiento, las cuales han sido definidas en la *capítulo 2-Introducción a la dinámica de estructuras.* De estas ecuaciones para el caso de vibraciones libres se obtienen las expresiones de las frecuencias naturales, las cuales dependen de la rigidez del material y de las masas que se añadan, pues al ser éstas mucho mayores que la masa de la estructura, pueden ser modeladas como estructuras de masa concentrada en cada forjado. La rigidez del material depende del módulo de elasticidad y de los momentos de inercia.

Para obtener los parámetros de manera satisfactoria, cada uno de ellos ha sido determinado de manera específica. Se ha ensayado el material que se desea utilizar, aluminio en este caso, para estimar la rigidez. Esto se ha hecho por diversos ensayos de tracción en el Laboratorio de Tierras, Hormigones, Asfaltos y Aceros del Departamento de Ingeniería Civil con la asistencia del personal del laboratorio. Los momentos de inercia han sido calculados analíticamente dependiendo de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro.

Así, una vez obtenidos los parámetros, en este capítulo se presenta en primer lugar los resultados con los parámetros obtenidos variando la masa y la longitud del sistema, pues para una misma estructura con rigidez constante, se pueden obtener multitud de sistemas de uno o dos grados de libertad variando las masas, obteniendo de esta forma las frecuencias naturales.

7.2. Expresiones de las frecuencias naturales

La identificación de los parámetros modales, como la frecuencia natural, se obtiene de las expresiones matemáticas que gobiernan la respuesta dinámica de las estructuras: las ecuaciones del movimiento.

Tal y como se ha visto en el capítulo *2- Introducción a la dinámica de estructuras,* las ecuaciones del movimiento para el caso de vibraciones libres amortiguadas vienen definidas por la ecuación

$$m\ddot{x}(t) + c\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \tag{7.1}$$

7.2.1. Sistemas de un grado de libertad

Para sistemas de un grado de libertad la expresión de la frecuencia natural se obtiene directamente mediante la fórmula:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \tag{7.2}$$

7.2.2. Sistemas de dos grados de libertad

Para vibraciones libres de sistemas de dos grados de libertad, desarrollando la ecuación (7.1) se obtiene:

$$\left|\begin{pmatrix} k_1+k_2 & -k_2 \\ -k_2 & k_2 \end{pmatrix} - \omega^2 \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}\right| = 0 \tag{7.3}$$

$$\omega^4(m_1 m_2) + \omega^2(-k_1 m_2 - k_2 m_2 - k_2 m_1) + k_1 2 = 0 \tag{7.4}$$

esto es un sistema de ecuaciones de dos incógnitas

$$\omega^4 - \omega^2\left(\frac{k_1}{m_1} + \frac{k_2}{m_1} + \frac{k_2}{m_2}\right) + 2k_1 = 0 \tag{7.5}$$

desarrollando la fórmula cuadrática

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k_1+k_2}{2m_1} + \frac{k_2}{2m_2} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2}{m_1}+\frac{k_2}{m_2}\right)^2 - 4\frac{k_1 \cdot k_2}{m_1 \cdot m_2}}}{2}} \tag{7.6}$$

Al tratarse de barras de aluminio, exactamente iguales, la rigidez será la misma, por lo que $k_1 = k_2 = k$

$$\omega_{1,2} = \sqrt{\frac{k}{m_1} + \frac{k}{2m_2} \pm \frac{\sqrt{\left(\frac{2k}{m_1}+\frac{k}{m_2}\right)^2 - 4\frac{k^2}{m_1 \cdot m_2}}}{2}} \tag{7.7}$$

desarrollando se obtiene:

$$\omega_{1,2} = \sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2m_2}\right) \pm \frac{k}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2} + \frac{1}{{m_2}^2}}} \tag{7.8}$$

Obteniendo finalmente las frecuencias naturales propias de los sistemas.

Frecuencia natural 1
$$\omega_{n1} = \sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2m_2}\right) + \frac{k}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2} + \frac{1}{{m_2}^2}}} \tag{7.9}$$

Frecuencia natural 2
$$\omega_{n2} = \sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2m_2}\right) - \frac{k}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2} + \frac{1}{{m_2}^2}}} \tag{7.10}$$

7.3. Rigidez

Una vez se han obtenido las expresiones de las frecuencias naturales propias de los sistemas, se puede comprobar que dependen directamente de la rigidez del material.

Puesto que en esta sección el objetivo es hallar cada parámetro de manera específica, a continuación se definirá éste y sus correspondientes parámetros asociados.

La rigidez es la capacidad de un objeto sólido o elemento estructural para soportar esfuerzos sin adquirir grandes deformaciones o desplazamientos. Los coeficientes de rigidez son magnitudes físicas que cuantifican la rigidez de un elemento resistente bajo diversas configuraciones de carga. Normalmente las rigideces se calculan como la razón entre una fuerza aplicada y el desplazamiento obtenido por la aplicación de esa fuerza.

$$\mathrm{K_i} = \frac{\mathrm{F_i}}{\delta_\mathrm{i}} \tag{7.11}$$

El comportamiento elástico de una barra o prisma mecánico sometido a pequeñas deformaciones está determinado por ocho coeficientes elásticos. Estos coeficientes elásticos o rigideces depende de:

- La sección transversal, cuanto más gruesa sea la sección más fuerza será necesaria para deformarla. Eso se refleja en la necesidad de usar cables más gruesos para arriostrar debidamente los mástiles de los barcos que son más largos, o que para hacer vigas más rígidas se necesiten vigas con mayor sección y más grandes.
- El material del que esté fabricada la barra, si se fabrican dos barras de idénticas dimensiones geométricas, pero siendo una de acero y la otra de plástico la primera es más rígida porque el material tiene mayor módulo de Young (E).
- La longitud de la barra elástica (L), fijadas las fuerzas sobre una barra estas producen deformaciones proporcionales a las fuerzas y a las dimensiones geométricas. Como los desplazamientos, acortamientos o alargamientos son proporcionales al producto de deformaciones por la longitud de la barra entre dos barras de la misma sección transversal y fabricada del mismo material, la barra más larga sufrirá mayores desplazamientos y alargamientos, y por tanto mostrará menor resistencia absoluta a los cambios en las dimensiones.

7.3.1. Rigidez frente a cortante

Para la estimación de la rigidez del material se hace uso de las expresiones de rigidez frente a cortante, esto es, la relación entre los desplazamientos verticales de un extremo de una viga y el esfuerzo cortante aplicado en los extremos para provocar dicho desplazamiento cuando el giro en ambos extremos está impedido. Las expresiones para el cálculo vienen definidas por:

$$K_{cort,y} = \frac{V_y}{\delta_y} = \frac{12E\,I_y}{L^3} \qquad K_{cort,z} = \frac{V_z}{\delta_z} = \frac{12E\,I_z}{L^3} \tag{7.12}$$

A partir de la rigidez, salen nuevos parámetros a determinar, tales como el módulo de elasticidad y los momentos de inercia.

7.4. Momentos de inercia

Uno de los parámetros de los cuales depende la rigidez del material es el momento de inercia, este depende de la geometría del cuerpo y de la posición del eje de giro y no de las fuerzas que intervienen en el movimiento. Se calculará para una sección en L de de 25 o 30 mm de lado y 1.5 mm de espesor. A partir de los resultados obtenidos se elegirá cual es la sección más idónea para el análisis modal. A continuación se hará una descripción de este parámetro y se procederá su correspondiente cálculo.

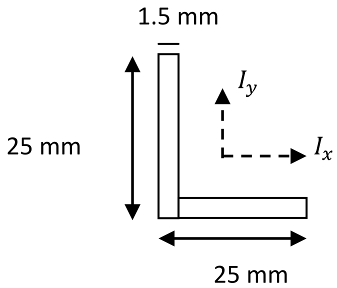
El momento de inercia es una medida de la inercia rotacional de un cuerpo. Cuando un cuerpo gira en torno a uno de los ejes principales de inercia, la inercia rotacional puede ser representada como una magnitud escalar llamada momento de inercia. Sin embargo, en el caso más general posible la inercia rotacional debe representarse por medio de un conjunto de momentos de inercia y componentes que forman el llamado tensor de inercia. El momento de inercia refleja la distribución de masa de un cuerpo o de un sistema de partículas en rotación, respecto a un eje de giro. Sólo depende de la geometría. En el trabajo en cuestión se utilizarán barras tipo L, de sección $25\ mm$ o $30\ mm$. Debido a ellos se ha calculado el momento de inercia para los dos tipos de barras que se pueden encontrar.

7.4.1. Procedimiento

El procedimiento empleado para el cálculo de los momentos de inercia será igual para los diferentes tipos de sección. En primer lugar se calculará el centro de gravedad de la pieza. Como se trata de una barra tipo L, se separará cada elemento y se obtendrá el momento de inercia en el centro de gravedad de cada uno. A continuación mediante la aplicación del teorema de Steiner, se desplazarán los momentos de inercia hallados al centro de gravedad de pieza y se obtendrán mediante la suma de ambos elementos los momentos de inercia total de la pieza.

7.4.2. Barras de aluminio de 25mm de sección

Para una barra tipo L de lado $25\ mm$ de sección, se calcularán en primer lugar los centros de gravedad de la pieza, tanto en el eje x como en el y.



$$\overline{x_G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i s_i}{s_i}$$

$$\overline{x_G} = \frac{25 \cdot 1.5 \cdot 0.75 + 23.5 \cdot 1.5 \cdot (11.75 + 1.5)}{25 \cdot 1.5 + 23.5 \cdot 1.5} = 6.8067$$

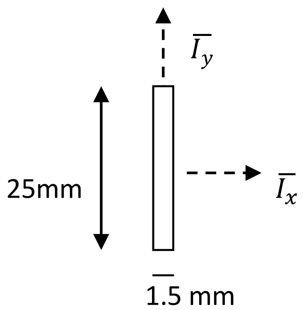
$$\overline{y_G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i s_i}{s_i}$$

$$\overline{y_G} = \frac{25 \cdot 1.5 \cdot 12.5 + 23.5 \cdot 1.5 \cdot 0.75}{25 \cdot 1.5 + 23.5 \cdot 1.5} = 6.8067$$

Primer elemento

Momentos de inercia en el centro de gravedad de cada elemento

Una vez se obtienen los centros de gravedad, se separan ambos elementos y se calcula el momento de inercia de cada uno.



$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_y}^2$$

$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot (25 \cdot 1.5) \cdot (25)^2 = 1953.125\, mm^4$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_x}^2$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot (25 \cdot 1.5) \cdot (1.5)^2 = 7.03125 mm^4$$

Aplicación del Teorema de Steiner

Mediante el teorema de Steiner, se desplazan los momentos de inercia del centro de gravedad del elemento, al centro de gravedad de la pieza.

$$I_x = \overline{I_x} + s \cdot {x_G}^2$$

$$I_x = 1953.125 + (25 \cdot 1.5) \cdot (12.5 - 6.8067)^2 = 3168.637\ mm^4$$

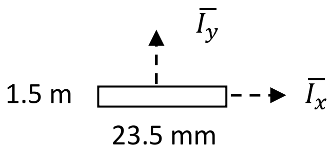
$$I_y = \overline{I_y} + s \cdot {y_G}^2$$

$$I_y = 7.03125 + (25 \cdot 1.5) \cdot (6.8067 - 0.75)^2 = 1382.666\ mm^4$$

Segundo elemento

Momentos de inercia en el centro de gravedad de cada elemento

Una vez se obtienen los centros de gravedad, se separan ambos elementos y se calcula el momento de inercia de cada uno.



$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_y}^2$$

$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot (23.5 \cdot 1.5) \cdot (1.5)^2 = 6.6094\ mm^4$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_x}^2$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot (23.5 \cdot 1.5) \cdot (23.5)^2 = 1622.2344\ mm^4$$

Aplicación del Teorema de Steiner

Mediante el teorema de Steiner, se desplazan los momentos de inercia del centro de gravedad del elemento, al centro de gravedad de la pieza.

$$I_x = \overline{I_x} + s \cdot {x_G}^2$$

$$I_x = 6.6094 + (23.5 \cdot 1.5) \cdot (6.8067 - 0.75)^2 = 1299.7068\ mm^4$$

$$I_y = \overline{I_y} + s \cdot y_G$$

$$I_y = 1622.2344 + (23.5 \cdot 1.5) \cdot (11.75 + 1.5 - 6.8067)^2 = 3085.677\ mm^4$$

Momentos de inercia barra tipo L, de 25 mm.

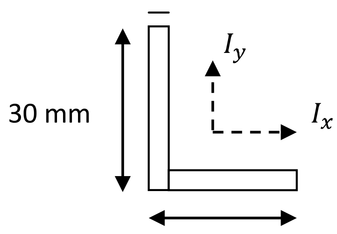
Por último se obtienen los momentos de inercia de la pieza, tanto en el eje de ordenadas como en el eje de coordenadas, sumando estos de cada elemento.

$$I_x = 3168.637 + 1299.7068 = 4468.3438mm^4 \;\rightarrow\; I_x = \;4.47 \cdot 10^{-9}\, m^4$$

$$I_y = 1382.666 + 3085.677 = 4468.3438\, mm^4 \;\rightarrow\; I_y = \;4.47 \cdot 10^{-9}\, m^4$$

7.4.3. Barras de aluminio de 30mm de sección

Para una barra tipo L de 30 mm de sección, se calcularán en primer lugar los centros de gravedad de la pieza, tanto en el eje de ordenadas como en el eje de coordenadas.



$$\overline{x_G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i s_i}{s_i}$$

$$\overline{x_G} = \frac{30 \cdot 1.5 \cdot 0.75 + 28.5 \cdot 1.5 \cdot (14.25 + 1.5)}{30 \cdot 1.5 + 28.5 \cdot 1.5} = \;8.05769$$

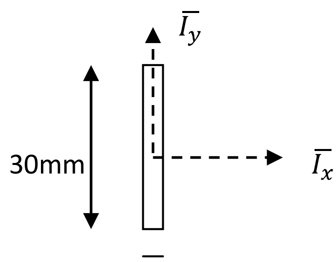
$$\overline{y_G} = \frac{\sum_{i=1}^{n} y_i s_i}{s_i}$$

$$\overline{y_G} = \frac{30 \cdot 1.5 \cdot 15 + 28.5 \cdot 1.5 \cdot 0.75}{30 \cdot 1.5 + 28.5 \cdot 1.5} = \;8.05769$$

Primer elemento

Momentos de inercia en el centro de gravedad de cada elemento

Una vez se obtienen los centros de gravedad, se separan ambos elementos y se calcula el momento de inercia de cada uno.



$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_y}^2$$

$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot (30 \cdot 1.5) \cdot (30)^2 = 3375\, mm^4$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_x}^2$$

$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot (30 \cdot 1.5) \cdot (1.5)^2 = 8.4375 mm^4$$

Aplicación del Teorema de Steiner

Mediante el teorema de Steiner, se desplazan los momentos de inercia del centro de gravedad del elemento, al centro de gravedad de la pieza.

$$I_x = \overline{I_x} + s \cdot {x_G}^2$$

$$I_x = 3375 + (30 \cdot 1.5) \cdot (15 - 8.05769)^2 = 5543.805\, mm^4$$

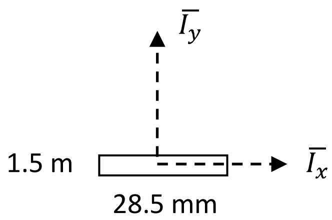
$$I_y = \overline{I_y} + s \cdot {y_G}^2$$

$$I_y = 8.4375 + (30 \cdot 1.5) \cdot (8.05769 - 0.75)^2 = 2411.5424\, mm^4$$

Segundo elemento

Momentos de inercia en el centro de gravedad de cada elemento

Una vez se obtienen los centros de gravedad, se separan ambos elementos y se calcula el momento de inercia de cada uno.



$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_y}^2$$

$$\overline{I_x} = \frac{1}{12} \cdot (28.5 \cdot 1.5) \cdot (1.5)^2 = 8.015625\, mm^4$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot s \cdot {L_x}^2$$

$$\overline{I_y} = \frac{1}{12} \cdot (28.5 \cdot 1.5) \cdot (28.5)^2 = 2893.6406\, mm^4$$

Aplicación del Teorema de Steiner

Mediante el teorema de Steiner, se desplazan los momentos de inercia del centro de gravedad del elemento, al centro de gravedad de la pieza.

$$I_x = \overline{I_x} + s \cdot {x_G}^2$$

$$I_x = 8.'15625 + (28.5 \cdot 1.5) \cdot (8.05769 - 0.75)^2 = 2290.9653\, mm^4$$

$$I_y = \overline{I_y} + s \cdot y_G$$

$$I_y = 2893.6406 + (28.5 \cdot 1.5) \cdot (14.25 + 1.5 - 8.05769)^2 = 5423.227942\, mm^4$$

Momentos de inercia barra tipo L, de 30 mm.

Por último se obtienen los momentos de inercia de la pieza, tanto en el eje de ordenadas como en el eje de coordenadas, sumando estos de cada elemento.

$$I_x = 5543.805 + 2290.9653 = 7834.77\, mm^4 \;\; \rightarrow I_x = \;\; 7.83 \cdot 10^{-9}\, m^4$$

$$I_y = 2411.5424 + 5423.2279 = 7834.77\, mm^4 \;\; \rightarrow \; I_y = \;\; 7.83 \cdot 10^{-9}\, m^4$$

7.4.4. Resumen

A continuación se representa una tabla con los momentos de inercia obtenidos tanto para secciones de 25 mm como secciones de 30 mm. Puesto que para el cálculo del modulo de elasticidad se han utilizado dos barras tipo L unidas mediante tornillos, se representa el momento de inercia para barras 2L.

Momento de Inercia	25 mm	30 mm
$I_y \longrightarrow$ **1L**	$4.47 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{m}^4$	$7.83 \cdot 10^{-9}\, \mathrm{m}^4$
$I_y \longrightarrow$ **2L**	$8.94 \cdot 10^{-9} \mathrm{m}^4$	$1.566 \cdot 10^{-8} \mathrm{m}^4$

7.5. Módulo de elasticidad

Otro de los parámetros de los que depende la rigidez del material, es el denominado módulo de elasticidad, por lo que el material en cuestión, aluminio, será ensayado mediante diversas técnicas, la primera mediante cálculo indirecto y la segunda mediante la máquina de ensayo de tracción. A continuación ambos métodos y resultados se expondrán.

Para un material elástico lineal el módulo de elasticidad longitudinal es una constante. Su valor se define mediante el coeficiente de la tensión y de la deformación que aparecen en una barra recta estirada que esté fabricada en el material para el cual pretendemos estimar el módulo de elasticidad:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/S}{\Delta L/L} \tag{7.13}$$

donde:

E es el módulo de elasticidad longitudinal.

σ es la presión ejercida sobre el área de sección transversal del objeto (N/m²)

ε es la deformación unitaria en cualquier punto de la barra.

En el trabajo se han realizado varios ensayos diferentes para estimar el módulo de elasticidad. Éstos son el cálculo indirecto mediante la aplicación de cargas y el cálculo del módulo de elasticidad mediante la máquina de ensayos de tracción. El ensayo se ha realizado en la barra L de lado 25 mm.

7.5.1. Cálculo del módulo de elasticidad mediante ensayo de Flexión

7.5.1.1. Introducción

En primer lugar se procede al cálculo del modulo de elasticidad de forma indirecta, es decir, se obtienen dos probetas de sección rectangular y en forma de L, unidas por tornillos en los extremos, empotrándola por uno de los extremos y aplicándole cargas por el otro. De esta manera se obtienen diferentes desplazamientos para la aplicación de diversas cargas y así el módulo de elasticidad.

7.5.1.2. Montaje de la estructura

El material a utilizar es el aluminio. Las dos probetas se unen mediante tornillos para suponerla como una única probeta en la que el centro de esfuerzos cortantes coincidirá con el punto de aplicación de la carga, de manera que la pieza flecte sin torsión.

Fig. 7.1. Dos barras tipo L, unidas con tornillos

La probeta mide 0.7 cm. Una vez se tiene la probeta, se empotra en una superficie, para así tener una simulación de barra empotrada.

Fig. 7.2. Barra empotrada en uno de sus extremos

Para poder aplicarle las cargas a la barra en cuestión, lo se le practicó una ranura, a la cual se le colgarían los pesos.

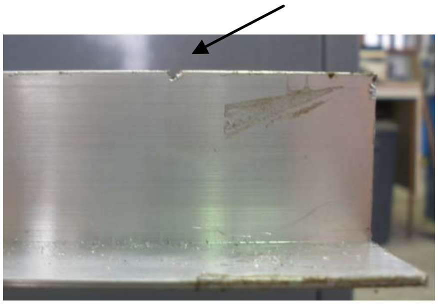


Fig. 7.3. Ranura para colgar las cargas aplicadas

Para terminar de montar las probetas y poder medir el módulo de elasticidad, se creó una pequeña estructura con las medidas de acuerdo a la distancia entre el suelo y la barra, en donde irían encajado dos relojes, comparadores para medir los diferentes desplazamientos que presentará la barra cuando se le apliquen las cargas. Esta estructura toma la forma mostrada en la *Fig.7.4.*

Fig. 7.4. Estructura final para el ensayo de tracción

Los relojes se han puesto uno en el extremo de la barra y otro en la mitad. Las cargas que se utilizaron fueron de 2,58 (N) a 57,247 (N).

Fig. 7.5. Cargas aplicadas en la estructura

7.5.1.3. Procedimiento

El objetivo de este procedimiento es el cálculo del módulo de elasticidad del aluminio que se va a utilizar en el trabajo en cuestión. Para ello, se irá tomando nota de la carga aplicada y el desplazamiento que se presente de acuerdo a la carga, se irá haciendo de manera continua, aumentando cada vez más la carga aplicada.

Este procedimiento se realizará seis veces, realizando posteriormente una media, para una mayor precisión en los datos tomados.

En la siguiente imagen se puede ver la estructura final, la barra empotrada en uno de sus extremos, y con la totalidad de la carga aplicada en el otro extremo. También se pueden apreciar los dos relojes que miden las pequeñas deformaciones.

Fig. 7.6. Estructura final con las cargas aplicadas,

7.5.1.4. Resultados

A continuación se muestran los resultados obtenidos, el procedimiento se ha realizado seis veces para una mayor exactitud de datos obtenidos.

Prueba 1

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,000145	0,000055
4,914	0,00028	0,00011
7,248	0,000405	0,00016
12,248	0,00069	0,000285
17,248	0,000965	0,000385
27,248	0,0015	0,00058
37,248	0,002065	0,000795
57,247	0,00319	0,00127

Prueba 2

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,00014	0,000055
4,914	0,00027	0,00011
7,248	0,000405	0,00017
12,248	0,000682	0,000275
17,248	0,000965	0,00039
27,248	0,001535	0,000615
37,248	0,002082	0,000845
57,247	0,003215	0,00131

Prueba 3

Peso(N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,00014	0,000055
4,914	0,000275	0,00011
7,248	0,000405	0,000165
12,248	0,00069	0,00028
17,248	0,00096	0,0004
27,248	0,001525	0,00062
37,248	0,002085	0,00084
57,247	0,00321	0,001305

Prueba 4

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,000142	0,000052
4,914	0,00029	0,000112
7,248	0,00041	0,00016
12,248	0,0007	0,00027
17,248	0,00098	0,000385
27,248	0,00154	0,00062
37,248	0,0021	0,000845
57,247	0,00322	0,00132

Prueba 5

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,000145	0,00006
4,914	0,00028	0,00011
7,248	0,000405	0,00017
12,248	0,00069	0,000285
17,248	0,000965	0,0004
27,248	0,00152	0,00062
37,248	0,002085	0,000845
57,247	0,003215	0,00131

Prueba 6

Peso(N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)
2,58	0,00015	0,000065
4,914	0,00028	0,00012
7,248	0,000415	0,00017
12,248	0,00069	0,000285
17,248	0,00096	0,000395
27,248	0,00152	0,00062
37,248	0,002028	0,000845
57,247	0,003225	0,001305

A continuación, se presenta un esquema de la estructura, con todas las correspondientes medidas. Tanto el reloj como la aplicación de cargas, están aplicadas a 0.5m del empotramiento. El segundo reloj está situado a 0.265m.

0.5 m

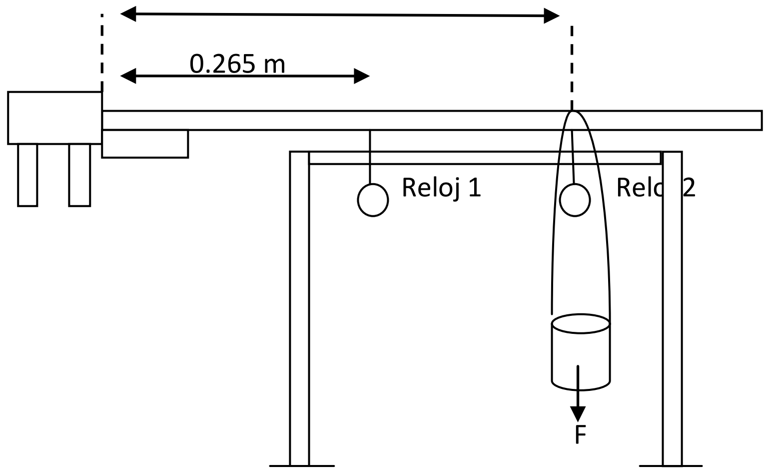


Fig. 7.7. Montaje del cálculo de módulo de elasticidad

7.5.1.5. Cálculo del módulo de elasticidad

Una vez que se obtienen los desplazamientos referidos a las cargas aplicadas, y haciendo uso de las expresiones de las expresiones matriciales que definen la deformación de vigas, se procede al cálculo del módulo de elasticidad. En primer lugar habrá que determinar la matriz de rigidez. Al tratarse de un pórtico plano, la matriz de rigidez que se obtiene es:

$$\binom{F}{M} = \begin{pmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \end{pmatrix} \binom{v}{\theta} \tag{7.14}$$

con lo que las ecuaciones del movimiento quedan:

$$F = \frac{12EI}{L^3} v - \frac{6EI}{L^2} \theta \qquad \text{(1ª ecuación)} \tag{7.15}$$

$$0 = -\frac{6EI}{L^2} v + \frac{4EI}{L} \theta \qquad \text{(2ª ecuación)} \tag{7.16}$$

despejando θ de la 2º ecuacion

$$0 = -\frac{6EI}{L^2} v + \frac{4EI}{L} \theta \qquad \frac{6EI}{L^2} v = \frac{4EI}{L} \theta \qquad \theta = \frac{3v}{2L}$$

sustituyendo θ en la ecuación 7.14

$$F = \frac{12EI}{L^3} v - \frac{6EI}{L^2} \left(\frac{3v}{2L}\right) \quad \rightarrow \quad F = \frac{12EI}{L^3} v - \frac{9EI}{L^3} v = \frac{3EI}{L^3} v$$

$$\frac{F}{v} = \frac{3I}{L^3} E \tag{7.17}$$

$$\frac{F}{cte \cdot v} = E \tag{7.18}$$

De esta forma se obtiene el módulo de elasticidad. Tomando como datos:

Datos: L = 0.5 m
Para barras con lado de 25 mm $I_y = 8.94 \cdot 10^{-9}\, m^4$
F, v

La cte para barras de 25 mm es $cte = \frac{3 \cdot 8.936 \cdot 10^{-9}}{0.5^3} = 2.1448 \cdot 10^{-7}$

7.5.1.6. Módulo de elasticidad

Ensayo 1

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,000145	0,000055	2,14464E-07	17793,1034	8,30E+10
4,914	0,00028	0,00011	2,14464E-07	17550	8,18E+10
7,248	0,000405	0,00016	2,14464E-07	17896,2963	8,34E+10
12,248	0,00069	0,000285	2,14464E-07	17750,7246	8,28E+10
17,248	0,000965	0,000385	2,14464E-07	17873,5751	8,33E+10
27,248	0,0015	0,00058	2,14464E-07	18165,3333	8,47E+10
37,248	0,002065	0,000795	2,14464E-07	18037,7724	8,41E+10
57,247	0,00319	0,00127	2,14464E-07	17945,768	8,37E+10

Ensayo 2

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,00014	0,000055	2,14464E-07	18428,5714	8,59E+10
4,914	0,00027	0,00011	2,14464E-07	18200	8,49E+10
7,248	0,000405	0,00017	2,14464E-07	17896,2963	8,34E+10
12,248	0,000682	0,000275	2,14464E-07	17958,9443	8,37E+10
17,248	0,000965	0,00039	2,14464E-07	17873,5751	8,33E+10
27,248	0,001535	0,000615	2,14464E-07	17751,1401	8,28E+10
37,248	0,002082	0,000845	2,14464E-07	17890,4899	8,34E+10
57,247	0,003215	0,00131	2,14464E-07	17806,2208	8,30E+10

Ensayo 3

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,00014	0,000055	2,14464E-07	18428,5714	8,59E+10
4,914	0,000275	0,00011	2,14464E-07	17869,0909	8,33E+10
7,248	0,000405	0,000165	2,14464E-07	17896,2963	8,34E+10
12,248	0,00069	0,00028	2,14464E-07	17750,7246	8,28E+10
17,248	0,00096	0,0004	2,14464E-07	17966,6667	8,38E+10
27,248	0,001525	0,00062	2,14464E-07	17867,541	8,33E+10
37,248	0,002085	0,00084	2,14464E-07	17864,7482	8,33E+10
57,247	0,00321	0,001305	2,14464E-07	17833,9564	8,32E+10

Ensayo 4

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,000142	0,000052	2,14464E-07	18169,0141	8,47E+10
4,914	0,00029	0,000112	2,14464E-07	16944,8276	7,90E+10
7,248	0,00041	0,00016	2,14464E-07	17678,0488	8,24E+10
12,248	0,0007	0,00027	2,14464E-07	17497,1429	8,16E+10
17,248	0,00098	0,000385	2,14464E-07	17600	8,21E+10
27,248	0,00154	0,00062	2,14464E-07	17693,5065	8,25E+10
37,248	0,0021	0,000845	2,14464E-07	17737,1429	8,27E+10
57,247	0,00322	0,00132	2,14464E-07	17778,5714	8,29E+10

Ensayo 5

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,000145	0,00006	2,14464E-07	17793,1034	8,30E+10
4,914	0,00028	0,00011	2,14464E-07	17550	8,18E+10
7,248	0,000405	0,00017	2,14464E-07	17896,2963	8,34E+10
12,248	0,00069	0,000285	2,14464E-07	17750,7246	8,28E+10
17,248	0,000965	0,0004	2,14464E-07	17873,5751	8,33E+10
27,248	0,00152	0,00062	2,14464E-07	17926,3158	8,36E+10
37,248	0,002085	0,000845	2,14464E-07	17864,7482	8,33E+10
57,247	0,003215	0,00131	2,14464E-07	17806,2208	8,30E+10

Ensayo 6

Peso (N)	Reloj 1 (m)	Reloj 2 (m)	cte (25mm)	F/v	E $\left(\frac{N}{m^2}\right)$ (25mm)
2,58	0,00015	0,000065	2,14464E-07	17200	8,02E+10
4,914	0,00028	0,00012	2,14464E-07	17550	8,18E+10
7,248	0,000415	0,00017	2,14464E-07	17465,0602	8,14E+10
12,248	0,00069	0,000285	2,14464E-07	17750,7246	8,28E+10
17,248	0,00096	0,000395	2,14464E-07	17966,6667	8,38E+10
27,248	0,00152	0,00062	2,14464E-07	17926,3158	8,36E+10
37,248	0,002028	0,000845	2,14464E-07	18366,8639	8,56E+10
57,247	0,003225	0,001305	2,14464E-07	17751,0078	8,28E+10

De esta manera se obtiene el módulo de elasticidad para secciones de 25 mm.

Finalmente para la construcción de las estructuras se utilizó la sección de 25 mm, por ser más flexible, por lo que a continuación se hallará la media aritmética de los resultados obtenidos y de esta forma obtener el módulo de elasticidad mediante el ensayo de flexión.

Ensayo 1	Ensayo 2	Ensayo 3	Ensayo 4	Ensayo 5	Ensayo 6
8,30E+10	8,59E+10	8,59E+10	8,47E+10	8,30E+10	8,02E+10
8,18E+10	8,49E+10	8,33E+10	7,90E+10	8,18E+10	8,18E+10
8,34E+10	8,34E+10	8,34E+10	8,24E+10	8,34E+10	8,14E+10
8,28E+10	8,37E+10	8,28E+10	8,16E+10	8,28E+10	8,28E+10
8,33E+10	8,33E+10	8,38E+10	8,21E+10	8,33E+10	8,38E+10
8,47E+10	8,28E+10	8,33E+10	8,25E+10	8,36E+10	8,36E+10
8,41E+10	8,34E+10	8,33E+10	8,27E+10	8,33E+10	8,56E+10
8,37E+10	8,30E+10	8,32E+10	8,29E+10	8,30E+10	8,28E+10

El módulo de elasticidad de todos los valores obtenidos finalmente es:

$$E = 8{,}311 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

7.5.2. Cálculo del módulo de elasticidad mediante ensayo de Tracción

7.5.2.1. Introducción

A continuación se realiza otro ensayo mediante la máquina de tracción, que permite medir la deformación y la fuerza aplicada a una probeta fabricada con el material que se desea ensayar.

En general la probeta es de sección redonda, cuadrada o rectangular y los extremos tienen un diámetro mayor que el resto del material para facilitar la fijación de la probeta a la máquina.

7.5.2.2. Montaje de probetas

El primer paso consistió en cortar probetas a la longitud deseada.

Fig. 7.8. Corte para la obtención de probetas

El siguiente paso consistió en obtener unos extremos más gruesos y rugosos para favorecer el agarre de las mordazas de la máquina.


Fig. 7.9. Obtención de los extremos más gruesos

Quedando la probeta de la siguiente forma:

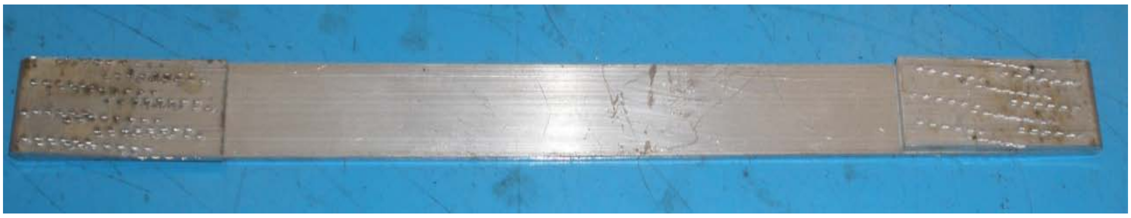


Fig. 7.10. Probeta obtenida para el ensayo de tracción

7.5.2.3. Procedimiento

En primer lugar hay que tomar las dimensiones iniciales de la probeta. Para ello se utiliza un pie de rey. A continuación se coloca las probetas en las mordazas de la máquina, asegurándose que la fijación sea correcta. Una vez la probeta está colocada, se mide y se aplica una carga a velocidad uniforme. Por último se genera un archivo de datos de la carga aplicada y su respectivo desplazamiento.

Fig. 7.11. Máquina para el ensayo de tracción

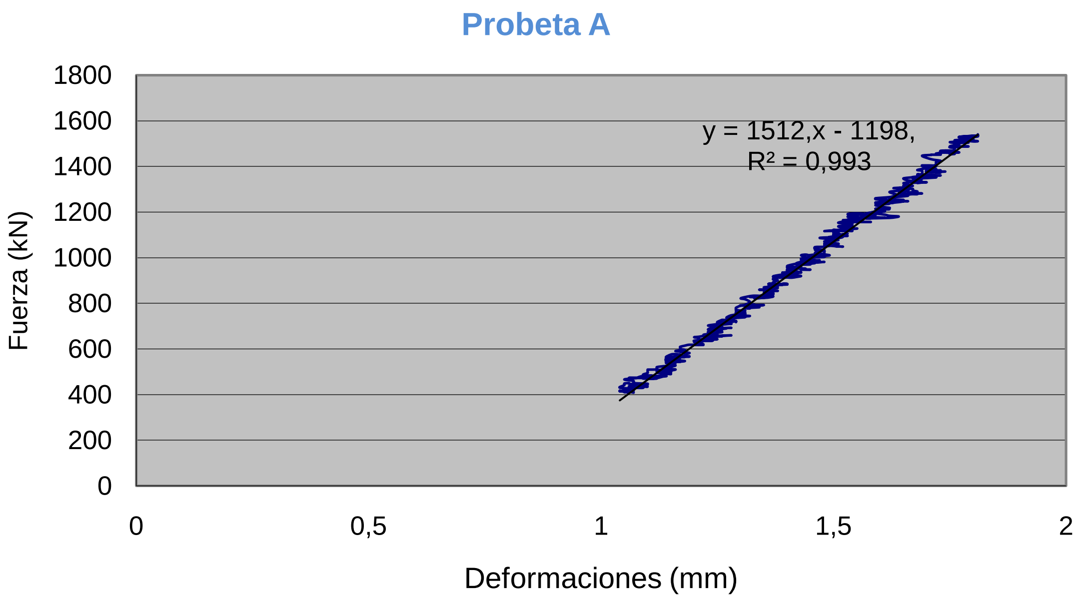
7.5.2.4. Resultados

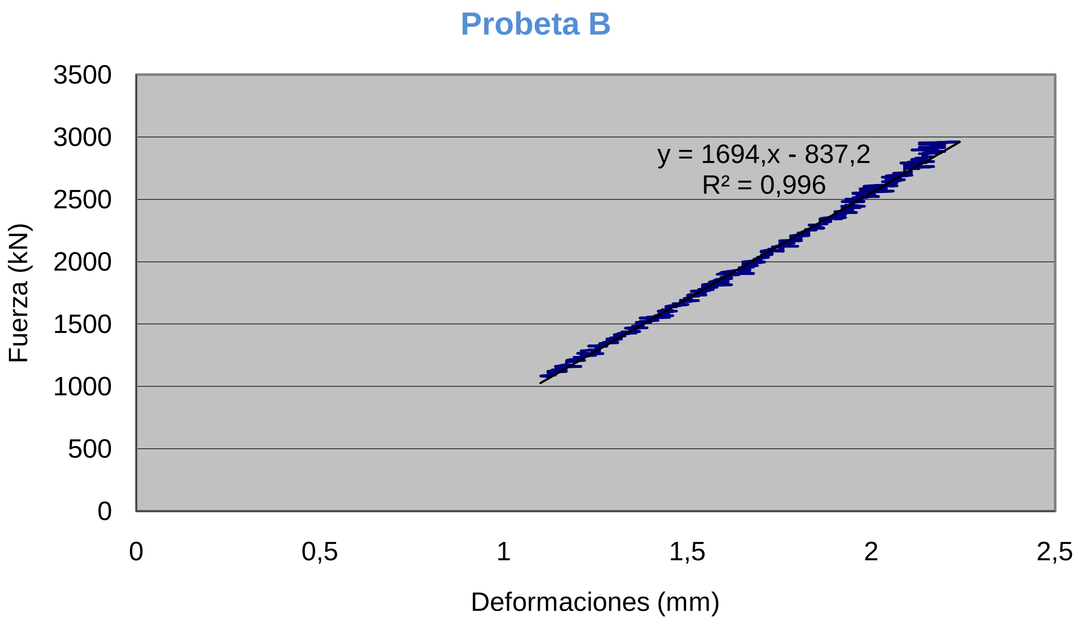
Los resultados que se obtienen en estos ensayos de tracción son un archivo de datos donde se puede apreciar la fuerza aplicada y la deformación. De todos los datos dados, se selecciona una parte referida a la parte recta de la curva deformación y se realiza una gráfica de dispersión con puntos x e y que hacen referencia a la deformación y la fuerza aplicada respectivamente.

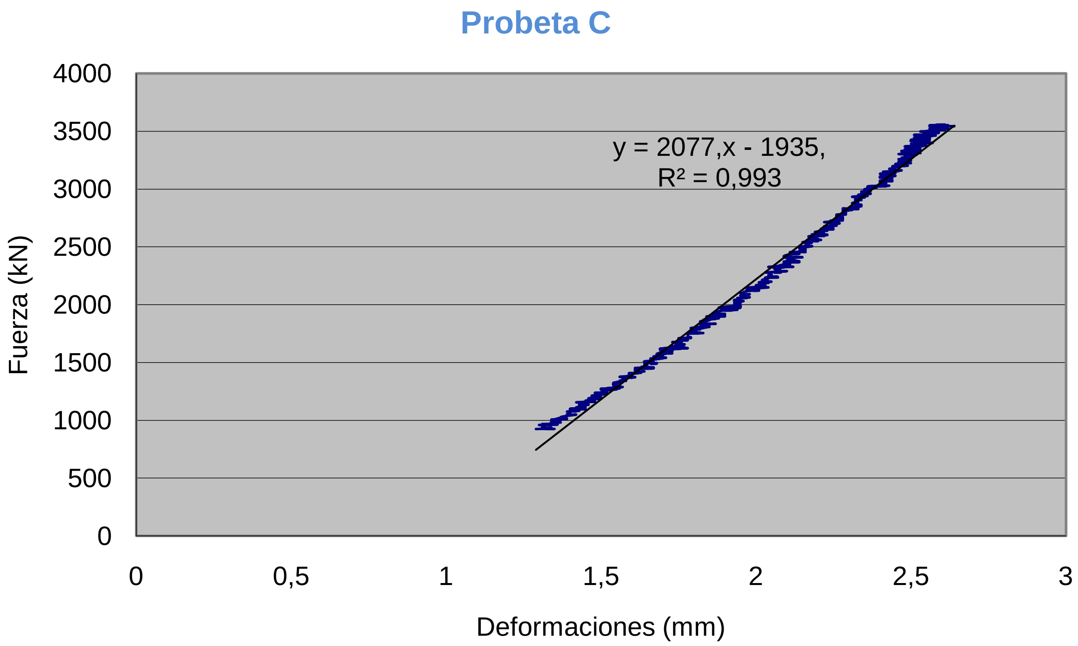
Una vez se tiene la gráfica, mediante mínimos cuadrados se calcula la ecuación que la rige y su pendiente.

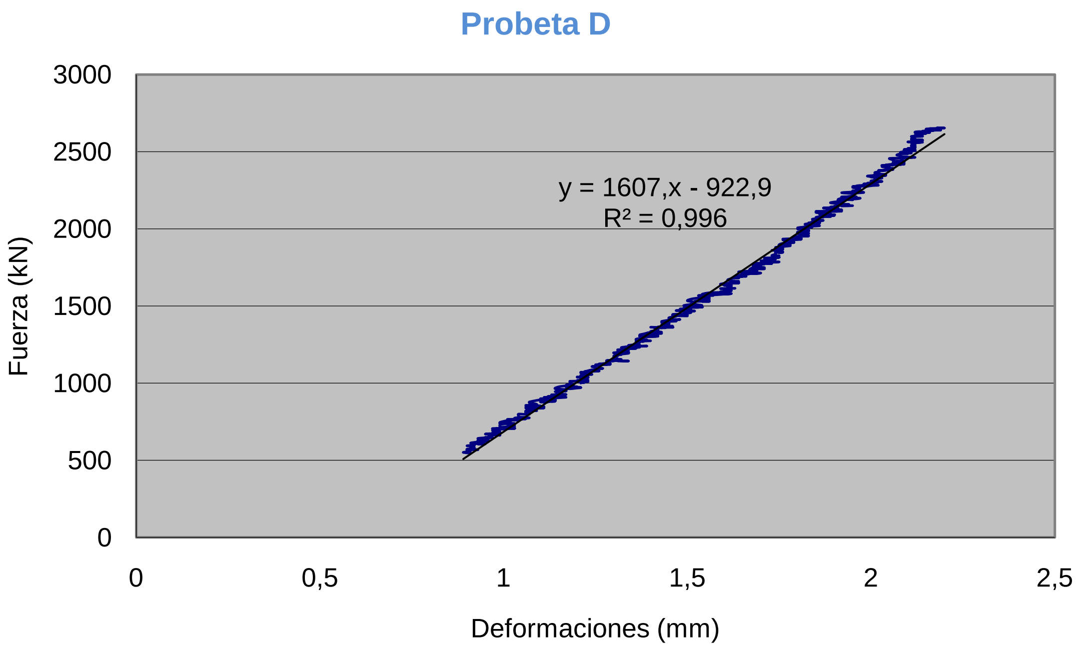
$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon} = \frac{F/S}{\Delta L/L} \tag{7.19}$$

Las curvas tensión-deformación que se han obtenido de los diferentes ensayos de tracción son las siguientes:




Probeta B
y = 1694,x - 837,2
R² = 0,996
Fuerza (kN)
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
0,5
1
1,5
2
2,5
Deformaciones (mm)


Probeta C
y = 2077,x - 1935,
R² = 0,993
Fuerza (kN)
4000
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
0
0,5
1
1,5
2
2,5
3
Deformaciones (mm)



Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Ensayo	$F/\Delta L\ (N/mm)$	$Espesor\ (mm)$	$Ancho\ (mm)$	$L(mm)$	$E(N/m^2)$
A	1512,3	21,3	1,5	156	7,384E+09
B	1694,3	21,8	1,5	151,7	7,86E+09
C	2077,2	19,2	1,5	157	1,132E+10
D	1607,5	18,2	1,5	156	9,186E+09

A continuación se hallará la media aritmética de los resultados obtenidos y de esta forma obtener el módulo de elasticidad mediante el ensayo de tracción. Finalmente se obtiene:

$$E = 8{,}9365 \cdot 10^{9} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

7.5.3. Módulo de elasticidad para el cálculo analítico

A pesar de los ensayos llevados a cabo para la identificación del módulo de elasticidad, éste no pudo ser definido con exactitud debido a la variabilidad de resultados obtenidos. Para el ensayo de flexión se obtuvo un módulo de elasticidad de

$$E = 8{,}31 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

Para el ensayo de tracción se obtuvo un módulo de elasticidad de

$$E = 8{,}9365 \cdot 10^{9} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

Existen varios factores que influyen en la variabilidad de los resultados obtenidos, pueden ser: la velocidad de deformación a la que se efectúa el ensayo, lo que a su vez dependerá de la aplicación de cargas, geometría de la probeta y características de la máquina de ensayo. Además la sujeción de la probeta en la máquina de tracción ha podido causar deslizamiento.

Teniendo en cuenta que el módulo de elasticidad del aluminio normalizado viene dado por

$$E = 7 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

se ve que el módulo de elasticidad estándar, se encuentra entre el módulo de elasticidad dado por el ensayo de flexión y el ensayo de tracción. Por ello, se realizará una media entre estos dos valores, para finalmente obtener el módulo de elasticidad que se utilizará en el análisis analítico para el cálculo de las frecuencias naturales de las estructuras.

$$E = 4.60 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right)$$

Éste será el módulo de elasticidad final, utilizado a continuación.

7.6. Diseño final

Una vez obtenidos la inercia y el módulo de elasticidad, se puede calcular en primer lugar la rigidez de las piezas y a continuación la frecuencia natural para sistemas de un grado de libertad y para sistemas de dos grados de libertad.

Haciendo referencia a expresiones anteriores:

$$\underbrace{\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}}}_{1gdl} \qquad \underbrace{\omega_1 = \sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2m_2}\right) + \frac{k}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2} + \frac{1}{{m_2}^2}}} \quad \omega_2 = \sqrt{k\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{2m_2}\right) - \frac{k}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2} + \frac{1}{{m_2}^2}}}}_{2gdl}$$

El modo de obtener la frecuencia natural se hará por partes. Haciendo referencia si se trata de un sistema de un grado de libertad o si se trata de un sistema de dos grados de libertad y también. Los datos se representarán en una tabla donde se irán variando parámetros tales como la masa de la estructura o la longitud de las barras de aluminio.

7.6.1. Sistemas de un grado de libertad

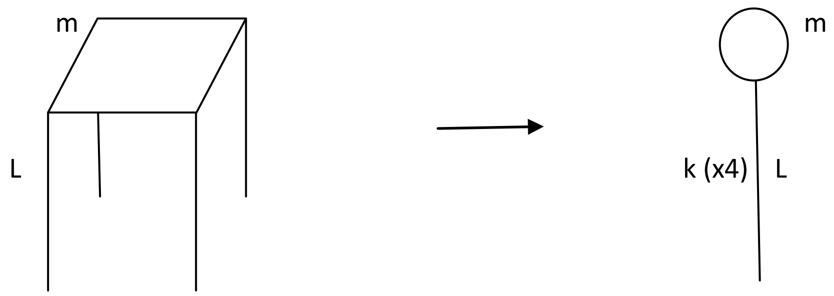


Fig. 7.12. Sistema de un grado de libertad

Las figuras anteriores representan la estructura de un grado de libertad que se tiene y su comportamiento dinámico, el cual representa un péndulo invertido y está definido por su rigidez k y su masa m, la cual es mucho mayor que la masa de la estructura de aluminio lo que permite modelar las estructuras como estructuras de masas concentradas.

Como se puede comprobar en la *Fig.7.12.* la rigidez del modelo dinámico de la estructura está multiplicada por 4, haciendo referencia a los cuatro pilares de la estructura real.

7.6.1.1. Barras con sección 25 mm

En primer lugar se representarán las frecuencias naturales para secciones en L de lado de 25 mm de una misma estructura, variando la geometría del sistema, es decir, su masa y longitud, y de esta manera obtener sistemas dinámicos muy diferentes entre sí.

Variando la longitud de la barra

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$k(N/m)$	$\omega(rad/s)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,35	10	57587,15	151,77	24,16
4,60E+10	4,47E-09	0,4	10	154315,58	124,22	19,77
4,60E+10	4,47E-09	0,45	10	108380,76	104,11	16,57
4,60E+10	4,47E-09	0,5	10	79009,57	88,89	14,15
4,60E+10	4,47E-09	0,6	10	45723,13	67,62	10,76

Variando la masa de la estructura

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$k(N/m)$	$\omega(rad/s)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	1	79009,57	281,09	44,74
4,60E+10	4,47E-09	0,5	2,5	79009,57	177,77	28,29
4,60E+10	4,47E-09	0,5	5	79009,57	125,71	20,01
4,60E+10	4,47E-09	0,5	7,5	79009,57	102,64	16,34
4,60E+10	4,47E-09	0,5	12	79009,57	81,14	12,91

Variando la masa y longitud

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$k(N/m)$	$\omega(rad/s)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,35	1	230348,61	479,95	76,39
4,60E+10	4,47E-09	0,35	10	230348,61	151,77	24,16
4,60E+10	4,47E-09	0,6	1	45723,13	213,83	34,03
4,60E+10	4,47E-09	0,6	10	45723,13	67,62	10,76
4,60E+10	4,47E-09	0,5	5	79009,57	125,71	20,01

A partir de estos resultados se llegan las siguientes conclusiones:

- A medida que la longitud de la barra aumenta, la rigidez disminuye y por tanto su frecuencia natural también.
- Si se cambia la masa de la estructura, la rigidez no se ve afectada.
- A medida que se aumenta la masa de la estructura su frecuencia natural disminuye.
- Si la sección de la barra aumenta, tanto la rigidez como su frecuencia natural aumentan.

En el análisis experimental, finalmente se utiliza una sección de **25mm**, pues aunque se puede utilizar la sección de 30 mm, las barras tipo L conseguidas para la construcción de las estructuras son de sección de 25 mm.

7.6.2. Sistemas de dos grados de libertad

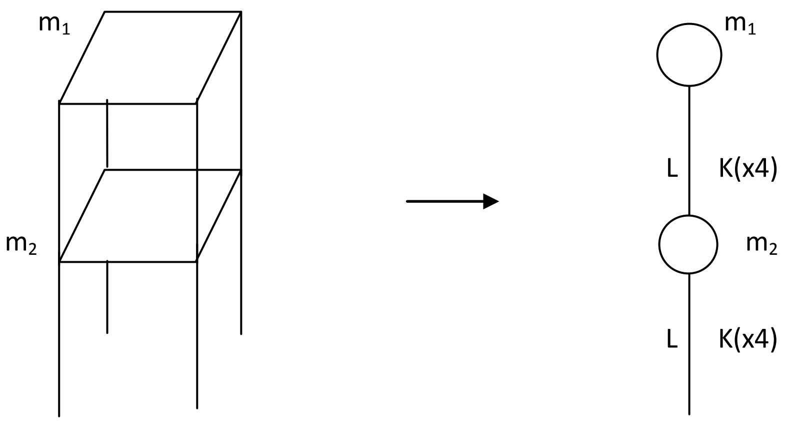


Fig. 7.13. Sistemas de dos grado de libertad

Al igual que para sistemas de un grado de libertad, los sistemas de dos grados de libertad representan su comportamiento dinámico, donde la masa m es mucho mayor que la masa de la estructura lo que se consideran estructuras de masas concentradas. La *Fig. 7.13.* representa una estructura de dos alturas donde la rigidez de cada elemento es cuatro veces la rigidez de la barra individual, haciendo referencia a los cuatro pilares de la estructura real. A continuación se representarán las frecuencias naturales para secciones de lado 25 mm de una misma estructura, para $E = 4.60 \cdot 10^{10} \left(\frac{N}{m^2}\right)$ y $E = 4.47 \cdot 10^{-9}\ (m^4)$ y variando la geometría del sistema, es decir, su masa y longitud, y de esta manera obtener sistemas dinámicos muy diferentes entre sí.

Barras con sección 25 mm

Variando la longitud

$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k(N/m)$	$\omega_1(rad/s)$	$f_1(Hz)$	$\omega_2(rad/s)$	$f_2(Hz)$
0,35	10	10	230348,61	93,80	14,93	245,57	39,08
0,4	10	10	154315,58	76,77	12,22	201,00	31,99
0,45	10	10	108380,76	64,34	10,24	168,45	26,81
0,5	11	11	79009,57	52,38	8,34	137,13	21,82
0,6	10	10	45723,13	41,79	6,65	109,41	17,41

Variando m_1

$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k(N/m)$	$\omega_1(rad/s)$	$f_1(Hz)$	$\omega_2(rad/s)$	$f_2(Hz)$
0,5	1	10	79009,57	62,06	9,88	402,58	64,07
0,5	5	10	79009,57	58,86	9,37	189,84	30,21
0,5	10	10	79009,57	54,94	8,74	143,82	22,89
0,5	12,5	10	79009,57	53,08	8,45	133,14	21,19

Variando m_2

$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k(N/m)$	$\omega_1(rad/s)$	$f_1(Hz)$	$\omega_2(rad/s)$	$f_2(Hz)$
0,5	10	1	79009,57	84,37	13,43	296,13	47,13
0,5	10	5	79009,57	68,03	10,83	164,24	26,14
0,5	10	10	79009,57	54,94	8,74	143,82	22,89
0,5	10	12,5	79009,57	50,51	8,04	139,90	22,27

Variando m_1 y m_2

$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k(N/m)$	$\omega_1(rad/s)$	$f_1(Hz)$	$\omega_2(rad/s)$	$f_2(Hz)$
0,5	1	1	79009,57	173,72	27,65	454,81	72,38
0,5	5	5	79009,57	77,69	12,36	203,40	32,37
0,5	12,5	12,5	79009,57	49,14	7,82	128,64	20,47

Dejando fija la longitud para 0,5 m. Se han ido cambiando las masas, en primer lugar la masa 1, a continuación la masa2, y por último se ha visto como actuaría la estructura para masas iguales.

Una vez se han realizado los cálculos y obtenido los resultados en sistemas de dos grados de libertad, se llegan a una serie de conclusiones:

- A medida que la longitud de la barra aumenta, la rigidez disminuye y por tanto su frecuencia natural también.
- Si se cambia la masa de la estructura, la rigidez no se ve afectada.
- A medida que se aumenta la masa de la estructura su frecuencia natural disminuye.
- Si se deja fija una masa y se varía la otra. La frecuencia natural será mayor si se aumenta m_1 y m_2 disminuye.
- Si la sección de la barra aumenta, tanto la rigidez como su frecuencia natural aumentan.

En el análisis experimental, finalmente se utiliza una sección de lado **25mm**, por ser más flexibles y, consecuentemente, dar lugar a amplitudes de vibración mayores y más acordes con las características del sistema de adquisición de datos a utilizar. A continuación se detallan los valores de masas y longitudes definitivos para la ejecución de las estructuras.

En primer lugar se obtiene la geometría de la estructura:

Peso Total	**11 kg**
Longitud de cada pilar	0,5 m

Para la estructura de un grado de libertad

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$k\ (N/m)$	$\omega(rad/s)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	11	79009,57	85,06	13,54

Para la estructura de dos grados de libertad

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k\ (N/m)$	$f_1(Hz)$	$f_2(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	11	11	79009,57	8,34	21,82

Capítulo 8

DEFINICIÓN E IMPLEMENTACIÓN EN MATLAB DEL MÉTODO

8.1. Introducción

El lenguaje de programación utilizado para la implementación del método es el de MATLAB, el cual ofrece entre sus prestaciones básicas, la manipulación de matrices, la representación de datos y funciones, la implementación de algoritmos, la creación de interfaces gráficas (GUI) y la comunicación con programas en otros lenguajes.

La forma en la cual el usuario puede interactuar con el programa son las denominadas interfaces gráficas (GUI), de manera que en este proyecto se utilizan como herramienta básica para la implementación del método. La forma de implementar las GUI es crear objetos y definir acciones que cada uno va a realizar.

Antes de empezar a programar es imprescindible entender cuáles son las necesidades exactas que tienen que ser cubiertas por la aplicación. Para ello es necesario entender el tipo de datos y variables que son introducidas por el usuario. También es deseable saber cómo se quiere que se presenten los datos. La parte del diseño es, con mucha diferencia, la más importante desde el punto de vista del usuario.

Las interfaces gráficas utilizadas se separarán en dos bloques. Un primer bloque formado por las **interfaces del análisis paramétrico** y un segundo bloque formado por la **interfaces del modelo experimental**. Como anotación común para ambos bloques, mencionar que en cada una de las interfaces antes de comenzar a programar hay que graficar, esto es, dibujar las interfaces gráficas para usuario.

8.2. Funciones

En primer lugar se definirán unas funciones comunes utilizadas tanto en el análisis paramétrico como en las interfaces del modelo experimental.

El coeficiente de amortiguamiento se puede obtener mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y otra mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

8.2.1. Selección de picos en base al número de ciclos transcurridos

En esta función se definirán los picos límites para el cálculo del amortiguamiento, es decir el pico superior y el pico inferior. A partir de estos, se cogerán todos los picos entre estos dos.

```
function [amortiguamiento,indices,picos_acotados,p] =
Calculo_amortiguamientos_picos(senal,f_muestreo,picos_limite,wn)

[picos indices] = findpeaks(senal,'MINPEAKDISTANCE',1);

indices_acotados = indices(picos_limite(1):picos_limite(2));
picos_acotados = picos(picos_limite(1):picos_limite(2));

indices = (indices_acotados - 1)/f_muestreo;
ln_picos = log(picos_acotados);
p = polyfit(indices, ln_picos, 1);
amortiguamiento = -p(1)/wn;
```

En la *Fig.8.1.* se puede comprobar lo que se ha comentado con anterioridad, por ejemplo, si se quiere calcular el amortiguamiento desde el 4º pico al 10º, los picos que se escogen son los siguientes:

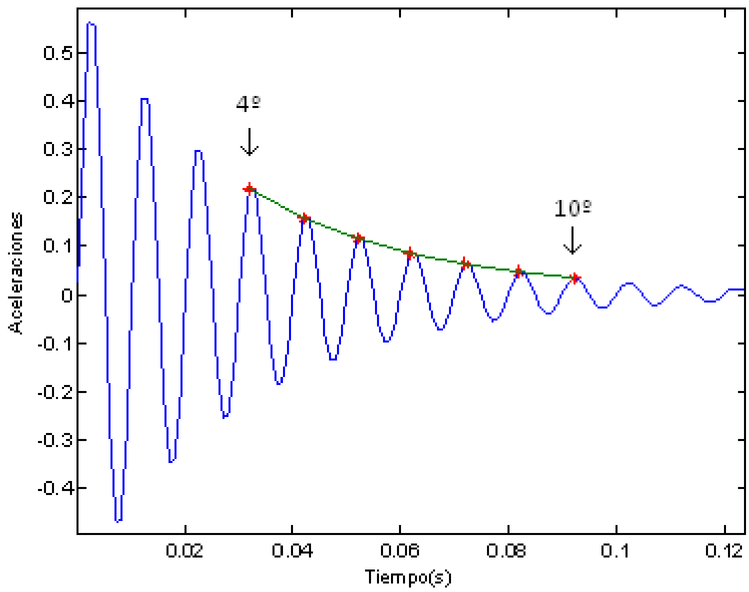


Fig.8.1 Cálculo del amortiguamiento desde el 4º pico al 10º

En la siguiente imagen los picos que se cogen para el cálculo del amortiguamiento son del 6º al 12º.

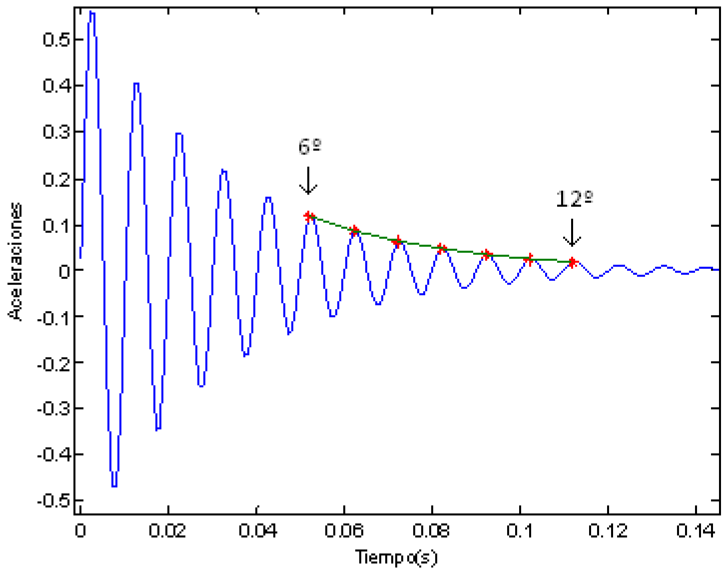


Fig. 8.2 Cálculo del amortiguamiento desde el 6º pico al 12º

8.2.2. Selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima

En esta función se definirán los límites para el cálculo del amortiguamiento, es decir el límite superior y el límite inferior. A partir de estos, se desecharán todos los picos que no están contenidos en este rango, de manera que se obtienen los suficientes picos para el cálculo del coeficiente de amortiguamiento.

```
function [amortiguamiento,indices,picos_acotados,p] =
Calculo_amortiguamientos_potencia(senal,f_muestreo,limites,wn,maximo_ideal)

[picos indices] = findpeaks(senal,'MINPEAKDISTANCE',1);

 max_90_ideal = limites(1)*maximo_ideal;
 min_10_ideal = limites(2)*maximo_ideal;

indices_acotados_aux = find(picos <= max_90_ideal);
indices_acotados = find(picos >= min_10_ideal);
indices_acotados = indices_acotados_aux(1):indices_acotados(end);
picos_acotados = picos(indices_acotados);
indices_acotados = indices(indices_acotados);

indices = (indices_acotados - 1)/f_muestreo;
ln_picos = log(picos_acotados);
p = polyfit(indices, ln_picos, 1);
amortiguamiento = -p(1)/wn;
```

En la *Fig.8.3.* se puede comprobar lo que se ha comentado con anterioridad, por ejemplo, si se quiere calcular el amortiguamiento desde el 90% de la señal al 10%, los picos que se escogen son los siguientes:

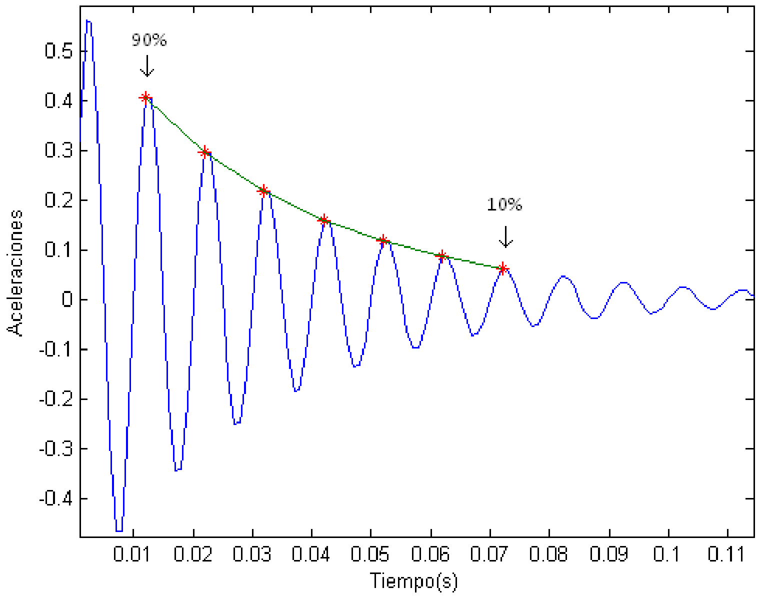


Fig.8.3 Cálculo del amortiguamiento desde el 90% al 10% de la señal

En la *Fig.8.4.* la amplitud seleccionada para el cálculo del amortiguamiento es del 70% al 20%.

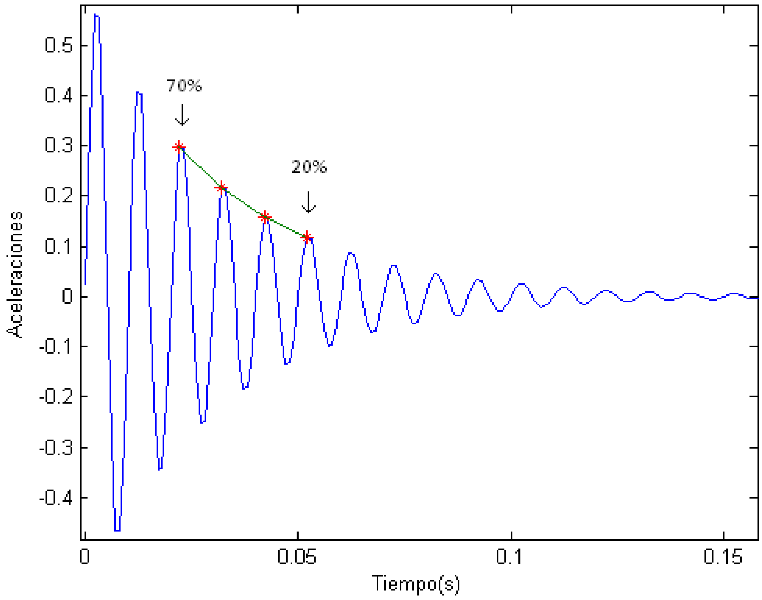


Fig.8.4 Cálculo del amortiguamiento desde el 70% al 20% de la señal

Tanto el cálculo del coeficiente de amortiguamiento mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima, se calcula mediante el decremento logarítmico, ya definido en el capítulo 6.

Otras funciones comunes para ambos bloques de interfaces son el filtrado, es decir, todo lo referente al filtrado ideal y equiripple. Aunque se ha hecho una pequeña separación respecto al cálculo del espectro equiripple.

8.2.3. Calculo de filtrado Equripple

En esta función se ha calculado tanto la señal como el espectro filtrado mediante el filtro equiripple. Para ello se requieren ciertos parámetros tales como la señal inicial, la frecuencia de muestreo, los rizados del filtro y las frecuencias de corte. El filtrado equiripple está definido en la sección de filtrados.

```
function [senal_f_equirriple,espectro_equiripple] =
EspectroEquiripple(senal,rs,rp,f_muestreo,longitud,frecuencias)

dev = [(10^(rp/20)-1)/(10^(rp/20)+1)  10^(-rs/20)];
[N,Fo,Ao,W] = firpmord([frecuencias(1) frecuencias(2) frecuencias(3)
frecuencias(4)],[0 1 0],[dev(2) dev(1) dev(2)],f_muestreo);
coef = firpm(N,Fo,Ao,W);

senal_f_equirriple = filter(coef,1,senal);
espectro_equiripple = fft(senal_f_equirriple,2*(longitud-1));
```

En la *Fig.8.5.* se puede ver que aspecto tiene un filtro equiripple.

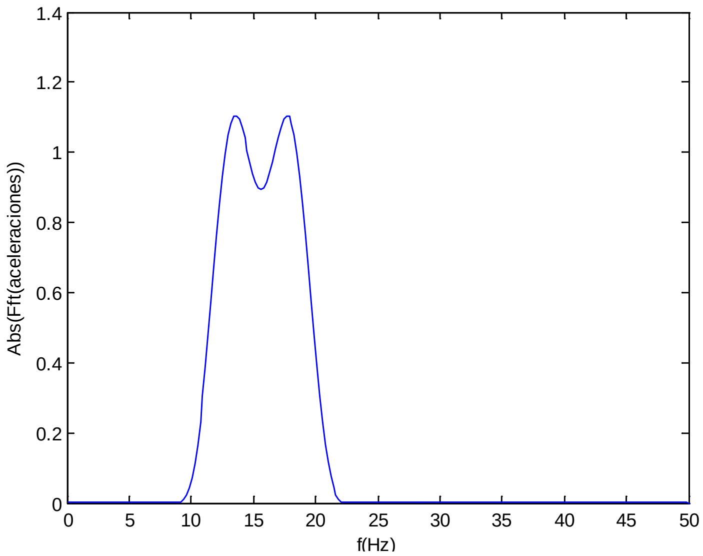


Fig. 8.5 Filtro equiripple

8.2.4. Función referente al cálculo del filtrado

En esta función se define todo lo referente al filtrado de las señales, tanto filtrado ideal como filtrado equiripple. Para ello en primer lugar es necesario definir una serie de datos de entrada tales como:

Deltaf: Es la relación del ancho de banda que sirve para la hora de filtrar el espectro de la señal, esta relación es introducida en la interfaz gráfica del filtrado y depende del amortiguamiento y la frecuencia natural.

Indices: Estos índices van a indicar qué parte del espectro es la que se va a coger para hacer el filtrado ideal, estos índices dependerán directamente de deltaf.

Espectro_ideal: Es el espectro que se filtrará.

Senal_ideal: Se necesitará para poder realizar el filtro equiripple.

Grados: Es necesario saber el grado de libertad que tendrá el sistema a calcular, ya sea uno o dos grados de libertad.

Y otros datos, tales como la frecuencia natural, el número de muestras, la frecuencia de muestreo y el eje de pulsaciones.

Una vez definido todos los datos de entrada, en primer lugar se calcula el espectro ideal, esto se hace cogiendo una parte del espectro inicial, tomando la frecuencia natural como referencia, definida mediante índices, y dejando el resto del espectro con ceros.

Para el caso de que se trate de un sistema de dos grados de libertad, habrá que separar ambos modos, esto se hace mediante dos filtros ideales o dos filtros equiripple. Para ello habrá que tener cuidado en que el primer filtro no coja parte del segundo, por ello, se han separado ambos modos teniendo en cuenta las dos frecuencias naturales. A continuación se definen, lo datos del filtrado equiripple, estos son los del rizados y las frecuencias de corte. Las frecuencias de corte dependerán de las frecuencias naturales del espectro inicial y de deltaf. Éstas se pueden calcular de manera automática o de manera manual.

```
function [espectro, senal, wn, senalr, maximos, minimos, indices, senal_ideal]
= Calculos(indices, N, espectro, deltaf, fn,
f_muestreo,senal_ideal,eje_pulsaciones,frec,grados)

eje_frecuencias = eje_pulsaciones/2/pi;

espectro_ideal = [zeros(1,indices(1)) espectro(indices(1)+1:indices(2))
zeros(1,length(espectro)-indices(2))];
espectro_ideal = [espectro_ideal(1:end) conj(espectro_ideal((end-1):-1:2))];
senal_f_ideal = ifft(espectro_ideal);

%Limitamos la señal ideal para evitar problemas o deseados

senal_f_ideal(N/2+1:end) = 0;

%Limpiamos el espectro para el caso de equirriple (filtros
%dependientes de la pendiente)

 if grados > 1
     %Obtenemos la parte del espectro que queremos
     if fn > abs((fn-frec)/2)
        ind_superior = find(eje_frecuencias<=(fn)+abs((fn-frec)/2));
         ind_superior = ind_superior(end);
         ind_inferior = find(eje_frecuencias>=(fn)-abs((fn-frec)/2));
         ind_inferior = ind_inferior(1);
      else
         ind_superior = find(eje_frecuencias<=(fn)+abs((fn-frec)/2));
         ind_superior = ind_superior(end);
         ind_inferior = 1;
      end

       espectro = [zeros(1,ind_inferior) espectro(ind_inferior+1:ind_superior)
       zeros(1,length(espectro)-ind_superior)];
       espectro(1)= real(espectro(1));
       espectro((N/2)+1) = real(espectro((N/2)+1));
       espectro = [espectro(1:end) conj(espectro((end-1):-1:2))];
        senal_ideal = ifft(espectro);
        %Eliminamos la parte baja
        senal_ideal(end/1.2:end) = 0;
end
```

En la *Fig.8.6.* se puede ver que aspecto tiene un filtro ideal

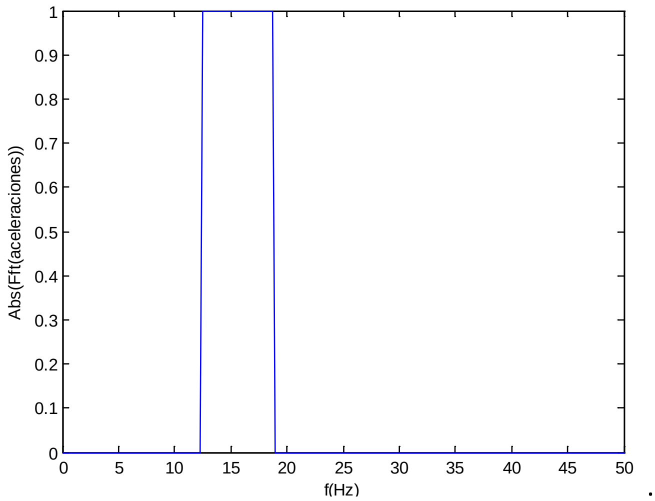


Fig. 8.6 Filtro Ideal

```
%Filtrado equrriple

%Capturo los valores de atenuaciones

rs = 60;
rp = 1;

%Frecuencias de corte

    if fn-deltaf-(fn-deltaf)/1.2 <= 0 && fn-deltaf <= 0
        f1 = 0;
        f2 = fn-fn/2;
        f3 = fn+deltaf;
        f4 = fn+deltaf+(fn+deltaf)/1.2;
    elseif fn-deltaf-(fn-deltaf)/1.2 <= 0 && fn-deltaf > 0
        f1 = 0;
        f2 = fn-deltaf;
        f3 = fn+deltaf;
        f4 = fn+deltaf+(fn+deltaf)/1.2;
    else
        f1 = fn-deltaf-(fn-deltaf)/1.2;
        f2 = fn-deltaf;
        f3 = fn+deltaf;
        f4 = fn+deltaf+(fn-deltaf)/1.2;
    end

%Construimos el filtro

frecuencias = [f1 f2 f3 f4];
    if grados == 1
        longitud = length(espectro);
    else
        longitud = length(espectro)/2+1;
    end

[senal_f_equirriple, espectro_equiripple] =
EspectroEquiripple(senal_ideal,rs,rp,f_muestreo,longitud,frecuencias);

%Frecuencias

[val indice_frec] = max(abs(espectro_ideal(1:length(espectro_ideal)/2)+1));
wn_f_ideal = eje_pulsaciones(indice_frec);

[val indice_frec] =
max(abs(espectro_equiripple(1:length(espectro_equiripple)/2+1)));
```

```
wn_f_equirriple = eje_pulsaciones(indice_frec);


%Primero recortamos las señales

[val ind_ideal_f] = min(senal_f_ideal);
senal_f_ideal_r = senal_f_ideal(ind_ideal_f:end);
[val ind_equirriple_f] = min(senal_f_equirriple);
senal_f_equirriple_r = senal_f_equirriple(ind_equirriple_f:end);

maximo_f_ideal = max(senal_f_ideal);
maximo_f_equirriple = max(senal_f_equirriple);

min_1_f_ideal = 0.01*maximo_f_ideal;
min_1_f_equirriple = 0.01*maximo_f_equirriple;


%vectores

espectro = [espectro_ideal espectro_equiripple];
senal = [senal_f_ideal senal_f_equirriple];
senalr = [senal_f_ideal_r senal_f_equirriple_r];

maximos = [maximo_f_ideal maximo_f_equirriple];
minimos = [min_1_f_ideal min_1_f_equirriple];

wn = [wn_f_ideal wn_f_equirriple];
indices = [ind_ideal_f ind_equirriple_f];
```

Al mismo tiempo, en esta función una vez filtrada la señal, ya sea idealmente como con el filtro equiripple, se calculan las nuevas frecuencias naturales buscando el valor máximo del espectro obtenido. Puesto que para el cálculo del amortiguamiento se tienen que ignorar los primeros ciclos de la señal, en esta función también se recortará la señal para su posterior cálculo. Por último en esta función se definirán los vectores que se utilizarán en la interfaz gráfica.

8.3. Interfaces gráficas de usuario para análisis paramétrico

Una vez definida las funciones comunes se procede a la definición de las interfaces del análisis paramétrico.

8.3.1. Interfaz gráfica de usuario "Estudio datos de entrada"

La realización del análisis paramétrico se podrá realizar de dos formas diferentes, que dependerán de los datos a introducir. Al mismo tiempo, dependiendo del procedimiento, se podrá elegir el grado de libertad requerido, por lo que en esta interfaz se elegirá el procedimiento que se quiere realizar para obtener los parámetros modales y también se introducirán los datos de entrada.

La introducción de los datos de entrada, haciendo referencia a la frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento para la forma 1 y la masa_1, la masa_2, el coeficiente de amortiguamiento y la rigidez del material para la forma 2.

```
%Datos de entrada forma 1
```

```
fn_esp1 = str2double(get(handles.fn_esp1,'String'));
chi_esp1 = str2double(get(handles.chi_esp1,'String'));

%Datos de entrada forma 2

m_esp2_1 = str2double(get(handles.m_esp2_1,'String'));
m_esp2_2 = str2double(get(handles.m_esp2_2,'String'));
chi_esp2 = str2double(get(handles.chi_esp2,'String'));
k_esp2 = str2double(get(handles.k_esp2,'String'));
```

Haciendo referencia a los botones de elección, habrá que especificar si uno está pulsado o no. Es lo que se denomina el reset del sistema.

Forma de realizar el espectro

```
if hObject == handles.esp_1
    handles.esp_1_ok = 1;
    handles.esp_2_ok = 0;
elseif hObject == handles.esp_2
    handles.esp_2_ok = 1;
    handles.esp_1_ok = 0;
end
```

Grado de libertad escogido

```
if hObject == handles.un_grado
    handles.gl1 = 1;
    handles.gl2 = 0;
elseif hObject == handles.dos_grados
    handles.gl2 = 1;
    handles.gl1 = 0;
end
```

Por último se realiza un bucle en donde se especificará la forma para resolver el análisis paramétrico y el grado de libertad que dependerá del botón pulsado en la interfaz gráfica, estos parámetros se almacenarán en una variable “parámetros_estudio” para poder utilizarlos en la siguiente interfaz.

```
%Realización del análisis paramétrico

if handles.esp_1_ok == 1
    forma = 1;
    grados = 1;
    save parametros_estudio fn_esp1 chi_esp1 forma grados
    Estudio
elseif handles.esp_2_ok == 1
    forma = 2;
    if handles.gl2 == 1
        grados = 2;
    elseif handles.gl1 == 1
        grados = 1;
    end
    save parametros_estudio m_esp2_1 m_esp2_2 chi_esp2 k_esp2 forma grados
    Estudio
end
```

La interfaz gráfica adquiere el siguiente aspecto

Tanto la introducción de datos como la elección del análisis se harán referentes en la tecla de la interfaz gráfica “Realizar estudio”, que pasará automáticamente a una nueva interfaz.

8.3.2. Interfaz gráfica de usuario “Estudio”

Existe una segunda interfaz, denominada “Estudio”, donde se introducirán otro tipo de datos relacionados con el filtrado de la señal y donde se realizarán los cálculos de los parámetros modales.

Se define el reset del sistema, esto está relacionado con los botones de elección, habrá que especificar si uno está pulsado o no.

```
%Reset del sistema

handles.f_picos = 0;
handles.f_potencia = 1;
handles.s_1_1_OK = 0;
handles.s_2_1_OK = 0;
handles.s_1_2_OK = 0;
handles.s_2_2_OK = 1;
handles.golpe_up_OK = 1;
handles.golpe_down_OK = 0;
```

Elección del cálculo del amortiguamiento

```
if hObject == handles.forma_picos
    handles.f_picos = 1;
    handles.f_potencia = 0;
else
    handles.f_picos = 0;
    handles.f_potencia = 1;
end
```

Definición del grado de libertad y de la forma

```
if hObject == handles.s_1_1
    handles.s_1_1_OK = 1;
```

```
    handles.s_2_1_OK = 0;
    handles.s_1_2_OK = 0;
    handles.s_2_2_OK = 0;
elseif hObject == handles.s_2_1
    handles.s_1_1_OK = 0;
    handles.s_2_1_OK = 1;
    handles.s_1_2_OK = 0;
    handles.s_2_2_OK = 0;
elseif hObject == handles.s_1_2
    handles.s_1_1_OK = 0;
    handles.s_2_1_OK = 0;
    handles.s_1_2_OK = 1;
    handles.s_2_2_OK = 0;
else
    handles.s_1_1_OK = 0;
    handles.s_2_1_OK = 0;
    handles.s_1_2_OK = 0;
    handles.s_2_2_OK = 1;
end
```

Lugar donde se da el golpe

```
if hObject == handles.golpe_up
    handles.golpe_up_OK = 1;
    handles.golpe_down_OK = 0;
else
    handles.golpe_up_OK = 0;
    handles.golpe_down_OK = 1;
end
```

En primer lugar se cargará la variable “parámetros_estudio”, donde se habrá almacenado los datos de entrada, la forma de realizar el espectro y el número de grados de libertad. Para ello se ha creado una función referente al cálculo del espectro. Los datos que han de introducirse son, referido al filtrado, la relación del ancho de banda, las atenuaciones del filtro equiripple, el pico inferior y pico superior si el cálculo de amortiguamiento es en base a los picos o el límite inferior o límite superior si el cálculo es en base a la amplitud.

```
%Cargo los datos

load parametros_estudio

%Capturo datos de entrada

relacion = str2double(get(handles.relacion,'String'));

%Obtenemos los valores para el calculo de picos

sup = str2double(get(handles.lsup,'String'));
inf = str2double(get(handles.linf,'String'));
sup = sup/100;
inf = inf/100;
pic_inf = str2double(get(handles.pic_inf,'String'));
pic_sup = str2double(get(handles.pic_sup,'String'));
```

En esta interfaz hay una tecla denominada “Realizar estudio” que se encarga de todo lo relacionado con el cálculo de los parámetros, por ello todo el cálculo irá en el *callback* de esta tecla.

8.3.2.1. Función Calculo del Espectro

```
% Parametros de entrada
% parametros:
% forma1 : parametros(1) = fn parametros(2) = chi parametros(3) =
% f_muestreo
% forma2 : parametros(1) = masa1 parametros(2) = masa2 parametros(3) = chi
parametros(4) = rigidez parametros(5) = f_muestreo


function [espectro,eje_frecuencias,eje_pulsaciones,senal_ideal,N,wn] =
CalculoEspectro(parametros,forma,grados)
```

El cálculo del espectro de la forma 1, es decir, el espectro depende de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento. Se realiza hace en base a la siguiente ecuación:

$$\frac{U}{F} = \frac{\frac{1}{m}}{2i\xi{\omega_n}^2+{\omega_n}^2-\omega^2} \tag{8.1}$$

De esta forma se obtiene el espectro, de la primera forma. Para definir el número de muestras se ha hecho una relación entre la frecuencia natural y la frecuencia de muestreo y se ha cogido en potencia de base 2. A continuación se ha forzado a que el primer elemento del espectro tenga parte imaginaria nula, requisito indispensable para obtener una respuesta real en el dominio del tiempo.

```
if forma == 1
    m_esp1 = 1/((2*pi*parametros(1))^2);
    wn = 2*pi*parametros(1);
    chi = parametros(2);
    fn = wn/2/pi;
    N = parametros(3)*100/parametros(1);
    N = 2^(ceil(log(N)/log(2)));
%     N = 2^10;
    eje_frecuencias = 0:parametros(3)/N:parametros(3)/2;
    eje_pulsaciones =  eje_frecuencias*2*pi;
    espectro = (1/m_esp1)./(wn^2+2*chi*1i*wn^2-eje_pulsaciones.^2);
    espectro(1)= real(espectro(1));
    espectro((N/2)+1) = real(espectro((N/2)+1));
    espectro = [espectro(1:end) conj(espectro((end-1):-1:2))];
    senal_ideal = ifft(espectro);
    espectro = espectro(1:(N/2)+1);
```

El cálculo del espectro de la forma 2, es decir, el espectro depende de la masa, rigidez y el coeficiente de amortiguamiento, se realiza en base a la siguiente ecuación:

$$\frac{U}{F} = \frac{1}{K(2i\xi+1)-M\omega^2} \tag{8.3}$$

De esta forma se obtiene el espectro, de la segunda forma. Para definir el número de muestras se ha hecho una relación entre la frecuencia natural y la frecuencia de muestreo y se ha cogido en potencia de base 2. Debido a que se trata de un sistema de ecuaciones de 2 grados de libertad se utiliza la función linsolve para resolver dicho sistema.

```
else
 if grados == 2
    w2 =
sqrt(parametros(4)*((1/parametros(1)+1/(2*parametros(2)))+1/2*sqrt(4/(parametr
os(1)^2)+1/(parametros(2)^2))));
    w1 = sqrt(parametros(4)*((1/parametros(1)+1/(2*parametros(2)))-
1/2*sqrt(4/(parametros(1)^2)+1/(parametros(2)^2))));
    wn = w2;
    fn = wn/2/pi;
    N = parametros(5)*100/fn;
    N = 2^(ceil(log(N)/log(2)));
    eje_frecuencias = 0:parametros(5)/N:parametros(5)/2;
    eje_pulsaciones =  eje_frecuencias*2*pi;
    A = parametros(4)*(1+2*1i*parametros(3))-
parametros(1)*(eje_pulsaciones).^2;
    B = -parametros(4)*(1+2*1i*parametros(3));
    C = -parametros(4)*(1+2*1i*parametros(3));
    D = parametros(4)*(2+4*1i*parametros(3))-
parametros(2)*(eje_pulsaciones).^2;
    espectro_1 = zeros(1,length(eje_pulsaciones));
    espectro_2 = zeros(1,length(eje_pulsaciones));

%Ahora tenemos que resolver para cada w el sistema

%Para ello generamos la matriz d coeficientes

   for i = 1:length(eje_pulsaciones)
        A1 = A(i);
        D1 = D(i);
        espectros = cramer([A1 B;C D1],F');
%         espectros = linsolve([A1 B; C D1],F');
        espectro_1(i) = espectros(1);
        espectro_2(i) = espectros(2);
    end

    espectro_1(1)= real(espectro_1(1));
    espectro_1((N/2)+1) = real(espectro_1((N/2)+1));
    espectro = [espectro_1(1:end) conj(espectro_1((end-1):-1:2))];
    senal_ideal_1 = ifft(conj(espectro));

    espectro_2(1)= real(espectro_1(1));
    espectro_2((N/2)+1) = real(espectro_2((N/2)+1));
    espectro = [espectro_2(1:end) conj(espectro_2((end-1):-1:2))];
    senal_ideal_2 = ifft(conj(espectro));

    senal_ideal = [senal_ideal_1 senal_ideal_2];
    espectro = [conj(espectro_1) conj(espectro_2)];

    [picos indices] = findpeaks(abs(espectro_1(1:N/2+1)),'MINPEAKDISTANCE',5);
    wn1 = eje_pulsaciones(indices);

    [picos indices] =
findpeaks(abs(espectro_2(1:N/2+1)),'MINPEAKDISTANCE',10);
    wn2 = eje_pulsaciones(indices);
    wn = [wn1 wn2];
```

Para la forma 2 pero de un grado de libertad

```
elseif grados == 1

    wn = sqrt(parametros(4)/parametros(1));
    fn = wn/2/pi;
    N = parametros(5)*100/fn;
```

```
    N = 2^(ceil(log(N)/log(2)));
    eje_frecuencias = 0:parametros(5)/(N):parametros(5)/2;
    eje_pulsaciones =  eje_frecuencias*2*pi;
    espectro = 1./(parametros(4)+2*parametros(3)*1i*parametros(4)-
parametros(1)*eje_pulsaciones.^2);
    espectro(1)= real(espectro(1));
    espectro((N/2)+1) = real(espectro((N/2)+1));
    espectro = [espectro(1:end) conj(espectro((end-1):-1:2))];
    senal_ideal = ifft(espectro);
    espectro = espectro(1:(N/2)+1);

    [picos indices] = findpeaks(abs(espectro(1:N/2+1)),'MINPEAKDISTANCE',10);
    wn = eje_pulsaciones(indices);

 end
end
```

En la forma dos se calculan la frecuencia natural inicial, cogiendo el valor máximo del espectro. A continuación en la interfaz Estudio, existe un bucle, el cual se relacionaría con los datos obtenidos en la interfaz "Datos de Entrada" y este calculará directamente el espectro en función del grado de libertad y de la forma deseada. Para los sistemas de dos grados de libertad también se da la opción de poder elegir donde se dará el golpe para proporcionar cierta vibración a la estructura.

```
%Genero espectro y señales ideales

if forma == 1
    parametros = [fn_esp1 chi_esp1 f_muestreo];
    [espectro,eje_frecuencias,eje_pulsaciones,senal_ideal,N,wn] =
CalculoEspectro(parametros,forma,grados);
    chi = chi_esp1;
elseif forma == 2
    if grados == 2
        if handles.golpe_up_OK == 1
          F = [1 0];
          parametros = [m_esp2_1 m_esp2_2 chi_esp2 k_esp2 f_muestreo];
          [espectro,eje_frecuencias,eje_pulsaciones,senal_ideal,N,wn] =
CalculoEspectro(parametros,forma,grados,F);
        else
          F = [0 1];
          parametros = [m_esp2_1 m_esp2_2 chi_esp2 k_esp2 f_muestreo];
          [espectro,eje_frecuencias,eje_pulsaciones,senal_ideal,N,wn] =
CalculoEspectro(parametros,forma,grados,F);
        end
    elseif grados == 1
      parametros = [m_esp2_1 m_esp2_2 chi_esp2 k_esp2 f_muestreo];
      [espectro,eje_frecuencias,eje_pulsaciones,senal_ideal,N,wn] =
CalculoEspectro(parametros,forma,grados);
    end
    chi = chi_esp2;
end
```

A continuación se procede al filtrado de la señal tanto por filtro ideal como por filtro equiripple, y de esta manera poder comparar qué filtro es el óptimo para el trabajo en cuestión.

Una vez todos los datos son introducidos existe un botón denominado "realizar prueba", con el cual se obtienen los resultados de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento. Tanto de la señal inicial, el filtrado ideal y el filtrado equiripple.

Para proceder al cálculo del amortiguamiento se hará de forma independiente si se trata de sistemas de un grado de libertad o de dos grados de libertad.

2 Grados de Libertad

```
%Ahora filtramos tanto idealmente como con el equirriple

%Filtrado ideal

if grados == 2
```

Primero se calculará los datos necesarios tales como la relación y los índices para poder realizar el espectro.

```
    %Como estamos en 2gl no tenemos que representar los picos en la ideal
    ideal2gl = 1;

    deltaf1 = relacion*chi*wn(1)/2/pi;
    deltaf2 = relacion*chi*wn(2)/2/pi;
    fn = wn/2/pi;

    ind_superior = find(eje_frecuencias<=fn(1)+deltaf1);
    ind_superior1 = ind_superior(end);
    ind_inferior = find(eje_frecuencias>=fn(1)-deltaf1);
    ind_inferior1 = ind_inferior(1);

    ind_superior = find(eje_frecuencias<=fn(2)+deltaf2);
    ind_superior2 = ind_superior(end);
    ind_inferior = find(eje_frecuencias>=fn(2)-deltaf2);
    ind_inferior2 = ind_inferior(1);

    espectro1 = espectro(1:N/2+1);
    espectro2 = espectro((N+4)/2:end);

    indices1 = [ind_inferior1 ind_superior1];
    indices2 = [ind_inferior2 ind_superior2];
```

A continuación se procede al filtrado de la señal, tanto idealmente como con filtro equiripple, para ello se hará una diferenciación entre el grado de libertad 1 (Espectro 2 / Piso de abajo) y el grado de libertad 2 (Espectro 1 / Piso de arriba). Al mismo tiempo en cada grado de libertad se tendrá que calcular el amortiguamiento para el modo 1 (Pico 1) y para el modo 2 (Pico 2). El cálculo del espectro se hace mediante la función “Cálculos” definida con anterioridad. El cálculo del amortiguamiento se realizará mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos o mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

```
    %Señal ideal

    %Primero obtenemos el coeficiente de amortiguamiento
```

Para obtener el amortiguamiento se calculará tanto el gdl1 como el gadl2 en primer lugar, con las funciones ya descritas.

```
    %Cálculos para los pisos (Espectros)

    [espectro, senal, wn, senalr, maximos, minimos, indices, senal_comp] =
Calculos(indices, N, espectro, deltaf, fn(1),
f_muestreo,senal_ideal(1:N),eje_pulsaciones, fn(2), 2);
```

A continuación una vez que se tienen los espectros de ambos grados de libertad se calculan los dos modos de cada piso, teniendo en cuenta que cada modo se realiza mediante filtrado ideal y filtrado equiripple.

```
%Cálculo de modos

    %Filtrado ideal

    if handles.f_picos == 1

[amort_log_f_ideal,indices_temp_f_ideal,picos_ideal_f_acotados,p_f_ideal] =
Calculo_amortiguamientos_picos(senal (1:N),f_muestreo,picos_limite,(1));
        ind_ideal_f = 1;

    %Filtrado equirriple

    if handles.f_picos == 1

[amort_log_f_equirriple,indices_temp_f_equirriple,picos_f_equirriple_acotados,
p_f_equirriple] =
Calculo_amortiguamientos_picos(senal(N+1:end),f_muestreo,picos_limite,wn(2));
        ind_equiripple_f = 1;
```

Puesto que existen varios casos habrá que definir perfectamente todos los resultados que se quieren representar. Estos son la frecuencia natural y el amortiguamiento de la señal ideal, del filtrado ideal y del filtrado equiripple. También todo lo relacionado con la representación gráfica. Éstas son las señales y espectros iniciales, filtradas idealmente y con filtro equiripple, los índices temporales, los índices de desplazamientos y las variables para la comparativa. Todos estos parámetros han sido almacenados según el caso al que se refiere:

```
%Segun la señal que queramos observar si estamos en 2 grados de
    %libertad

    if handles.s_1_1_OK == 1

        [picos indices_frec] = findpeaks(abs(espectro),'MINPEAKDISTANCE',5);
        wn_ideal = eje_pulsaciones(indices_frec);
        min_ideal = 0.01*max(senal_ideal(1:N));

        indices_temp_f_ideal = indices_temp_f_ideal1_1;
        indices_temp_f_equirriple = indices_temp_f_equirriple1_1;

        wn_ideal = wn_ideal(1);
        amort_log_ideal = 0;
        wn_f_ideal = wn1_1(1);
        amort_log_f_ideal = amort_log_f_ideal1_1;
        wn_f_equirriple = wn1_1(2);
        amort_log_f_equiripple = amort_log_f_equirriple1_1;

        espectro = espectro1;
        senal_ideal = senal_ideal(1:N);
        min_1_ideal = min_ideal;
```

```
        senal_f_ideal = senal1_1(1:N);
        picos_ideal_f_acotados = picos_ideal_f_acotados1_1;
        p_f_ideal = p_f_ideal1_1;
        min_1_f_ideal = min_ideal;

        senal_f_equirriple = senal1_1(N+1:end);
        picos_f_equirriple_acotados = picos_f_equirriple_acotados1_1;
        p_f_equirriple = p_f_equirriple1_1;
        min_1_f_equirriple = minimos1_1(2);

        %Espectros

        espectro_ideal = espectro1_1(1:N);
        espectro_equirriple = espectro1_1(N+1:end);

        % Indices desplazamiento
        if handles.f_picos == 0
            ind_ideal_f = indices1_1(1);
            ind_equiripple_f = indices1_1(2);
        end

        %Para la comparativa
        handles.senal_ideal_comp = senal_comp1_1;


    elseif handles.s_2_1_OK == 1

    elseif handles.s_1_2_OK == 1

    elseif handles.s_2_2_OK == 1
```

Grado de libertad 1

Primero se calculará los datos necesarios tales como la relación y los índices para poder realizar el espectro.

```
    deltaf = relacion*chi*wn/2/pi;
    fn = wn/2/pi;

    ind_superior = find(eje_frecuencias<=fn+deltaf);
    ind_superior = ind_superior(end);
    ind_inferior = find(eje_frecuencias>=fn-deltaf);
    ind_inferior = ind_inferior(1);
    indices = [ind_inferior ind_superior];

    [val indice_frec] = max(abs(espectro));
    wn_ideal = eje_pulsaciones(indice_frec);

    %Señal ideal

    senal_ideal_r = senal_ideal;

    maximo_ideal = max(senal_ideal);

    min_ideal = 0.01*maximo_ideal;
```

A continuación se procede al filtrado de la señal, tanto idealmente como con filtro equiripple. Se calculará en primer lugar el amortiguamiento de la señal inicial sin ser filtrada:

```
%Caso inicial ideal --> Amortiguamiento
```

```
        [amort_log_ideal,indices_temp_ideal,picos_ideal_acotados,p_ideal] = 
Calculo_amortiguamientos_picos(senal_ideal,f_muestreo,picos_limite,wn_ideal);
```

El cálculo del espectro se hace mediante la función "Cálculos" definida con anterioridad. El cálculo del amortiguamiento se realizará en función de los picos o en función de la amplitud de la señal.

```
%Calculos del espectro

    [espectros, senal, wn, senalr, maximos, minimos, indices1] = 
Calculos(indices, N, espectro, deltaf, fn(1), 
f_muestreo,senal_ideal,eje_pulsaciones,0,1);
```

Los filtrados se realizarán tanto para cada modo con los dos procedimientos, la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

```
%Caso filtrado equirriple

[amort_log_f_equiripple,indices_temp_f_equirriple,picos_f_equirriple_acotados,
p_f_equirriple] = 
Calculo_amortiguamientos_picos(senal(N+1:end),f_muestreo,picos_limite,wn(2));
        ind_equiripple_f = 1;

%Caso filtrado ideal

[amort_log_f_ideal,indices_temp_f_ideal,picos_ideal_f_acotados,p_f_ideal] = 
Calculo_amortiguamientos_picos(senal(1:N),f_muestreo,picos_limite,wn(1));
        ind_ideal_f = 1;
```

Puesto que existen varios casos habrá que definir perfectamente todos los resultados que se quieren representar. Estos son la frecuencia natural y el amortiguamiento de la señal ideal, del filtrado ideal y del filtrado equiripple. También todo lo relacionado con la representación gráfica. Éstas son las señales y espectros iniciales, filtradas idealmente y con filtro equiripple, los índices temporales, los índices de desplazamientos y las variables para la comparativa. Todos estos parámetros han sido almacenados según el caso al que se refiere

```
%Asignamos valores

    wn_f_ideal = wn(1);
    wn_f_equirriple = wn(2);

    min_1_ideal = min_ideal;

    senal_f_ideal = senal(1:N);
    min_1_f_ideal = minimos(1);

    senal_f_equirriple = senal(N+1:end);
    min_1_f_equirriple = minimos(2);

    ideal2gl = 0;

    espectro_ideal = espectros(1:N);
    espectro_equirriple = espectros(N+1:end);

    if handles.f_picos == 0
```

```
        ind_ideal_f = indices1(1);
        ind_equiripple_f = indices1(2);
    end;

%Indices temporales

indices_temp = [0:length(senal_f_ideal)-1]/f_muestreo;

%Limitamos la señal

for k = 1:length(senal_f_ideal)
    if k > length(senal_f_ideal)/1.2
        senal_f_ideal(k) = 0;
    end
end
```

Puesto que se trata de una interfaz gráfica habrá que guardar los parámetros de salida de la siguiente forma:

```
%Frecuencias y amortiguamientos

set(handles.wn_ideal,'String',num2str(wn_ideal/2/pi));
set(handles.amort_log_ideal,'String',num2str(amort_log_ideal));
set(handles.wn_f_ideal,'String',num2str(wn_f_ideal/2/pi));
set(handles.amort_log_f_ideal,'String',num2str(amort_log_f_ideal));
set(handles.wn_f_equiripple,'String',num2str(wn_f_equirriple/2/pi));
set(handles.amort_log_f_equiripple,'String',num2str(amort_log_f_equiripple));
```

A continuación se transforman los ejes temporales para que coincidan con los picos del amortiguamiento

```
%Transformamos el eje temporal para colocar los picos justo donde caen


indices_temp_f_ideal_aux = indices_temp_f_ideal;
indices_temp_f_equirriple_aux = indices_temp_f_equirriple;
indices_temp_f_ideal = indices_temp_f_ideal + (ind_ideal_f - 1)/f_muestreo;
indices_temp_f_equirriple = indices_temp_f_equirriple + (ind_equiripple_f -
1)/f_muestreo;
```

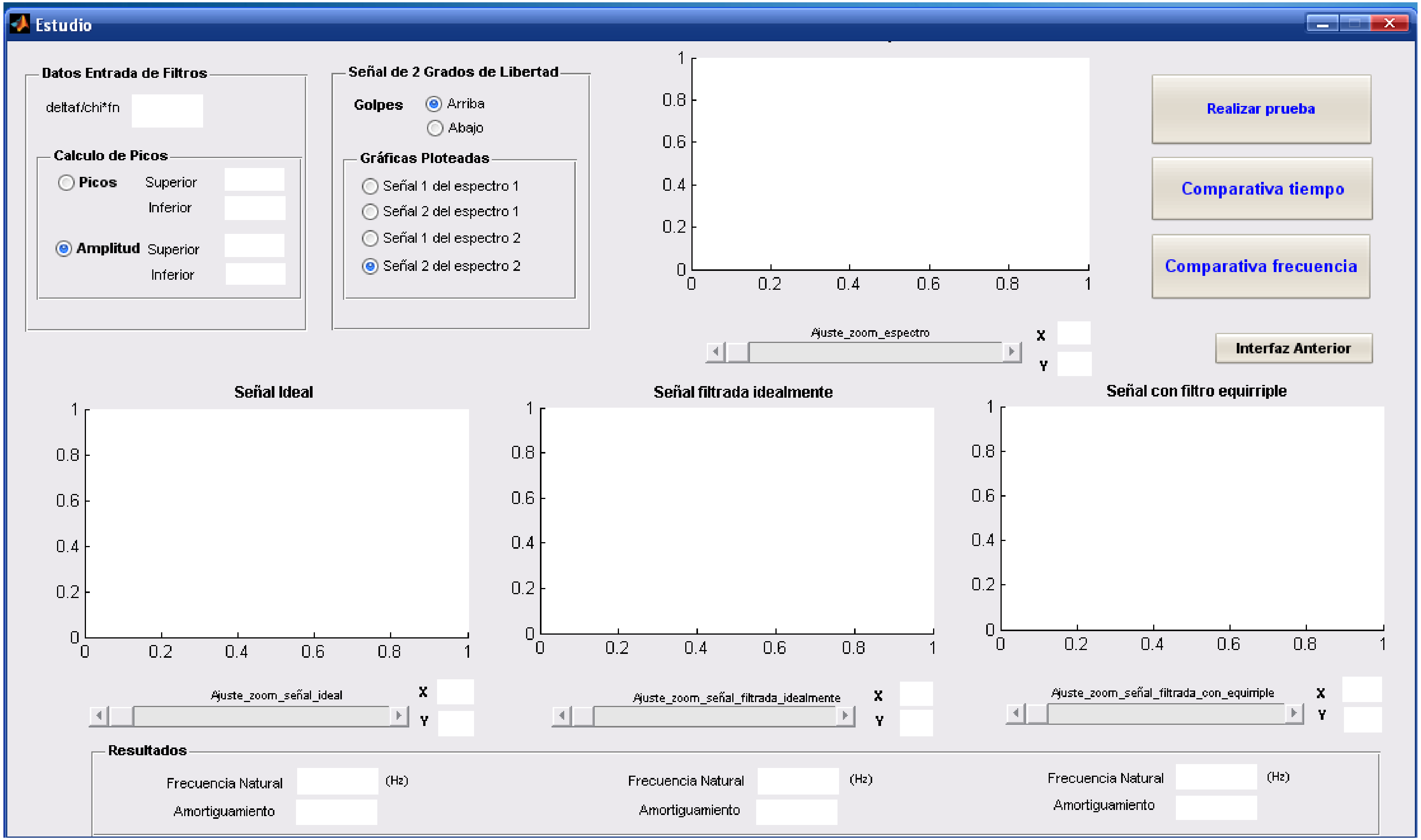
En la interfaz gráfica “estudio” también se puede apreciar cuatro gráficas diferentes, en donde se va a representar el espectro y la señal en el dominio del tiempo de la señal inicial. Otra gráfica para la señal en el tiempo filtrada idealmente y una última para la señal con filtrado equiripple. En cada una de éstas gráficas se ha incorporado un zoom.

```
%Ploteamos

axes(handles.espectro);
semilogy(eje_frecuencias,abs(espectro));
axes(handles.senal);
if ideal2gl == 1
    plot(indices_temp,senal_ideal);
    handles.indice_ideal = find(senal_ideal>=min_1_ideal);
    axis([0 indices_temp(handles.indice_ideal(end)) 1.2*min(senal_ideal)
1.2*max(senal_ideal)]);
else

plot(indices_temp,senal_ideal,indices_temp_ideal,picos_ideal_acotados,'*r',ind
```

```
ices_temp_ideal,exp(p_ideal(2))*exp(-
amort_log_ideal*wn_ideal*indices_temp_ideal));
    handles.indice_ideal = find(senal_ideal>=min_1_ideal);
    axis([0 indices_temp(handles.indice_ideal(end)) 1.2*min(senal_ideal)
1.2*max(senal_ideal)]);
end
axes(handles.senal_f_ideal);
plot(indices_temp,senal_f_ideal,indices_temp_f_ideal,picos_ideal_f_acotados,'*
r',indices_temp_f_ideal,exp(p_f_ideal(2))*exp(-
amort_log_f_ideal*wn_f_ideal*indices_temp_f_ideal_aux));
handles.indice_f_ideal = find(senal_ideal>=min_1_f_ideal);
axis([0 indices_temp(handles.indice_f_ideal(end)) 1.2*min(senal_f_ideal)
1.2*max(senal_f_ideal)]);
axes(handles.senal_equiripple);
plot(indices_temp,senal_f_equirriple,indices_temp_f_equirriple,picos_f_equirri
ple_acotados,'*r',indices_temp_f_equirriple,exp(p_f_equirriple(2))*exp(-
amort_log_f_equiripple*wn_f_equirriple*indices_temp_f_equirriple_aux));
handles.indice_equirriple = find(senal_f_equirriple>=min_1_f_ideal);
axis([0 indices_temp(handles.indice_f_ideal(end)) 1.2*min(senal_f_equirriple)
1.2*max(senal_f_equirriple)]);
```

Por último hay que almacenar las variables los datos a utilizar en las estructuras zoom y aquellas necesarias para las interfaces de comparativa.

Como se ha comentado con anterioridad al tratarse de interfaces gráficas y no ser figuras propias del programa MATLAB no se le pueden hacer un zoom, por lo que se le ha incorporado un zoom manual. Este consiste en un slider que introduciendo las coordenadas x e y, se podrá aumentar la gráfica en función a lo que se desee. Debido a esto cada slider de cada gráfica irá definida en función a lo que se esté representando. La interfaz gráfica adquiere el siguiente aspecto


Estudio
Datos Entrada de Filtros
deltaf/chi*fn
Calculo de Picos
Picos
Superior
Inferior
Amplitud
Superior
Inferior
Señal de 2 Grados de Libertad
Golpes
Arriba
Abajo
Gráficas Ploteadas
Señal 1 del espectro 1
Señal 2 del espectro 1
Señal 1 del espectro 2
Señal 2 del espectro 2
Realizar prueba
Comparativa tiempo
Comparativa frecuencia
Ajuste_zoom_espectro
X
Y
Interfaz Anterior
Señal Ideal
Señal filtrada idealmente
Señal con filtro equirriple
Ajuste_zoom_señal_ideal
Ajuste_zoom_señal_filtrada_idealmente
Ajuste_zoom_señal_filtrada_con_equirriple
Resultados
Frecuencia Natural
(Hz)
Amortiguamiento

8.3.3. Interfaz gráfica de usuario "Comparativa en el tiempo"

En esta interfaz se puede apreciar el error absoluto y error relativo frente a los amortiguamientos para los diferentes tipos de filtrados. En la interfaz gráfica "comparativa en tiempo" se podrán ver las señales en el tiempo y como han sido modificadas una con respecto a otra por el filtrado.

En primer lugar se define el reset de la interfaz esto es:

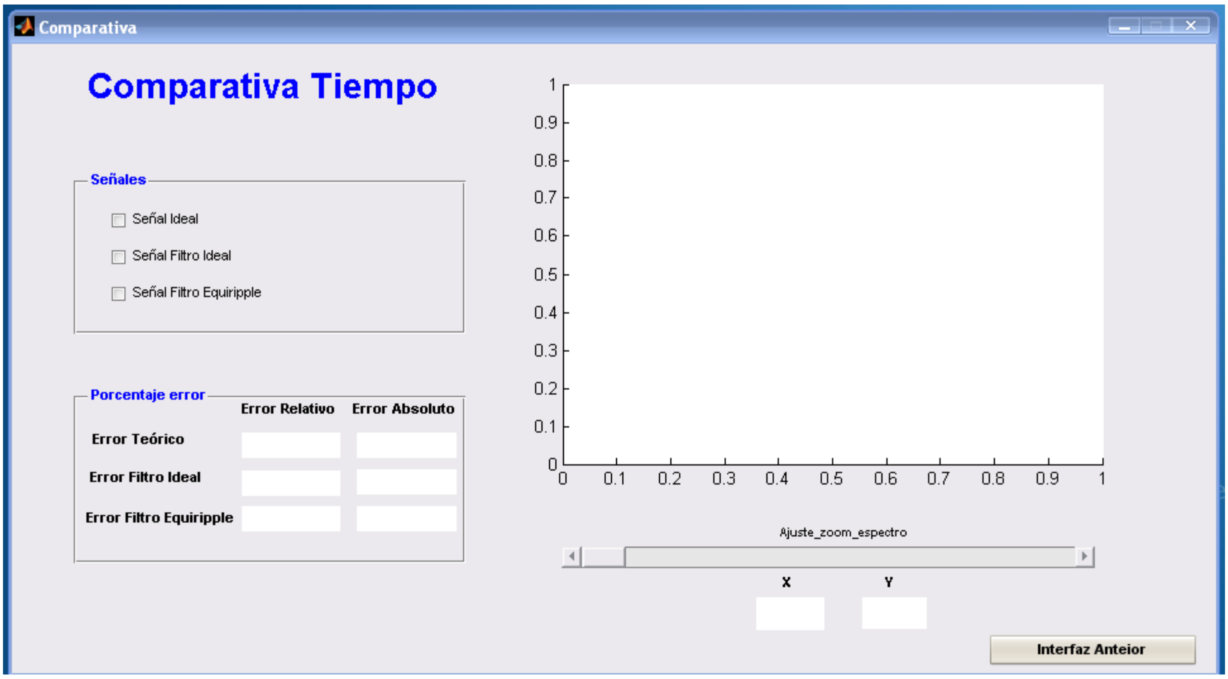
```
handles.ideal = 0;
handles.f_ideal = 0;
handles.equiripple = 0;
```

A continuación se cargarán los datos procedentes de la interfaz **"estudio",** los cuales están almacenados en **var_comparativa.** Estos datos son necesarios para el cálculo de los errores relativos y absolutos y al mismo tiempo para la representación de las señales.

```
load var_comparativa


%errores relativos
error_ideal=abs(((chi-amort_log_ideal)/chi)*100);
error_filtro_ideal=abs(((chi-amort_log_f_ideal)/chi)*100);
error_equiripple=abs(((chi-amort_log_f_equirriple)/chi)*100);

%errores absolutos
abs_ideal=((chi-amort_log_ideal));
abs_f_ideal=((chi-amort_log_f_ideal));
abs_equiripple=((chi-amort_log_f_equirriple));


set(handles.error_ideal,'String',num2str(error_ideal));
set(handles.error_filtro_ideal,'String',num2str(error_filtro_ideal));
set(handles.error_equiripple,'String',num2str(error_equiripple));
set(handles.abs_ideal,'String',num2str(abs_ideal));
set(handles.abs_f_ideal,'String',num2str(abs_f_ideal));
set(handles.abs_equiripple,'String',num2str(abs_equiripple));

handles.sentencia_ideal = '0,0';
handles.sentencia_f_ideal = '0,0';
handles.sentencia_equiripple = '0,0';
```

Al igual que en la interfaz estudio estas señales tienen asociados un zoom, con la diferencia que estas señales pueden cargarse una sobre otra para poderlas comparar.

La interfaz gráfica adquiere el siguiente aspecto



8.3.4. Interfaz gráfica usuario "Comparativa en frecuencia"

En esta interfaz se puede apreciar el error absoluto y error relativo frente a los amortiguamientos para los diferentes tipos de filtrados. En la interfaz gráfica "comparativa en frecuencia" se podrá ver los espectros y como han sido modificadas uno con respecto a otro debido al filtrado.

En primer lugar se define el reset de la interfaz esto es:

```
handles.ideal = 0;
handles.f_ideal = 0;
handles.equiripple = 0;
```

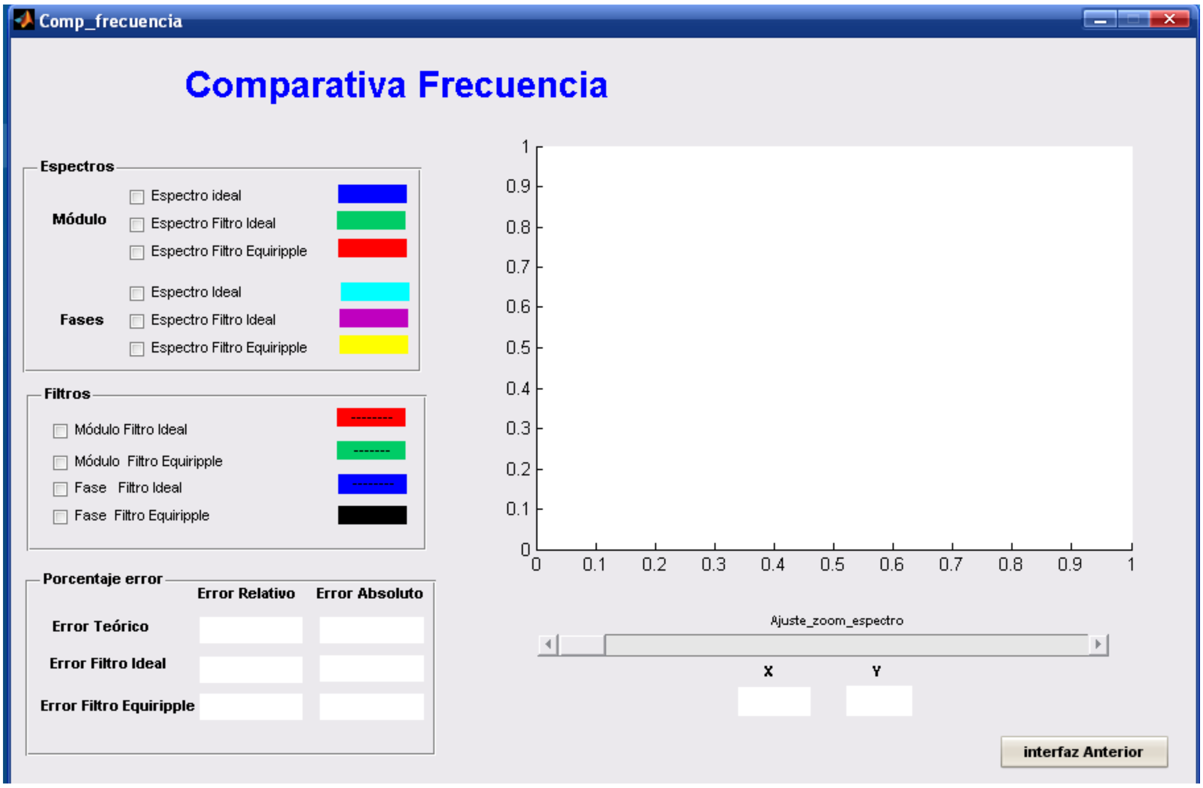
A continuación se cargarán los datos procedentes de la interfaz **"estudio",** los cuales están almacenados en **var_comparativa.** Estos datos son necesarios para el cálculo de los errores relativos y absolutos y al mismo tiempo para la representación de los espectros.

```
load var_comparativa

%errores relativos
error_ideal=abs(((chi-amort_log_ideal)/chi)*100);
error_filtro_ideal=abs(((chi-amort_log_f_ideal)/chi)*100);
error_equiripple=abs(((chi-amort_log_f_equirriple)/chi)*100);

%errores absolutos
abs_ideal=((chi-amort_log_ideal));
abs_f_ideal=((chi-amort_log_f_ideal));
abs_equiripple=((chi-amort_log_f_equirriple));

set(handles.error_ideal,'String',num2str(error_ideal));
set(handles.error_filtro_ideal,'String',num2str(error_filtro_ideal));
set(handles.error_equiripple,'String',num2str(error_equiripple));
set(handles.abs_ideal,'String',num2str(abs_ideal));
```

```
set(handles.abs_f_ideal,'String',num2str(abs_f_ideal));
set(handles.abs_equiripple,'String',num2str(abs_equiripple));

handles.sentencia_ideal = '0,0';
handles.sentencia_f_ideal = '0,0';
handles.sentencia_equiripple = '0,0';
```

Al igual que en la interfaz estudio estas señales tienen asociados un zoom, con la diferencia que estas señales pueden cargarse una sobre otra para poderlas comparar. En esta interfaz además de poder representar el módulo de los espectros, se puede representar las fases de éstos. También se representa el módulo y la fase de los filtros.

La interfaz gráfica adquiere el siguiente aspecto



8.4. Interfaces gráficas de usuarios para análisis experimentales

Las siguientes interfaces gráficas son las que se generarán para obtener señales directamente mediante los dispositivos de adquisición de datos. El objetivo es rellenar los huecos de los datos de entrada de los dispositivos, darle un golpe a la estructura y mediante el acelerómetro conectado tanto a la fuente de alimentación como al dispositivo de adquisición de datos, se pueda calcular directamente los parámetros modales, tales como la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento, con la señal filtrada tanto idealmente como con un filtro equiripple.

Existe una primera interfaz denominada "Datos de entrada" donde se procede a la recogida de datos, tanto para sistemas un grado de libertad y sistemas de dos grados de libertad. Los sistemas de dos grados de libertad pasarán a una segunda interfaz "Resultados2g", donde se realizará el filtrado de la señal.

Por último, existen 2 interfaces más, "Resultados" y "Resultados2g1", para sistemas de un grado de libertad y sistemas de dos grados de libertad respectivamente, donde se podrán visualizar tanto los parámetros obtenidos como las gráficas de interés.

8.4.1. Interfaz gráfica de usuario "Datos de Entrada"

La realización del análisis experimental se podrá realizar con dos dispositivos de adquisición de datos diferentes, el Labjack U12 y el Labjack UE9 (mucho más preciso que el anterior), los datos a introducir resultarán diferentes según el dispositivo a utilizar. Al mismo tiempo estos dispositivos podrán estar conectados a una estructura de un grado de libertad como de dos grados de libertad. Puesto que existen dos acelerómetros diferentes, en esta interfaz también se podrá elegir qué sensor es el que se está utilizando. Al mismo tiempo se introducirá también la frecuencia de muestreo y el tiempo que se desee que el dispositivo esté tomando datos de la estructura por medio del acelerómetro. Por último existe la opción de poder generar señales ya existentes almacenadas y volver a ejecutarlas y generarlas

Haciendo referencia a los botones de elección, habrá que especificar si uno está pulsado o no. Es lo que se denomina el reset del sistema.

```
%Reset del sistema
  handles.tipo = 2;
  handles.grado = 2;
  handles.fuente = 2;
  handles.U12_OK = 1;
  handles.UE9_OK = 0;
```

donde:

Tipo → tipo de acelerómetro utilizado.

Grado → Grado de libertad escogido

Fuente → Obtener una señal directamente o cargar una ya almacenada.

U12 → Dispositivo de adquisición de datos seleccionado

UE9 → Dispositivo de adquisición de datos no seleccionado

Para la introducción de datos se realizará en función del dispositivo que se desee utilizar. Para el dispositivo Labjack U12, se utilizarán 3 funciones diferentes, definidas en el "bloque I- Cálculo Teóricos- Definición Conceptos básicos de adquisición de datos y tratamiento de la señal en el análisis modal experimental".

```
%Valores del start

a = get(handles.edit18, 'String');
idnum = str2double(a);
a = get(handles.edit19, 'String');
channels = str2double(a);
a = get(handles.edit20, 'String');
scanRate = str2double(a);
a = get(handles.edit21, 'String');
readCount = str2double(a);
a = get(handles.edit22, 'String');
gains = str2double(a);
a = get(handles.edit23, 'String');
disableCall = str2double(a);
a = get(handles.edit24, 'String');
numChannels = str2double(a);
a = get(handles.edit25, 'String');
ledOn = str2double(a);
a = get(handles.edit26, 'String');
demo = str2double(a);
a = get(handles.edit27, 'String');
stateIOin = str2double(a);
a = get(handles.edit28, 'String');
updateIO = str2double(a);


%Valores del read

a = get(handles.edit29, 'String');
localID = str2double(a);
a = get(handles.edit30, 'String');
numChannels = str2double(a);
a = get(handles.edit32, 'String');
timeout = str2double(a);

%Valor del tiempo de lectura

a = get(handles.Tiempo, 'String');
Tiempo = str2double(a);

%Frecuencia de muestreo

a = get(handles.edit17, 'String');
f_muestreo = str2double(a);
```

Para el dispositivo UE9, si es seleccionado, los datos de entrada recogido en la esta interfaz se recogerán en una función que se encargará de la toma de datos de este dispositivo. Esta función está definida en “bloque I- Cálculo Teóricos- Definición Conceptos básicos de adquisición de datos y tratamiento de la señal en el análisis modal experimental”.

A continuación se verá el esquema utilizado en donde se verá en primer lugar la fuente utilizada, es decir, si se genera la señal directamente o se carga una ya almacenada y a continuación se procederá a la elección del dispositivo.

En primer lugar se realiza la señal generada directamente y a continuación si lo que se selecciona es “archivo” se podrá cargar la señal abriéndose la ventana para poder elegir la señal almacenada que se desee. Si se selecciona el Labjack UE9 se manda a la función los datos de entrada donde se generará un vector fila y se devolverá a la interfaz donde se transformará en un vector columna.

```
%Ahora realizamos las operaciones

if handles.fuente == 2
  if handles.UE9_OK == 1
      loops = handles.loops;
      ScanRate = handles.ScanRate;
      time = handles.time;
      buffer = handles.buffer;

      [voltages_con] = modUE9_Simple_Stream(loops, ScanRate, time, buffer);
      voltages_con = voltages_con';
```

Si se selecciona el Labjack U12, las funciones se realizarán directamente en esta interfaz. Se ha fijado el número de escaneos por lectura. Y al igual que en el UE9 se transforma el vector fila en vector columna.

```
else

      [scanRate errorcode idnum]=aistreamstart(idnum, demo, stateIOin,
updateIO, ledOn, numChannels, channels, gains, scanRate, disableCall,
readCount);

      num_muestras = f_muestreo*Tiempo;
      numScans=1024
      num_adquisiciones=ceil(num_muestras/numScans);
      voltages_con= zeros(num_adquisiciones*numScans,1);

      for i = 1:num_adquisiciones
        [voltages_con((i-1)*numScans+1:i*numScans,1) stateIOout LjScanBacklog
overVoltage errorcode] = AIStreamRead(localID,numChannels, numScans, timeout)
      end;

      aistreamclear(0);
  end
```

En este paso es donde se elige la opción de cargar la señal ya almacenada.

```
else
    try
        [FILENAME, PATHNAME, FILTERINDEX] = uigetfile({'*.mat';'*.m'},
'Selecciona el archivo de la prueba');
        eval(['load ' FILENAME]);
    catch exception
        rep = getReport(exception, 'basic');
        errordlg(rep);
    end
end
```

Una vez obtenida las muestras para poder crear la señal y antes de comenzar con los respectivos cálculos se ha de pasar el vector tensiones que da el dispositivo a un vector aceleraciones. Para poder obtener un valor de referencia para poder trasladar el vector al 0, se hará una media de todas las muestras y así poder obtener el valor de tensión correspondiente de la estructura en reposo

```
voltages_con = voltages_con-mean(voltage_con);
```

```
%Traslación de tensiones al 0

voltages_con = voltages_con-mean(voltages_con);
```

Una vez se han trasladado las tensiones al cero, se calcula el vector aceleraciones, para ello ha de saberse primer, que tipo de acelerómetro se está utilizando, si es 2G o 3G, pues, 2G tiene una sensibilidad de 660 mV/g y 3G tiene una sensibilidad de 330 mV/g

```
%Cálculo de aceleraciones

aceleraciones = [];
if handles.tipo == 1
    aceleraciones = voltages_con/0.66;
elseif handles.tipo == 2
    aceleraciones = voltages_con/0.33;
end;
```

En esta interfaz gráfica, para el caso de que se trate de un grado de libertad se harán los cálculos referidos a las frecuencias naturales y coeficiente de amortiguamiento.

```
%Cálculo de la frecuencia angular y coeficiente de amortiguamiento (en el
%caso de un grado de libertad)

%% UN GRADO DE LIBERTAD

if (handles.grado == 1)

% Primero hayo el eje de frecuencias y la fft, luego obtengo maximo e
% indice y con ellos la frecuencia.

espectro = fft(aceleraciones);

eje_frecuencias = f_muestreo*([0:length(espectro)-1]/length(espectro));
eje_frec_aux = eje_frecuencias(1:length(espectro)/2+1);

[maximo indice] = max(abs(espectro(1:length(espectro)/2+1)));

f = eje_frec_aux(indice);

w = 2*pi*f;

%Cáculo del coeficiente de amortiguamiento

%Obtenemos el rango de la señal que queremos

maximo = max(aceleraciones);

max_90 = 0.9*maximo;
min_10 = 0.1*maximo;

%Obtenemos los picos

[values indices] = findpeaks(aceleraciones,'MINPEAKDISTANCE',5);

values_abs = abs(values);

indices_acotados_aux = find(values_abs <= max_90);
indices_acotados = find(values_abs >= min_10);
indices_acotados = indices_acotados_aux(1):indices_acotados(end);
valores_acotados_con = values_abs(indices_acotados);
indices_acotados = indices(indices_acotados);
```

```
%Cálculo del amortiguamiento.

indices_temp_con = (indices_acotados - 1)/f_muestreo;

ln_picos = log(valores_acotados_con);

p_con = polyfit(indices_temp_con, ln_picos, 1);

amort_log_con = -p_con(1)/w;
```

Para el caso de dos grados de libertad, puesto que la señal se filtra, en esta interfaz únicamente se calcularán las frecuencias naturales, pero para el cálculo del amortiguamiento se realizará en la siguiente interfaz denominada “Resultados2g”

```
elseif (handles.grado == 2)

% Primero hayo el eje de frecuencias y la fft, luego obtengo maximo e
% indice y con ellos la frecuencia.

espectro_con = fft(aceleraciones);

eje_frecuencias = f_muestreo*([0:length(espectro_con)-
1]/length(espectro_con));
eje_frec_aux = eje_frecuencias(1:length(espectro_con)/2+1);

[maximos indices] =
findpeaks(abs(espectro_con(1:length(espectro_con)/2+1)),'MINPEAKDISTANCE',5,'M
INPEAKHEIGHT',max(abs(espectro_con(1:length(espectro_con)/2+1)))/3);

f = eje_frec_aux(indices);
f1_con = f(1);
f2_con = f(2);
w1_con = 2*pi*f1_con;
w2_con = 2*pi*f2_con;

end;
```

Por último se guardarán los parámetros para a continuación pasar a una segunda interfaz.

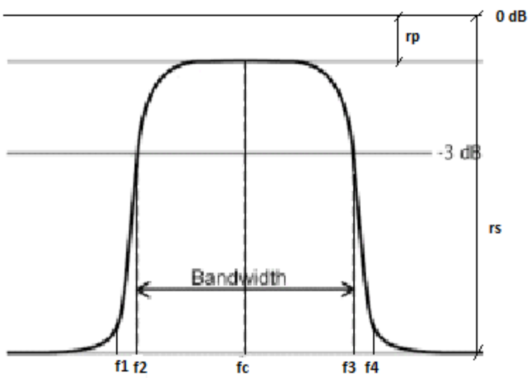
```
if handles.grado == 1
    save parametros1 f_muestreo voltages_con aceleraciones espectro
eje_frecuencias f w  indices_temp_con valores_acotados_con p_con amort_log_con
tipo_LabJack
    close all
    Resultados
else
    save parametros2 f_muestreo espectro_con eje_frecuencias f1_con f2_con
w1_con w2_con voltages_con aceleraciones tipo_LabJack
    close all
    Resultados2g
end;
```

La interfaz gráfica adquiere la siguiente forma

8.4.2. Interfaz gráfica de usuario "Resultados2g"

Esta interfaz es la fase del filtrado, es decir, se utilizarán una serie de funciones del MATLAB, para poder crear un filtro, y de esta manera poder separar las frecuencias naturales que se obtienen en el espectro de la señal.

En la interfaz se ha colocado la siguiente imagen, para determinar las especificaciones de los filtros:



frecuencia1_sin → (f1_sin)
frecuencia1_con → (f1_con)
frecuencia2_sin → (f2_sin)
frecuencia2_con → (f2_con)

Éstas son las frecuencias de corte que se han de separar mediante el filtrado.

Se define el reset del sistema, es decir, relacionado con los botones de elección, habrá que especificar cuál es el botón que está pulsado cuando la interfaz gráfica para ususario se abre.

```
% Reset del sistema

handles.conf_manual = 1;
handles.automatico = 0;
handles.Relacion_deltaf = 0;
handles.tipo = 2; %1 --- ideal
                  %2 --- equirriple
handles.Potencia_OK = 1;
handles.Picos_OK = 0;
```

donde:

Manual → Filtrado de la señal metiendo directamente las frecuencias de corte

Automático → Filtrado de la señal donde las frecuencias de corte se han generado automáticamente

Relación_deltaf (Estimado) → Filtrado de la señal, en el que las frecuencias de corte se definirán mediante una relación.

Tipo → Tipo de filtro a realiza.

Potencia → Cálculo del amortiguamiento mediante la elección del porcentaje en amplitud

Picos → Cálculo del amortiguamiento mediante la elección de ciertos picos en la señal.

En esta interfaz se representa el espectro de la señal de entrada, por lo que en primer lugar lo que se hará en esta interfaz será plotear los espectros, tanto si se trata para un sistema de un grado de libertad como si se trata para sistemas de dos grados de libertad.

```
load parametros2

eje_frecuencias = f_muestreo*(0:(length(espectro_con)-
1))/length(espectro_con);
axes(handles.axes2);
if handles.tipo == 2
    espectro = abs(fft(handles.b1));
```

```
    espectro = espectro(1:length(eje_frecuencias)/2+1);
    plot(eje_frecuencias(1:length(eje_frecuencias)/2+1),espectro);
elseif handles.tipo == 1
    plot(eje_frecuencias(1:length(eje_frecuencias)/2+1),handles.b1);
end
xlabel('Hz');
ylabel('Módulo');
```

A continuación, una vez que se tienen todos los datos de entradas se procede al filtrado de la señal, como se ha comentado con anterioridad. Para poder realizar el filtrado hay que definir las frecuencias de corte y las desviaciones, para ello, se ha creado la posibilidad de que estos parámetros se puedan introducir manualmente, de manera automática o estimada.

Configuración Automática

Si se trata de una configuración automática, se ha creado un algoritmo de manera que se calculen las desviaciones y las frecuencias de corte del filtro, automáticamente según los valores de las frecuencias naturales dadas por el espectro de la señal en la interfaz “Datos de entrada”.

Las **desviaciones** dadas serán

$rs = 60;$
$rp = 1;$

Para que exista una gran separación entre la banda de paso y la banda de rechazo. Las **frecuencias de corte** se ajustarán en base a la separación entre las frecuencias naturales. Pueden existir varias opciones

siendo:

$f1$ → primera frecuencia natural (baja)
$f2$ → segunda frecuencia natural (alta)

$$f1 > (f2 - f1)/2$$

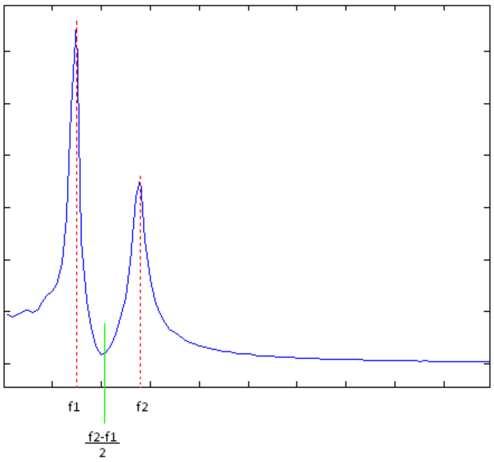


Fig. 8.7. Espectro de á señal para $f1 > (f2 - f1)/2$

Entonces las frecuencias de corte serán:

f1 = f1 -(f2 -f1)/2
f2 = f1 -(f2 -f1)/4
f3 = f1 +(f2 -f1)/4
f4 = f1 +(f2 -f1)/2

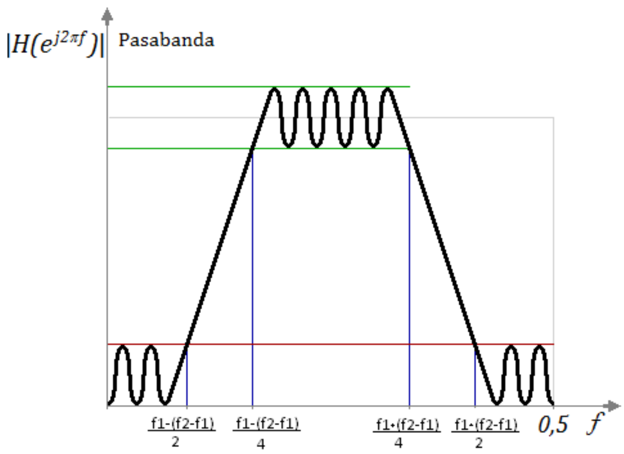


Fig. 8.8. Filtro equiripple para $f1 > (f2 - f1)/2$

f1 <= (f2-f1)/2 && f1 > 0

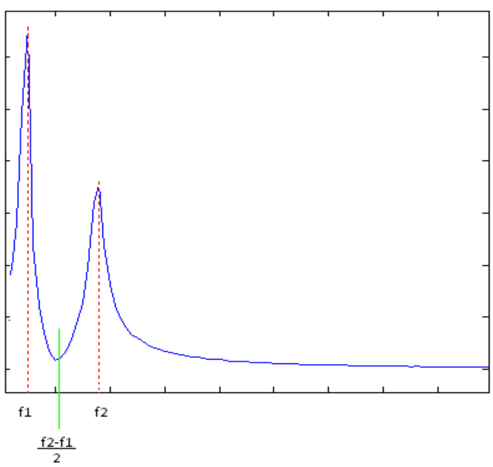


Fig. 10.9. Espectro de á señal para `f1 <= (f2-f1)/2 && f1 > 0`

Entonces las frecuencias de corte serán:

f1 = f1-f1/2
f2 = f1-f1/4
f3 = f1+(f2-f1)/4
f4 = f1+(f2-f1)/2

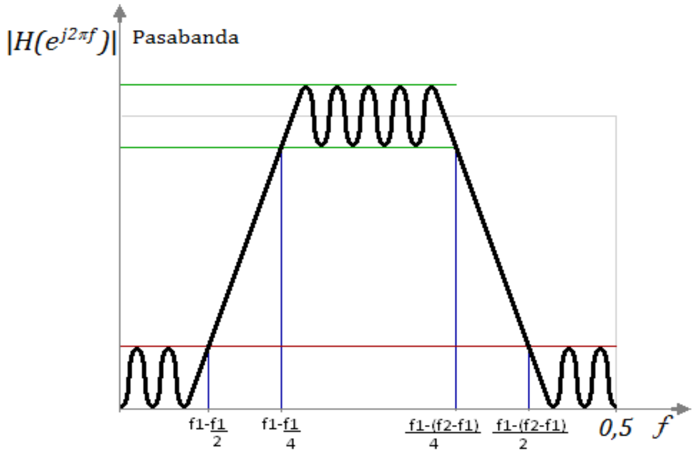


Fig. 10.10. Filtro equiripple para $f1 > (f2 - f1)/2$

Se puede dar el caso que no exista frecuencia f1 = 0. En este caso las frecuencias de corte inferiores se eliminan:

f1 = 0
f2 = 0
f3 = f1+(f2-f1)/4;
f4 = f1+(f2-f1)/2;

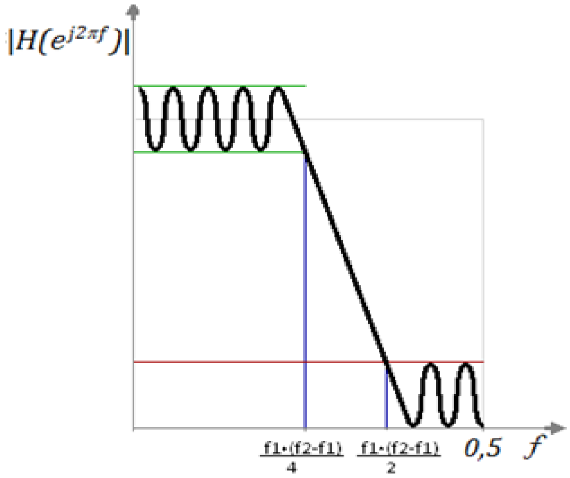


Fig. 10.11. Filtro equiripple para $f1 < 0$

Las frecuencias de corte del filtro 2 serán

f1 = f2-(f2-f1)/2;
f2 = f2-(f2-f1)/4;
f3 = f2+(f2-f1)/4;
f4 = f2+(f2-f1)/2;

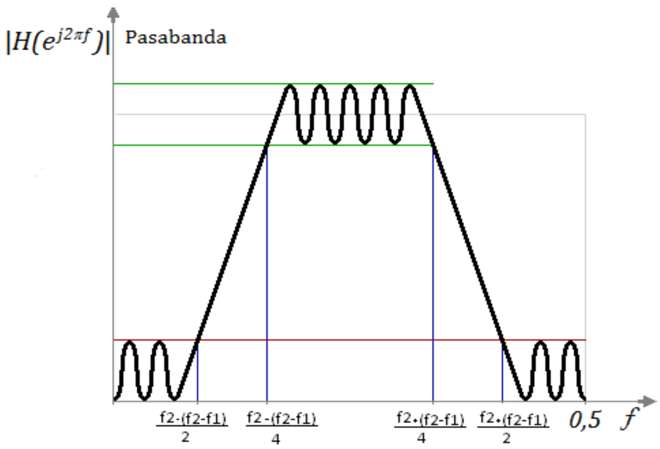


Fig. 10.12. Filtro equiripple del segundo modo

Configuración Manual

Si la configuración es manual, se le aplica manualmente las frecuencias de corte del filtro y las desviaciones.

Estimada

En este caso, las frecuencias de corte se escogerán en torno a una relación definida en la interfaz gráfica y estimando un amortiguamiento. Se tomará esta relación para definir el ancho de banda de los filtros. A continuación se procede al filtrado de la señal tanto por filtro ideal como por filtro equiripple, y de esta manera poder comparar que filtro es el óptimo para el trabajo en cuestión. Una vez todos los datos son introducidos existe un botón denominado “realizar prueba”, por el cual se obtienen los resultados de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento, de la señal inicial, el señal filtrada idealmente y la señal filtrada con filtro equiripple.

Para proceder al cálculo del amortiguamiento se hará de forma independiente si se trata de sistemas de un grado de libertad o de dos grados de libertad.

Modo Automático

```
if hObject == handles.autom
    handles.automatico = 1;
    handles.conf_manual = 0;
    handles.relacion = 0;

    if f1_con > (f2_con-f1_con)/2
        % Filtro 1
        handles.f1_1 = f1_con-(f2_con-f1_con)/2;
        handles.f2_1 = f1_con-(f2_con-f1_con)/4;
        handles.f3_1 = f1_con+(f2_con-f1_con)/4;
        handles.f4_1 = f1_con+(f2_con-f1_con)/2;
        handles.rs_1 = 60;
        handles.rp_1 = 1;
    elseif f1_con <= (f2_con-f1_con)/2 && f1_con > 0
        % Filtro 1
        handles.f1_1 = f1_con-f1_con/2;
        handles.f2_1 = f1_con-f1_con/4;
        handles.f3_1 = f1_con+f1_con/4;
        handles.f4_1 = f1_con+f1_con/2;
        handles.rs_1 = 60;
        handles.rp_1 = 1;
    else
        % Filtro 1
        handles.f1_1 = 0;
        handles.f2_1 = 0;
        handles.f3_1 = f1_con+(f2_con-f1_con)/4;
        handles.f4_1 = f1_con+(f2_con-f1_con)/2;
        handles.rs_1 = 60;
        handles.rp_1 = 1;
    end
    % Filtro 2
    handles.f1_2 = f2_con-(f2_con-f1_con)/2;
    handles.f2_2 = f2_con-(f2_con-f1_con)/4;
    handles.f3_2 = f2_con+(f2_con-f1_con)/4;
    handles.f4_2 = f2_con+(f2_con-f1_con)/2;
    handles.rs_2 = 60;
```

```
    handles.rp_2 = 1;
```

Modo Manual

```
elseif  hObject == handles.manual
    handles.conf_manual = 1;
    handles.automatico = 0;
    handles.Relacion_deltaf = 0;

    handles.f1_1 = str2double(get(handles.freq1_1,'String'));
    handles.f2_1 = str2double(get(handles.freq2_1,'String'));
    handles.f3_1 = str2double(get(handles.freq3_1,'String'));
    handles.f4_1 = str2double(get(handles.freq4_1,'String'));
    handles.rs_1 = str2double(get(handles.atenba_1,'String'));
    handles.rp_1 = str2double(get(handles.atenbp_1,'String'));

    %Valores filtro 2

    handles.f1_2 = str2double(get(handles.freq1_2,'String'));
    handles.f2_2 = str2double(get(handles.freq2_2,'String'));
    handles.f3_2 = str2double(get(handles.freq3_2,'String'));
    handles.f4_2 = str2double(get(handles.freq4_2,'String'));
    handles.rs_2 = str2double(get(handles.atenba_2,'String'));
    handles.rp_2 = str2double(get(handles.atenbp_2,'String'));
```

Modo Estimado

```
else
    handles.Relacion_deltaf = 1;
    handles.conf_manual = 0;
    handles.automatico = 0;

    %Obtenemos los valores

    amortiguamiento = str2double(get(handles.amortiguamiento,'String'));
    relacion = str2double(get(handles.relacion,'String'));

    %Calculamos el ancho de banda

    deltaf1 = relacion*f1_con*amortiguamiento;
    deltaf2 = relacion*f2_con*amortiguamiento;

    %Valores filtro 1

    if f1_con-deltaf1-(f1_con-deltaf1)/1.2 <= 0 && f1_con-deltaf1 <= 0
        handles.f1_1 = 0;
        handles.f2_1 = f1_con-f1_con/2;
        handles.f3_1 = f1_con+deltaf1;
        handles.f4_1 = f1_con+deltaf1+(f1_con+deltaf1)/1.2;
    elseif f1_con-deltaf1-(f1_con-deltaf1)/1.2 <= 0 && f1_con-deltaf1 > 0
        handles.f1_1 = 0;
        handles.f2_1 = f1_con-deltaf1;
        handles.f3_1 = f1_con+deltaf1;
        handles.f4_1 = f1_con+deltaf1+(f1_con+deltaf1)/1.2;
    else
        handles.f1_1 = f1_con-deltaf1-(f1_con-deltaf1)/1.2;
        handles.f2_1 = f1_con-deltaf1;
        handles.f3_1 = f1_con+deltaf1;
        handles.f4_1 = f1_con+deltaf1+(f1_con-deltaf1)/1.2;
    end

    %Valores filtro 2

    if f2_con-deltaf2-(f2_con-deltaf2)/1.2 <= 0 && f2_con-deltaf2 <= 0
```

```
        handles.f1_2 = 0;
        handles.f2_2 = f2_con-f2_con/2;
        handles.f3_2 = f2_con+deltaf2;
        handles.f4_2 = f2_con+deltaf2+(f2_con+deltaf2)/1.2;
    elseif f2_con-deltaf2-(f2_con-deltaf2)/1.2 <= 0 && f2_con-deltaf2 > 0
        handles.f1_2 = 0;
        handles.f2_2 = f2_con-deltaf2;
        handles.f3_2 = f2_con+deltaf2;
        handles.f4_2 = f2_con+deltaf2+(f2_con+deltaf2)/1.2;
    else
        handles.f1_2 = f2_con-deltaf2-(f2_con-deltaf2)/1.2;
        handles.f2_2 = f2_con-deltaf2;
        handles.f3_2 = f2_con+deltaf2;
        handles.f4_2 = f2_con+deltaf2+(f2_con-deltaf2)/1.2;
    end
```

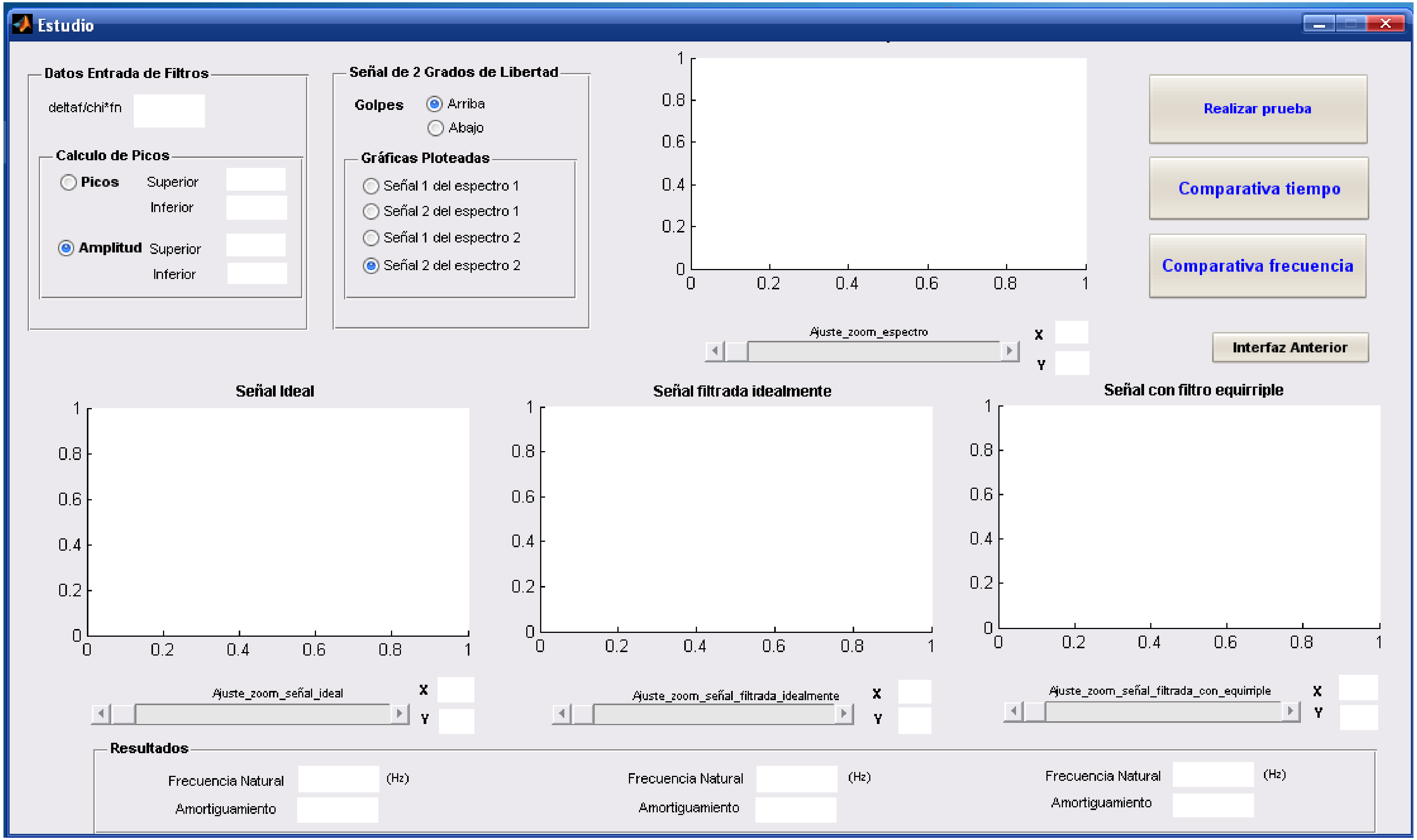
Una vez definidas las frecuencias de corte según el modo que se requiera se procede al filtrado de la señal. Donde se elegirá si se trata de filtro ideal o de filtro equiripple mediante las funciones definidas anteriormente, buscando los índices que definen las frecuencias de corte.

```
%Filtro 1

indices_finf_1 = find(eje_frecuencias<=handles.f1_1);
indices_fsup_1 = find(eje_frecuencias<=handles.f4_1);
%Filtro 2
indices_finf_2 = find(eje_frecuencias<=handles.f1_2);
indices_fsup_2 = find(eje_frecuencias<=handles.f4_2);
 %Indices
ind_inferior_1 = indices_finf_1(end);
ind_superior_1 = indices_fsup_1(end);
ind_inferior_2 = indices_finf_2(end);
ind_superior_2 = indices_fsup_2(end);

indices1 = [ind_inferior_1 ind_superior_1];
indices2 = [ind_inferior_2 ind_superior_2];
f1 = [handles.f1_1 handles.f2_1 handles.f3_1 handles.f4_1];
f2 = [handles.f1_2 handles.f2_2 handles.f3_2 handles.f4_2];
N = length(espectro_con);
fn = [f1_con f2_con];
eje_frecuencias = eje_frecuencias(1:N/2+1);

[espectro_con_1, salida1_con, fn_con_1, senalr_con_1, maximos_con_1,
minimos_con_1, indices_con_1, coef_con_1, fil_ideal_con_1] =
CalculosGeneral(indices1, N, espectro_con(1:N/2+1), fn(1),
f_muestreo,aceleraciones,eje_frecuencias, fn(2), 2, f1);
[espectro_con_2, salida2_con, fn_con_2, senalr_con_2, maximos_con_2,
minimos_con_2, indices_con_2, coef_con_2, fil_ideal_con_2] =
CalculosGeneral(indices2, N, espectro_con(1:N/2+1), fn(2),
f_muestreo,aceleraciones,eje_frecuencias, fn(1), 2, f2);
```

Por último se almacenarán todos estos valores del filtrado para realizar el cálculo del amortiguamiento. Esto se realizará con las funciones ya determinadas con anterioridad. El cálculo del coeficiente de amortiguamiento se puede realizar con la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y con la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

```
if handles.Potencia_OK == 1
```

```
    sup = str2double(get(handles.lsup,'String'));
    inf = str2double(get(handles.linf,'String'));
    sup = sup/100;
    inf = inf/100;
    limites_potencia = [sup inf];
    fn = [f1_con f2_con];

    [amort_log1_con,indices_temp1_con,valores_acotados1_con,p1_con] = 
Calculo_amortiguamientos_potencia(handles.senalr_con_1,f_muestreo,limites_pote
ncia,2*pi*fn(1),maximos(1));
    [amort_log2_con,indices_temp2_con,valores_acotados2_con,p2_con] = 
Calculo_amortiguamientos_potencia(handles.senalr_con_2,f_muestreo,limites_pote
ncia,2*pi*fn(2),maximos(2));

    ind1_con = handles.indices_con_1;
    ind2_con = handles.indices_con_2;

else

    pic_inf = str2double(get(handles.pinf,'String'));
    pic_sup = str2double(get(handles.psup,'String'));
    picos_limite = [pic_inf pic_sup];
    fn = [f1_con f2_con];

    [amort_log1_con,indices_temp1_con,valores_acotados1_con,p1_con] = 
Calculo_amortiguamientos_picos_General(handles.salida1_con,f_muestreo,picos_li
mite,2*pi*fn(1),tipo_LabJack);
    [amort_log2_con,indices_temp2_con,valores_acotados2_con,p2_con] = 
Calculo_amortiguamientos_picos_General(handles.salida2_con,f_muestreo,picos_li
mite,2*pi*fn(2),tipo_LabJack);

    ind1_con = 1;
    ind2_con = 1;
```

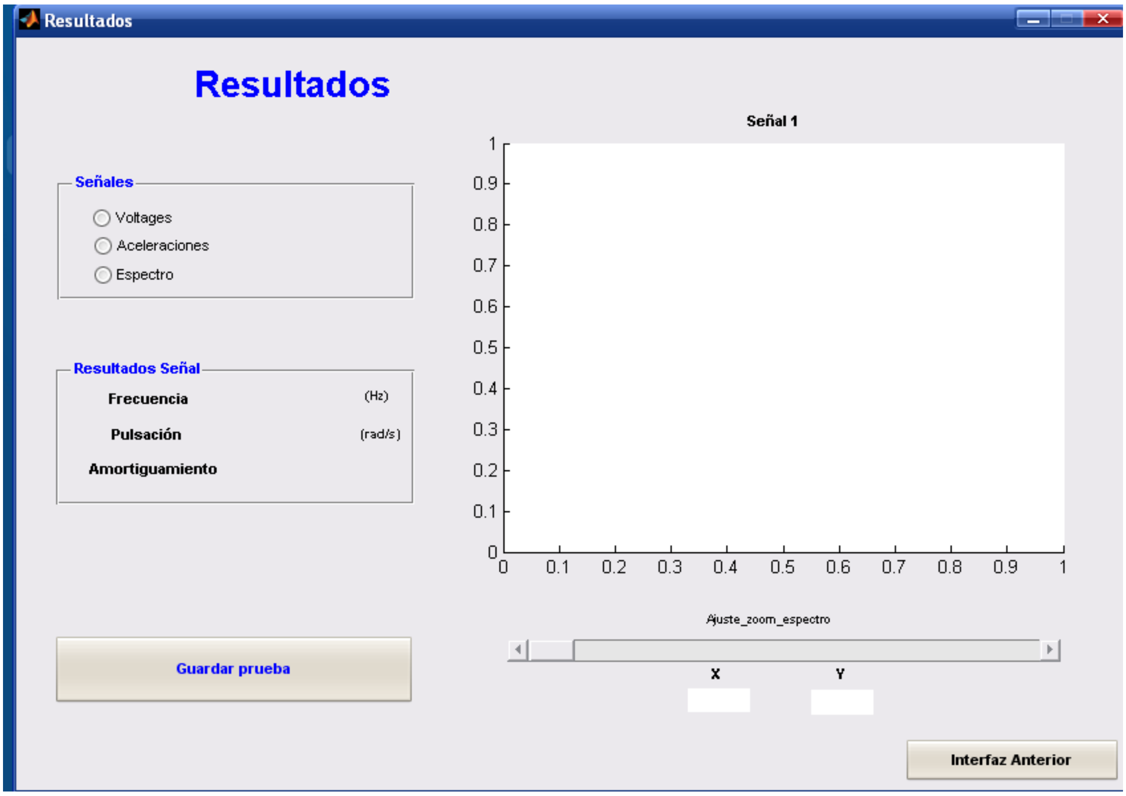

Estudio
Datos Entrada de Filtros
deltaf/chi*fn
Calculo de Picos
Picos
Superior
Inferior
Amplitud
Superior
Inferior
Señal de 2 Grados de Libertad
Golpes
Arriba
Abajo
Gráficas Ploteadas
Señal 1 del espectro 1
Señal 2 del espectro 1
Señal 1 del espectro 2
Señal 2 del espectro 2
Ajuste_zoom_espectro
X
Y
Realizar prueba
Comparativa tiempo
Comparativa frecuencia
Interfaz Anterior
Señal Ideal
Señal filtrada idealmente
Señal con filtro equirriple
Ajuste_zoom_señal_ideal
Ajuste_zoom_señal_filtrada_idealmente
Ajuste_zoom_señal_filtrada_con_equirriple
Resultados
Frecuencia Natural
(Hz)
Amortiguamiento

8.4.3. Interfaz gráfica de usuario "Resultados"

En esta interfaz, se muestran los resultados obtenidos para un sistema de un grado de libertad, es decir, los datos de salida, tales como las frecuencias naturales, las pulsaciones y los coeficientes de amortiguamiento del sistema.

```
set(handles.freq_con,'String',num2str(f));
set(handles.puls_con,'String',num2str(w));
set(handles.amort_con,'String',num2str(amort_log_con));
```

En esta interfaz, se plotea la señal de entrada, las aceleraciones y el espectro de la señal. Se almacenan en las interfaces aquellos parámetros referentes a los zoom de las señales que se representan. La interfaz gráfica adquiere la siguiente forma:



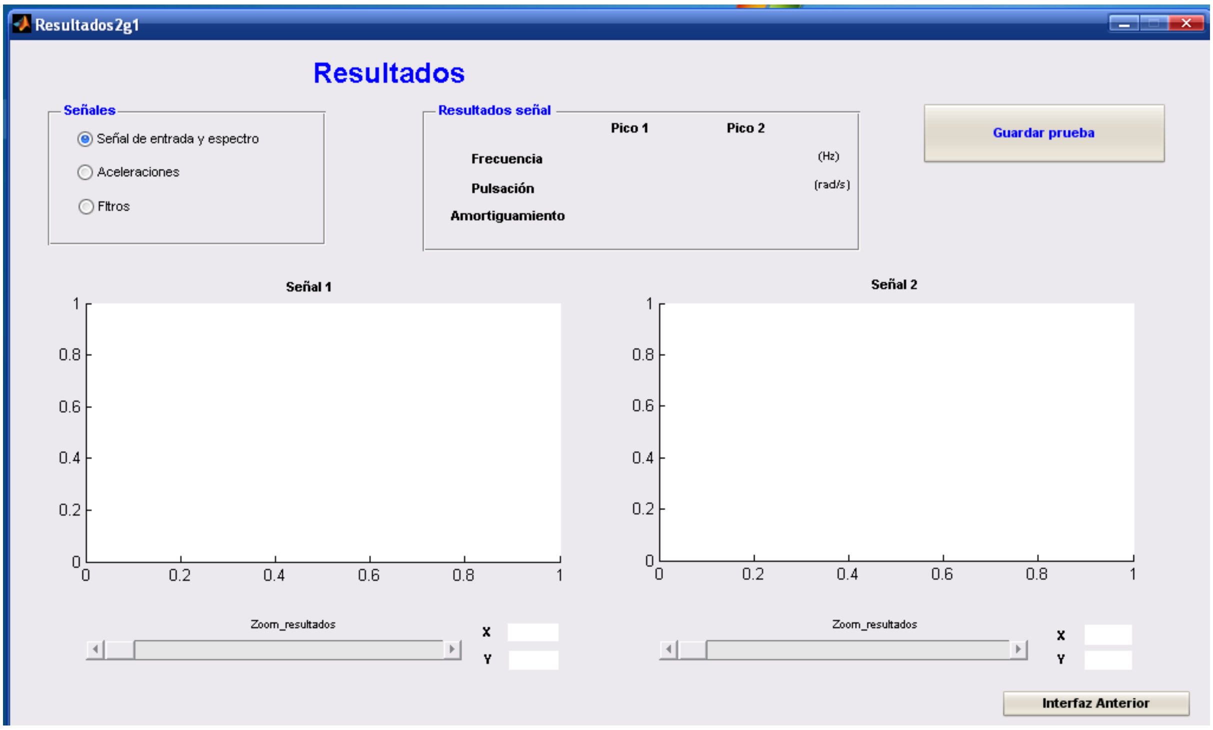
8.4.4. Interfaz gráfica de usuario "Resultados2g1"

En esta interfaz, se muestran los resultados obtenidos de los sistemas de dos grado de libertad, es decir, los datos de salida, tales como las frecuencias naturales, las pulsaciones y los coeficientes de amortiguamiento del sistema.

```
%Señal 1

 set(handles.freq_con,'String',num2str(f1_con));
 set(handles.puls_con,'String',num2str(w1_con));
 set(handles.text40,'String',num2str(amort_log1_con));

%Señal 2
```

```
set(handles.text20,'String',num2str(f2_con));
set(handles.text21,'String',num2str(w2_con));
set(handles.text22,'String',num2str(amort_log2_con));
```

En esta interfaz, se plotea una señal, en cual se ve, la señal filtrada y recortada, los picos máximos de toda la señal y el coeficiente de amortiguamiento. Se almacenan en las interfaces aquellos parámetros referentes a los zoom de las señales que se representan. La interfaz gráfica adquiere la siguiente forma:



Capítulo 9

ANÁLISIS PARAMÉTRICO DEL RANGO DE APLICABILIDAD DEL MÉTODO. AJUSTE DE PARÁMETROS.

9.1. Introducción

En esta sección se analizarán los resultados de varios análisis paramétrico para tratar de determinar cómo afecta a la solución óptima los cambios en los parámetros del modelo.

En el estudio paramétrico se analizarán una serie de señales obtenidas a partir de su espectro, suponiendo amortiguamiento histeréstico, por lo que en primer lugar se obtendrán las expresiones de dichos espectros. Dependiendo de los datos de entrada, se utilizarán expresiones diferentes. Éstas pueden estar en función de la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento o en función de la masa de la estructura, rigidez del material y el coeficiente de amortiguamiento. Ambos procedimientos se realizarán tanto para sistemas de un grado de libertad como de dos grados de libertad.

Para la realización del análisis de las señales, se ha creado un programa en Matlab, mediante Interfaces gráficas para usuarios, descrito anteriormente en el *"capítulo 8- Definición e implmentación del método en Matlab"*. En dicho programa se introducirán los datos de entrada y de esta manera se creará la señal en tiempo y en frecuencia. A continuación dicha señal será filtrada. Este se realizará con filtros pasa-banda. Se podrá comprobar cuál es el ancho de banda que da la solución óptima a las señales.

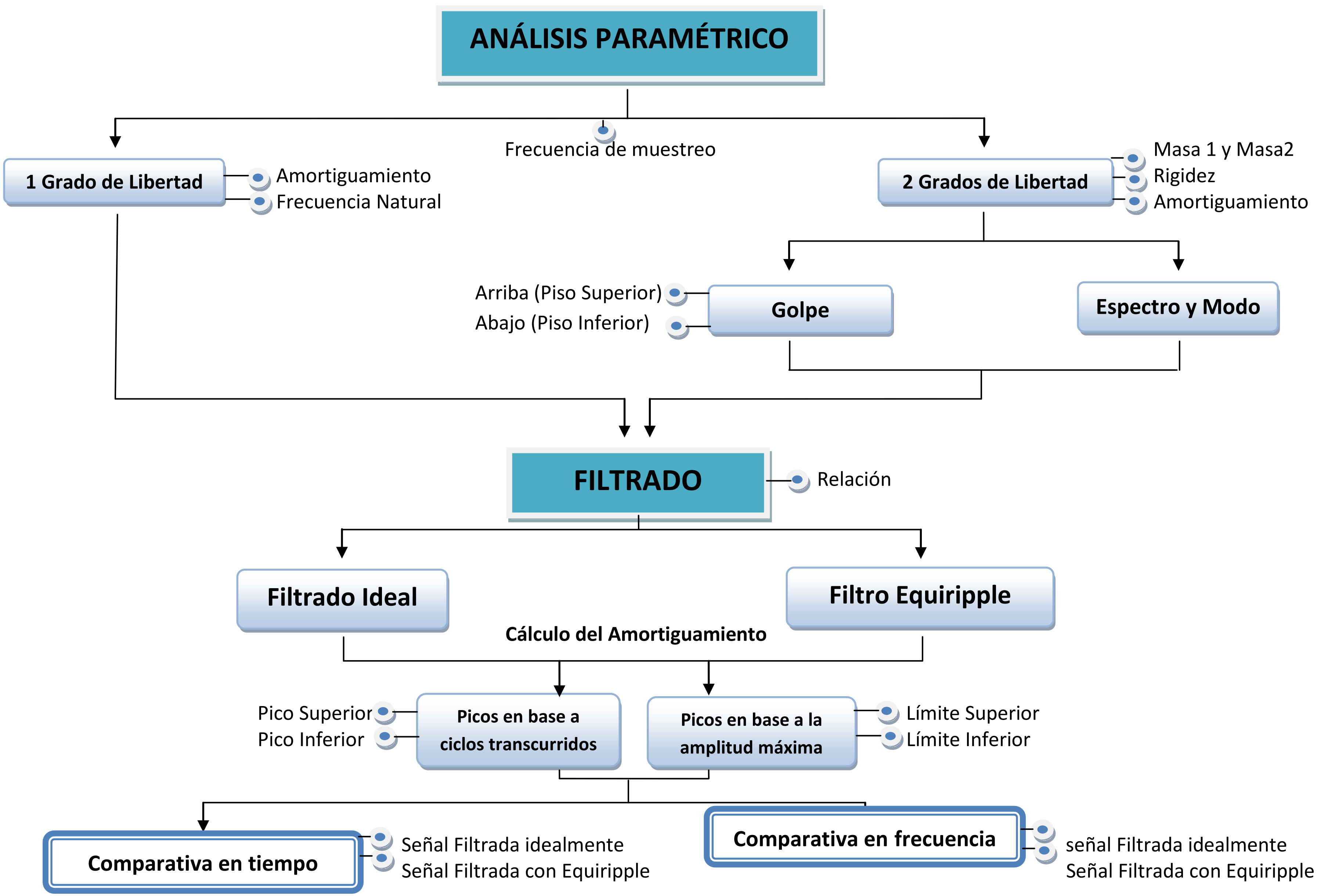
Además se analizará el método del decremento logarítmico para la obtención del coeficiente de amortiguamiento en sistemas de un solo grado de libertad. Basando el cálculo en el ajuste por mínimos cuadrados. El coeficiente de amortiguamiento se puede obtener mediante la selección de picos, o mediante el porcentaje en base a la amplitud máxima de la señal.

9.2. Diagrama de flujo

En primer lugar se presenta un diagrama de flujo, donde se mostrará el método implementado para la obtención de los parámetros.

Para la obtención de la señal, en primer lugar se introducirán los datos de entrada. Estos pueden ser la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento o la masa de la estructura, la rigidez del material y el coeficiente de amortiguamiento, dependiendo de los datos de interés. Una vez se obtiene la señal y su respectivo espectro, se procede al filtrado. Para ello, se utiliza un filtro ideal y un filtro equiripple, donde se irá variando el ancho de banda.

El cálculo del coeficiente de amortiguamiento se podrá realizar mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima. Por último se obtendrá el error entre los filtros utilizados, y se podrán comparar las señales en tiempo y los espectros en frecuencia.


ANÁLISIS PARAMÉTRICO
Frecuencia de muestreo
1 Grado de Libertad
Amortiguamiento
Frecuencia Natural
2 Grados de Libertad
Masa 1 y Masa2
Rigidez
Amortiguamiento
Arriba (Piso Superior)
Abajo (Piso Inferior)
Golpe
Espectro y Modo
FILTRADO
Relación
Filtrado Ideal
Filtro Equiripple
Cálculo del Amortiguamiento
Pico Superior
Pico Inferior
Picos en base a ciclos transcurridos
Picos en base a la amplitud máxima
Límite Superior
Límite Inferior
Comparativa en tiempo
Señal Filtrada idealmente
Señal Filtrada con Equiripple
Comparativa en frecuencia
señal Filtrada idealmente
Señal Filtrada con Equiripple

9.3. Cálculo del espectro

Las señales que se analizarán en el estudio paramétrico se obtienen a partir de una serie de datos de entrada, y a partir de ellos se obtendrá el espectro. Así, en primer lugar se mostrarán las expresiones de estos espectros, considerando un modelo de amortiguamiento histerético a través de una constante de rigidez compleja de la forma

$$k = Re(k) \cdot (1 + 2i\xi) \tag{9.1}$$

sustituyendo en la ecuación del movimiento, resulta

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = F(t) \tag{9.2}$$

Se está considerando un desplazamiento harmónico del tipo

$$\mathrm{x(t) = U(\omega) \cdot e^{i\omega t}} \tag{9.3}$$

donde U es un número complejo independiente de la frecuencia. Se obtiene por tanto

$$\mathrm{U[k(1 + 2i\xi) - m\omega^2] = F} \tag{9.4}$$

por lo que se obtiene

$$\frac{U}{F} = \frac{1}{k(2i\xi+1)-m\omega^2} \tag{9.5}$$

dividiendo todo por m

$$\frac{U}{F} = \frac{1/m}{{\omega_n}^2(2i\xi+1)-\omega^2} \tag{9.6}$$

En ambas ecuaciones se obtiene el espectro de la señal, con la diferencia que la primera ecuación depende de la masa, la rigidez y el coeficiente de amortiguamiento de la estructura, y la segunda ecuación depende de la masa, frecuencia natural y coeficiente de amortiguamiento.

En el caso de que se trate de un sistema de dos grados de libertad, el espectro de la señal se obtiene de forma matricial. En este caso

$$k = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} k' \tag{9.7}$$

$$m = \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix} \tag{9.8}$$

Por lo que la ecuación del movimiento resulta

$$U\left[\begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} k'(1+2i\xi) - \omega^2 \begin{pmatrix} m_1 & 0 \\ 0 & m_2 \end{pmatrix}\right] = F \tag{9.9}$$

Resolviendo

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} k'(1+2i\xi) - \omega^2 m_1 & -k'(1+2i\xi) \\ -k'(1+2i\xi) & k'(2+4i\xi) - \omega^2 m_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \tag{9.10}$$

Finalmente para obtener el espectro, se da valor a los valores independientes F_1 y F_2, dependiendo si se le da el golpe en la parte superior $(\mathrm{F}_1 = 1,\ \mathrm{F}_2 = 0)$ o en la parte inferior $(\mathrm{F}_1 = 0,\ \mathrm{F}_2 = 1)$, y aplicando Kramer se obtiene el espectro para dos grados de libertad.

$$\begin{pmatrix} U_1 \\ U_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_1 \\ F_2 \end{pmatrix} \tag{9.11}$$

Espectros

$$U_1(\omega) = \frac{\begin{vmatrix} F_1 & A_{12} \\ F_2 & A_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}} \qquad U_2(\omega) = \frac{\begin{vmatrix} A_{11} & F_1 \\ A_{21} & F_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} A_{11} & A_{12} \\ A_{21} & A_{22} \end{vmatrix}} \tag{9.12}$$

9.4. Análisis paramétrico

9.4.1. Interfaces gráficas

La realización del análisis paramétrico, tal y como se ha explicado con anterioridad se realiza mediante tres procedimientos diferentes. Este análisis se ha hecho en MATLAB mediante el uso de interfaces gráficas.

En primer lugar existe una interfaz denominada **"Estudio datos de entrada"**. En esta interfaz se elegirá el procedimiento que se quiere realizar para obtener los parámetros modales. Al mismo tiempo se introducirán los datos de entrada, tales como la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento, y la masa, rigidez y factor de amortiguamiento, dependiendo de la expresión que se utilice. También se introducirá la frecuencia de muestreo de la señal.

Fig. 9.1. Interfaz gráfica de usuario "Datos de entrada Estudio"

Una vez los datos son introducidos existe un botón denominado "realizar estudio" que pasará a una segunda interfaz donde efectivamente se realizará el estudio. En la segunda interfaz, denominada **"Estudio"**, se introducirán otro tipo de datos relacionado con el filtrado. Por lo que en la interfaz "estudio", los datos que han de introducirse son referidos al filtrado, éstos son, la relación del anche de banda y modo de realizar el cálculo del amortiguamiento ya sea mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos o mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima. La interfaz gráfica de usuario se muestra en la *Fig.9.2.*

Una vez todos los datos son introducidos existe un botón denominado "realizar prueba", que al ser pulsado ofrece los resultados de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento, tanto de la señal inicial como de la señal filtrada idealmente y con el filtro equiripple.

En la interfaz gráfica "estudio" también se puede apreciar cuatro gráficas diferentes. En las dos primeras se representan el espectro y la señal en el dominio del tiempo de la señal inicial. Las dos siguientes presentan la señal en el tiempo filtrada idealmente. En cada una de éstas gráficas se ha incorporado un zoom. Por último en esta interfaz existen dos botones denominados "comparativa tiempo" y "comparativa frecuencia", que llevan cada una de ellas a una nueva interfaz "Comparativa en tiempo" y "comparativa en frecuencia" respectivamente. En ambas comparativas se puede apreciar el error absoluto y error relativo frente a los amortiguamientos para los diferentes tipos de filtrados. La diferencia entre ambas es a modo de representación. La interfaz gráfica de usuario "Comparativa en tiempo" y "Comparativa en frecuencia" se muestran en las *Fig.9.3.* y *Fig.9.4.* respectivamente.

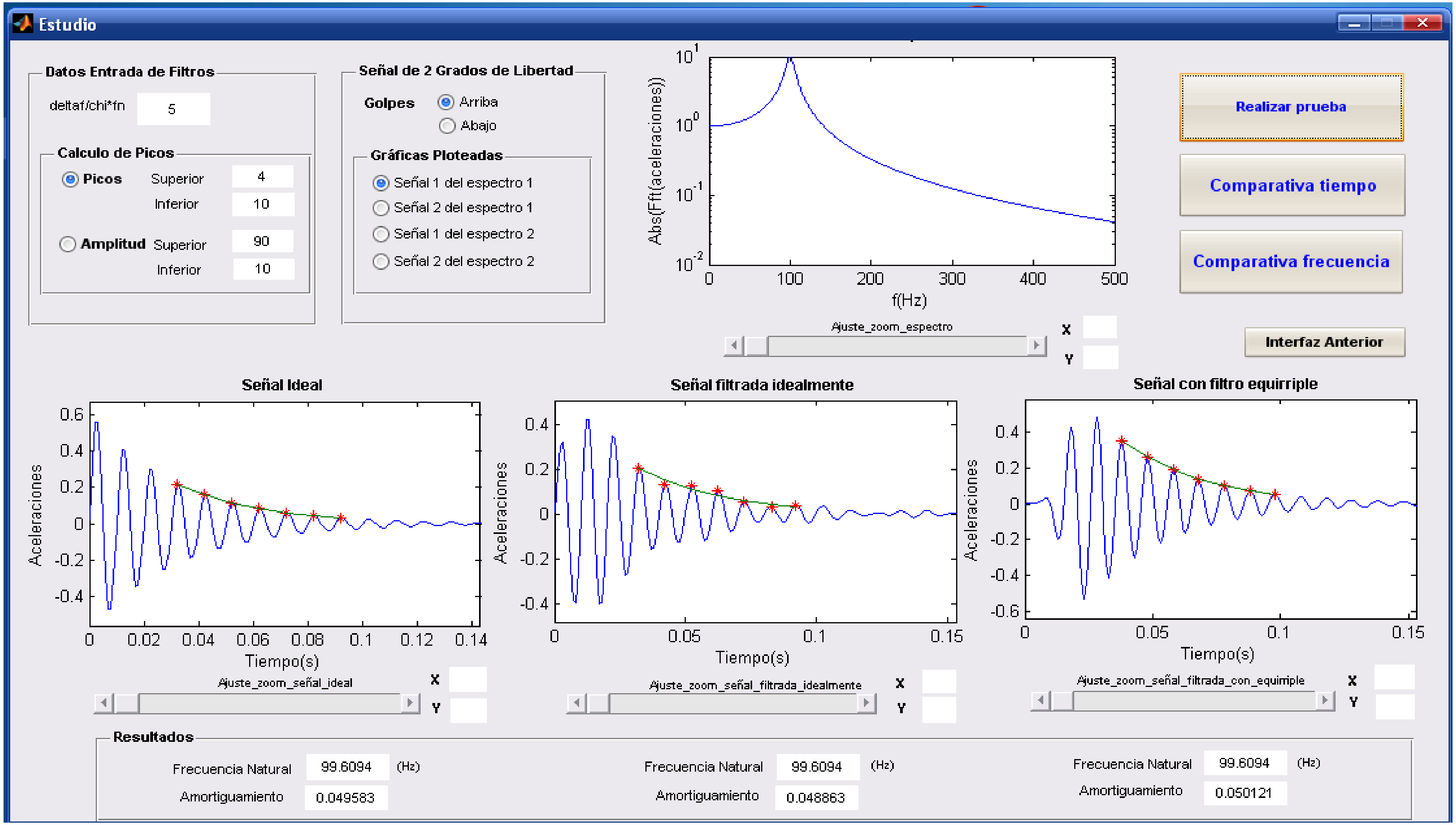


Fig. 9.2. Interfaz gráfica de usuario "Estudio"

En la interfaz gráfica “comparativa en tiempo” se podrán ver las señales en el tiempo y como han sido modificadas una con respecto a otra por el filtrado.

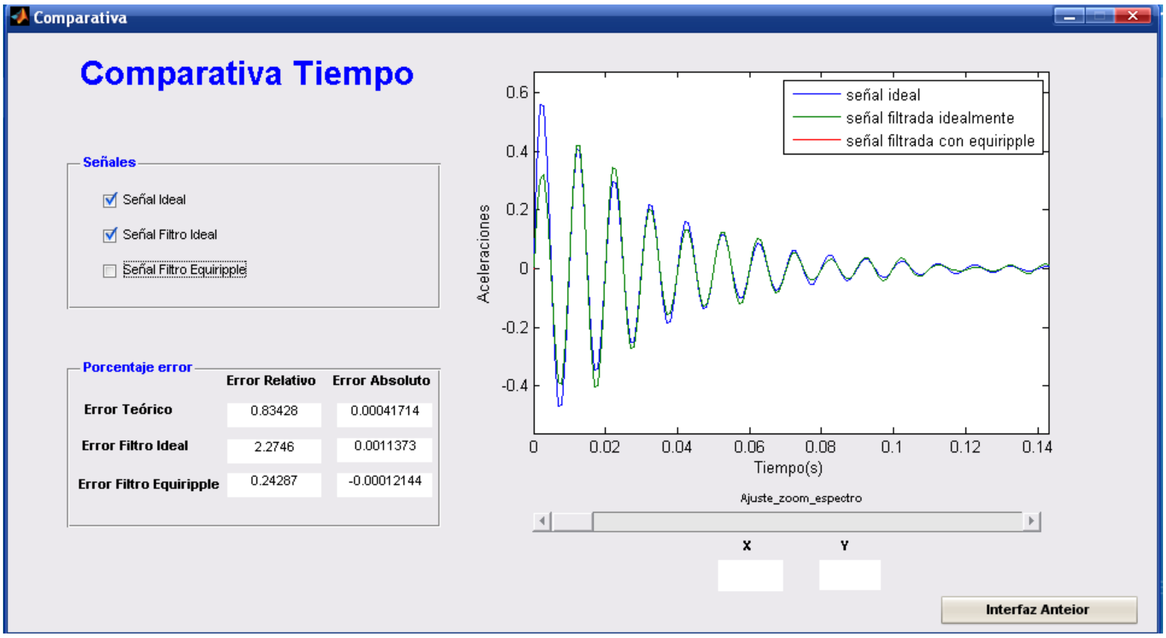


Fig. 9.3. Interfaz gráfica de usuario “Comparativa en tiempo”

En la interfaz “comparativa en frecuencia” se ven los espectros de la señal inicial y señales filtradas y al igual que en comparativa en tiempo, como se han modificado.

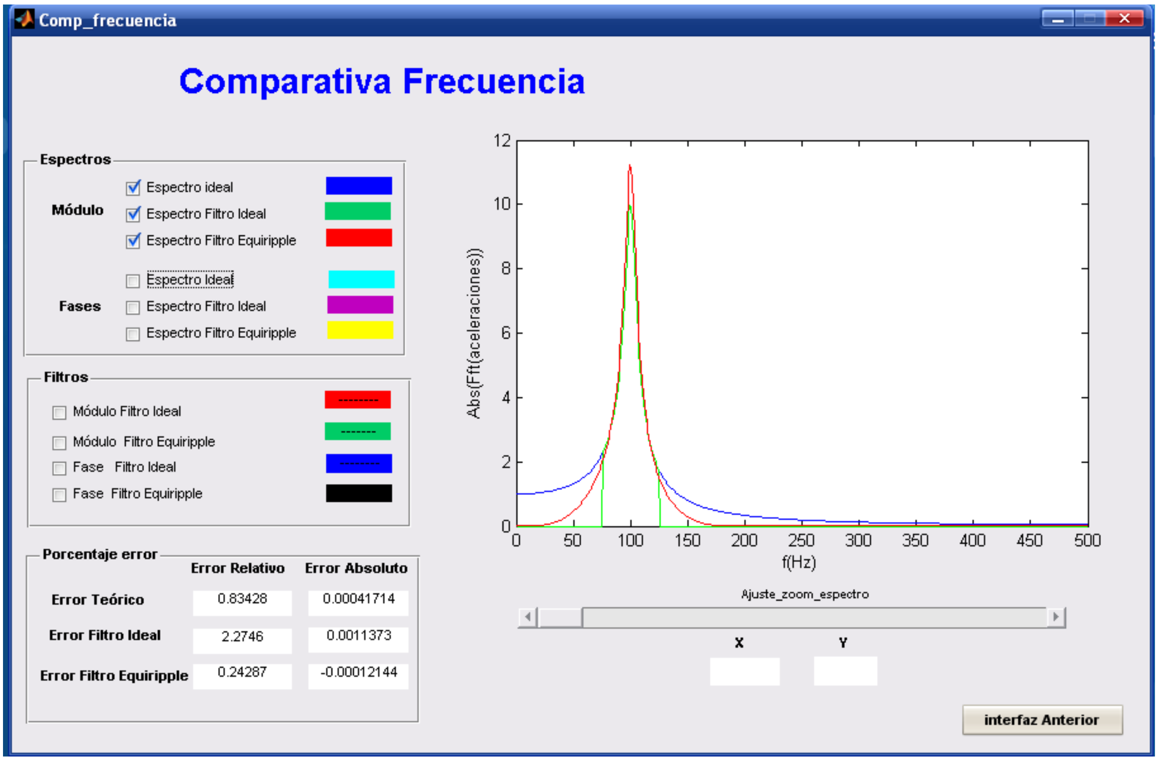


Fig. 9.4. Interfaz gráfica de usuario "Comparativa en frecuencia"

9.5. Resultados

Una vez se han definido las interfaces gráficas y en que se basa cada una de ellas, se procede a la obtención de los resultados del análisis paramétrico. Para ello se irán variando algunos parámetros.

9.5.1. Estudio paramétrico referente al ancho de banda necesario en función del tipo de filtrado

9.5.1.1. Señal con frecuencia de muestreo de 20 kHz

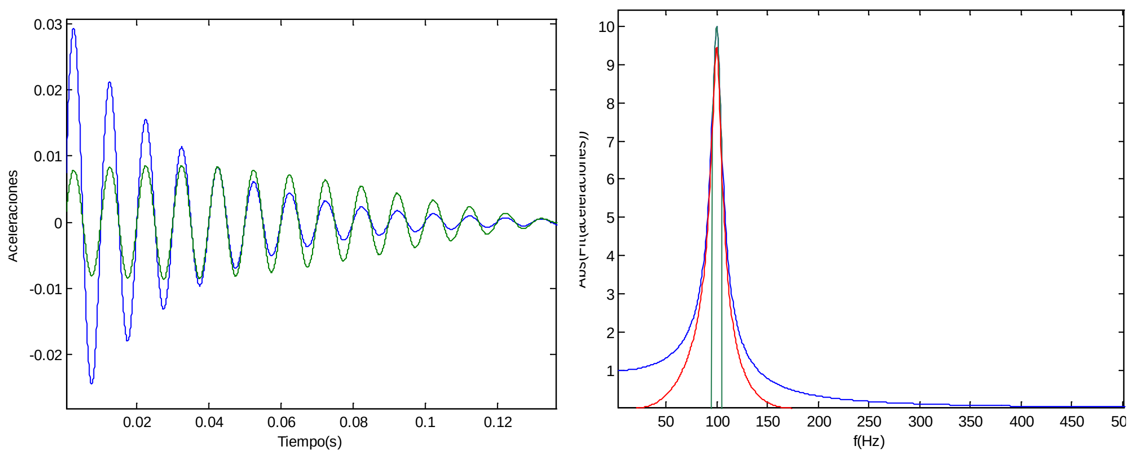
La simulación se ha hecho mediante una onda sinusoidal con una $f_n = 100\ \mathrm{Hz}$ y un coeficiente de amortiguamiento de 0.05. La señal ha sido filtrada mediante siete filtros ideales con diferentes anchos de banda. La frecuencia de muestreo escogida es $20\ \mathrm{kHz}$. Por último para el cálculo del amortiguamiento los picos escogidos en la señal en el dominio del tiempo son del 4º al 10º pico. Los resultados que se reflejarán serán las frecuencias naturales, el coeficiente de amortiguamiento y el porcentaje de error tanto para el filtrado ideal como para el filtrado equiripple. Los resultados obtenidos fueron los siguientes

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,4873	Frec_nat = 100,0977	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,017654	0,04988	64,6920	0,23989
2	0,094701	0,049898	89,4011	0,20377
3	0,052103	0,049898	4,2062	0,20375
4	0,049716	0,049878	0,56829	0,2442
5	0,049952	0,05005	0,095715	0,10092
6	0,046765	0,050436	6,4691	0,87174
7	0,051542	0,051345	3,0847	2,6897

Tabla 9.1. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 20 kHz variando el ancho de banda, escogiendo picos entre el 4º y el 10º

A continuación se muestran las señales para las diferentes relaciones de ancho de banda p. Las señales que se representan son para una frecuencia de muestreo de 20 kHz, y la selección de picos se ha realizando en base al número de ciclos transcurridos, se cogerán picos entre el 4º y el 10º. En primer lugar se muestra la señal en el dominio del tiempo, donde se comparará la señal original y la señal filtrada idealmente, a continuación se muestra la señal en el dominio de la frecuencia, se comparará el espectro de la señal original, el espectro filtrado idealmente y filtrado con filtro equiripple.

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f\alpha}{\xi f_n} = 1$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.5. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f\alpha}{\xi f_n} = 1$

La señal filtrada con filtro equiripple no se ha representado en el dominio del tiempo, pues debido a la distorsión en los primeros ciclos debido al efecto del filtrado, ésta está desplazada en el tiempo, de manera que no se aprecia la comparación con la señal original y la señal filtrada idealmente.

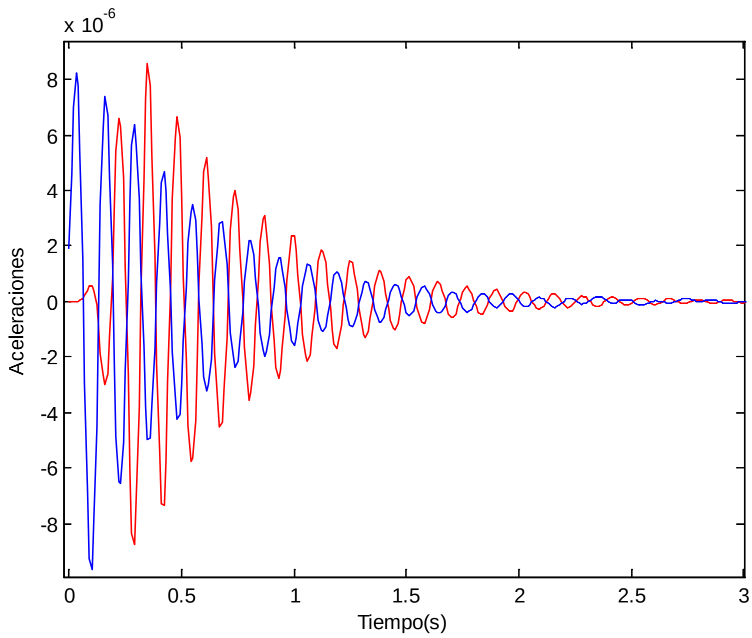
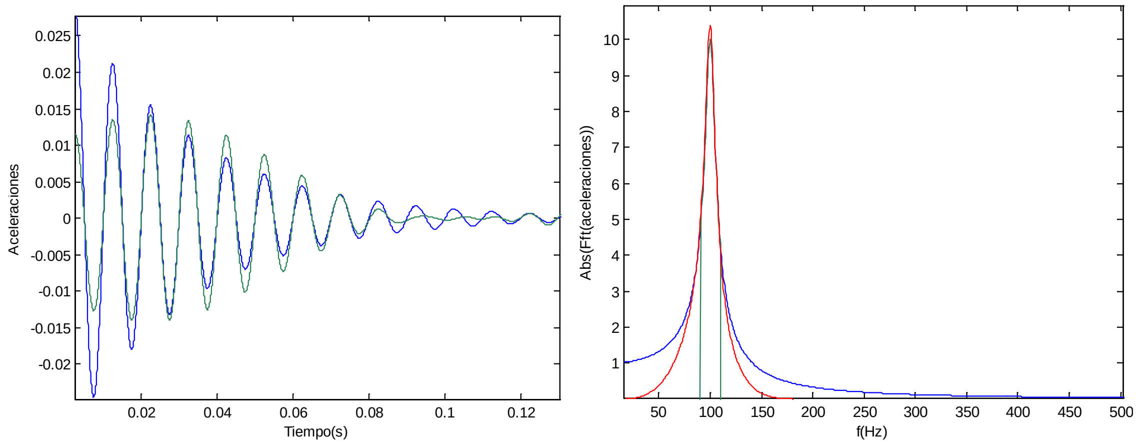


Fig.9.6. Señal original (azul), Señal filtrada con filtro equiripple (rojo)

Como se puede ver, se aprecia en los primeros ciclos el ruido debido al efecto del filtrado, igualmente estos primeros ciclos han sido ignorados para el cálculo del coeficiente de amortiguamiento.

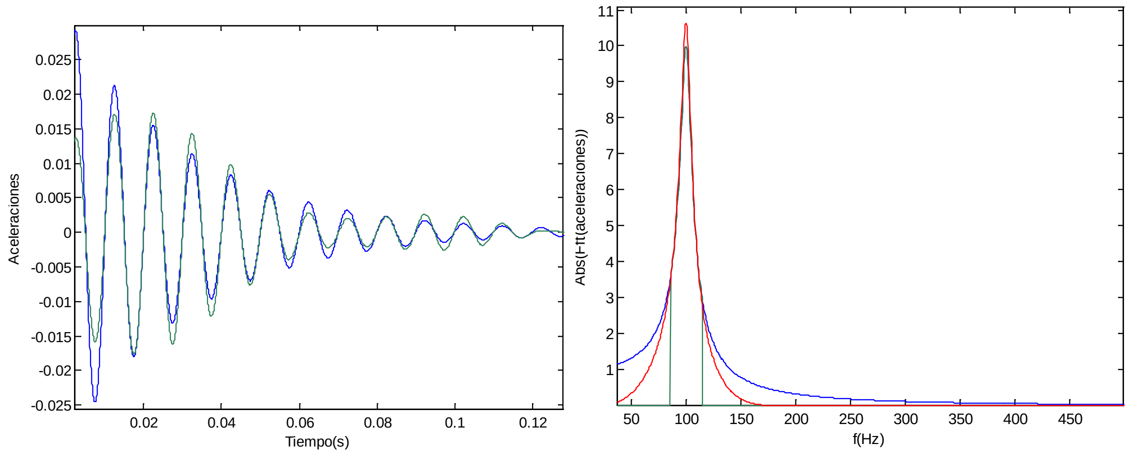
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.7. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$

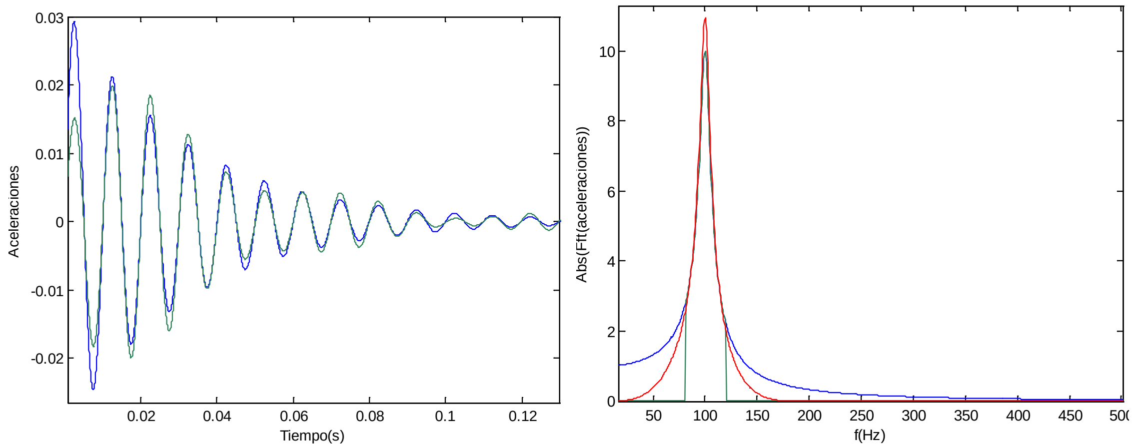
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.8. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$

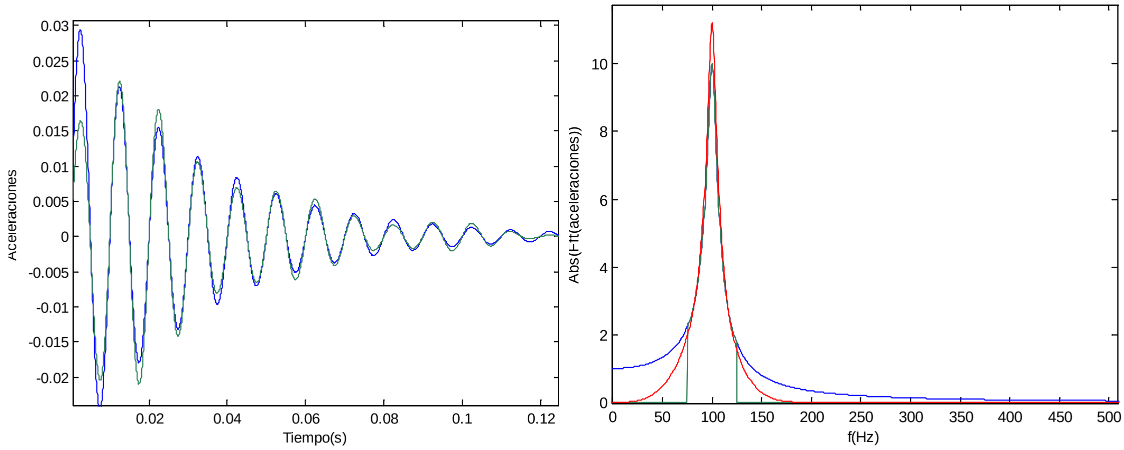
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.9. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$

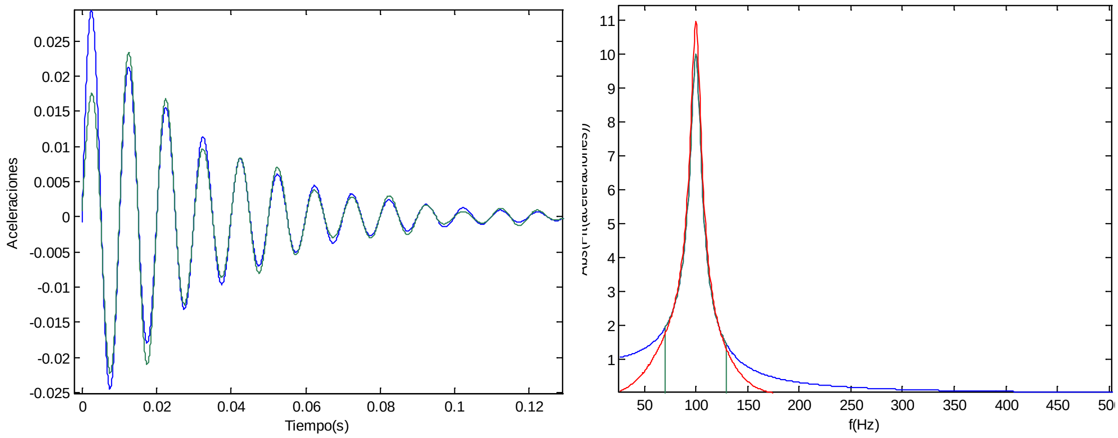
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.10. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$ y una frecuencia de muestreo de 20 kHz.



a) b)

Fig. 9.11. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$

Variando el modo de calcular el coeficiente de amortiguamiento y haciéndolo con la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima, se ve como varía el coeficiente de amortiguamiento dependiendo de los picos escogidos. Los picos escogidos variarán entre el 100 y el 10 % de la amplitud máxima de la señal.

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,030472	0,049904	39,0551	0,19235
2	0,046402	0,49915	7,1958	0,17185
3	0,072984	0,49886	45,9683	0,22815
4	0,046839	0,049878	6,3217	0,2442
5	0,046707	0,05005	6,5863	0,100092
6	0,053949	0,050631	7,8976	1,2612
7	0,049881	0,051827	0,23817	3,655

Tabla 9.2. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 20 kHz variando el ancho de banda escogiendo picos entre el 100 y 10 % de la amplitud máxima

Como se puede ver, es posible obtener buenos resultados con el filtro equirripple, incluso para anchos de banda estrechos, mientras que en el caso del filtro ideal, es necesario irse a grandes anchos de banda para obtener buenos resultados. En ambos casos, un valor de 5 ofrece buenos resultados con un ancho de banda relativamente estrecho, si bien es cierto que con filtros equirripple podría irse a valores más pequeños.

9.5.1.2. Señal con frecuencia de muestreo de 1000 Hz

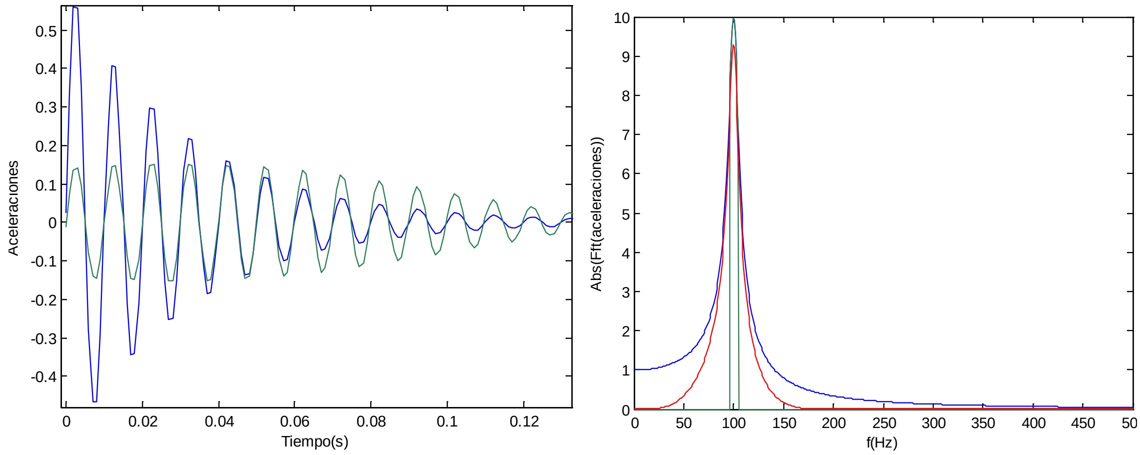
Se muestra a continuación el mismo análisis pero escogiendo esta vez una frecuencia de muestreo de 1000 Hz, sensiblemente inferior a la del estudio interior.

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,012729	0,049699	74,5429	0,60256
2	0,080421	0,050282	60,8428	0,56402
3	0,056180	0,059710	12,3607	0,58094
4	0,049268	0,050099	1,463	0,19875
5	0,048863	0,050121	2,2746	0,24287
6	0,046333	0,050355	7,3345	0,70935
7	0,051505	0,051066	3,0103	2,1328

Tabla 9.3. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 1000Hz variando el ancho de banda escogiendo picos entre el 4º y 10º

Se muestra a continuación las señales en el dominio del tiempo y los espectros en el dominio de la frecuencia, comparando la señal original, con la señal filtrada idealmente y la señal filtrada con filtro equiripple.

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f\alpha}{\xi f n} = 1$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.



a) b)

Fig. 9.12. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f\alpha}{\xi f n} = 1$

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f\alpha}{\xi f n} = 2$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.

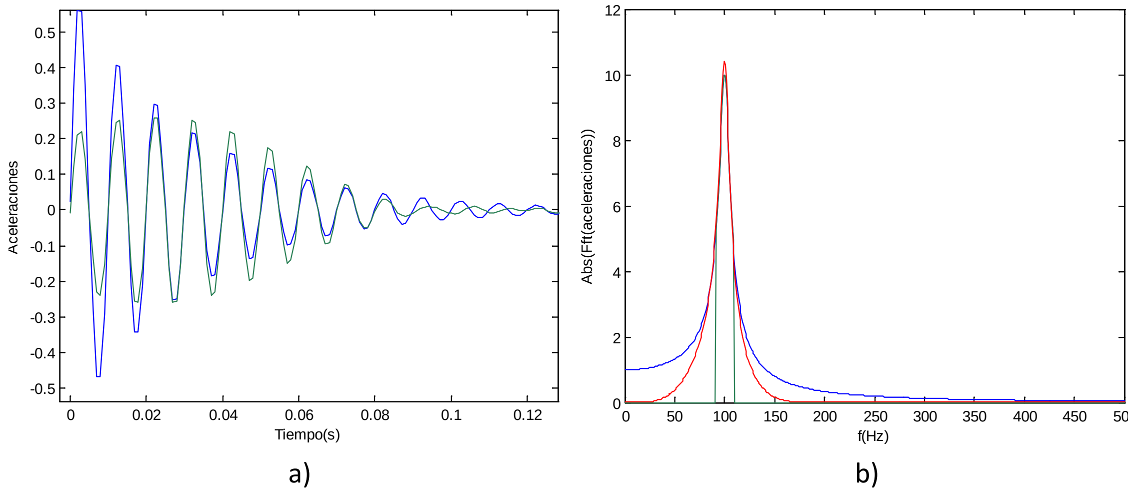


Fig. 9.13. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.

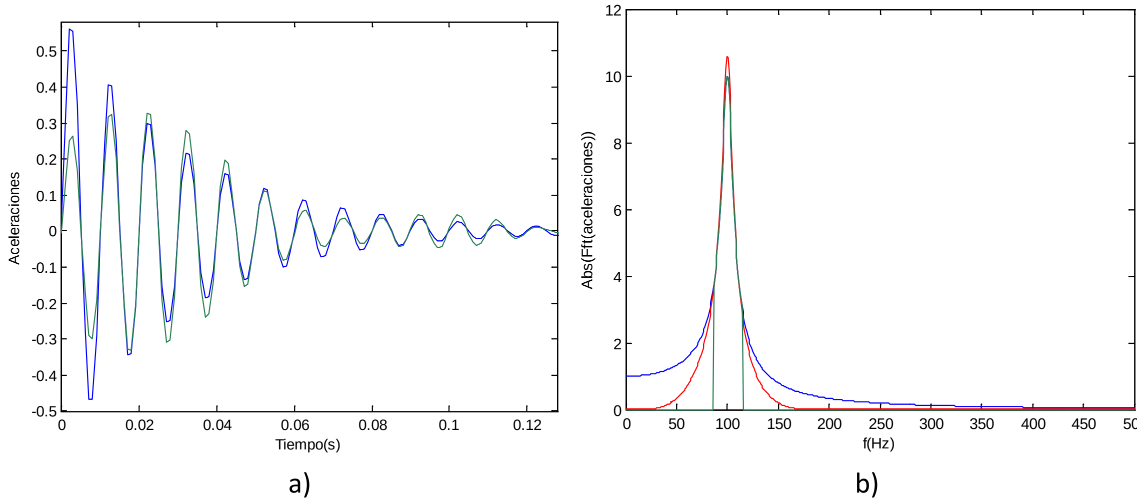
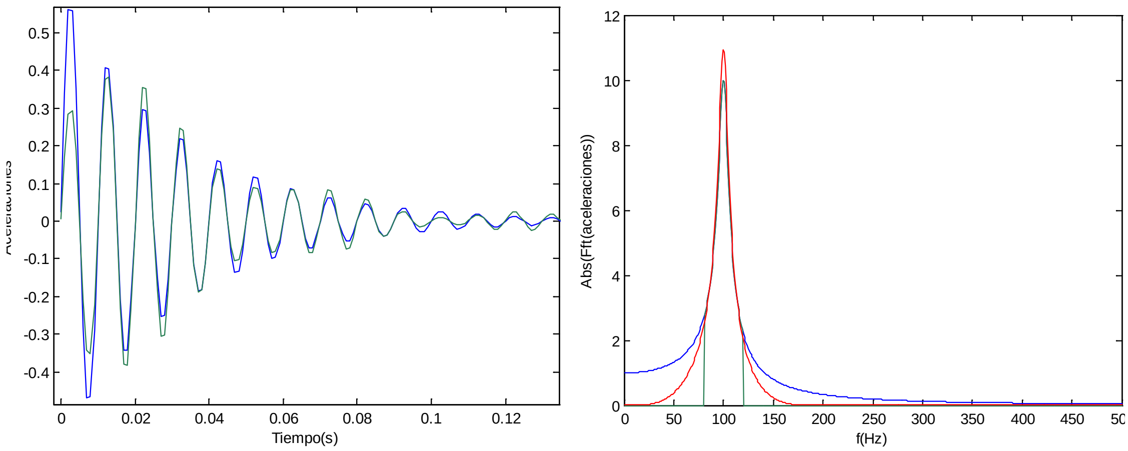


Fig. 9.14. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$

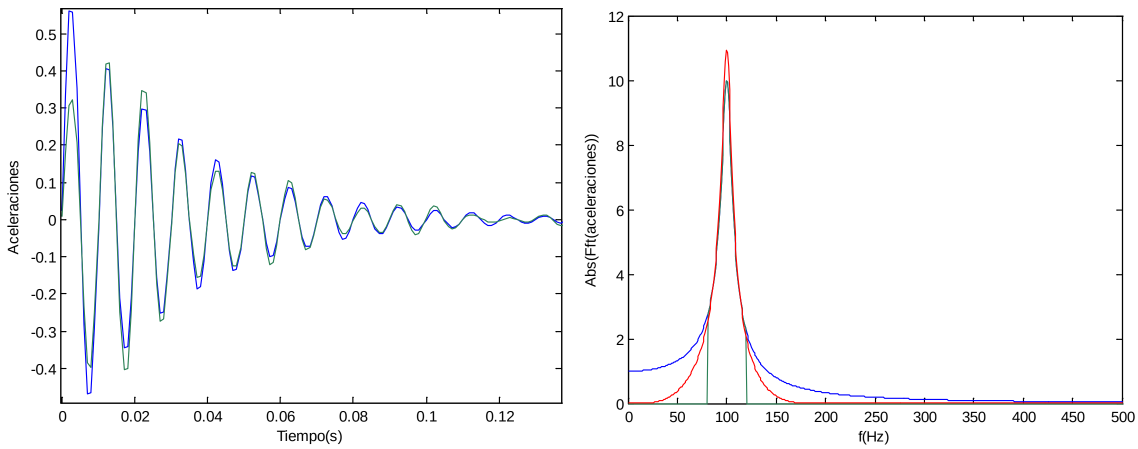
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.



a) b)

Fig. 9.15. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$

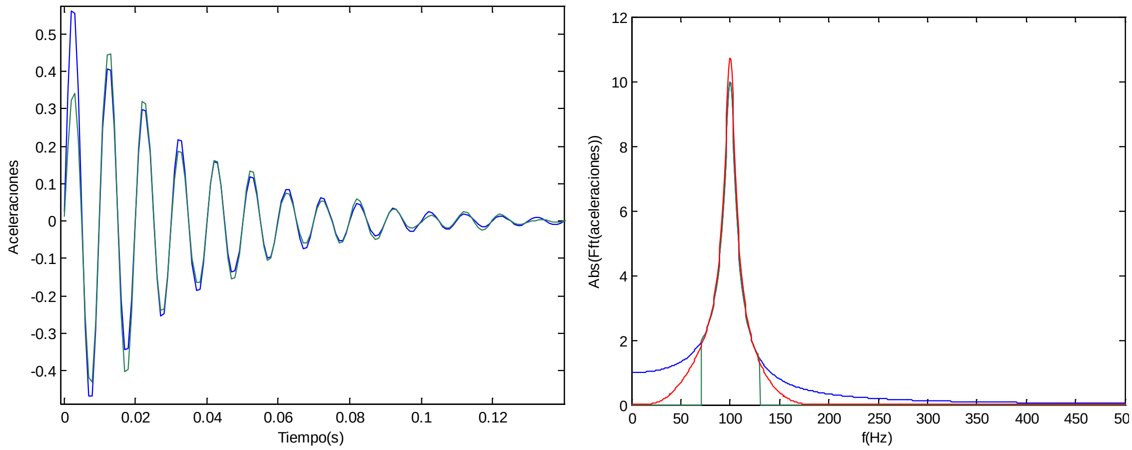
Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.



a) b)

Fig. 9.16. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$

Para una relación de ancho de banda de $p = \frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$ y una frecuencia de muestreo de 1000 Hz.



a) b)

Fig. 9.17. a) Señal original (azul), señal filtrada idealmente (verde); b) espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), espectro con filtro equiripple (rojo); para $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$

Variando el modo de calcular el coeficiente de amortiguamiento y realizándolo en base a la amplitud respecto a la aceleración máxima, los picos escogidos son entre el 100 y 10 %.

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,010898	0,050137	78,2035	0,27449
2	0,053292	0,050559	6,5833	1,1182
3	0,047248	0,049682	5,5033	0,63579
4	0,046341	0,050107	7,3188	0,21417
5	0,051206	0,050214	2,4127	0,42797
6	0,049833	0,050218	0,33427	0,43525
7	0,049374	0,050775	1,2518	1,5504

Tabla 9.4. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 1000Hz variando el ancho de banda escogiendo picos entre el 4º y 10º

Al disminuir la frecuencia de muestreo de 20 kHz a 1000 Hz, el porcentaje de error del coeficiente de amortiguamiento, prácticamente no se ve afectado, el filtro equiripple trabaja bien para anchos de banda estrechos, mientras que el filtro ideal necesita ancho de banda mayor para obtener resultados mejores. Por lo que escogiendo una frecuencia de muestreo diez veces mayor que la frecuencia natural, será suficiente para obtener buenos resultados.

A continuación se muestran los resultados de los coeficientes de amortiguamiento, escogiendo diferentes picos, en primer lugar se calcula amortiguamiento en base a los ciclos transcurridos, se cogerán entre el 3º y 8º pico. Los resultados obtenidos se muestran a continuación en la *Tabla.9.5.*

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,006413	0,050446	87,173	0,89186
2	0,04026	0,051098	2,4798	2,1961
3	0,072984	0,049656	45,9685	068838
4	0,050386	0,05009	0,77247	0,18054
5	0,051206	0,050214	2,4127	0,42797
6	0,053855	0,050563	7,7104	1,1258
7	0,045865	0,051506	8,2691	3,0114

Tabla 9.5. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 1000Hz variando el ancho de banda escogiendo picos entre el 3º y 8º

En la Tabla.9.6. se muestran los resultados obtenidos con la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima, se ha elegido entre el 80% y el 30% de la máxima amplitud.

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,030542	0,049678	39,0535	0,64431
2	0,047374	0,052568	7,1989	5,1369
3	0,074956	0,049689	44,675	0,62144
4	0,045789	0,050103	7,3487	0,20589
5	0,047843	0,050103	7,7456	0,20534
6	0,053768	0,049708	6,6786	0,58368
7	0,049932	0,049736	0,26937	0,52846

Tabla 9.6. Factor de amortiguamiento para una frecuencia d muestreo de 1000Hz variando el ancho de banda escogiendo picos entre el 80 y 30% de la amplitud máxima

La variación a la hora de seleccionar los picos radica en el hecho de que no se pueden seleccionar picos demasiado bajos, pues se estaría seleccionado picos con ruido, o muy altos ya que no cortaría los primeros ciclos de la señal que traen consigo transitorios inducidos por el filtrado. Por ello, se ha querido obtener resultados para las dos técnicas llevadas a cabo, en primer lugar mediante la selección de picos en base a los ciclos transcurridos y en segundo lugar, selección de picos en base a la amplitud respecto a la máxima aceleración. Los resultados obtenidos, verifican lo dicho anteriormente, el filtro equiripple trabaja mejor independientemente del ancho de banda, mientras que el filtro ideal necesita ancho de banda superiores para obtener buenos resultados. La selección de filtros se realizará en función de la señal y lo que esta requiera.

9.5.2. Simulación del análisis modal de la estructura de una altura

A continuación, se procede a la simulación del análisis modal de la estructura de una altura que se ha construido mediante las herramientas informáticas descritas anteriormente. Se realizarán dos pruebas diferentes para frecuencias de muestreo de 60 y 120 Hz, y con una relación de ancho de banda $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$.

Los datos para el cálculo analítico son

Placa	**11 kg**
Longitud de cada pilar	0,5 m

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	k	$\omega(rad/s)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	11	79009,57	85,06	13,54

Señal con una frecuencia de muestreo de 60 Hz

Para una frecuencia de muestreo de 60 Hz, estimando un coeficiente de amortiguamiento de 0.03, la señal inicial y el espectro que se obtiene son los siguientes:

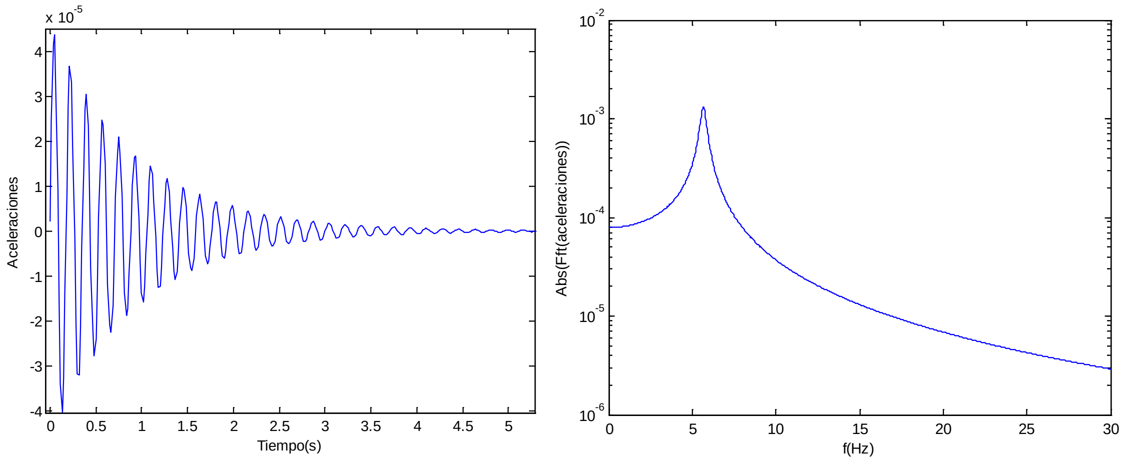


Fig.9.18 Señal inicial y respectivo espectro para f_muestreo=60 Hz

Estas señales no son necesarias filtrarlas, pues no hay que separar modos, pero han sido filtradas igualmente para ver cómo actúan los filtros.

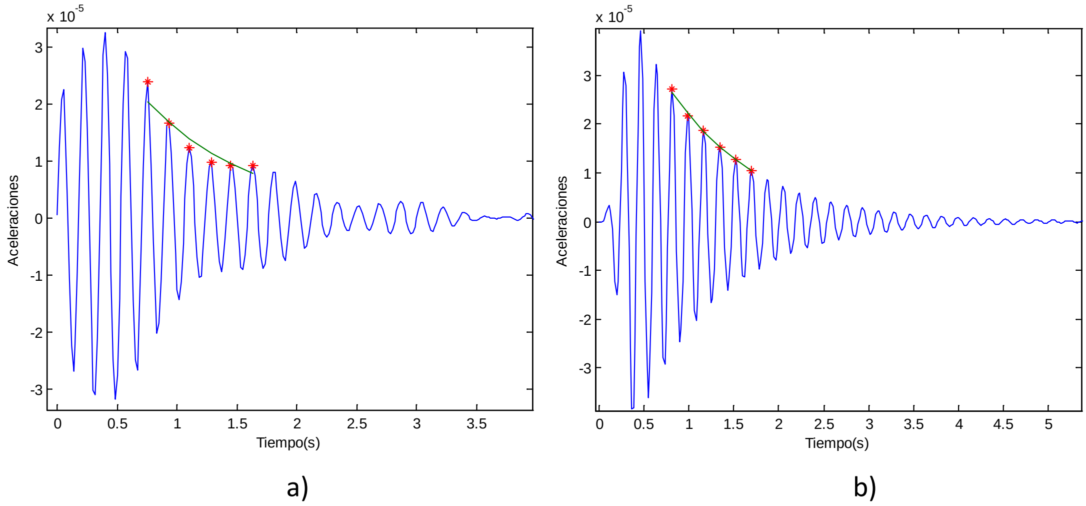


Fig.9.19 a) Señal filtrada Idealmente; b) Señal filtrada con filtro equiripple

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Relación = 5	Ideal	Equiripple
Frec_natural	14,27	14,09
Amortiguamiento	0,031802	0,029623
Error (%)	6,0057	1,2561

Tabla 9.7. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural de la estructura de una altura para frec_muestreo 60 Hz

Suponiendo que la estructura final de una altura tendrá una longitud de 0.5 m, y una masa de 11 kg, estimando un amortiguamiento de 0.03 y con una frecuencia de muestreo de 120 Hz, se obtiene una frecuencia natural de 14,27 Hz y un coeficiente de amortiguamiento de 0,031802 con un filtro ideal, mientras que con un filtro equiripple se obtiene una frecuencia natural de 14,09 Hz y un coeficiente de amortiguamiento de 0,029623. Analíticamente se obtuvo una frecuencia natural de 13,54, de manera que el filtro equiripple se aproxima más que el filtro ideal.

Señal con una frecuencia de muestreo de 120 Hz

Para una frecuencia de muestreo de 120 Hz, estimando un coeficiente de amortiguamiento de 0.03, la señal inicial y el espectro que se obtiene son los siguientes:

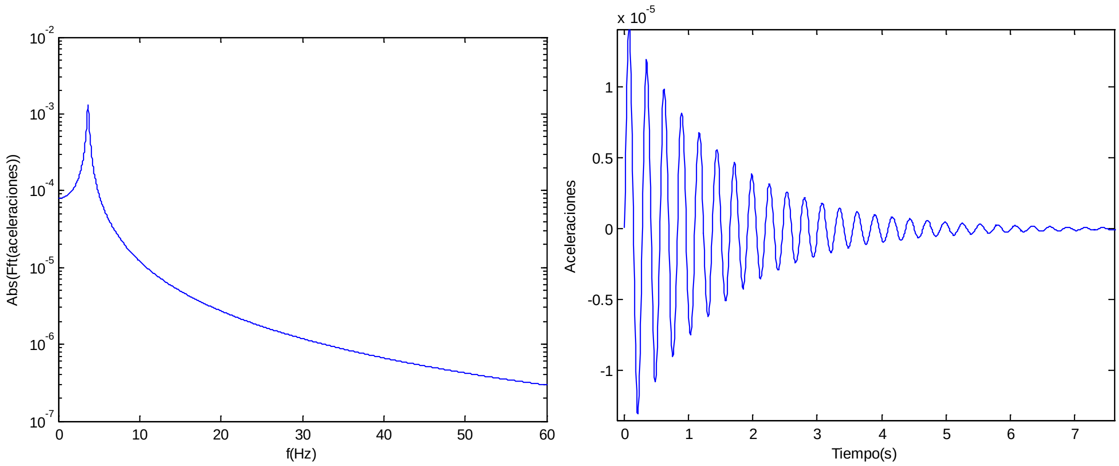


Fig.9.20 Señal inicial y respectivo espectro para f_muestreo=120 Hz

Estas señales no son necesarias filtrarlas, pues no hay que separar modos, pero han sido filtradas para ver cómo actúan los filtros.

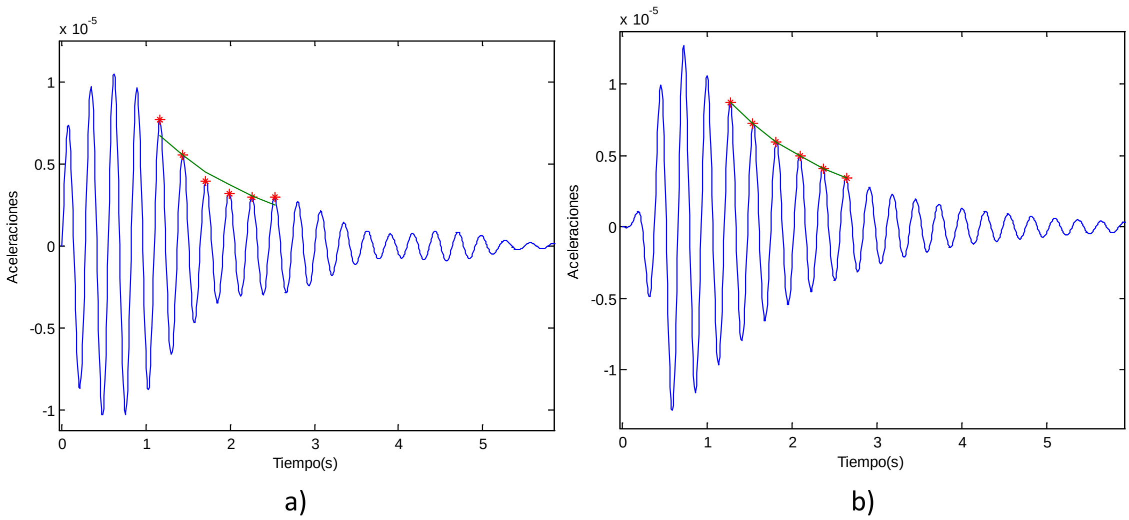


Fig.9.21 a) Señal filtrada Idealmente; b) Señal filtrada con filtro equiripple

Los resultados obtenidos fueron los siguientes:

Relación = 5	Ideal	Equiripple
Frec_natural	14,32	14,13
Amortiguamiento	0,032353	0,029869
Error (%)	7,8439	0,43711

Tabla 9.8. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural de la estructura de una altura para frec_muestreo 120 Hz

De igual forma, aumentando la frecuencia de muestreo de 60 Hz a 120 Hz, se obtiene una frecuencia natural de 14,32 Hz y un coeficiente de amortiguamiento de 0,032353 con un filtro ideal, mientras que con un filtro equiripple se obtiene una frecuencia natural de 14,13 Hz y un coeficiente de amortiguamiento de 0,029869. Analíticamente la frecuencia natural de 13,54, se aproxima más a la dada por el filtro equiripple que a la del filtro ideal.

9.5.3. Simulación del análisis modal de la estructura de dos alturas

A continuación, se procede a la simulación del análisis modal de la estructura construida de dos alturas. Puesto que se ha supuesto amortiguamiento histerético, éste será el mismo para ambos modos. Suponiendo que la estructura final tendrá la siguiente geometría.

Placa	**11 kg**
Longitud de cada pilar	0,5 m

En la siguiente tabla se muestran los resultados obtenidos de las frecuencias naturales obtenidas analíticamente para los datos requeridos en la estructura.

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	k	$f_1(Hz)$	$f_2(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	11	11	79009,57	8,34	21,82

Con estos datos se realizará la simulación del análisis modal.

Señal con una frecuencia de muestreo de 60 Hz

Para una frecuencia d muestreo de 60 Hz y suponiendo un amortiguamiento de 0.04, los resultados obtenidos son los siguientes:

El espectro y la señal que se obtienen son:

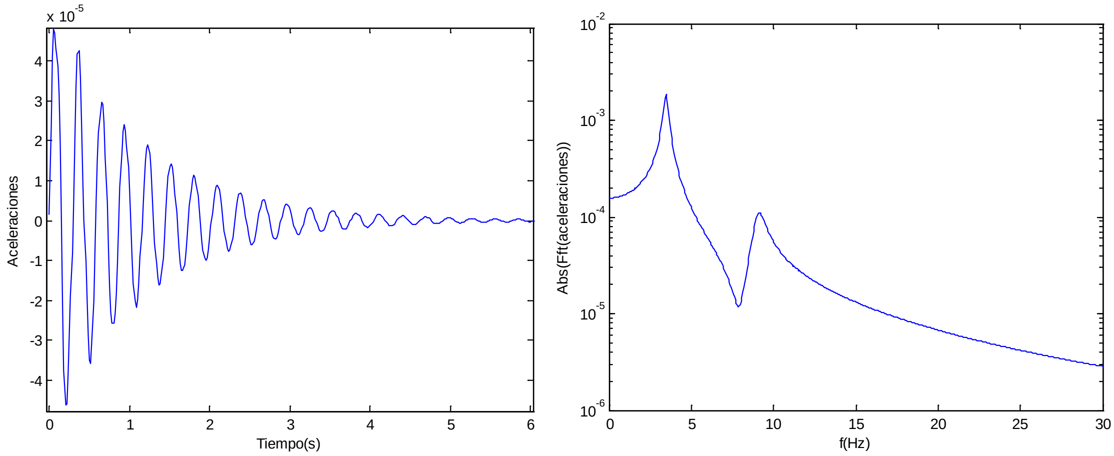


Fig.9.22 Señal inicial y respectivo espectro para f_muestreo=60

A continuación se mostrarán resultados para diferentes relaciones $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = p$

Para una $p = 1$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 1$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3984	3,457	8,8477	9,082
Amortiguamiento	0,031094	0,040004	0,01156	0,043856
Error (%)	22,2641	0,1813	71,1011	9,6397

Tabla 9.9. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 1$

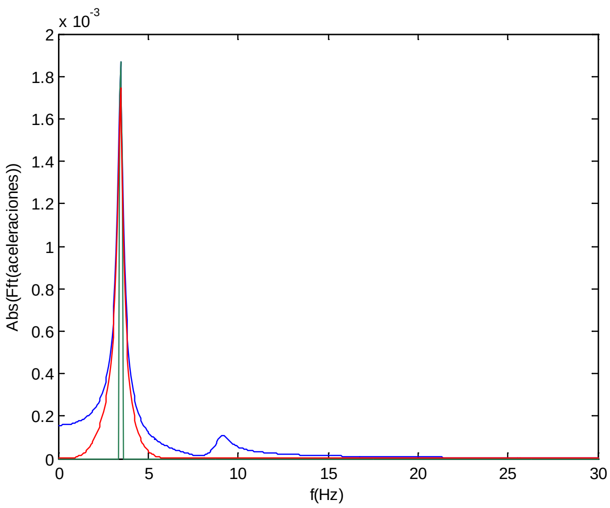


Fig.9.23 Modo 1 para una $\frac{\Delta f\alpha}{\xi f n} = 1$*; Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

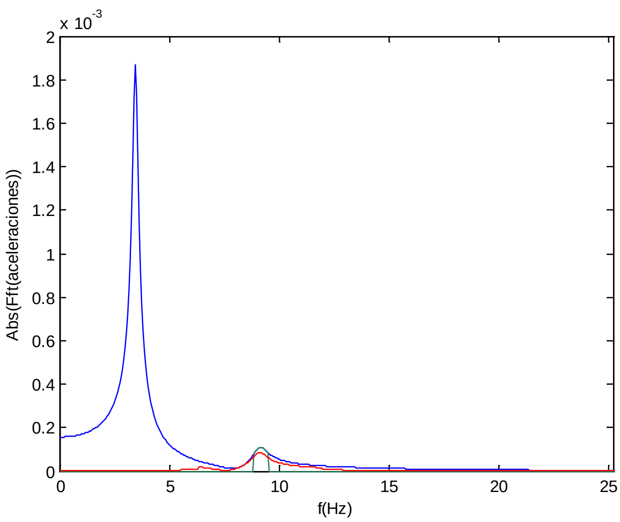


Fig.9.24 Modo 2 para una $\frac{\Delta f\alpha}{\xi f n} = 1$*; Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

Para una $p = 2$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3398	3,457	8,3705	9,082
Amortiguamiento	0,03042	0,040289	0,046908	0,071705
Error (%)	23,9499	0,72144	17,2702	4,2613

Tabla 9.10. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$

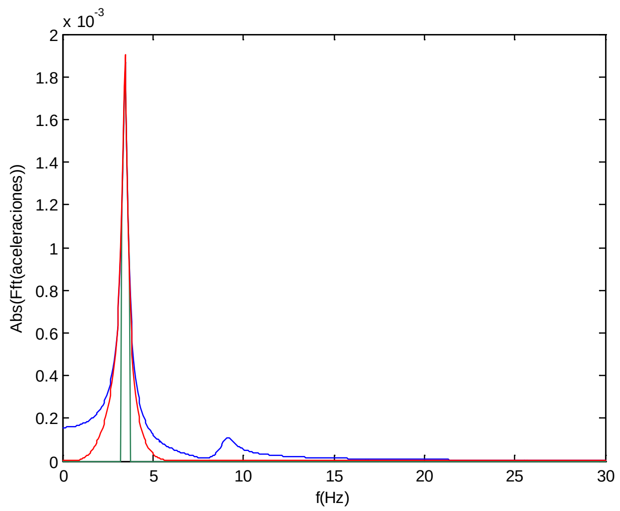


Fig.9.25. Modo 1 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$; *Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

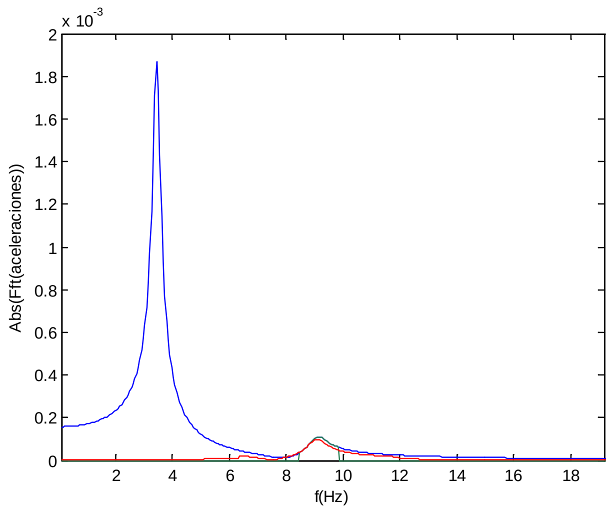


Fig.9.26. Modo 2 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 2$*Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

Para una $p = 3$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3398	3,457	8,7305	9,082
Amortiguamiento	0,061919	0,040239	0,46648	0,040288
Error (%)	54,7977	0,59726	16,6193	0,71881

Tabla 9.11. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$

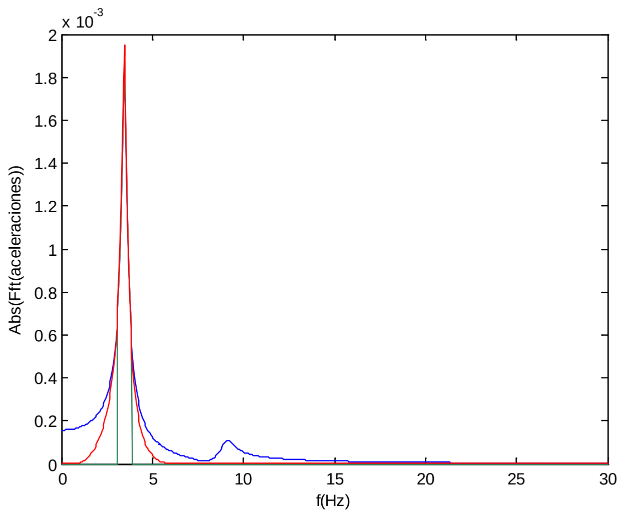


Fig. 9.27. Modo 1 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$; *Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

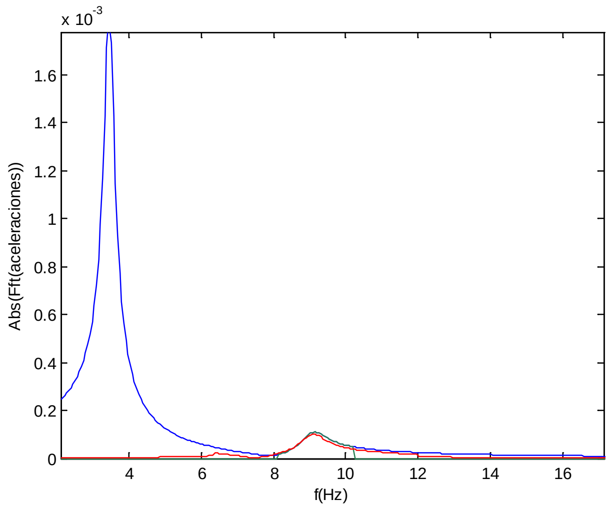


Fig. 9.28 Modo 2 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 3$, *Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

Para una $p = 4$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3398	3,457	8,7305	9,082
Amortiguamiento	0,041575	0,39943	0,034732	0,040892
Error (%)	3,9378	0,1417	13,1698	2,229

Tabla 9.12. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$

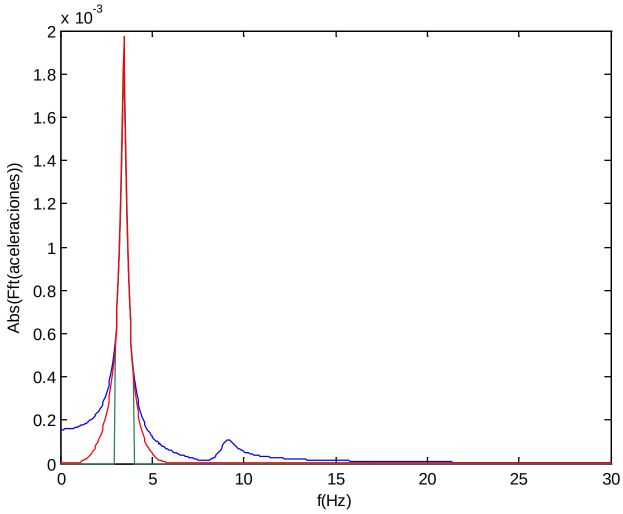


Fig.9.29. Modo 1 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$; Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)

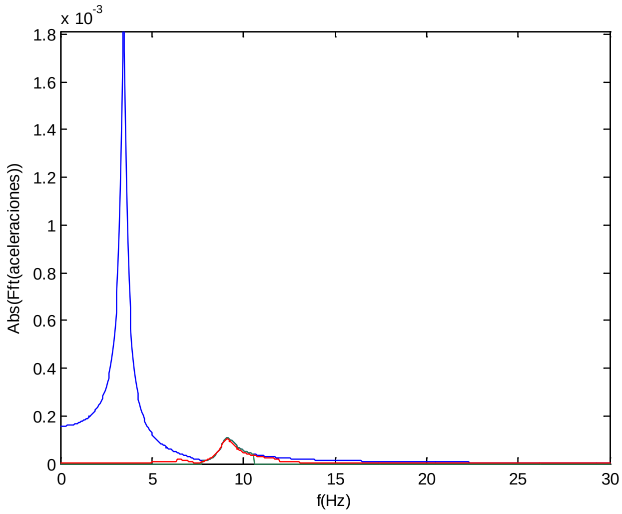


Fig.9.30. Modo 2 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 4$, Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)

Para una $p = 5$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3398	3,457	8,7305	9,1406
Amortiguamiento	0,3814	0,039951	0,04295	0,040079
Error (%)	4,6492	0,12344	7,3744	0,19688

Tabla 9.13. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$

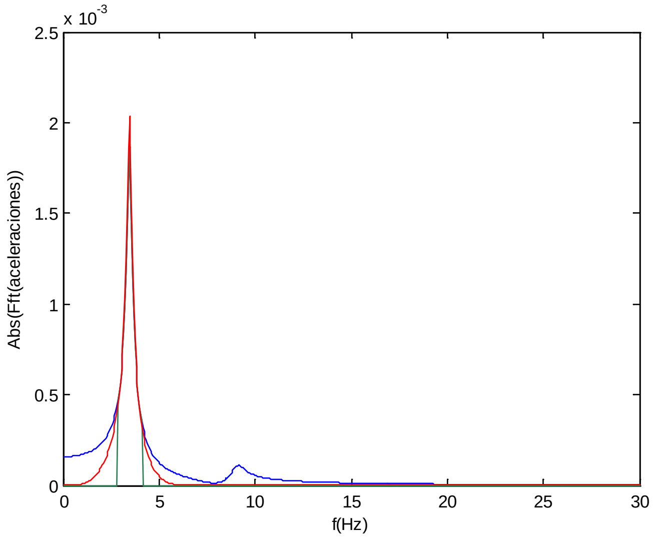


Fig.9.31. Modo 1 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$*, Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

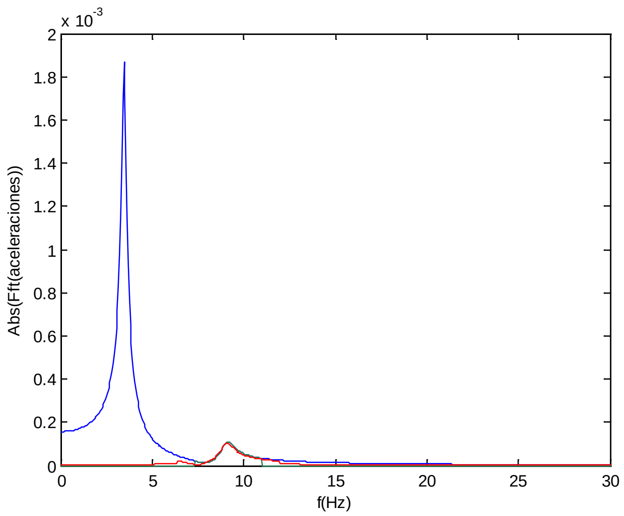


Fig.9.32. Modo 2 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$*; Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

Para una $p = 6$, se obtienes los siguientes resultados de frecuencias naturales y factor de amortiguamiento, filtrando la señal idealmente y con filtro equiripple.

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$	Modo 1		Modo 2	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3398	3,457	8,7305	9,082
Amortiguamiento	0,043164	0,039971	0,040955	0,041086
Error (%)	7,9089	0,073571	2,3867	2,7155

Tabla 9.14. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 60 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$

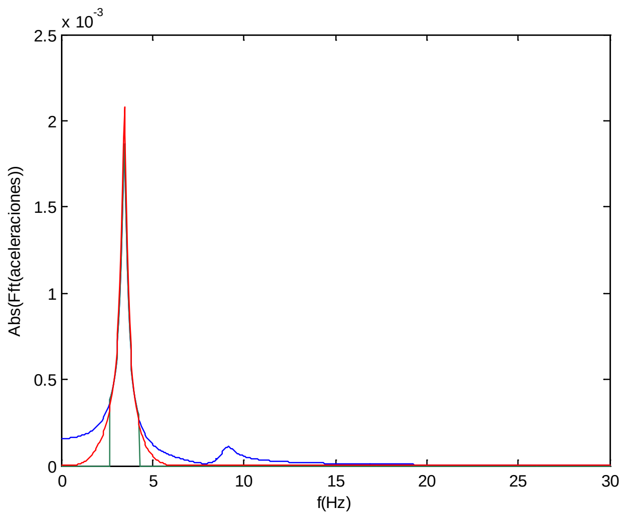


Fig.9.33. Modo 1 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$*, Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

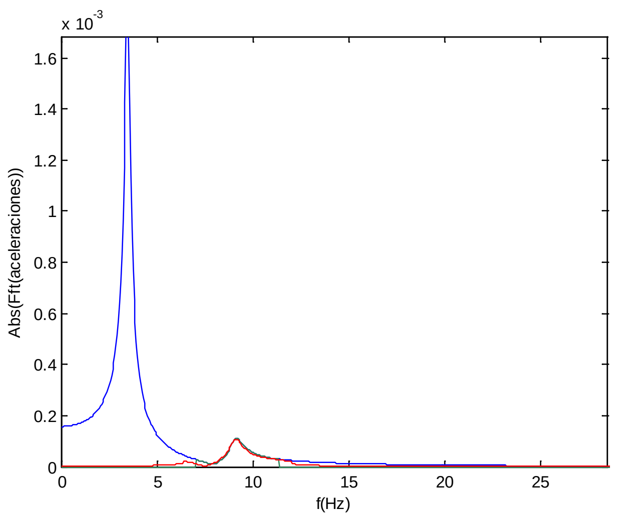


Fig.9.34 Modo 2 para una $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 6$*Espectro original (azul), Espectro filtrado idealmente (verde), Espectro filtrado con filtro equiripple (rojo)*

Todos los resultados anteriores han sido para una misma frecuencia d muestreo, 60 Hz, donde se ha ido variando la relación $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = p$ y de esta manera poder comprobar cuál es la relación óptima para el filtrado. Cómo conclusión se llega a que esta relación óptima es $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$.

A continuación se procede al análisis paramétrico variando la frecuencia de muestreo. Se realizará para una relación de $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$.

Señal con una frecuencia de muestreo de 200 Hz

La señal inicial y el espectro que se obtienen para una frecuencia de muestreo de **200 Hz** son:

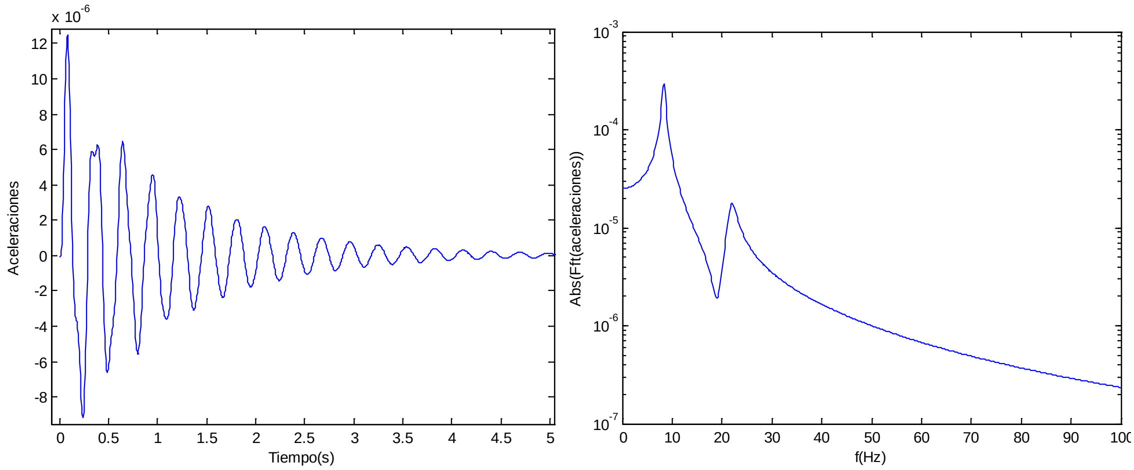
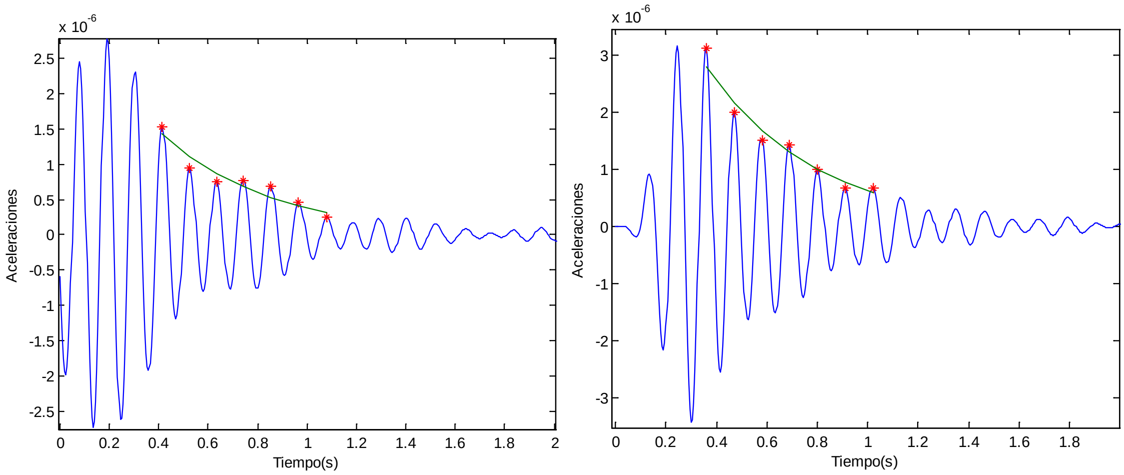


Fig.9.35. Señal inicial y respectivo espectro para f_muestreo=200

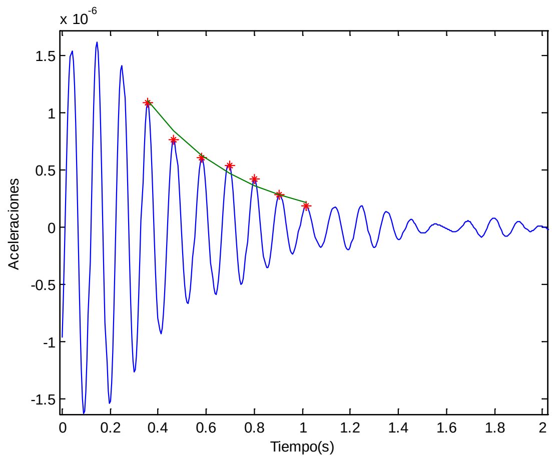
Modo 1



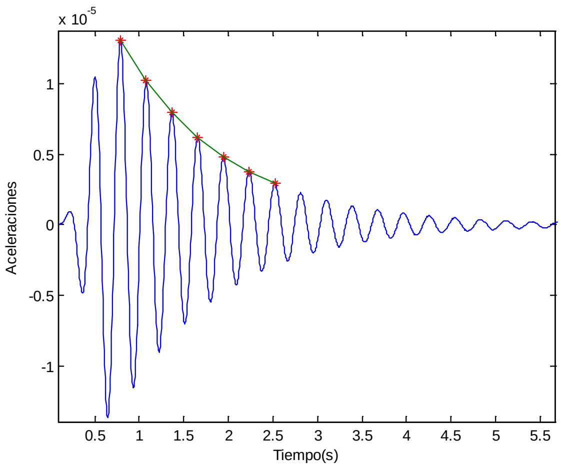
a) b)

Fig.9.36. a) Filtro ideal modo 1; b) Filtro equiripple modo 1

Modo 2



a)



b)

Fig.9.37. (a) Filtro ideal modo 2; (b) Filtro equiripple modo 2

Los resultados obtenidos son los siguientes:

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$	Pico 1_Espectro1		Pico 2_Espectro1	
	Ideal	Equiripple	Ideal	Equiripple
Frec_natural	3,3203	2,3668	9,4238	9,0332
Amortiguamiento	0,041027	0,039922	0,03801	0,041062
Error (%)	3,9858	0,56872	4,9739	2,6557

Tabla 9.15. Factor de amortiguamiento y frecuencia natural para una frec_muestreo 200 Hz, y $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$

9.6. Conclusiones

Como conclusión se llega por los resultados obtenidos, que a medida que se aumenta la relación del ancho de bando el coeficiente de amortiguamiento se va aproximando al real. Si se siguiera aumentando más resultaría ser demasiado grande y podría tomar parte de la segunda frecuencia natural, es decir, del modo 2, por lo que se ha llegado a la conclusión que el ancho de banda que mejor trabaja con los filtros es el que tiene una relación de 5 o 6. A continuación se muestran los resultados obtenidos de la señal 1 para diferentes relaciones de ancho de banda:

Modo1

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = p$	Porcentaje de error (%)	
	Filtro Ideal	Filtro equiripple
1	22,2641	0,1813
2	23,9499	0,72144
3	54,7977	0,59726
4	3,9378	0,1417
5	4,6492	0,12344
6	7,9089	0,073571

Modo 2

$\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = p$	Porcentaje de error (%)	
	Filtro Ideal	Filtro equiripple
1	71,1011	9,6397
2	17,2702	4,2613
3	16,6193	0,71881
4	13,1698	2,229
5	7,3744	0,19688
6	2,3867	2,7155

En estos ejemplos se demuestra que a medida que se va aumentado la relación del ancho de banda el porcentaje de error para el cálculo del amortiguamiento es menor.

Otra diferencia que se aprecia en estos ejemplos mostrados, son los resultados obtenidos para un filtro ideal y para un filtro equiripple. Tal y como se puede comprobar es el filtro ideal es el que cumple esta condición, es decir, mientras más aumente la relación de ancho de banda más se aproxima al coeficiente de amortiguamiento estimado, sin embargo el filtro equiripple tiene un porcentaje de error muy pequeño comparado con el filtro ideal independientemente de la relación del ancho de banda. Por lo que se concluye que el filtro equiripple trabaja mejor que el filtro ideal

Otro aspecto a tener en cuenta en los filtros ideales y el filtro equiripple es que se cumplan las condiciones propias de los filtros, es decir, para un filtro real, la fase de éstos tiene que ser nula o lineal. Para demostrar esto, como se ha dicho con anterioridad se ha representado tanto el módulo como las fases de los filtros. A continuación se muestra un ejemplo de la señal representada anteriormente donde se demuestra que se cumplen con las condiciones:

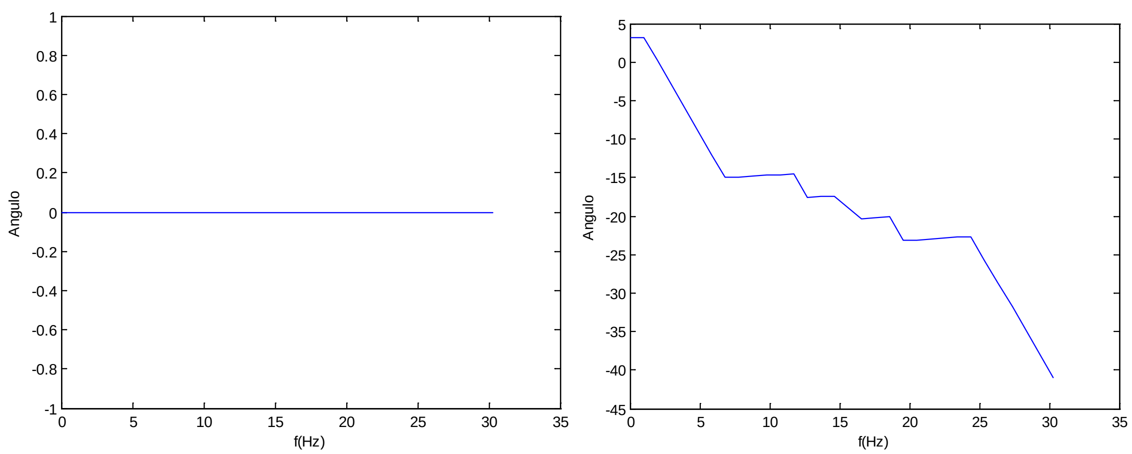


Fig.9.38. Módulo de la Fase filtro ideal; Módulo de la Fase filtro equiripple

Capítulo 10

CONSTRUCCIÓN DE LAS ESTRUCTURAS

10.1. Introducción

En este capítulo se diseñarán las estructuras para el análisis experimental. En primer lugar se elegirá el material para la construcción de las estructuras, tratándose del aluminio, al ser ligero, maleable y económico. También se describirá el proceso de construcción utilizado, mediante soldadura MIG, y por último se describirá el proceso de construcción realizado en el Laboratorio de Tierras, Hormigones y Asfaltos en la Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles en la Universidad de las Palmas de Gran Canaria, teniendo en cuenta que se trata de una sistema modelado como una estructura de masas concentradas, donde el peso de los forjados es mucho mayor que el resto de la estructura de tal forma que éste tiene solamente rigidez pero no masas. Se han diseñado dos estructuras, una estructura de una altura y una segunda estructura de dos alturas.

10.2. Materiales

El material utilizado para la construcción de las estructuras es el aluminio, un metal no ferromagnético. Se trata de un metal ligero, con una densidad de $2700\ \mathrm{kg/m^3}$, y con un bajo punto de fusión (660ºC). Mecánicamente es un material blando y maleable. Para mejorar las propiedades propias del aluminio se alea con otros metales, lo que permite realizar sobre él operaciones de fundición. También de esta forma se utiliza como soldadura. El aluminio se puede utilizar en forma pura, aleado con otros metales o en compuestos no metálicos. Posee excelentes facultades que lo convierten en un material especialmente apropiado en construcción. Propiedades físicas como su ligereza, fortaleza, durabilidad, maleabilidad y resistencia a la corrosión, aportan a los elementos construidos con él grandes ventajas en la fabricación. Además comparado con el uso de estructuras de maquinaria en acero tienen un coste del material más bajo, da mayor flexibilidad y el ahorro de tiempo utilizado.

El aluminio ha sido elegido como material de construcción, pues comparado con el acero de peso específico 7,85 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$ es mucho más ligero, con un peso específico de 2,7 $\frac{\mathrm{g}}{\mathrm{cm}^3}$, lo que facilita la hipótesis simplificativa de considerar la masa de las estructuras concentrada en cada grado de libertad a la hora de modelarla. Además es tres veces más flexible que el acero, lo que lleva a frecuencias propias menores y amplitudes de vibración mayores, que facilitan el estudio de los sistemas.

Para la construcción de las estructuras se adquirió una plancha cuadrada de aluminio de 1 metro y 0.5 cm de espesor. Esta placa se ha intentado optimizar al máximo y sacar los elementos necesarios para la construcción de las estructuras. En la *Fig.10.1.* se puede ver cómo se ha dividido la plancha en los diferentes elementos, estos son las bases y los forjados de ambas estructuras. También se ha sacado de esta plancha los refuerzos de los forjados.

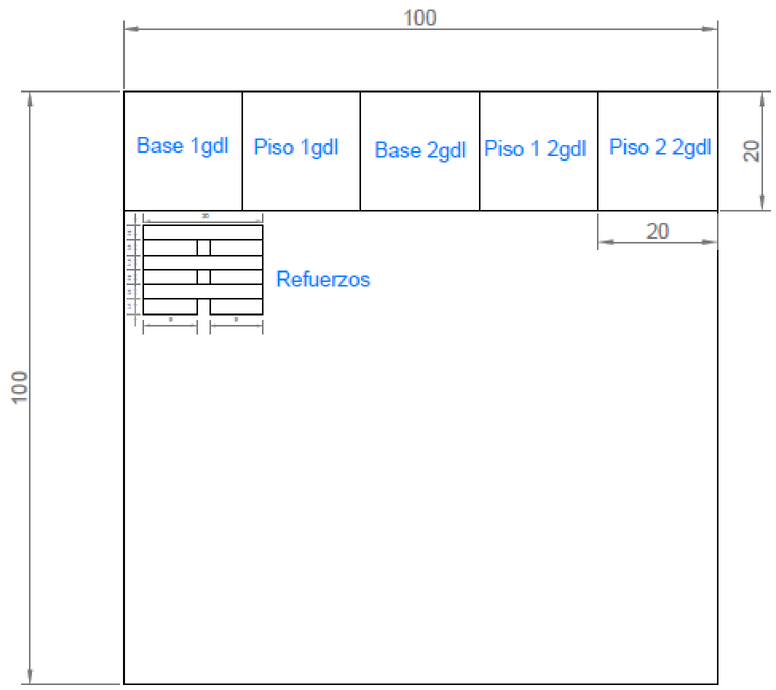


Fig. 10.1 Placa de aluminio con las piezas para la construcción

En la *Fig.10.1.* se puede ver tanto las piezas para la estructura de un grado de libertad, como las piezas para la estructura de dos grados de libertad. Los pilares tipo L para la construcción de las estructuras se adquirieron aparte.

10.3. Descripción de la estructuras

10.3.1. Descripción de la estructura de un grado de libertad

Para esta estructura se necesitan 4 barras tipo L de 50 cm, con una sección de 25 mm. Tendrán una base de 20x20 cm y un primer piso también de 20x20 cm. Como refuerzo a este piso se han adjuntado una barra de 20x2.5 cm y dos barras de 9x2.5 cm perpendiculares a la anterior. De esta manera se crea una única estructura, que al tener rigidez constante y variando la masa del forjado se pueden obtener multitud de sistemas dinámicos para el análisis experimental. La estructura de una altura toma la siguiente forma:

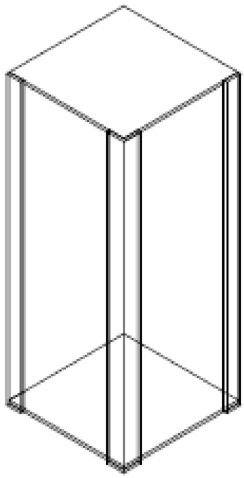


Fig.10.2 Estructura de una altura

10.3.2. Descripción de la estructura de dos grados de libertad

Para esta estructura se necesitan 4 barras tipo L de 100 cm cada una con una sección de 25 mm. Tendrán una base de 20x20 cm, un primer y segundo forjado de 20x20 cm. Como refuerzo a estos dos pisos se han adjuntado una barra de 20x2.5 cm y dos barras de 9x2.5 cm perpendiculares a la anterior. Creando una única estructura de dos grados de libertad, que al tener rigidez constante y variando la masa de ambos forjados se pueden obtener multitud de sistemas dinámicos para el análisis experimental. La estructura de dos alturas toma la siguiente forma:

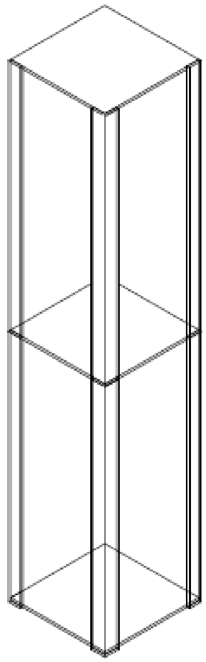


Fig.10.3 Estructura de dos alturas

10.4. Proceso de construcción de las estructuras: Soldadura

El proceso de construcción de las estructuras que se ha realizado es mediante soldadura. Se toma este método y no otros como el acartelamiento (soldados o atornillados) por diversas razones como que los acartelamientos introducen mayor incertidumbre sobre cuáles son las longitudes efectivas de las entreplantas que deben tomarse en los cálculos. Este problema no existe con el procedimiento elegido. Además los acartelamientos producen un empotramiento muy fiable pero se consideró que con el sistema de montaje elegido también se podría obtener un grado similar de empotramiento. Por último el acartelamiento aumenta el número de soldaduras o, en caso de haber optado por la utilización de tornillos, éstos introducen problemas adicionales como contacto entre metales de distinta naturaleza, la adición de más masa fuera de los "forjados", o la posibilidad de deslizamiento entre superficies.

Puesto que finalmente el proceso de construcción es la soldadura, a continuación se hará una breve descripción sobre este tipo de proceso, su funcionamiento y el tipo de soldadura utilizado.

Los procedimientos de soldeo en aluminio pueden ser al arco eléctrico, bajo atmósfera inerte que puede ser argón, helio, por puntos o por fricción. Hay dos técnicas de soldadura al arco de un lado, la soldadura al arco bajo atmósfera inerte con electrodo refractario o procedimiento TIG y de otro lado la soldadura al arco bajo atmósfera inerte con electrodo consumible o procedimiento MIG. El procedimiento que se utilizará en el trabajo es la soldadura MIG, pero en primer lugar se comentarán los aspectos más importantes de la soldadura.

10.4.1. Influencia del procedimiento de soldadura

En la soldadura por gas la concentración calorífica es relativamente escasa, unida a la buena conductividad del aluminio, tiene como consecuencia que se puede soldar sólo lentamente y que surjan considerables contracciones que producen tensiones, además de distorsiones en la pieza.; la zona de influencia calorífica es muy amplia, en ella los materiales compactados en frío o endurecidos cambian al estado "blando".

10.4.2. Elección del material de aportación

Los procesos que tienen lugar en la solidificación de un fundido exigen un material de aportación, que ha de ser adecuado no sólo con vistas a la resistencia mecánica y a la buena fluidez sino, también a la solidificación del material fundamental a evitar el peligro de que surjan grietas por concentraciones de tensiones. La elección del material de aportación es precisamente importante en los procedimientos de soldadura con gas protector, que trabajan con elevadas velocidades de soldadura, en los cuales el fundido se solidifica mucho más rápidamente.

10.4.3. Precalentamiento

El precalentamiento es necesario cuando, manteniendo los valores indicativos para los parámetros de la soldadura, no se consigue una penetración suficiente, es decir cuando el calor comunicado por el manantial calorífico que se utilice se elimina tan rápidamente que no pueden fundir los flancos de la costura y del material de aportación.

El precalentamiento se realiza, en general, con sopletes de gas, deben usarse sopletes suficientemente potentes cuya llama se regula de manera que sea ligeramente reductora, a fin de que no crezca demasiado el espesor de la capa de óxido en los flancos de la costura como consecuencia de un largo intervalo de precalentamiento. Se deben tener también en cuenta en las distintas aleaciones las influencias de la temperatura y del tiempo de precalentamiento sobre las características del material.

10.4.4. Soldadura MIG: Soldadura por electrodo consumible protegido

En el método de soldadura por electrodo sumergido, MIG (Metal Inert Gas), el electrodo es el alimento del cordón de soldadura. El arco eléctrico está protegido, por un flujo continuo de gas que garantiza una unión limpia y en buenas condiciones.

En la soldadura MIG, el gas es inerte; no participa en modo alguno en la reacción de soldadura. Su función es proteger la zona crítica de la soldadura de oxidaciones e impurezas exteriores. Se emplean usualmente los mismos gases que en el caso de electrodo no consumible, argón, menos frecuentemente helio, y mezcla de ambos.

La flexibilidad es la característica más sobresaliente del método MIG, ya que permite soldar aceros de baja aleación, aceros inoxidables, aluminio y cobre, en espesores a partir de los 0,5 mm y en todas las posiciones. La protección por gas garantiza un cordón de soldadura continuo y uniforme, además de libre de impurezas y escorias. Además, la soldadura MIG es un método limpio y compatible con todas las medidas de protección para el medio ambiente.

En contra, su mayor problema es la necesidad de aporte tanto de gas como de electrodo, lo que multiplica las posibilidades de fallo del aparato, además del lógico encarecimiento del proceso. La soldadura MIG es un proceso versátil, pudiendo depositar el metal a una gran velocidad y en todas las posiciones. El procedimiento es muy utilizado en espesores delgados y medios, en fabricaciones de acero y estructuras de aleaciones de aluminio, especialmente donde se requiere un gran porcentaje de trabajo manual. La introducción de hilos tubulares está encontrando cada vez más, su aplicación en los espesores fuertes que se dan en estructuras de acero pesadas.

10.5. Construcción de las Estructuras

Tal y como se ha comentado con anterioridad el procedimiento empleado para la construcción de las estructuras es la soldadura MIG. Ésta se ha realizado en el Laboratorio de Hormigones y Asfaltos en la Escuela de Ingenierías Industriales y Civiles en la Universidad de las Palmas de Gran Canaria. A continuación se muestra la maquinaria utilizada, se trata de una máquina con una bombona donde se encuentra el gas inerte utilizado para la soldadura, argón. En el interior se puede apreciar una bobina de aluminio de espesor 1 mm, su acción de limpieza es mayor, dando lugar a un cordón ancho y de poca penetración, muy adecuado para la soldadura de pequeños espesores. Al encender la máquina utilizando siempre una careta de sobreprotección, el conducto por el cual se desliza el alambre se denomina sirga, habrá que tener cuidado de que el alambre no se deforme pues podría empastarse en el interior haciendo que el proceso se detuviera y dando lugar a arrollamientos. La distancia a la pieza de trabajo estará entre 8 y 15 mm. La limpieza de la zona a soldar es muy importante, debiéndose eliminar restos de suciedad, grasas, óxido superficial de aluminio, etc. Para ello se utiliza un cepillo con puntas de alambre y duras. A continuación se muestra la maquinaria utilizada.

a)

b)

Fig.10.4 Soldadura MIG. a) Interior de la soldadura, bobina de aluminio; b) Bombona de gas inerte

En la *Fig.10.5.* se puede apreciar el tubo de salida del alambre, sirga. Y el cepillo utilizado para la limpieza de las piezas a soldar.

a)

b)

Fig.10.5 a) Tubo de salida del alambre, sirga; b) Cepillo para limpieza e hilo de aluminio

El proceso de soldadura de la estructura se realizó en primer lugar para el sistema de un grado de libertad y a continuación para el sistema de dos grados de libertad. El procedimiento fue el mismo para ambas estructuras, en primer lugar se coge la placa base y a partir de ella se van soldando cada una de las cuatro columnas tipo L, por uno de sus extremos, a continuación se sueldan los forjados, un único piso para la estructura de un grado de libertad y dos para la estructura de dos grados de libertad, estando colocado el forjado intermedio justo en la mitad de la estructura, esto es, a 0.5m de distancia entre la base y el forjado. Por último se sueldan los refuerzos a los distintos forjados, lo que dará una mayor seguridad de estabilidad a la hora de colocar las masas. Limpiando en todo momento la zona de restos de suciedad, grasas y óxidos con el cepillo siempre que fuera necesario.

En la base de ambas estructuras se realizaron 8 agujeros, para el sistema de montaje elegido de empotramiento mediante tornillos. En la *Fig 10.6.* se muestran la base agujereada.

Fig.10.6 Base de la estructura empotrada al suelo mediante tornillos

Además en las placas utilizadas para los forjados de ambas estructuras se ha realizado un agujero, en donde se pondrá un tornillo de mariposa, el cual tiene como función sujetar las masas de los forjados. Pues como ya se ha comentado con anterioridad, las masas que se añaden al ser mucho mayores que el resto de la estructura, se consideran estructuras de masa concentrada en cada forjado, por lo que para una misma estructura al tener rigidez constante, se pueden obtener multitud de sistemas dinámicos diferentes. En la Fig. 10.7. se muestra una masa de 10 kg, en uno de los forjados sujetada por el tornillo de mariposa.

Fig.10.7 Forjado de la estructura

Las estructuras obtenidas finalmente se muestran en *Fig.10.8.*

a) *b)*

Fig.10.8 a) Estructura de un grado de libertad; b) Estructura de dos grado de libertad

En vista de los resultados obtenidos, debido al método de proceso de construcción, soldadura, existen distintas uniones que muestran rigideces diferentes, lo que producen tensiones en la estructura. También se presentan ciertas fragilidades en las uniones. Es posible que esta no sea la mejor opción de proceso de construcción, por lo que se considerarán sistemas de montaje diferentes en el futuro.

Capítulo 11

ANÁLISIS EXPERIMENTAL

11.1. Introducción

En este último capítulo y antes de comenzar con las conclusiones finales del Trabajo de Fin de Carrera, se realizará el análisis experimental. Para ello se hará referencia a varios capítulos anteriores. El objetivo del trabajo es desarrollar modelos reducidos de dos estructuras para el estudio de los parámetros modales mediante la implementación del "band-pass method", método del decremento logarítmico y filtros pasa banda.

Esto se realizará con las estructuras construidas anteriormente descritas modelándolas como estructuras de masas concentradas. Esto es posible gracias a que el peso de los forjados es mucho mayor que el resto de la masa de la estructura. Así, en este capítulo se obtendrán y analizarán los resultados obtenidos experimentalmente para las estructuras de una y dos alturas.

El análisis experimental se hará de manera similar para ambas estructuras. El procedimiento que se ha seguido consiste en la colocación de un acelerómetro en la estructura a medir y mediante un dispositivo de adquisición de datos se convierte una señal analógica a digital. A continuación, esta señal es procesada en un ordenador mediante el método implementado. Para ello se ha creado un programa en Matlab que es capaz de determinar las frecuencias naturales y el coeficiente de amortiguamiento directamente después de la obtención de los datos. Una vez obtenido los resultados experimentales, se analizarán y se justificará el comportamiento de ambas estructuras. Por último, se compararán los resultados analíticos y experimentales, y se realizará un ajuste de parámetros y de esta forma poder crear un modelo final de las estructuras construidas.

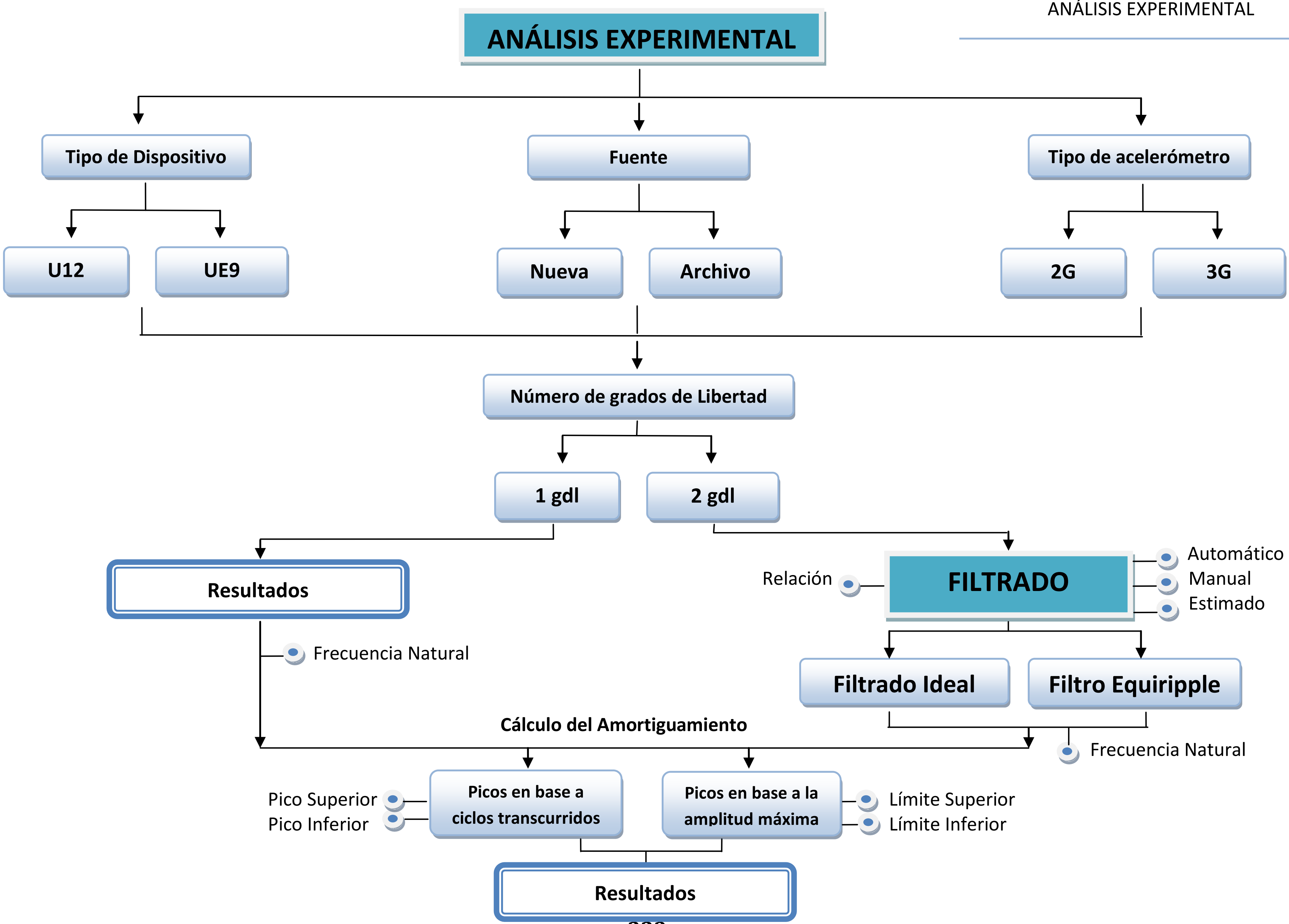
11.2. Diagrama de flujo

En primer lugar se presenta un diagrama de flujo, donde se mostrará el método implementado para la obtención de los parámetros.

Para la obtención de la señal digitalmente, se podrán utilizar dos tipos de dispositivos de adquisición de datos, el Labjack UE9 o el U12, además se podrá elegir qué tipo de acelerómetro usar, 2G o 3G. La señal puede ser obtenida directamente de la estructura mediante una prueba nueva o cargar una prueba ya hecha.

A continuación se elegirá si se desea analizar un sistema de un grado de libertad o de dos grados de libertad. Para el primer caso, se obtienen los resultados directamente. Si se trata del segundo caso, se realizará un filtrado para la separación de modos, que se podrá realizar mediante un filtro ideal o un filtro equiripple. Las especificaciones de las frecuencias de corte de ambos filtros se podrán realizar de manera automática, manual o mediante un ancho de banda fijo con la estimación del coeficiente de amortiguamiento.

Por último, tanto para sistemas de un grado de libertad como de dos grados de libertad, el cálculo del factor de amortiguamiento, se realizará mediante el método del decremento logarítmico, con la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos o con la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.


ANÁLISIS EXPERIMENTAL
Tipo de Dispositivo
Fuente
Tipo de acelerómetro
U12
UE9
Nueva
Archivo
2G
3G
Número de grados de Libertad
1 gdl
2 gdl
Resultados
Frecuencia Natural
Relación
FILTRADO
Automático
Manual
Estimado
Filtrado Ideal
Filtro Equiripple
Frecuencia Natural
Cálculo del Amortiguamiento
Pico Superior
Pico Inferior
Picos en base a ciclos transcurridos
Picos en base a la amplitud máxima
Límite Superior
Límite Inferior
Resultados

11.3. Sistemas de adquisición de datos

Para comenzar con el análisis experimental, se hará una breve descripción de los elementos utilizados en la adquisición de datos.

11.3.1. Acelerómetros

Los sensores de vibración que se utilizarán en el proyecto han sido definidos en el **Bloque I** *"5. Conceptos básicos de adquisición de datos y tratamiento de la señal en el análisis modal experimental. 5.1. Acelerómetros y sensores de vibraciones".* Han sido utilizados dos sensores de aceleración de bajo costo con tecnología MEMS, éstos son el acelerómetro DE-ACCM2G2 Buffered y el acelerómetro DE-ACCM3D Buffered.

Debido a la resolución de los acelerómetros, finalmente el acelerómetro utilizado para el análisis experimental es el $\boldsymbol{DE-ACCM2G2\ Buffered\ Accelerometer.}$ Igualmente el sensor $DE-ACCM3D\ Buffered\ Accelerometer$ ha sido añadido en la interfaz gráfica por si se deseara utilizar.

11.3.1.1. Sensibilidad y calibración

En primer lugar, para comprobar que efectivamente los sensores cumplen con las medidas propias del acelerómetro $DE-ACCM2G2$, se harán ciertas comprobaciones.

Para realizar estas comprobaciones el acelerómetro es conectado a una protoboard y ésta a una fuente de alimentación con $3.5V$. A continuación se medirán los voltajes x e y mediante un voltímetro y de esta manera se comprobará si cumplen las especificaciones referidas a los propios acelerómetros. En la *Fig 11.1.* se ve como está conectado el acelerómetro en la protoboard, donde se especifican las dos entradas, los ejes x e y, y las dos salidas V_{in} y la tierra GND:

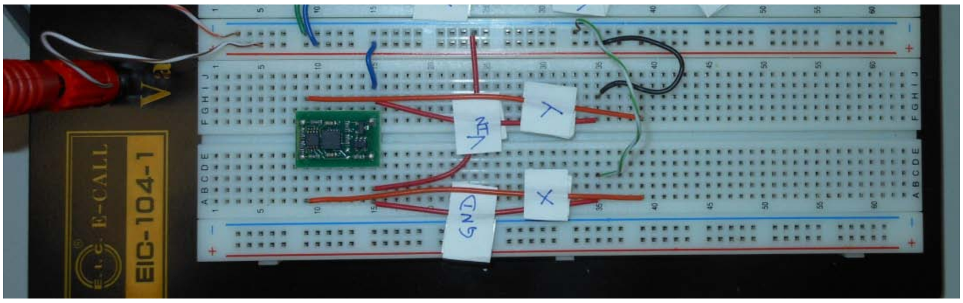


Fig.11.1 sensor conectado en la protoboard

Se han de tener en cuenta ciertos aspectos a la hora de colocar el acelerómetro en la estructura, cómo están colocados, la inclinación que tiene y la tensión que mide según su posición. Hay que prestar atención a la manera en que se realiza la medida, pues para que se cumplan las especificaciones propias de los acelerómetros, éstos han de estar completamente al mismo nivel, es decir, la superficie de apoyo no puede tener ninguna inclinación pues esto modificaría los datos. Según las especificaciones [4], un acelerómetro colocado en la posición que se muestra en la *Fig.11.2.* conectado a una fuente de alimentación de 3.5 V, y midiendo tanto el eje x como el eje y mediante un voltímetro, la tensión que se registre debe ser aproximadamente 1.650 V.

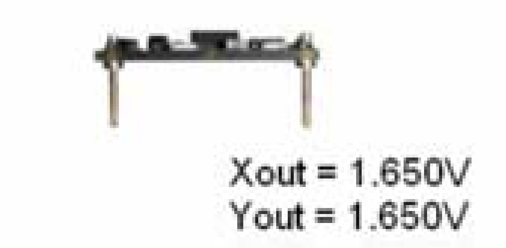


Fig. 11.2 Especificaciones del acelerómetro $DE - ACCM2G2$

En la *Fig.11.3.* se comprueban estas medidas de los voltajes, para ello se mide en primer lugar el eje x, y tal y como se puede comprobar el voltaje medido es de 1.652. A continuación se mide el eje y, el voltaje medido mediante el voltímetro es de 1.656. Ambos muy próximos a las especificaciones propias y dentro de los rangos de precisión manejados [6].

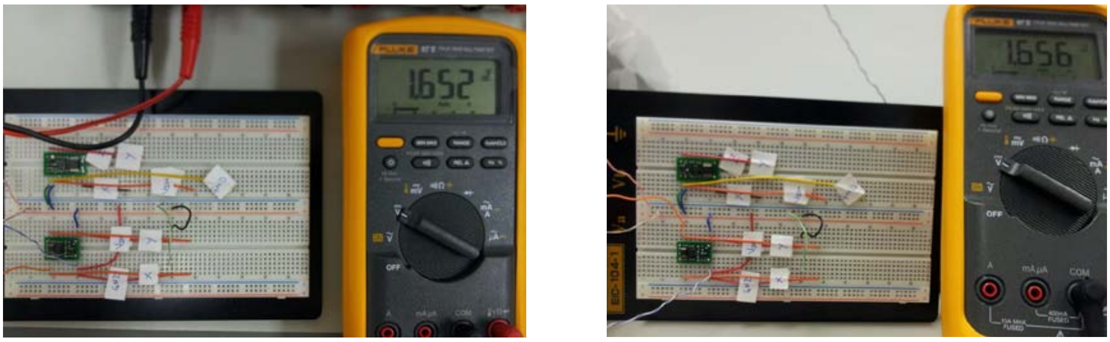


Fig 11.3 Medidas del acelerómetro mediante el voltímetro eje x e y

El acelerómetro cambiará la tensión según la posición en la que se encuentre. Y a la aceleración a que esté sometido. Esta será la posición de trabajo del acelerómetro en los ensayos realizados para este Trabajo Fin de Carrera.

11.3.1.2. Ruido del sensor

Debe conocerse también las características del ruido del sensor en las condiciones de trabajo. Para ello se medirá el voltaje del acelerómetro durante tres minutos, intentando que esté en un lugar sin ruido y a continuación se obtendrá el espectro correspondiente a través de la transformada rápida de Fourier.

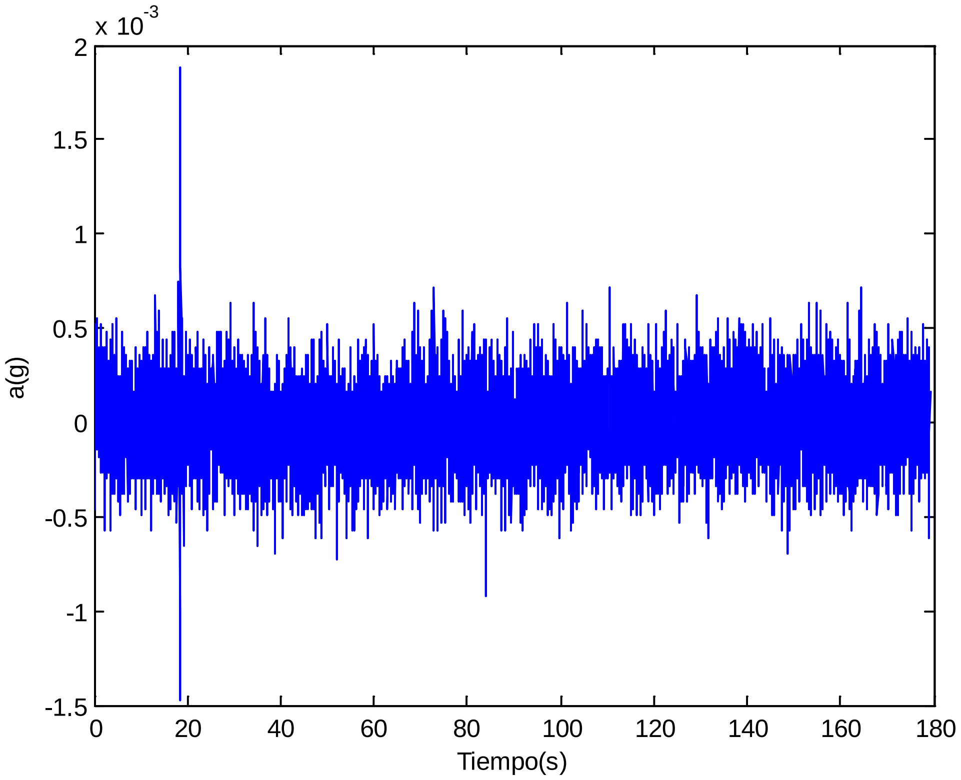


Fig.11.4 Ruido del sensor en 3 min

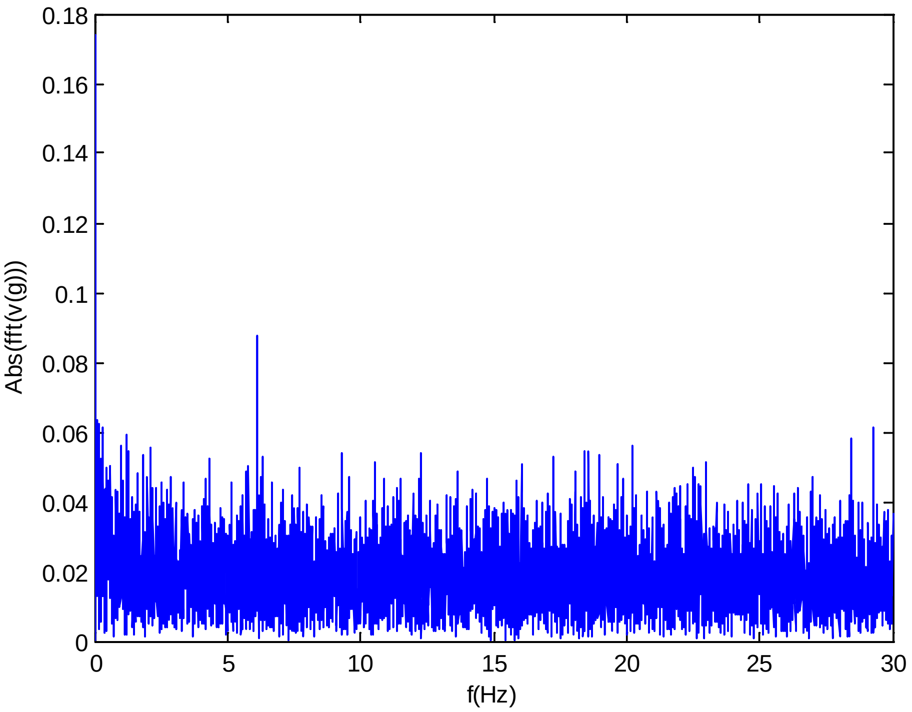


Fig.11.5 Transformada de Fourier del ruido del sensor en 3 min.

Con estos resultados se comprueba que:

a) La magnitud del ruido del sensor es del orden de 1mV entre picos, lo cual, teniendo en cuenta que la sensibilidad del sensor es de 660 mV/g, corresponde a $1.5 \cdot 10^{-6} g$ o $1.5 \cdot 10^{-7} m/s^2$, siendo por tanto ésta la magnitud de la aceleración más pequeña que puede ser medida.

b) El contenido en frecuencias del ruido en el rango de interés es uniforme, lo que significa que no hay frecuencias que se puedan ver artificialmente amplificadas y que puedan alterar los resultados experimentales.

11.3.1.3. Unión del acelerómetro a la estructura

Una vez que se ha comprobado que los acelerómetros funcionan correctamente, habrá que colocarlos en la estructura. Pero antes, se tendrá que soldar cables a las diferentes salidas, para poder suministrar corriente de alimentación y consecutivamente poder leer la respuesta (x) mediante el dispositivo de adquisición de datos, Labjack. Para ello se utiliza el siguiente soldador:

Fig.11.6 Soldador utilizado para la unión de los cables al acelerómetro

En la *Fig.11.7.* se puede ver el acelerómetro unido a la estructura y con los cables soldados mediante cobre.

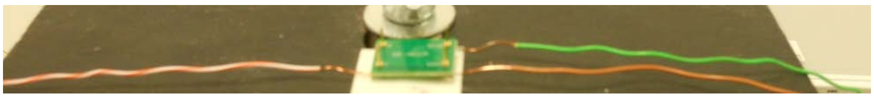


Fig.11.7 Acelerómetro con los cables soldados

11.3.2. Dispositivo de adquisición de datos. Labjack

Los dispositivos de adquisición de datos utilizados son el LabJack U12 y el LabJack UE9. El funcionamiento y funciones de ambos Labjacks han sido definidos en el Bloque I "5. Conceptos básicos de adquisición de datos y tratamiento de la señal en el análisis modal experimental, Sistemas de adquisición de datos. Labjack"

Por razones de resolución el dispositivo mayoritariamente utilizado es el UE9. Igualmente el dispositivo Labjack U12 ha sido añadido en la interfaz por si se deseara utilizar.

11.4. Montaje de la estructura

En esta sección se describirá el montaje de la estructura, es decir, como irá conectado el acelerómetro a la estructura, al dispositivo Labjack y por consiguiente al ordenador.

11.4.1. Empotramiento

En primer lugar se atornilla la estructura al suelo, de manera que se pueda decir que la estructura está empotrada. Ésta se atornilla a través de 8 agujeros que se encuentran en la placa base, tal y como se muestra en la *Fig.11.8.* Los tornillos utilizados son de 1 cm de diámetro.


Fig.11.8. (a) Suelo con los agujeros hechos; (b) Placa Base con los agujeros

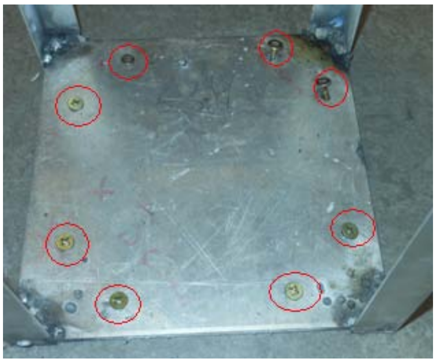



Fig.11.9. (a) Placa base atornillada al suelo; (b) tornillo utilizado

A continuación se colocarán las masas consideradas en los diferentes pisos. Las masas serán de $9{,}90\ kg$, aunque éstas pueden ser variables. Tal y como se ha comentado con anterioridad las masas que se añaden son mucho mayores que el resto de la masa de la estructura. Por esta razón, se puede modelar la estructura como si tuviera la masa concentrada en cada forjado, por lo que de una misma estructura, se pueden obtener multitud de sistemas dinámicos diferentes.

11.4.2. Método de unión del acelerómetro

El acelerómetro debe colocarse de manera que la dirección de medida deseada coincida con la de su máxima sensibilidad. La forma en que sujeta el acelerómetro al punto de medida es un factor crítico para obtener en la práctica datos precisos. Los métodos de unión del sensor a la estructura han sido definidos en el **Bloque I** *"5. Conceptos básicos de adquisición de datos y tratamiento de la señal en el análisis modal experimental. 5.1.3. Montaje de los acelerómetros".* Tras diversas pruebas se optó por utilizar el método de la cinta a dobla cara, colocado en el piso superior tal y como se muestra en la *Fig.11.10*.

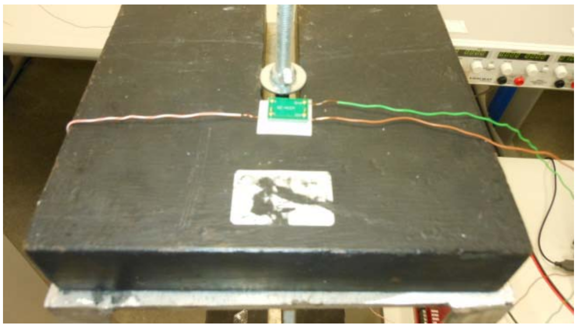


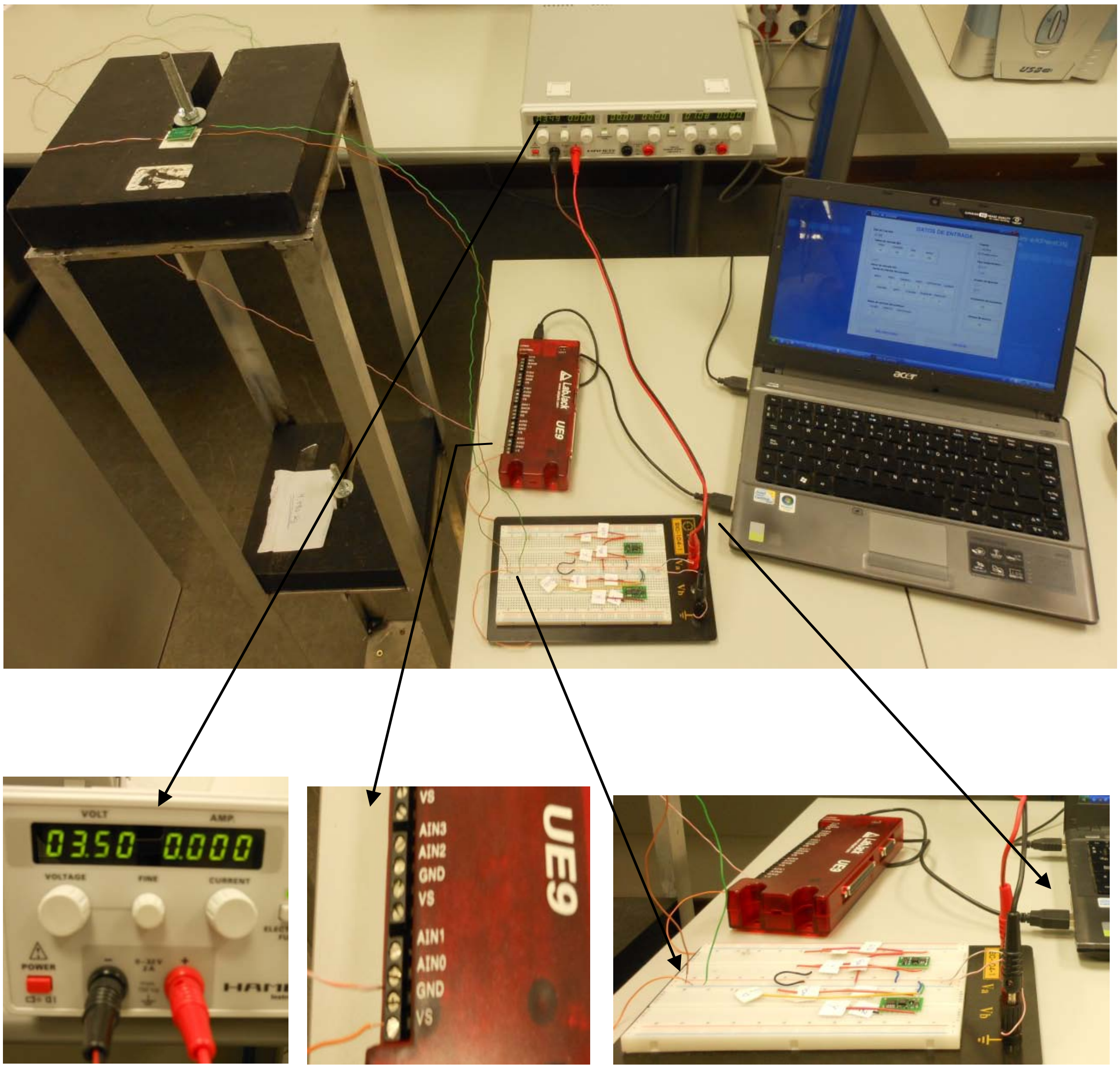
Fig.11.10. Acelerómetro sujeto a la masa de la estructura

11.4.3. Montaje

Para poder comenzar las mediciones de la estructura de dos grados de libertad, al igual que para la estructura de un grado de libertad, hay que conectar el acelerómetro, para ello se ha utilizado una protoboard, la cual está conectada a una fuente de alimentación.

Al mismo tiempo se conecta el terminal Vin del acelerómetro al (+) de la protoboard, el terminal gnd del acelerómetro se conecta a la tierra de la protoboard. Cómo se está midiendo la entrada x, debido a la posición del acelerómetro se conectará la entrada (y) a una entrada del dispositivo Labjack, y como se trata de terminales simples la tierra del Labjack se conectará a la tierra de la protoboard.

Asimismo, el Labjack se conectará al ordenador mediante un puerto USB. Una vez que esté conectado todo, se procede alimentar el acelerómetro con una tensión de 3.5 V. En la siguiente imagen se puede ver cómo está conectado todo



Una vez la estructura está montada y conectada se puede proceder a la adquisición de datos.

11.5. Análisis experimental

En esta sección se describirá el método implementado del "band-pass method" mediante filtros pasa banda y el método del decremento logarítmico. Esto se realizará mediante interfaces gráficas. También se obtendrán los resultados experimentales y se compararán con los analíticos.

11.5.1. Interfaces gráficas

La realización del análisis experimental, tal y como se ha explicado con anterioridad se realiza en base a la obtención de obtener señales directamente mediante los dispositivos de adquisición de datos. Este análisis se ha hecho en MATLAB mediante el uso de interfaces gráficas.

El programa comienza con la interfaz denominada **"Datos de entrada"** donde se procede a la adquisición de datos. Se podrá realizar con dos dispositivos de adquisición de datos diferentes, el Labjack U12 y el Labjack UE9. Al mismo tiempo se elegirá el número de grados de libertad de la estructura, y si se desea generar señales nuevas o ya existentes. Por último se introducirán también la frecuencia de muestreo y el tiempo que se desee que el dispositivo esté tomando datos de la estructura por medio del acelerómetro.

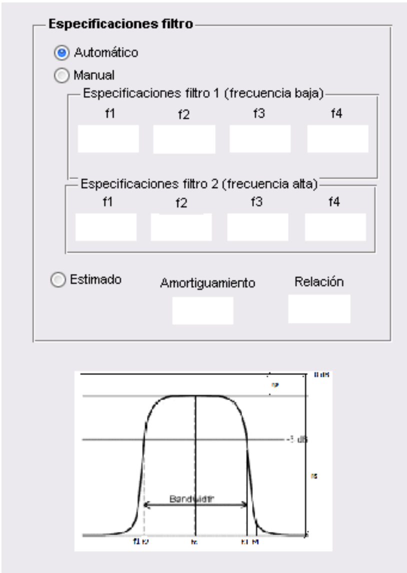
Una vez los datos son introducidos existe un botón denominado "Calcular" que pasará a una segunda interfaz, dependiendo si se trata de de un grado de libertad o de dos grados de libertad.

Para sistemas de dos grados de libertad la Interfaz se denomina **"Resultados 2g"** y es la fase del filtrado para poder separar las frecuencias naturales que se obtienen en el espectro de la señal. Para poder realizar el filtrado hay que definir las frecuencias de corte y las desviaciones. Para ello, se ha creado la posibilidad de que estos parámetros se puedan introducir manualmente, de manera automática o estimada. Estas especificaciones del filtro han sido definidas en el capítulo *"Definición e* *implementación en matlab del método. Interfaces Gráficas para usuarios: análisis experimental".*

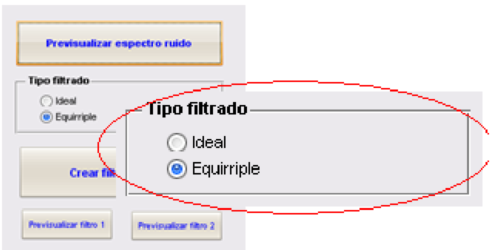
Configuración Automática: Se ha creado un algoritmo de manera que se calculen las desviaciones y las frecuencias de corte del filtro, automáticamente según los valores de las frecuencias naturales dadas por el espectro de la señal en la interfaz "Datos de entrada".

Configuración Manual: Si la configuración es manual, se le aplica manualmente las frecuencias de corte del filtro y las desviaciones.

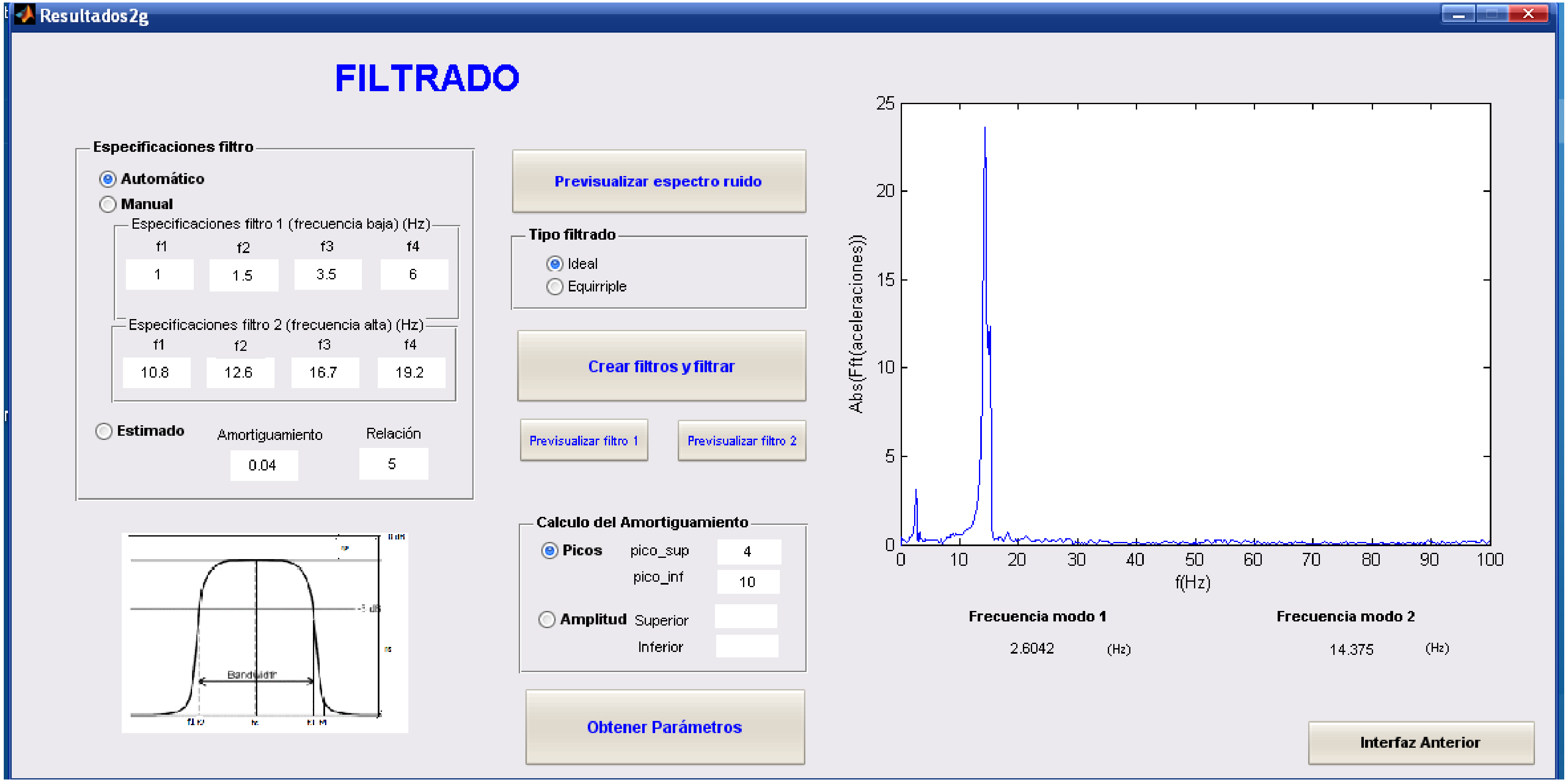
Estimada: El ancho de banda es especificado por el usuario a través de un valore para el parámetro $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = p$.



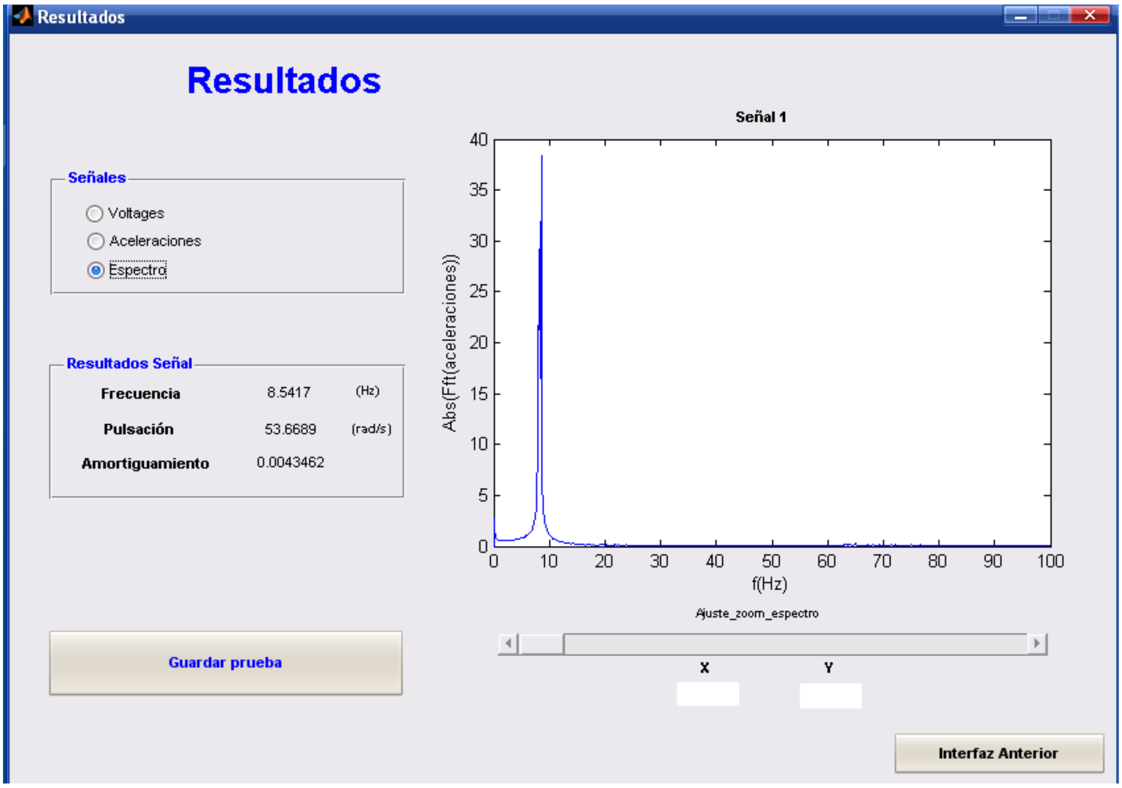
En el análisis que se realizará a continuación se obtendrá la señal filtrada tanto por filtro ideal como por filtro equiripple, y de esta manera poder comparar que filtro es el óptimo para el trabajo en cuestión.



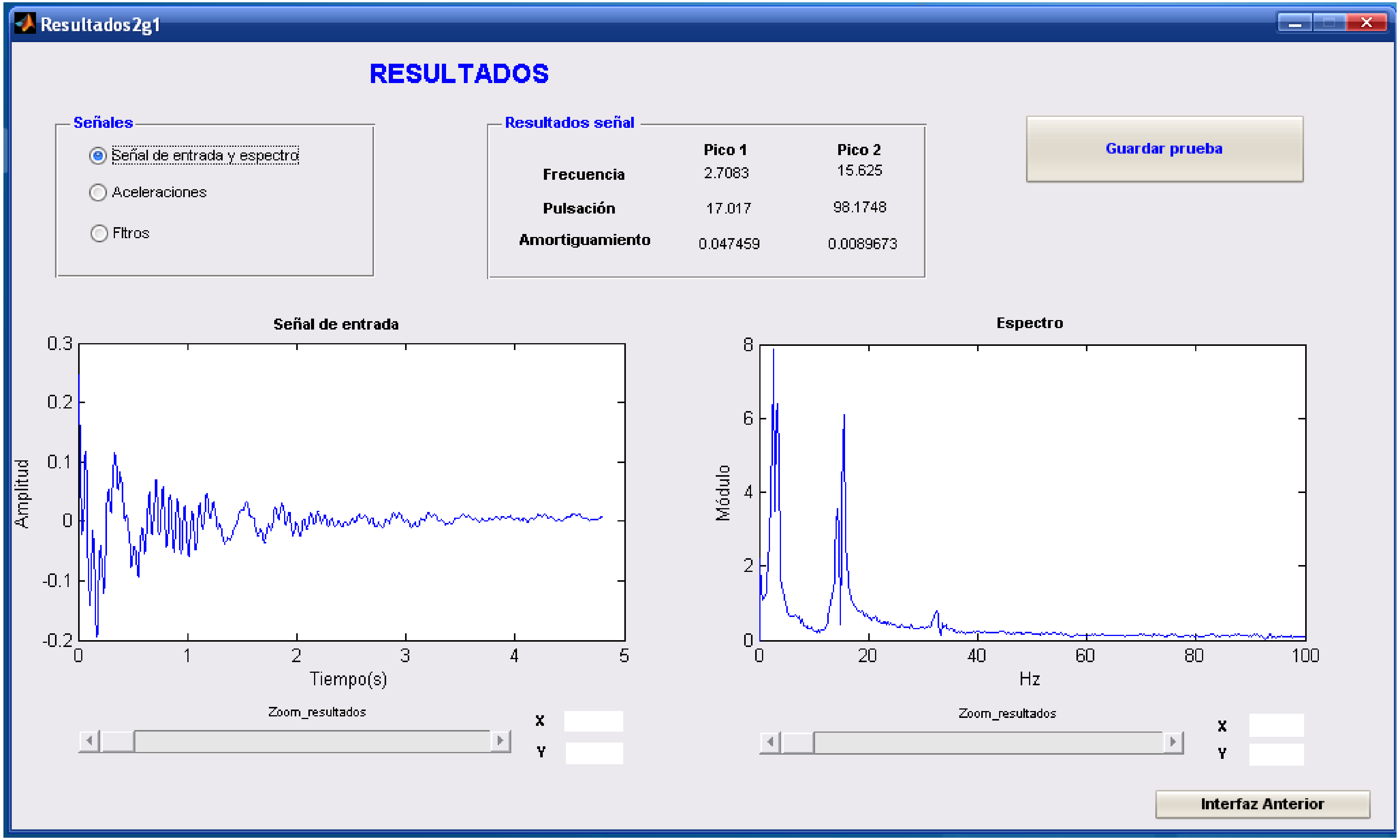
El cálculo del coeficiente de amortiguamiento se puede realizar mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos y otra mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.


Resultados2g
FILTRADO
Especificaciones filtro
Automático
Manual
Especificaciones filtro 1 (frecuencia baja) (Hz)
f1
f2
f3
f4
1
1.5
3.5
6
Especificaciones filtro 2 (frecuencia alta) (Hz)
f1
f2
f3
f4
10.8
12.6
16.7
19.2
Estimado
Amortiguamiento
Relación
0.04
5
Previsualizar espectro ruido
Tipo filtrado
Ideal
Equirriple
Crear filtros y filtrar
Previsualizar filtro 1
Previsualizar filtro 2
Calculo del Amortiguamiento
Picos
pico_sup
4
pico_inf
10
Amplitud
Superior
Inferior
Obtener Parámetros
Abs(Fft(aceleraciones))
f(Hz)
0
5
10
15
20
25
0
10
20
30
40
50
60
70
80
90
100
Frecuencia modo 1
2.6042
(Hz)
Frecuencia modo 2
14.375
(Hz)
Interfaz Anterior

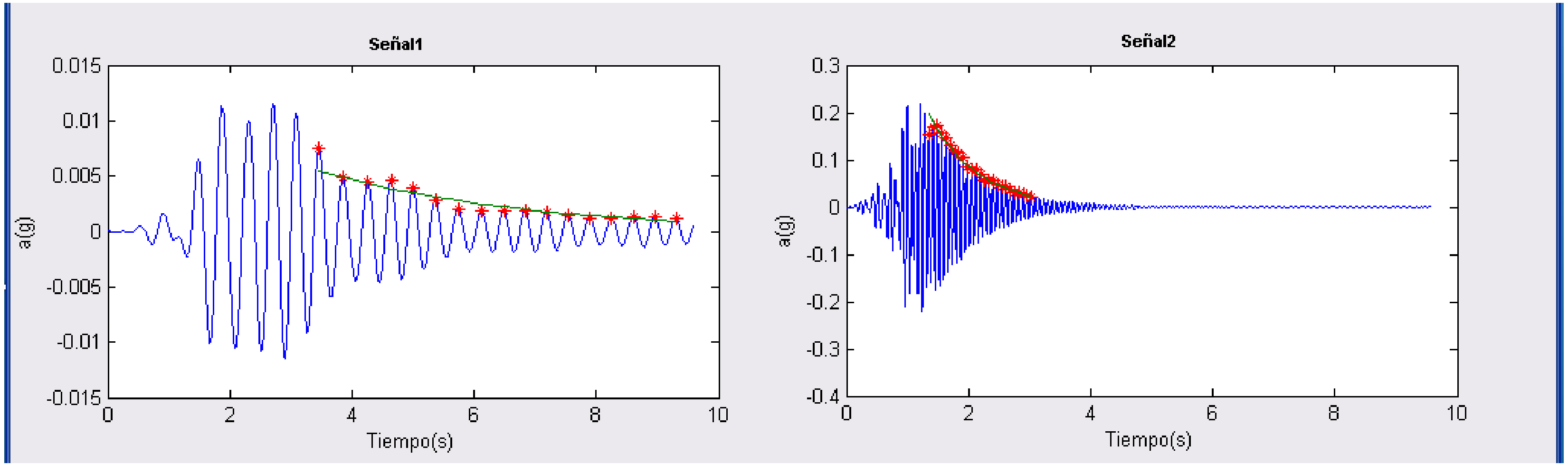
Una vez todos los datos son introducidos existe un botón denominado “Obtener parámetros”, que al pulsarlo ofrece los resultados de la frecuencia natural y el coeficiente de amortiguamiento. En la interfaz gráfica “estudio” también se puede apreciar una gráfica en donde se va a representar el espectro. También está la opción de poder ver los filtros que filtrarán la señal. Para sistemas de un grado de libertad existe una interfaz de nominada **“Resultados”** en donde se muestran los resultados obtenidos para tales como la frecuencia natural en Hercios y radianes/segundo y los coeficientes de amortiguamiento del sistema.



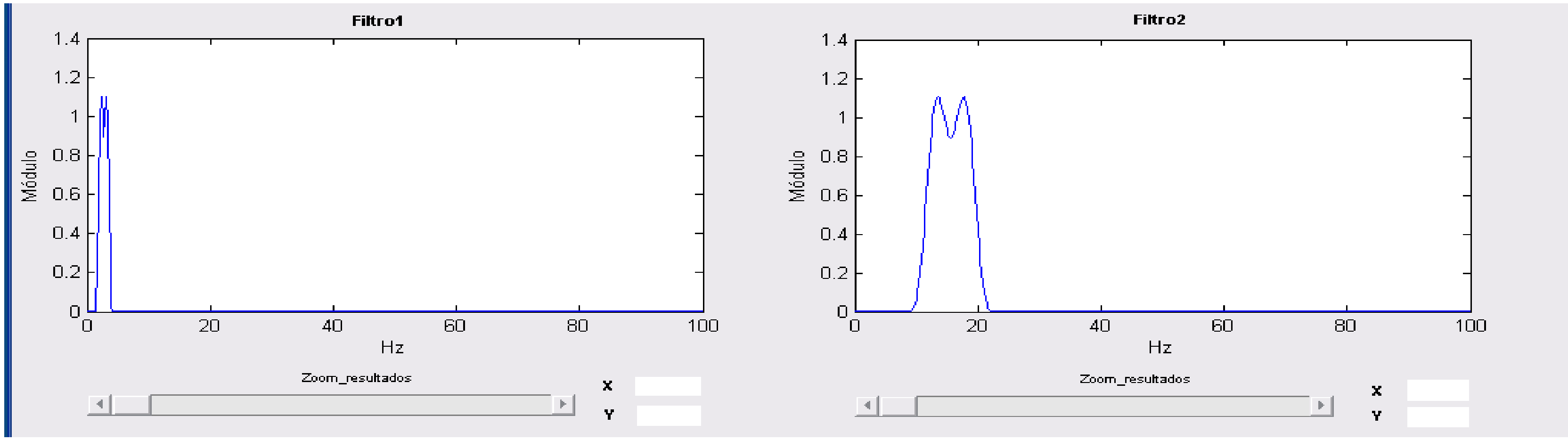
En la interfaz **“Resultados2g1”**, se muestran los resultados obtenidos de los sistemas de dos grados de libertad, es decir, los datos de salida, tales como las frecuencias naturales, las pulsaciones y los coeficientes de amortiguamiento del sistema.


Resultados2g1
RESULTADOS
Señales
Señal de entrada y espectro
Aceleraciones
Fltros
Resultados señal
Pico 1
Pico 2
Frecuencia
2.7083
15.625
Pulsación
17.017
98.1748
Amortiguamiento
0.047459
0.0089673
Guardar prueba
Señal de entrada
Amplitud
Tiempo(s)
Espectro
Módulo
Hz
Zoom_resultados
X
Y
Zoom_resultados
X
Y
Interfaz Anterior

Aceleraciones



Filtros



11.6. Resultados

Una vez se ha revisado el método implementado mediante filtros pasa banda y decremento logarítmico, se procede a la presentación de los resultados del análisis experimental. Para ello se irán variando algunos parámetros.

11.6.1. Estructura de una altura

En primer lugar se mostrarán los resultados obtenidos para la estructura de una altura con una masa adicional de 9.90 kg en el forjado superior. El dispositivo utilizado para el análisis experimental es el Labjack UE9, pero igualmente se muestra una señal con el dispositivo U12 para mostrar la diferencia entre ambos.

A modo de ilustración en la *Fig.11.11.* se puede ver la respuesta de la estructura de una altura ante un golpe y si espectro, obtenidos con el dispositivo U12 y una frecuencia de muestreo de 100 Hz.

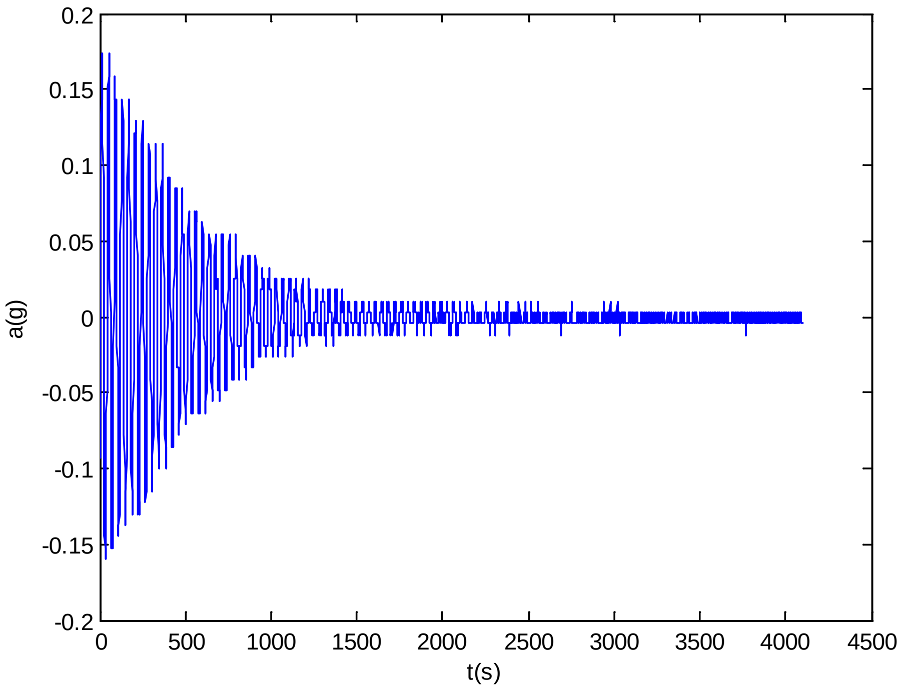


Fig. 11.11 Aceleraciones con Labjack U12

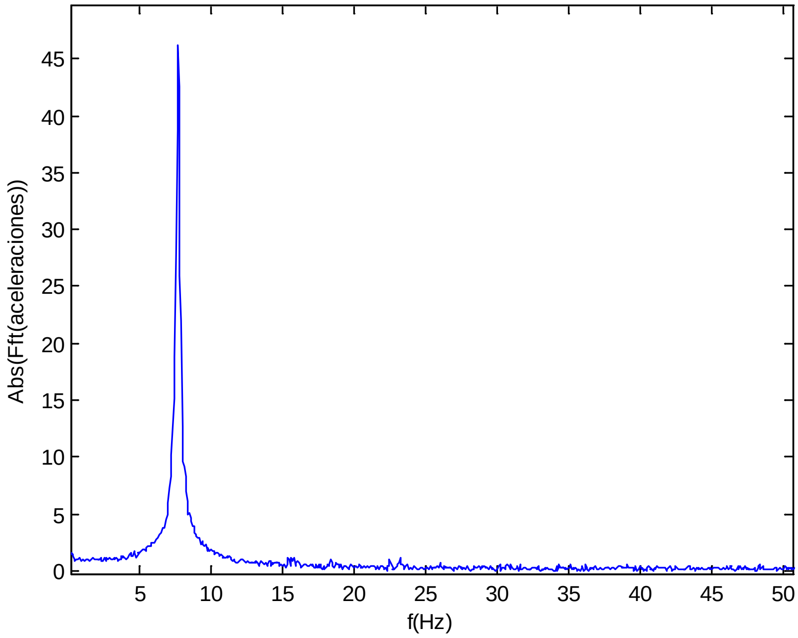


Fig. 11.12 Espectro de la señal con Labjack U12

En la *Fig. 11.13.* y a modo de ilustración, se muestra la respuesta de la estructura de una altura antes un golpe y su espectro, obtenidos con el dispositivo UE9 para una frecuencia de muestreo de 200 Hz.

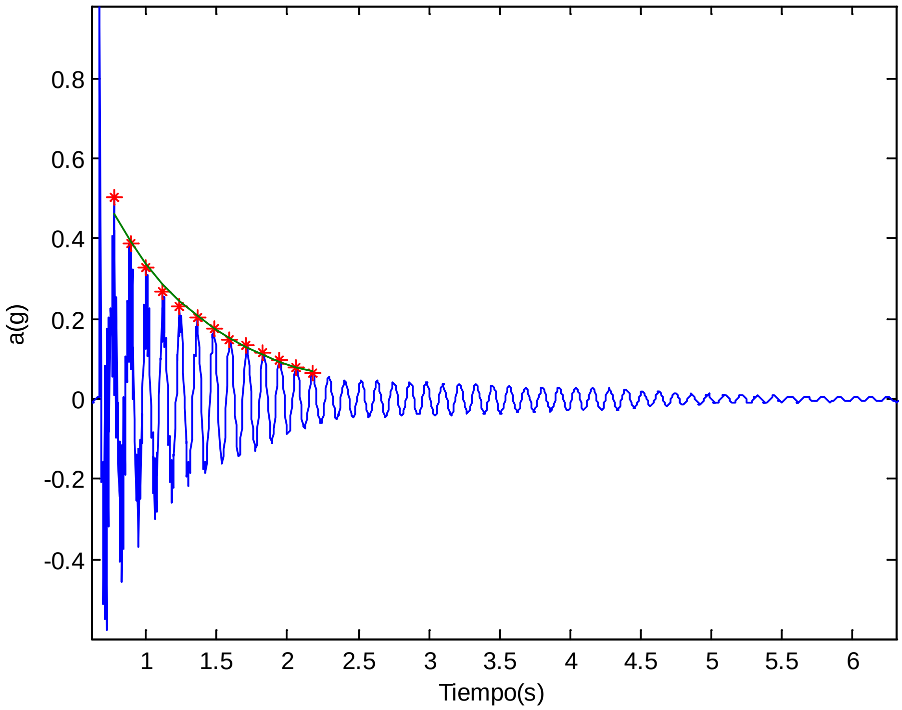


Fig. 11.13 Aceleraciones con Labjack U9

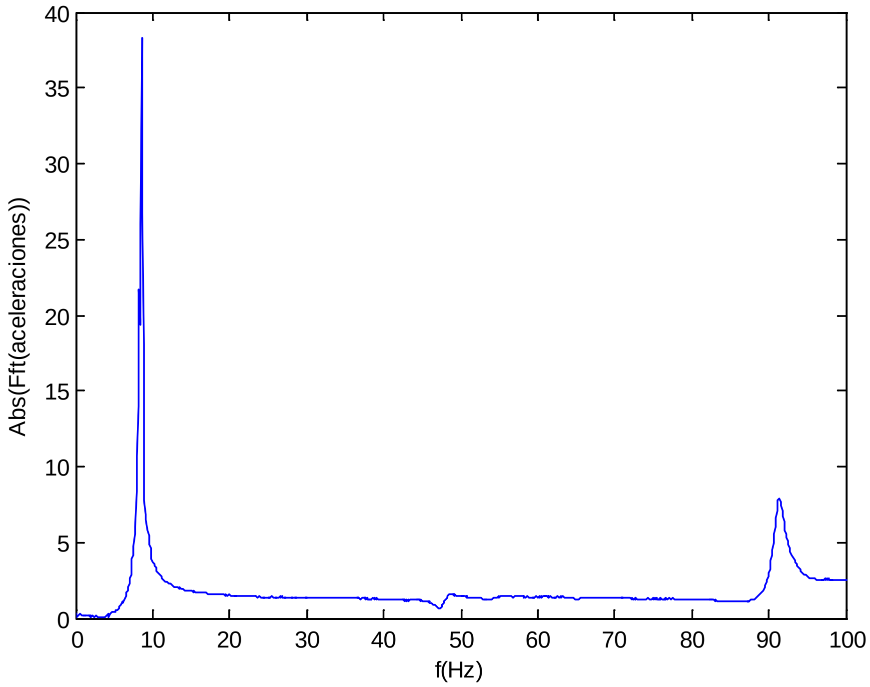


Fig. 11.14 Espectro de la señal obtenida con el LabJack UE9

Los resultados correspondientes a la estructura de un grado de libertad, vienen definidos en la siguiente tabla, se muestra la frecuencia natural y el factor de amortiguamiento.

	Frecuencia de muestreo 200Hz
Frecuencia Natural	8,5685
Amortiguamiento	0,0252

Además se puede ver la diferencia entre ambos dispositivos, siendo la resolución del UE9 mucho mejor que la del U12.

Como ya se ha comentado con anterioridad, hay que tener cuidado a la hora de colocar el sensor en la estructura y qué eje es el que se va a medir. Lo que se ha medido en la señal anterior es el eje x, pues el golpe en la estructura ha sido en esa dirección, es decir, la respuesta en frecuencia ante un golpe en la dirección x. En la siguiente imagen se ven las direcciones que tendría el acelerómetro colocado en la estructura.

Las respuestas y los resultados mostrados hasta aquí corresponden a una medición en la misma dirección en la que se aplica el golpe sobre la estructura. Sin embargo, debido a las asimetrías de la estructura y la imposibilidad de asegurar que el golpe se aplica únicamente en la dirección deseada, durante la realización de los ensayos se pudo apreciar que los modos transversales y torsionales eran también excitados. Por ello, se estimó necesario estudiar la respuesta transversal de la estructura. La

Fig.11.15. muestra un ejemplo de dicha respuesta transversal para una frecuencia de muestreo de 200 Hz.

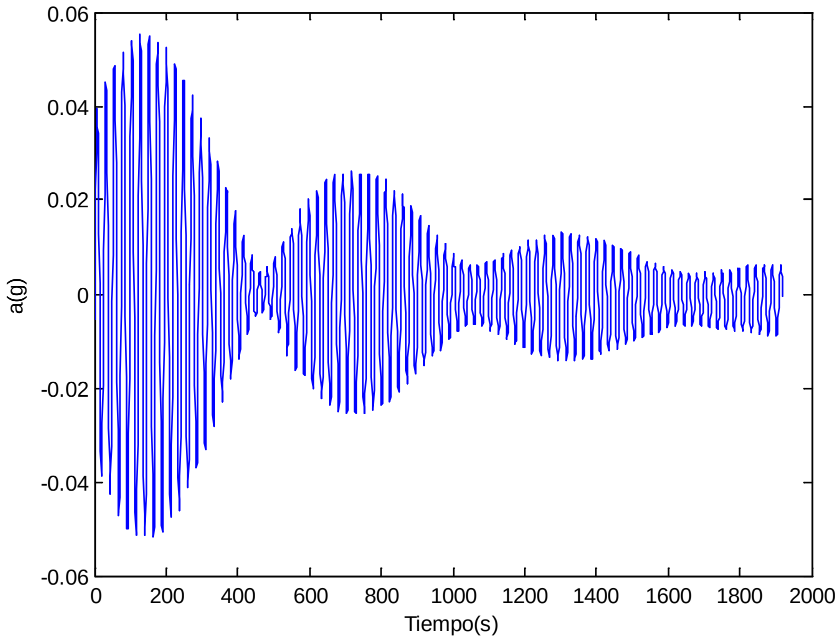


Fig.11.15. Respuesta transversal en tiempo ante un golpe en la dirección x

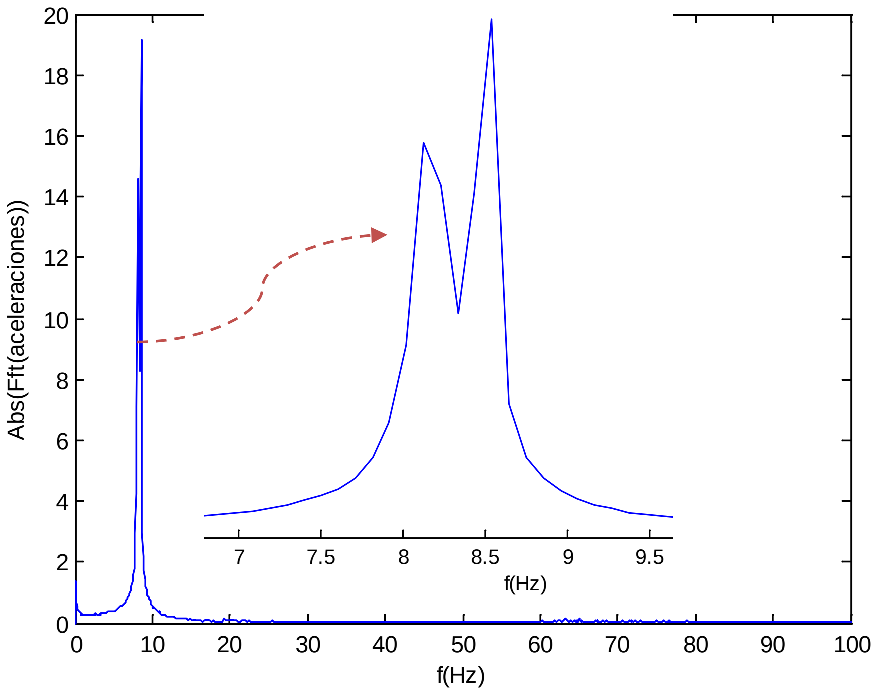


Fig.11.16. Espectro de la respuesta transversal en frecuencias ante un golpe en la dirección x

Tal y como se puede comprobar en la *Fig.11.16.* la señal en la respuesta transversal en tiempo ante un golpe en la dirección x tiene un comportamiento pulsante y además en el espectro de la respuesta transversal en frecuencia se ha realizado un zoom donde se pueden apreciar dos picos. Esto se justificará a continuación mediante un modelo dinámico de tres grados libertad que aparece debido a las imperfecciones de la estructura.

11.6.2. Respuesta detallada de la estructura de una altura. Justificación de la respuesta transversal.

Debido a imperfecciones del material y de las soldaduras, la rigidez de todas las barras no es igual. Estas diferencias de rigidez dan lugar a una respuesta acoplada de los tres grados de libertad de la estructura real (dos desplazamientos horizontales y un giro alrededor de un eje vertical, todos ellos referidos al centro de gravedad de la masa vibrante). El comportamiento de este sistema acoplado puede estudiarse a través del siguiente modelo.

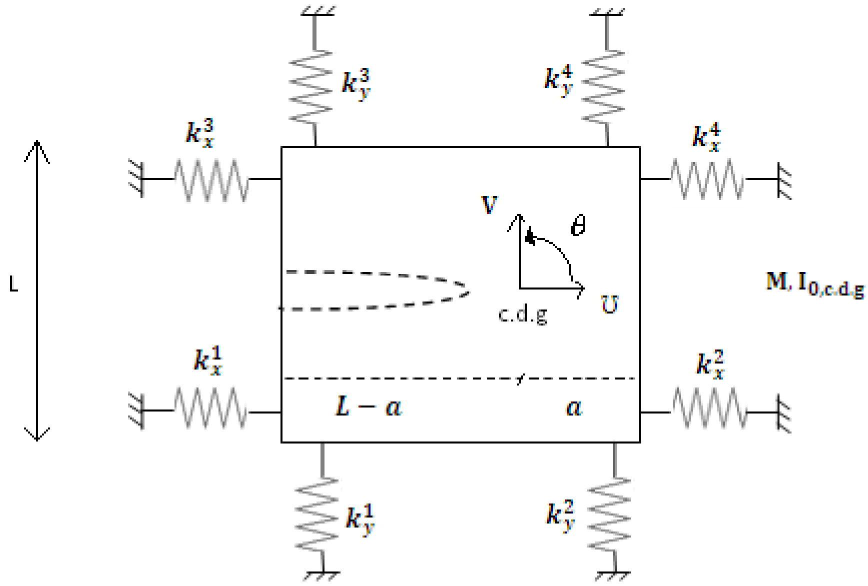


Fig.11.17. Modelo analítico de tres grados de libertad

El sistema de ecuaciones que define el comportamiento dinámico de este modelo puede obtenerse escribiendo las ecuaciones de equilibrio para los tres grados de libertad. Así:

$$\sum F_x = 0 \quad \rightarrow \quad (k_x^1 + k_x^2)\left(Ʊ + \theta\frac{L}{2}\right) + (k_x^3 + k_x^4)\left(Ʊ + \theta\frac{L}{2}\right) - M\omega^2 Ʊ = F_x^{ext}$$

$$\sum F_y = 0 \quad \rightarrow \quad (k_y^2 + k_y^4)(V + \theta a) + (k_y^1 + k_y^3)(V + \theta[L-a]) - M\omega^2 V = F_y^{ext}$$

$$\sum M_0 = 0 \quad \rightarrow \quad (k_x^1 + k_x^2)\left(Ʊ + \theta\frac{L}{2}\right)\frac{L}{2} + (k_x^3 + k_x^4)\left(-Ʊ + \theta\frac{L}{2}\right)\frac{L}{2} + (k_y^2 + k_y^4)(V + \theta a)a$$
$$+ (k_y^1 + k_y^3)(-V + \theta[L-a])(L-a) - \omega^2 I_0 \theta = M_0^{ext}$$

Donde F_x^{ext} , F_y^{ext} y M_0^{ext} son las fuerzas externas horizontal, vertical y el momento externo alrededor del eje vertical que pasa por el centro de gravedad. Reordenando:

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{4} k_x^i - \omega^2 M & 0 & \frac{L}{2}(k_x^1 + k_x^2 - k_x^3 - k_x^4) \\ 0 & \sum_{i=1}^{4} k_y^i - \omega^2 M & a(k_y^2 + k_y^4) - (L-a)(k_y^1 + k_y^3) \\ \frac{L}{2}(k_x^1 + k_x^2 - k_x^3 - k_x^4) & a(k_y^2 + k_y^4) - (L-a)(k_y^1 + k_y^3) & \frac{L^2}{4}\sum_{i=1}^{4} k_x^i + a^2(k_y^2 + k_y^4) + (L-a)^2(k_y^1 + k_y^3) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mho \\ V \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x^{ext} \\ F_y^{ext} \\ M_0^{ext} \end{Bmatrix}$$

Si $a = \frac{L}{2}$ y todas las $k_x^i = k_y^i = k = cte$, entonces, el sistema anterior se reduce a las clásicas ecuaciones de un grado de libertad

$$\begin{pmatrix} 4k - \omega^2 M & 0 & 0 \\ 0 & 4k - \omega^2 M & 0 \\ 0 & 0 & 2L^2 k - \omega^2 I_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mho \\ V \\ \theta \end{pmatrix} = \begin{Bmatrix} F_x^{ext} \\ F_y^{ext} \\ M_0^{ext} \end{Bmatrix}$$

Este modelo implementado que justifica el comportamiento de la respuesta de un grado de libertad, ha sido implementado en Matlab. Puesto que las imperfecciones del material y de la soldadura hacen que la rigidez no sea constante, la rigidez del modelo variará de forma aleatoria en torno a un 10 % de la estimada. Así, a continuación se mostrarán varias respuestas de señales aleatorias que justificarán la respuesta dada experimentalmente.

Las *Fig.11.18* y *Fig.11.19* muestran la respuesta, obtenida con el modelo descrito arriba, de la estructura en la misma dirección del golpe. Su comportamiento puede ser comparado con las *Fig.11.15* y Fig.*11.16*, obtenidas experimentalmente.

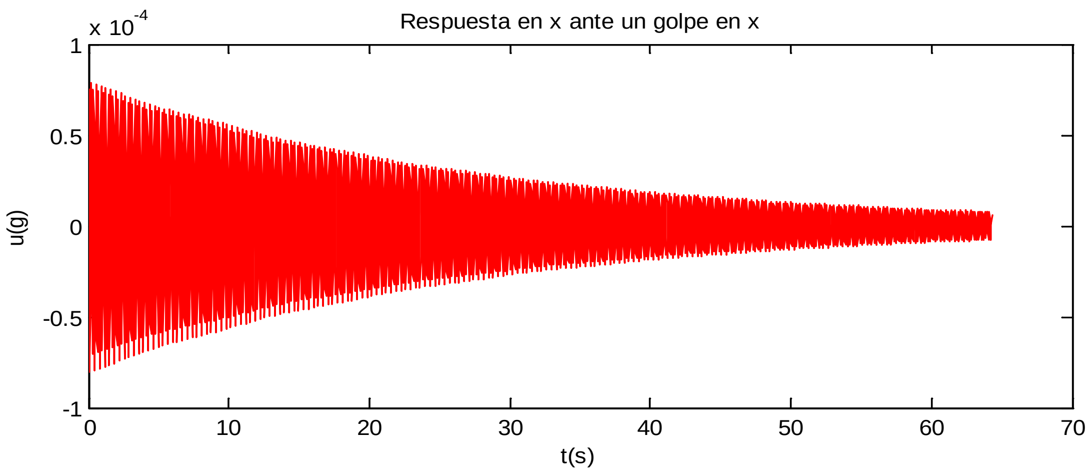


Fig.11.18. Respuesta en x antes un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

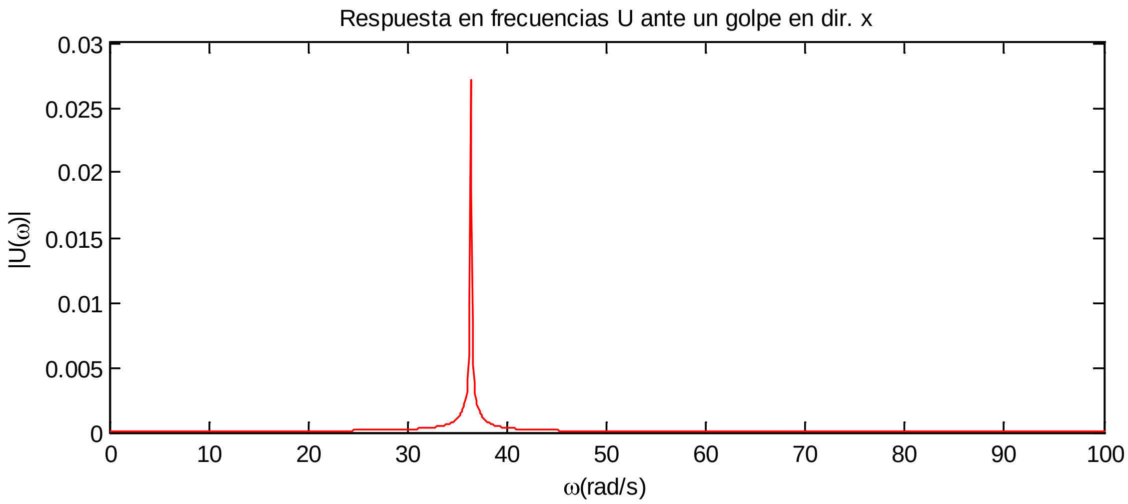


Fig. 11.19. Respuesta en frecuencias U ante un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

La respuesta en la misma dirección del golpe es la esperada, y tal y como se puede apreciar, es monótonamente decreciente (y está definida por un sólo harmónico dominante) a pesar de la variabilidad entre los distintos pilares de la estructura. Por otro lado, el comportamiento transversal obtenido experimentalmente es muy diferente. Para tratar de explicar este comportamiento, las *Fig.11.20* a *Fig.11.23* muestran respuestas transversales típicas obtenidas aleatoriamente con el programa anteriormente descrito.

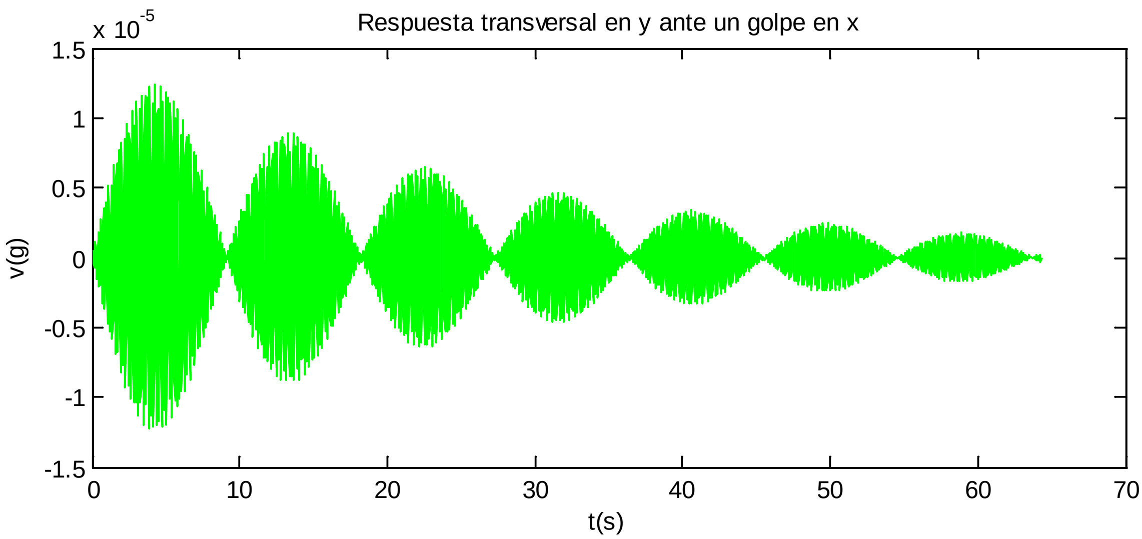


Fig.11.20. Respuesta transversal en y ante un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

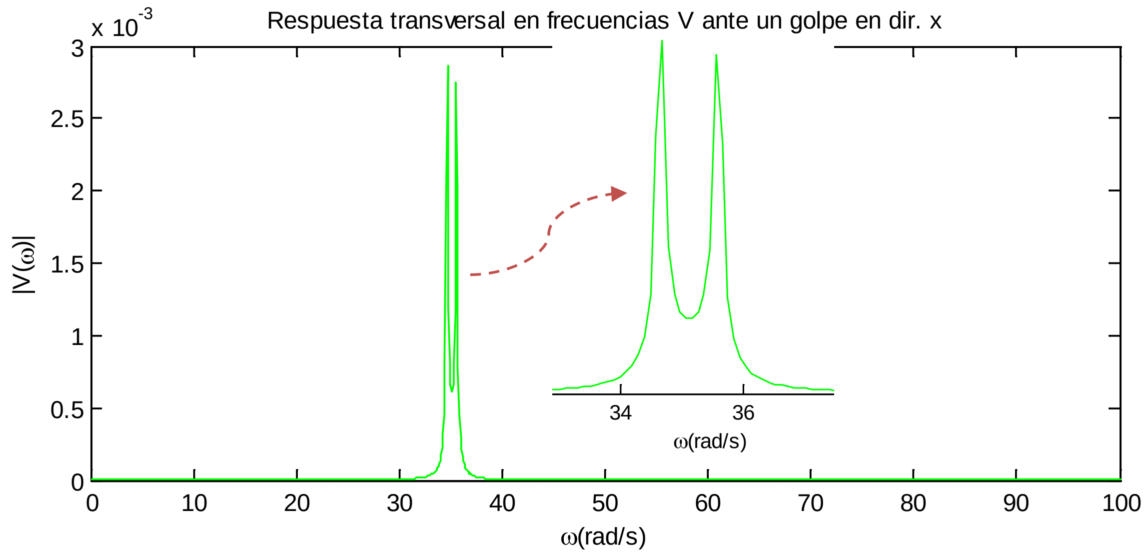


Fig.11.21. Respuesta en frecuencias V ante un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

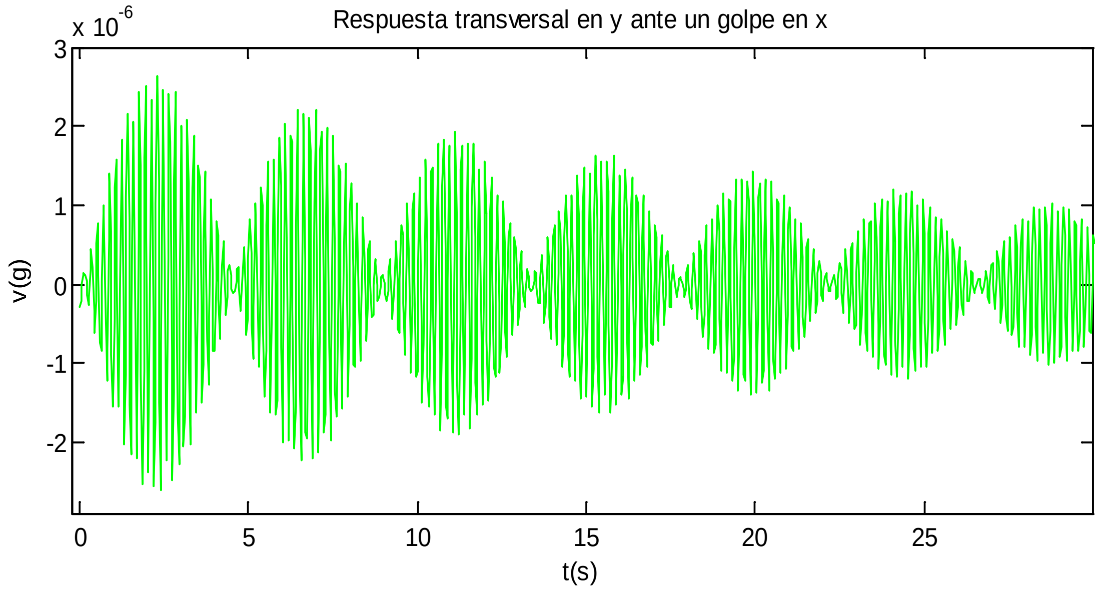


Fig.11.22. Respuesta transversal en y ante un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

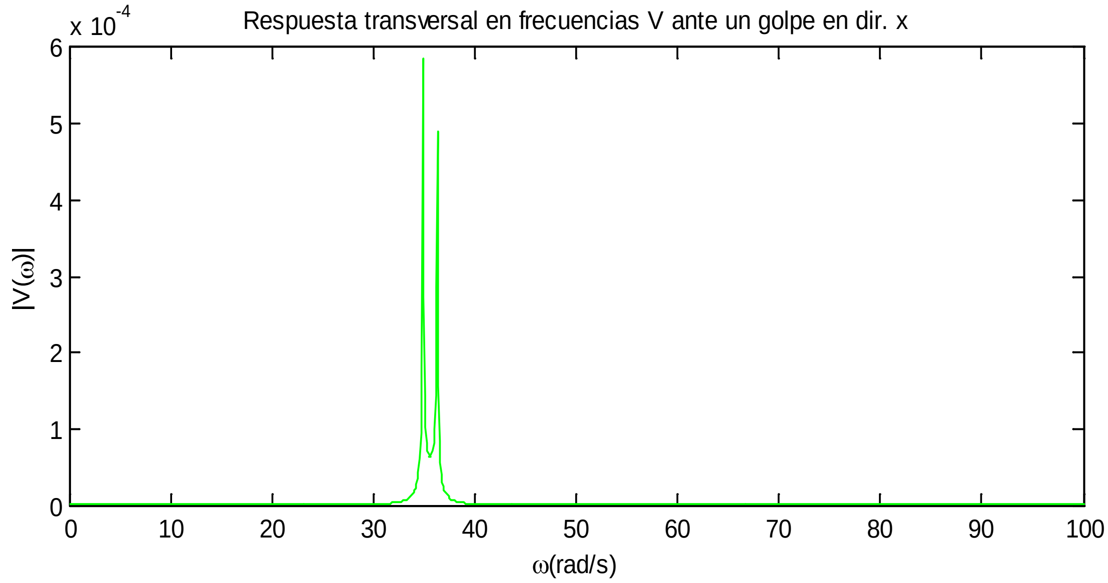


Fig.11.23. Respuesta en frecuencias V ante un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

Tal y como se puede comprobar las señales en el modelo analítico presenta el mismo comportamiento que en el modelo experimental, tanto en la respuesta transversal en tiempo, comportándose como una señal pulsante, como en frecuencias, apareciendo dos picos en el espectro de la señal.

Por último también se representará la respuesta rotacional antes un golpe en la dirección x, aunques esta respuesta torsional no ha sido objeto de estudio en este Trabajo de Fin de Carrera.

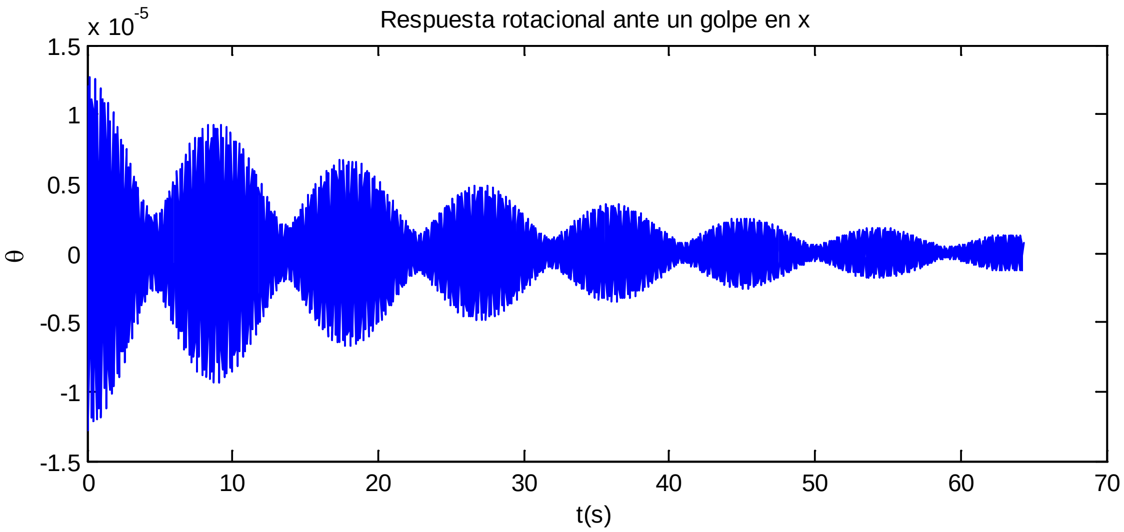


Fig.11.24. Respuesta rotacional antes un golpe en x de una estructura de un grado de libertad

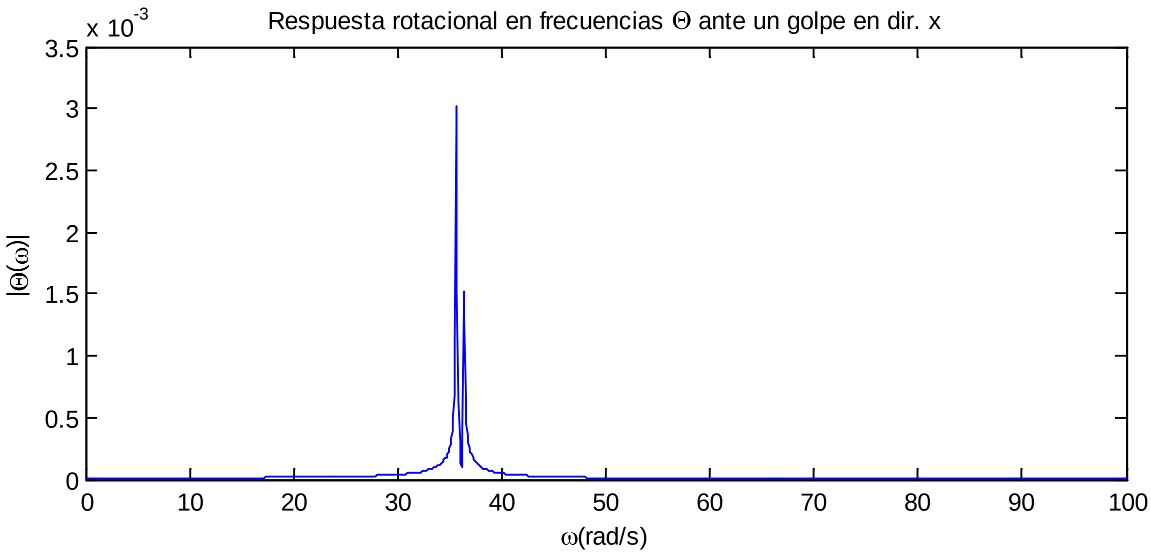


Fig. 11.25. Respuesta rotacional en frecuencia ante un golpe en x de estructura de un grado de libertad

La respuesta rotacional, al igual que la respuesta transversal, muestra un comportamiento pulsante y aparecen dos picos en el espectro de la señal.

Con este modelo dinámico se ha podido justificar la respuesta en tiempo y en frecuencia para sistemas de un grado de libertad. A continuación se analizarán los resultados experimentales obtenidos de la estructura de dos alturas.

11.6.3. Estructura de dos alturas

Para la estructura de dos alturas, con sendas masas adicionales de 9.90 kg en cada forjado, se mostrarán a continuación varias señales obtenidas a partir del dispositivo de adquisición de datos Labjack UE9, con un acelerómetro 2G y para una frecuencia de muestreo de 200 Hz. En primer lugar se obtendrá el vector aceleraciones y su correspondiente transformada de Fourier, pudiendo así obtener las frecuencias naturales propias de cada modo. A continuación se utilizará "band-pass method", para asilar cada modo y estimar el factor de amortiguamiento correspondiente a cada uno de ellos. Para la separación de estos modos, tal y como se ha definido en el *"Bloque I- Filtrado- Filtros del proyecto"* se utilizarán filtros ideales, con fase nula y filtros FIR equiripple, con fase lineal. Para ello, existen varios métodos para especificar las frecuencias de corte de cada filtro, se podrá realizar de manera automática, manual o mediante la estimación de un ancho de banda. Estos métodos han sido definidos en el *"Bloque II- Definición e implementación en Matlab del método- Interfaces gráficas de usuarios para análisis experimentales"*. Además el cálculo del coeficiente de amortiguamiento se puede calcular según se desee, ya sea mediante la selección de picos en base al número de ciclos transcurridos o mediante la selección de picos en base a su amplitud respecto a la aceleración máxima.

Por todo ello, se calcularán los parámetros modales, en primer lugar mediante un filtro ideal y a continuación mediante un filtro equiripple, representando los resultados en el dominio del tiempo y en el dominio de la frecuencia de cada modo. Se ha utilizado una frecuencia de muestreo de 200 Hz. Se presentarán cuatro grupos de resultados, según el impulso se aplique en el primer forjado o en el segundo, y según se registre la respuesta en el primer forjado o en el segundo. El parámetro utilizado para el análisis experimental es de $\frac{\Delta f_\alpha}{\xi f_n} = 5$.

Medida piso superior; Golpe piso superior

Ante un golpe en el forjado superior, y registrando la señal en ese mismo forjado superior, ver *Fig.11.26.* la respuesta que registra el sistema es del tipo de la mostrada en las *Fig.11.27* y *Fig.11.28.*

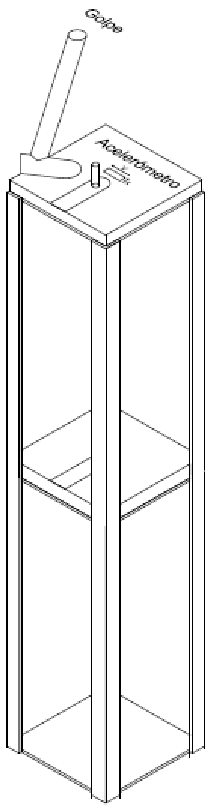


Fig.11.26. Medida arriba; Golpe Arriba

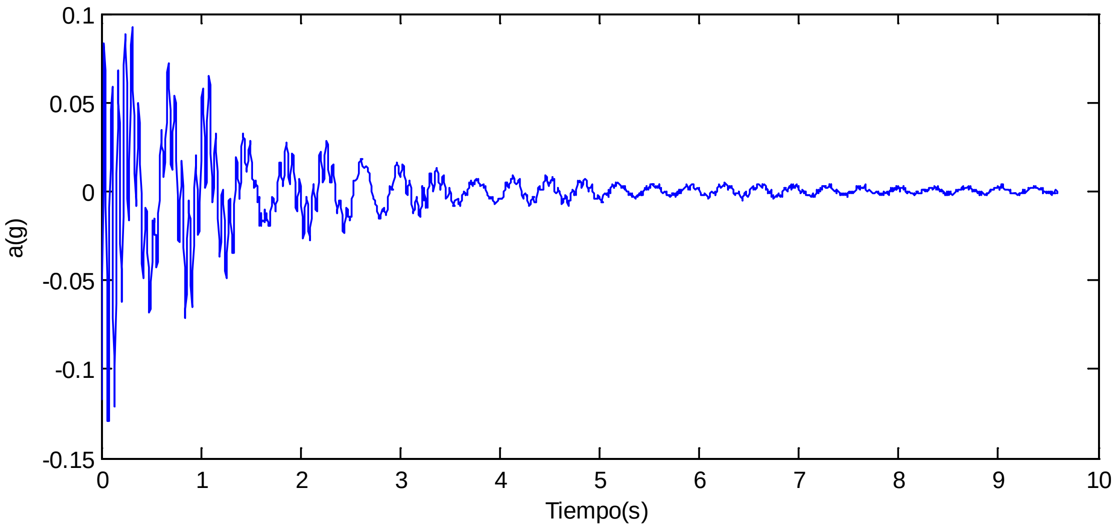


Fig. 11.27. Respuesta del sistema registrada en el forjado superior ante un golpe en el mismo forjado superior

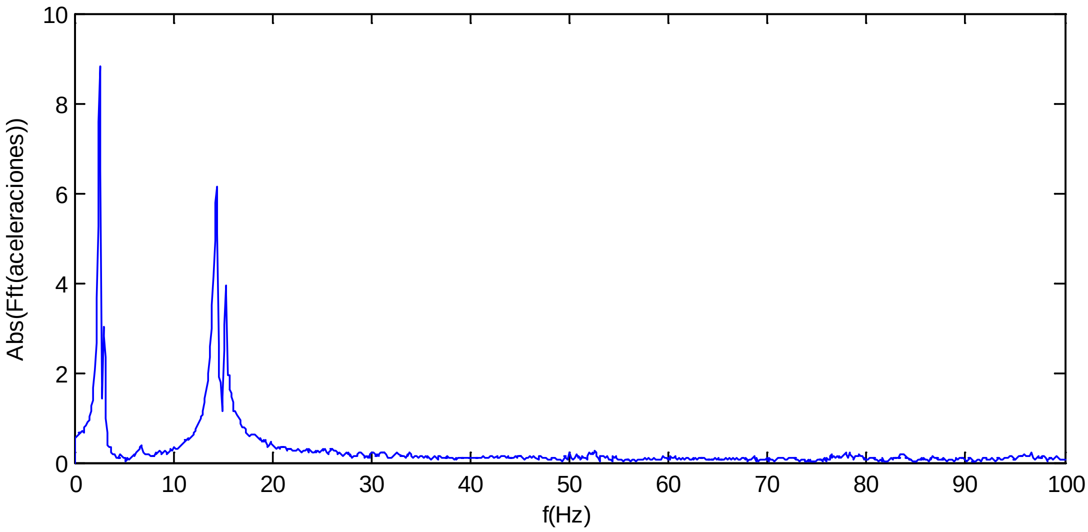


Fig. 11.28. Espectro de la respuesta del sistema registrada en el forjado superior ante un golpe en el mismo forjado superior

A continuación se aislan los modos para obtener ondas sinusoidales individuales para cada modo y poder calcular el coeficiente de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico. Las *Fig.11.29* y *Fig.11.30* presentan los resultados correspondientes al modo 1, mientras las *Fig.11.31* y *Fig.11.32* presentan los correspondientes al modo 2.

Modo 1

Filtro Ideal

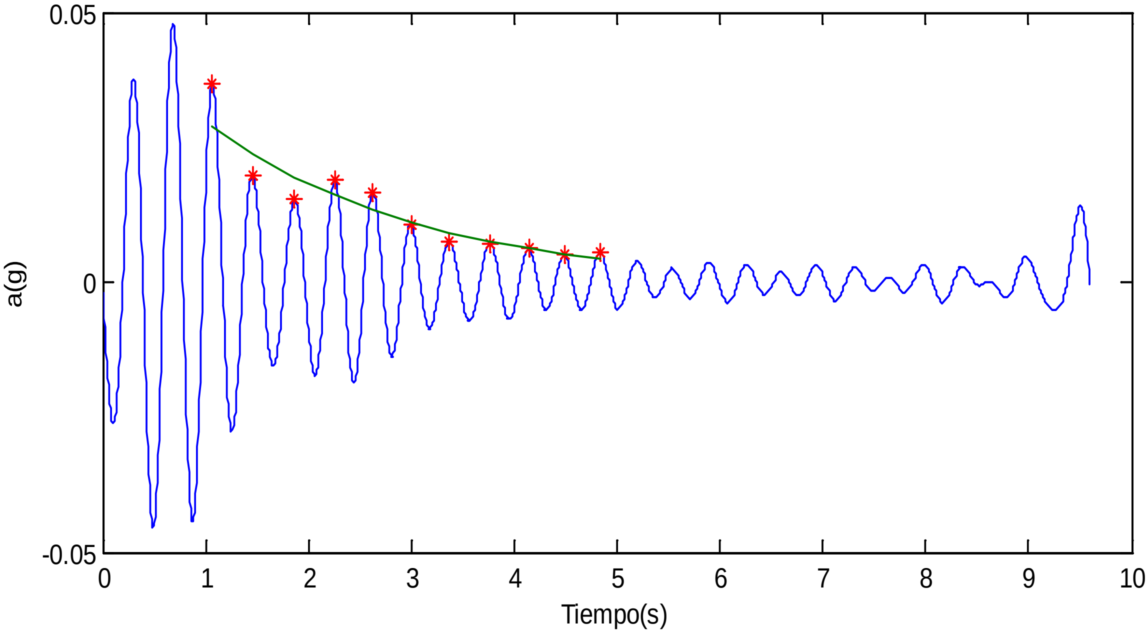


Fig.11.29 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

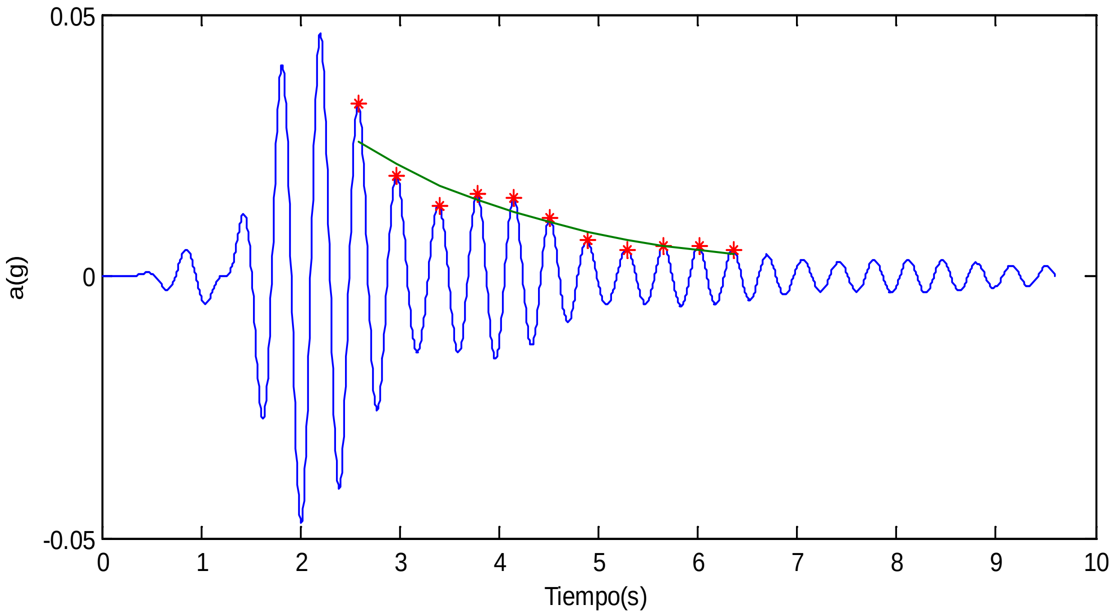


Fig.11.30 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro equiripple

Modo 2

Filtro Ideal

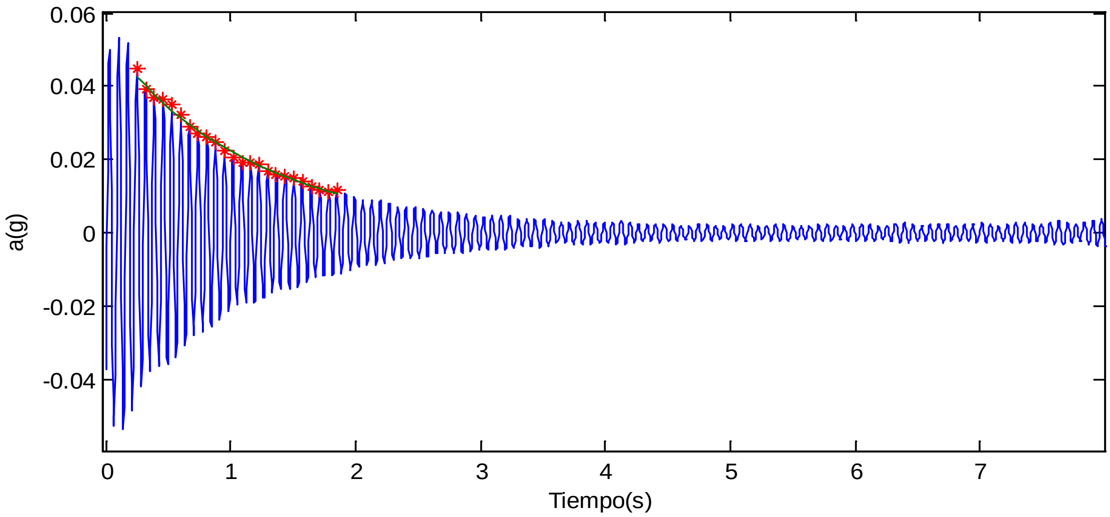


Fig.11.31 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

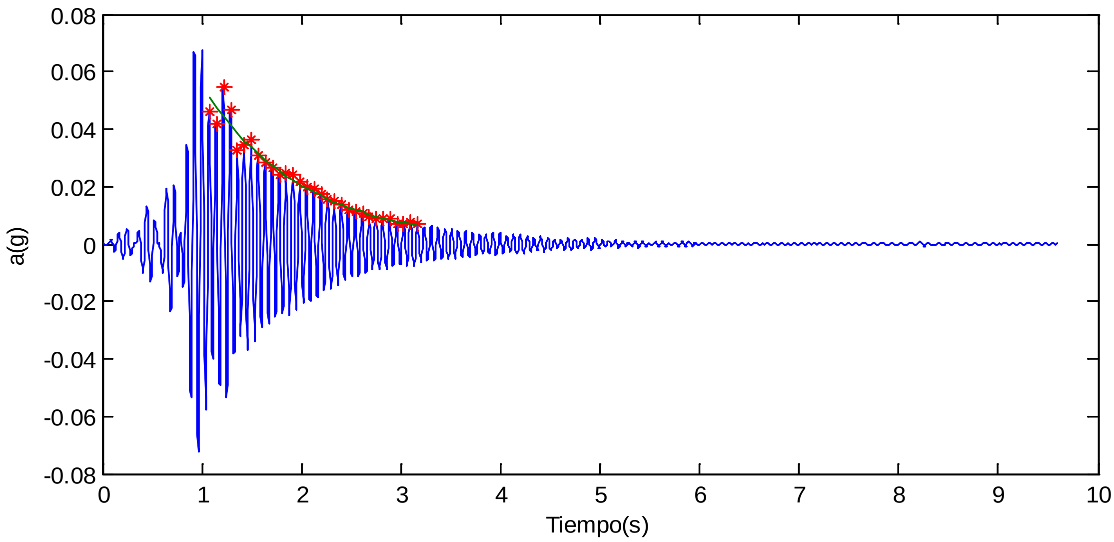


Fig.11.32 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro equiripple

Obteniendo como resultados

	Modo 1		Modo 2	
	Filtro Ideal	**Filtro Equiripple**	**Filtro Ideal**	**Filtro Equiripple**
Frecuencia Natural	2,604	2,604	14,375	14,375
Amortiguamiento	0,0303	0,0295	0,0083	0,0110

Medida piso superior; Golpe piso inferior

Ante un golpe en el forjado inferior, y registrando la señal en el forjado superior, ver *Fig.11.33.* la respuesta que registra el sistema es del tipo de la mostrada en las *Fig.11.34* y *Fig.11.35.*

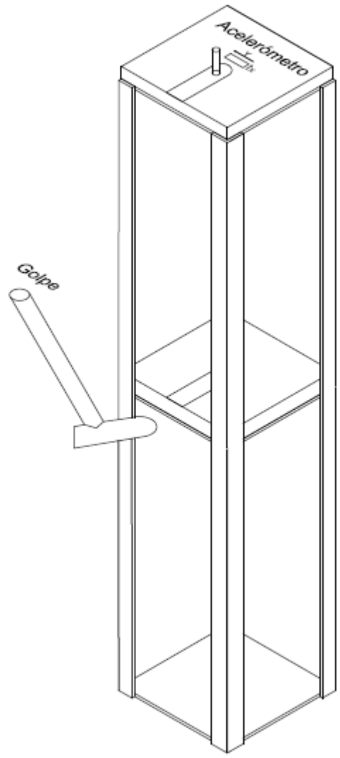


Fig.11.33. Medida arriba; Golpe Abajo

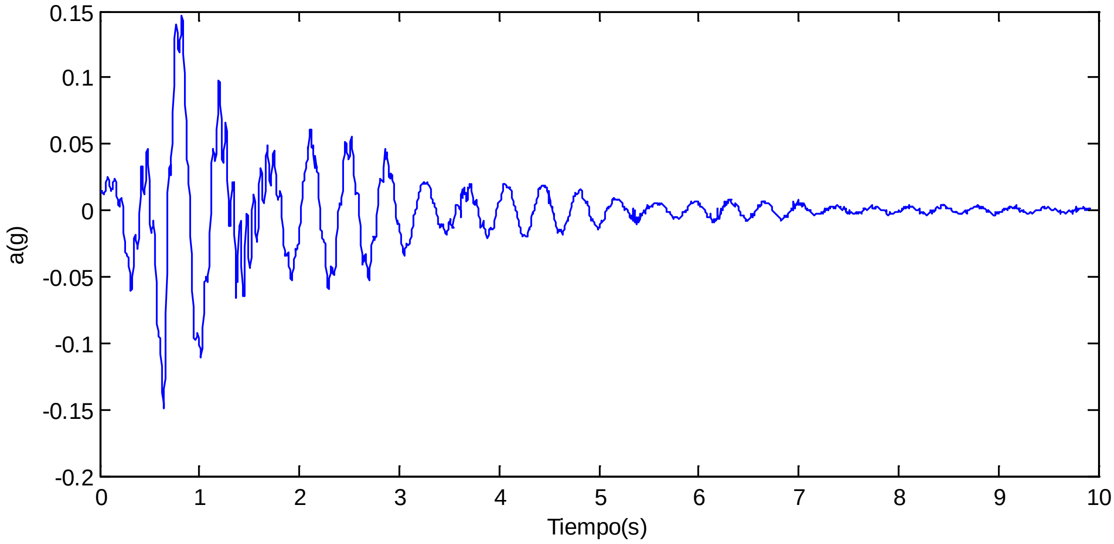


Fig. 11.34. Respuesta del sistema registrada en el forjado superior ante un golpe en el forjado inferior

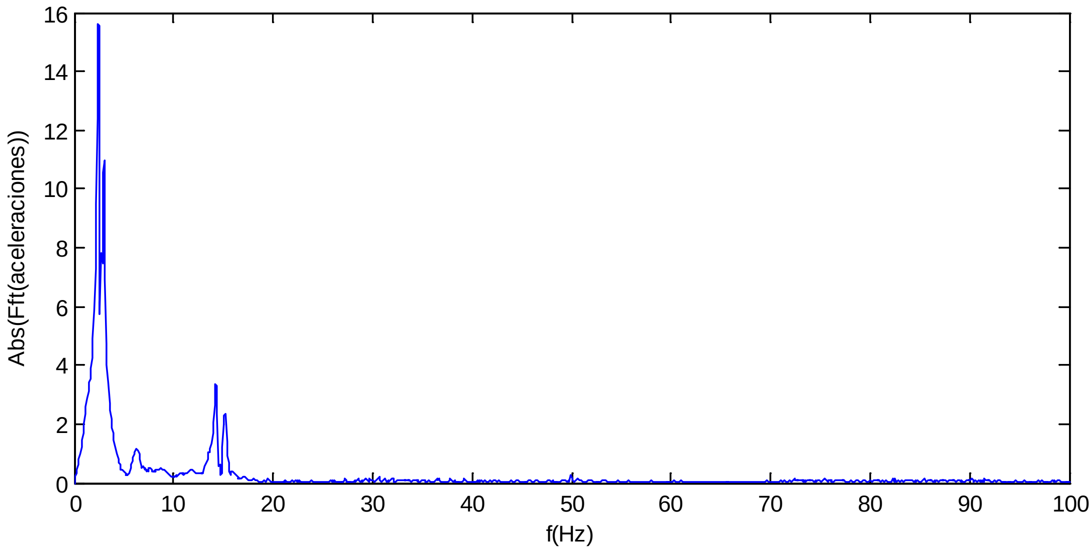


Fig. 11.35. Espectro de la respuesta del sistema registrada en el forjado superior ante un golpe en el forjado inferior

A continuación se aislan los modos para obtener ondas sinusoidales individuales para cada modo y poder calcular el coeficiente de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico. Las *Fig.11.36* y *Fig.11.37* presentan los resultados correspondientes al modo 1, mientras las *Fig.11.38* y *Fig.11.39* presentan los correspondientes al modo 2.

Modo 1

Filtro Ideal

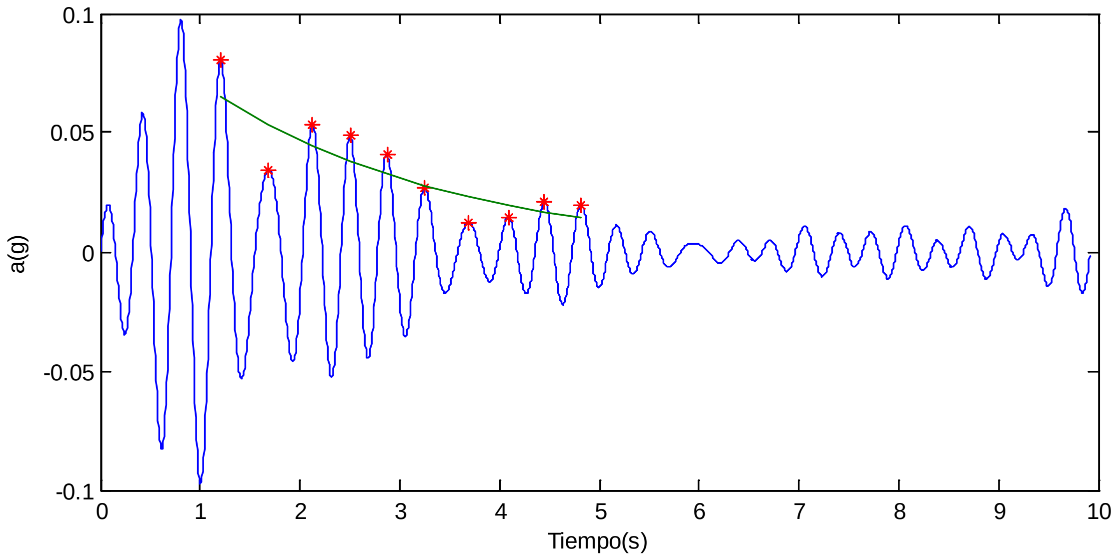


Fig.11.36 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

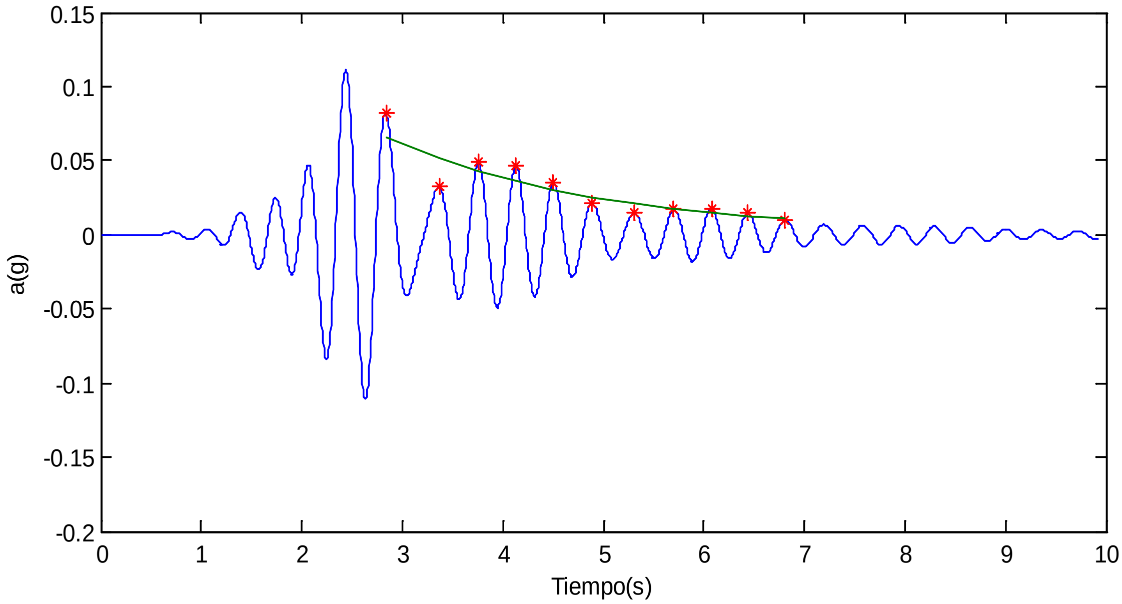


Fig.11.37 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro equiripple

Modo 2

Filtro Ideal

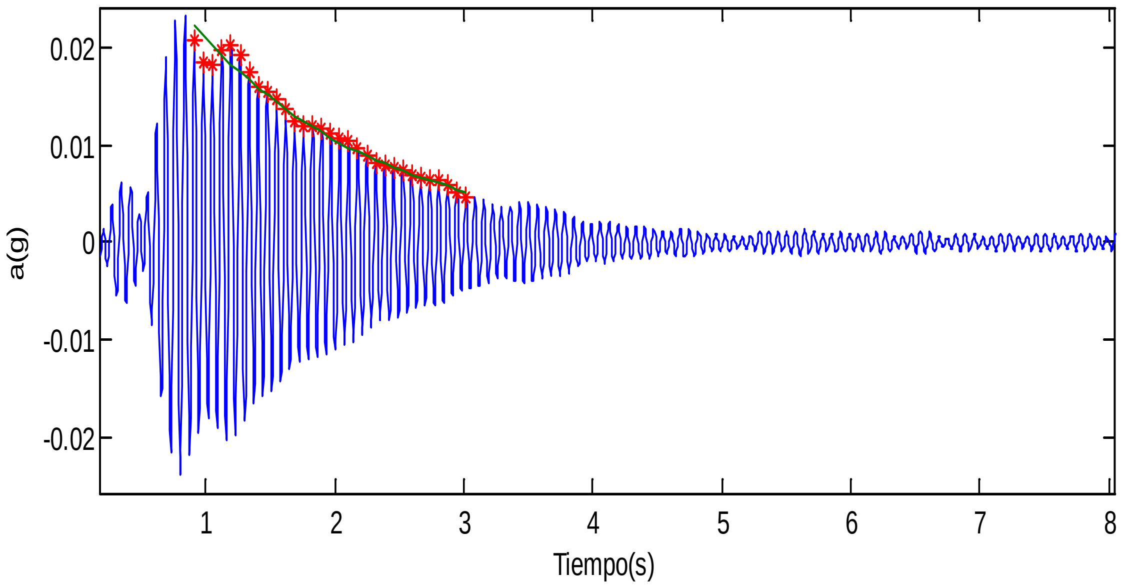


Fig.11.38 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

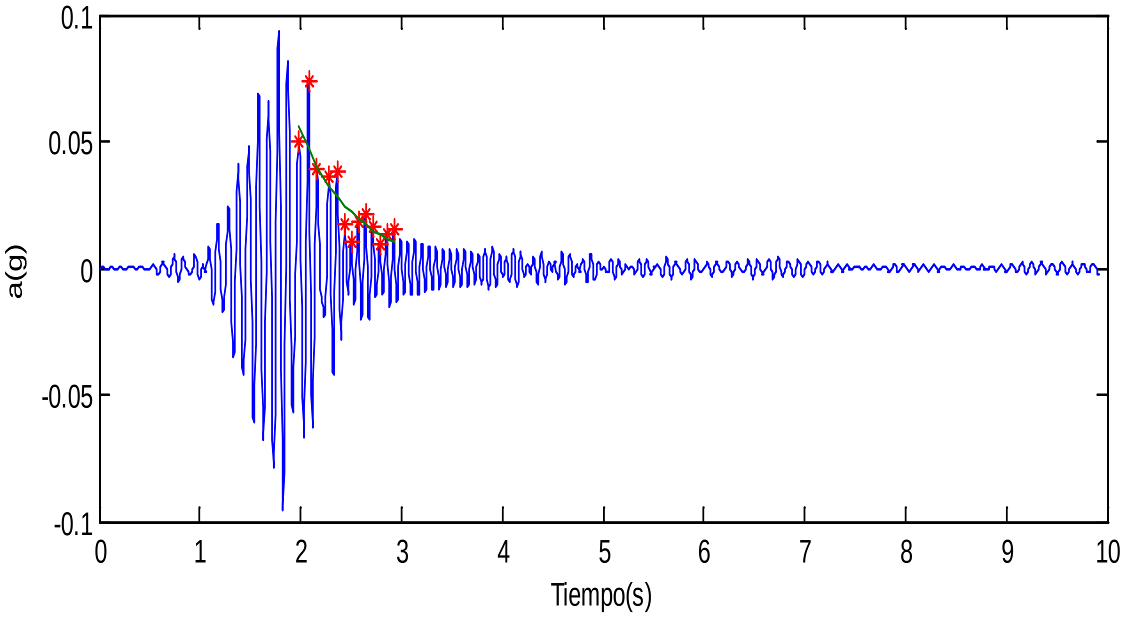


Fig.11.39 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro equiripple

Obteniendo como resultados

	Modo 1		Modo 2	
	Filtro Ideal	Filtro Equiripple	Filtro Ideal	Filtro Equiripple
Frecuencia Natural	2,495	2,495	14,21	14,21
Amortiguamiento	0,0275	0,0303	0,0089	0,0082

Medida piso inferior; Golpe piso superior

Ante un golpe en el forjado superior, y registrando la señal en el forjado inferior, ver *Fig.11.40.* la respuesta que registra el sistema es del tipo de la mostrada en las *Fig.11.41* y *Fig.11.42.*

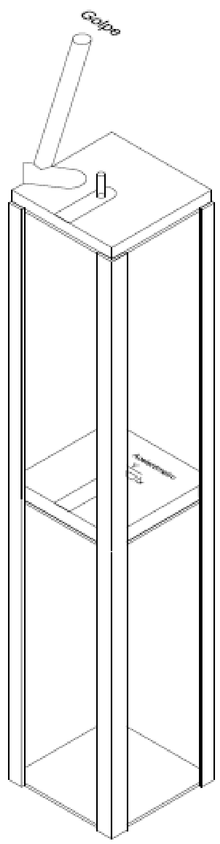


Fig.11.40. Medida abajo; Golpe Arriba

Se obtiene la siguiente la señal en el tiempo y espectro en frecuencia

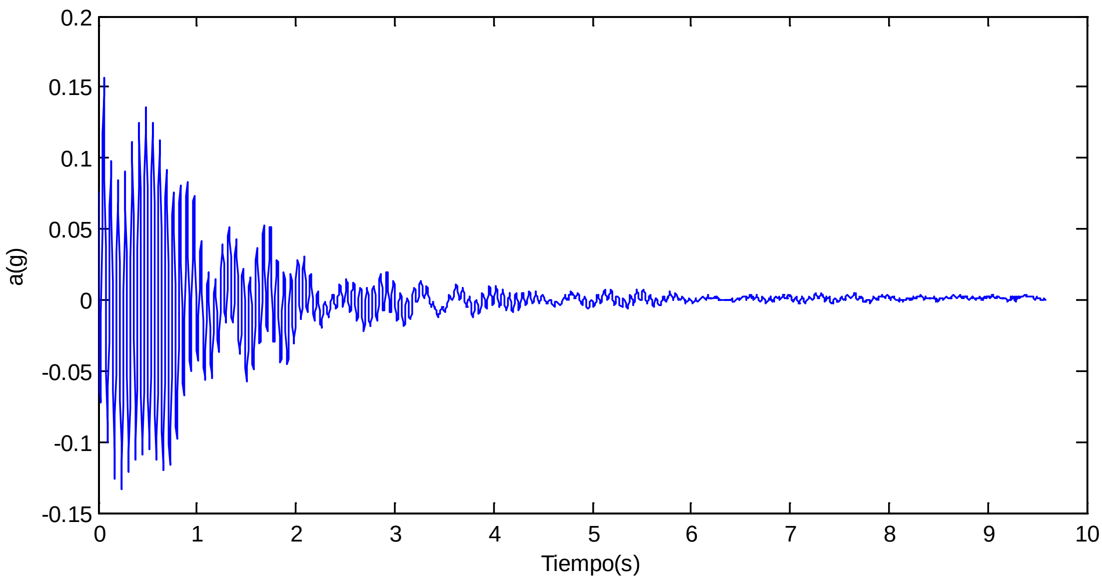


Fig. 11.41. Respuesta del sistema registrada en el forjado inferior ante un golpe en el forjado superior

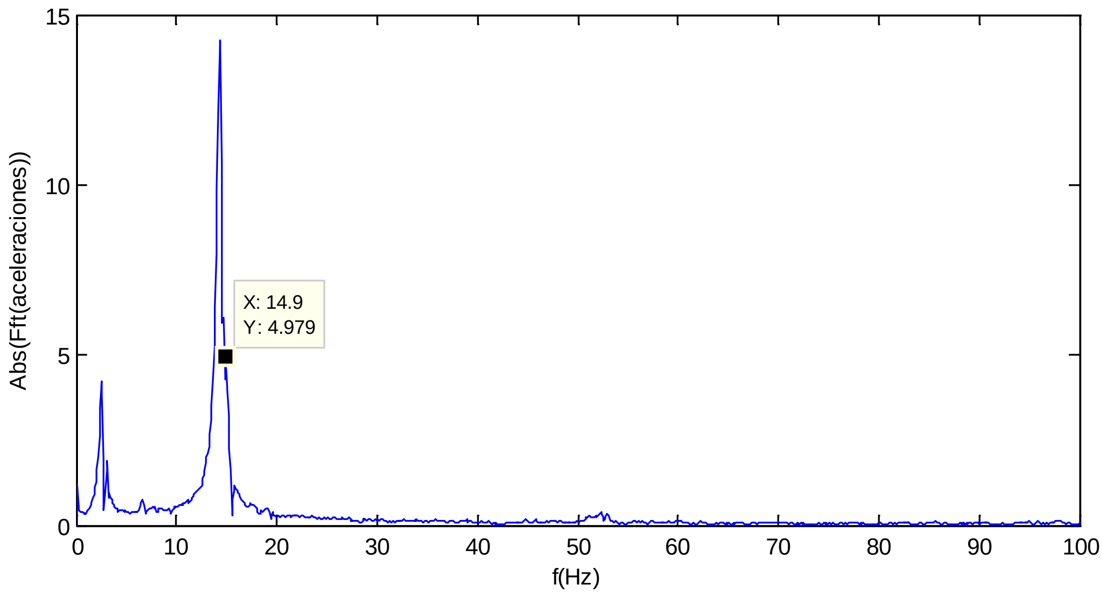


Fig. 11.42. Espectro de la respuesta del sistema registrada en el forjado inferior ante un golpe en el forjado superior

A continuación se aislan los modos para obtener ondas sinusoidales individuales para cada modo y poder calcular el coeficiente de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico. Las *Fig.11.43* y *Fig.11.44* presentan los resultados correspondientes al modo 1, mientras las *Fig.11.45* y *Fig.11.46* presentan los correspondientes al modo 2.

Modo 1

Filtro Ideal

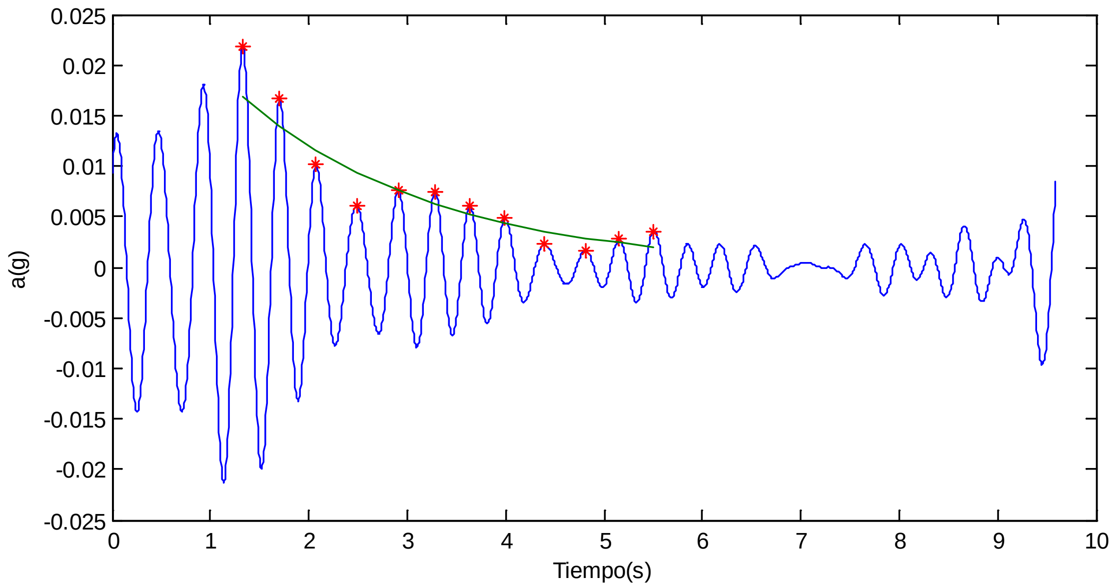


Fig.11.43 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

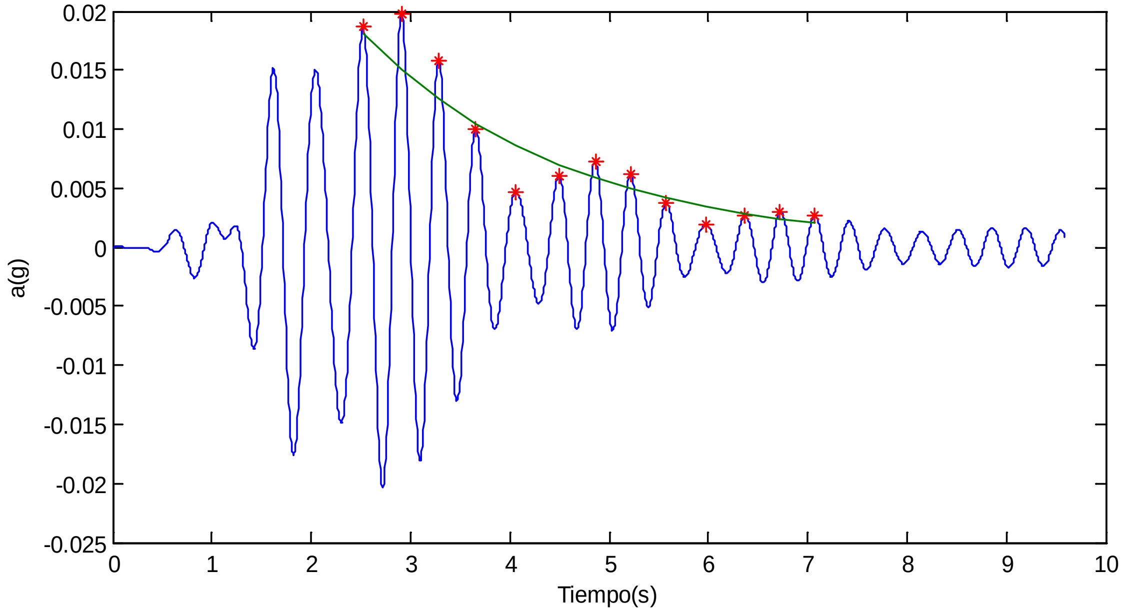


Fig.11.44 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro equiripple

Modo 2

Filtro Ideal

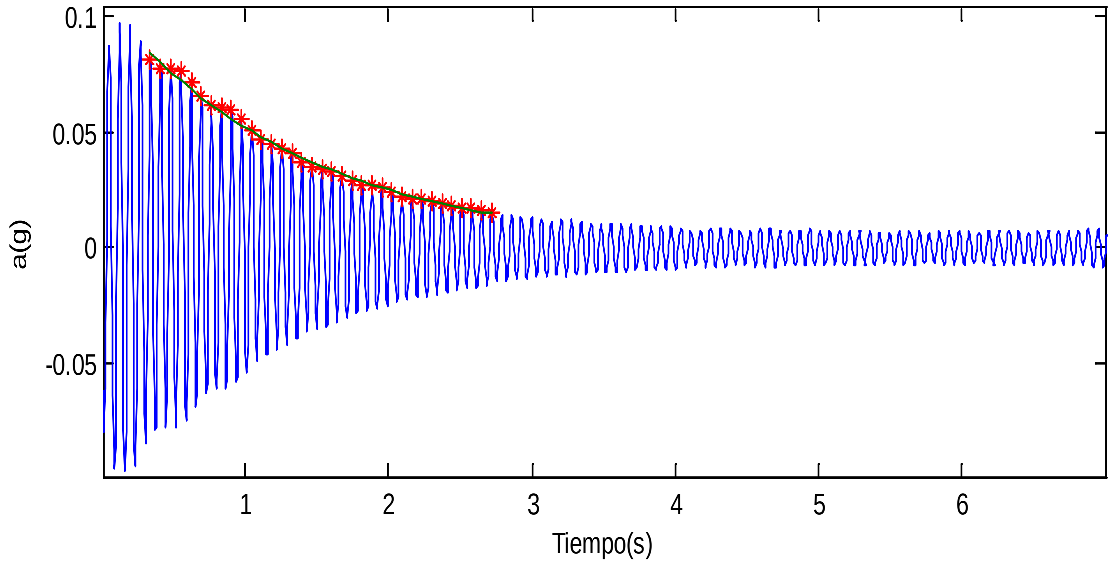


Fig.11.45. Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

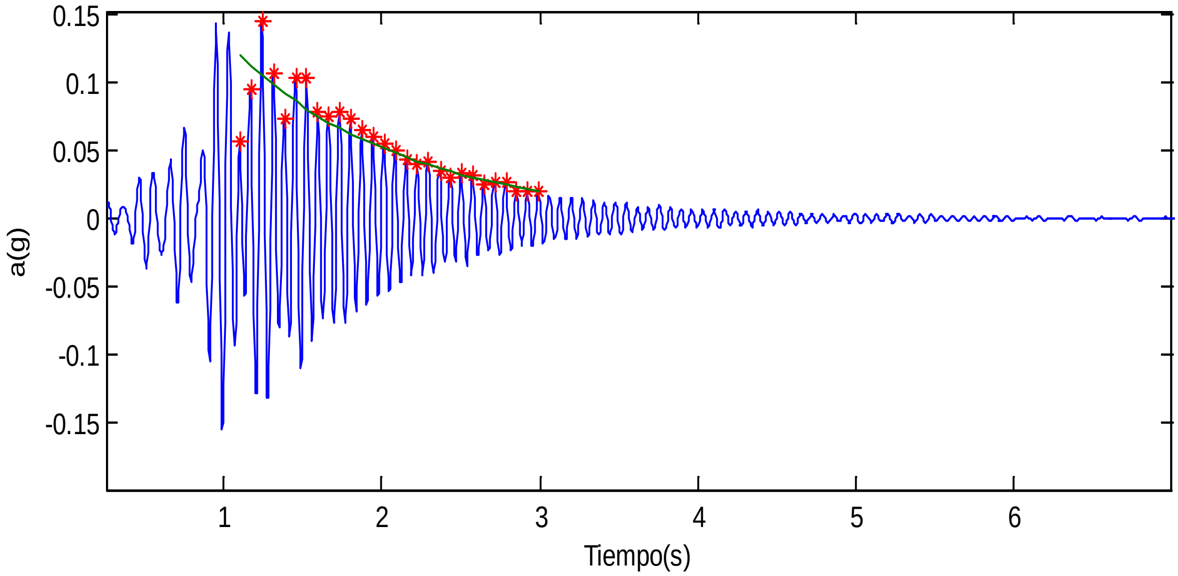


Fig.11.46 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro equiripple

Obteniendo como resultados

	Modo 1		Modo 2	
	Filtro Ideal	Filtro Equiripple	Filtro Ideal	Filtro Equiripple
Frecuencia Natural	2,5	2,5	14,375	14,375
Amortiguamiento	0,0323	0,0308	0,0094	0,0103

Medida piso inferior; Golpe piso inferior

Ante un golpe en el forjado superior, y registrando la señal en el forjado inferior, ver *Fig.11.47.* la respuesta que registra el sistema es del tipo de la mostrada en las *Fig.11.48* y *Fig.11.49.*

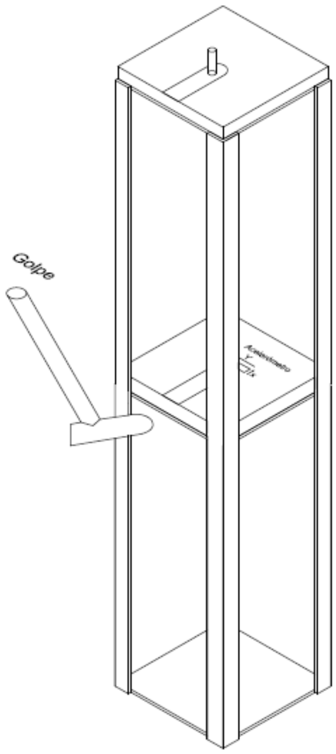


Fig.11.47. Medida abajo; Golpe abajo

Se obtiene la siguiente la señal en el tiempo y espectro en frecuencia

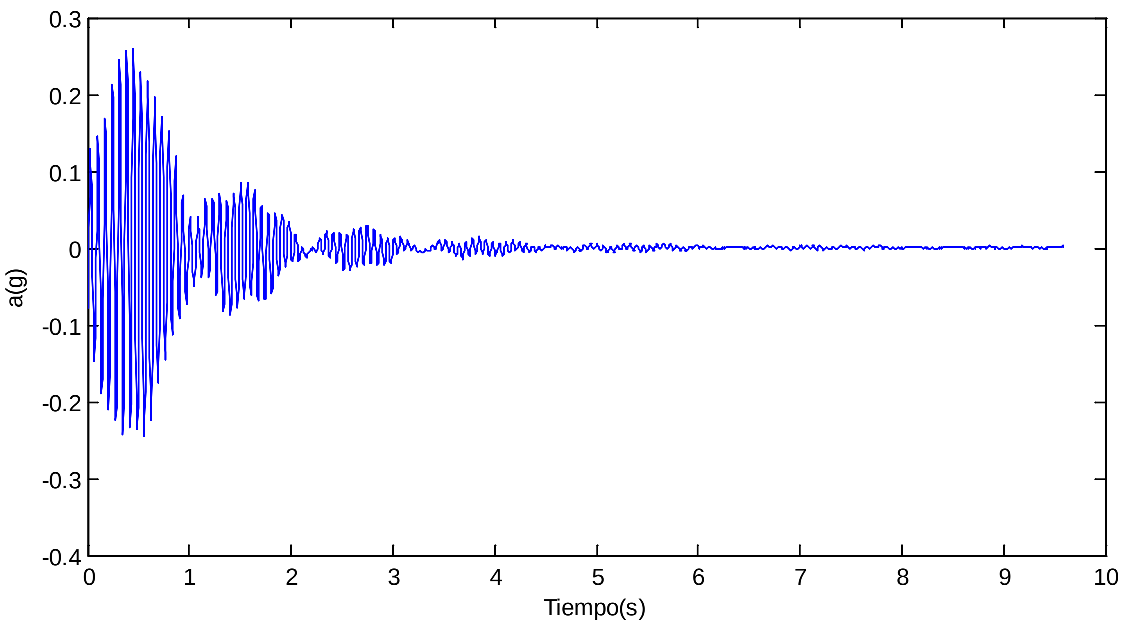


Fig. 11.48 Respuesta del sistema registrada en el forjado inferior ante un golpe en el mismo forjado inferior

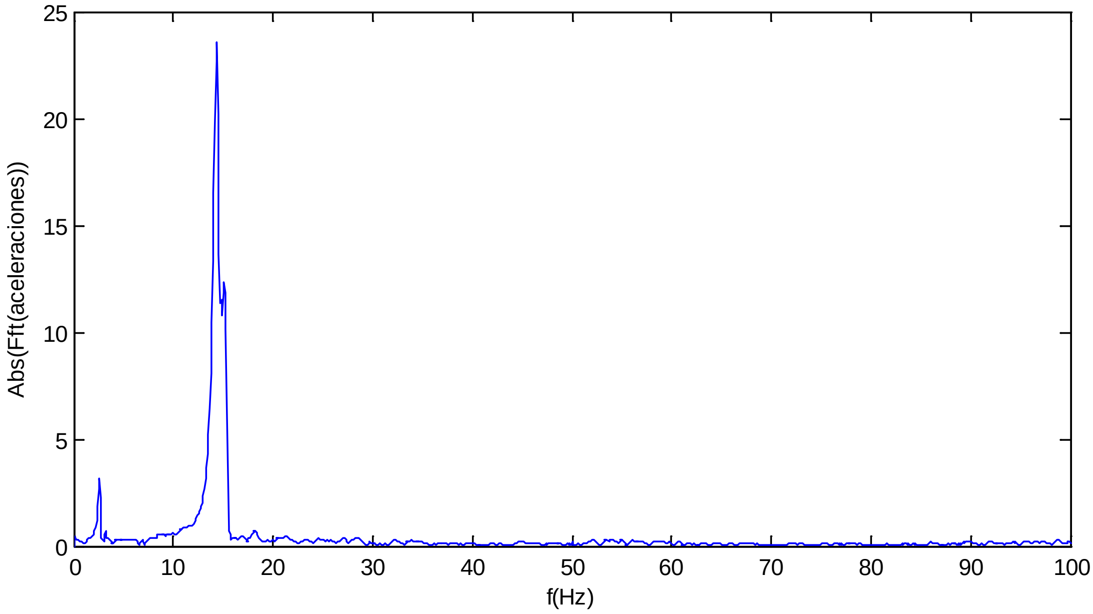


Fig. 11.49. Espectro de la respuesta del sistema registrada en el forjado inferior ante un golpe en el mismo forjado inferior

A continuación se aislan los modos para obtener ondas sinusoidales individuales para cada modo y poder calcular el coeficiente de amortiguamiento mediante el decremento logarítmico. Las *Fig.11.50* y *Fig.11.51* presentan los resultados correspondientes al modo 1, mientras las *Fig.11.52* y *Fig.11.53* presentan los correspondientes al modo 2.

Modo 1

Filtro Ideal

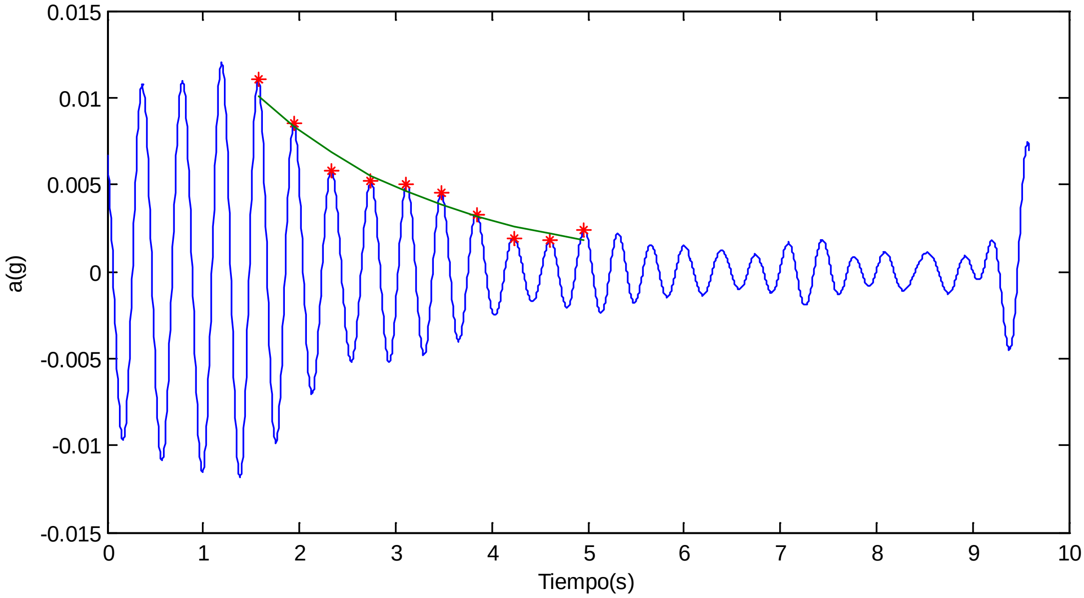


Fig.11.50 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

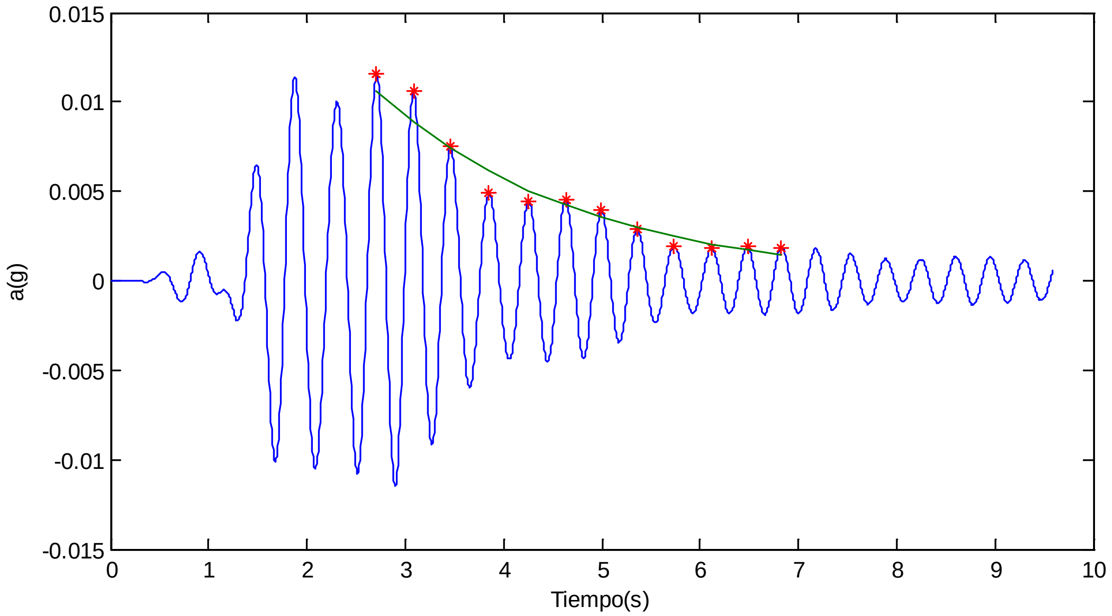


Fig.11.51 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 1 tras aplicar un filtro equiripple

Modo 2

Filtro Ideal

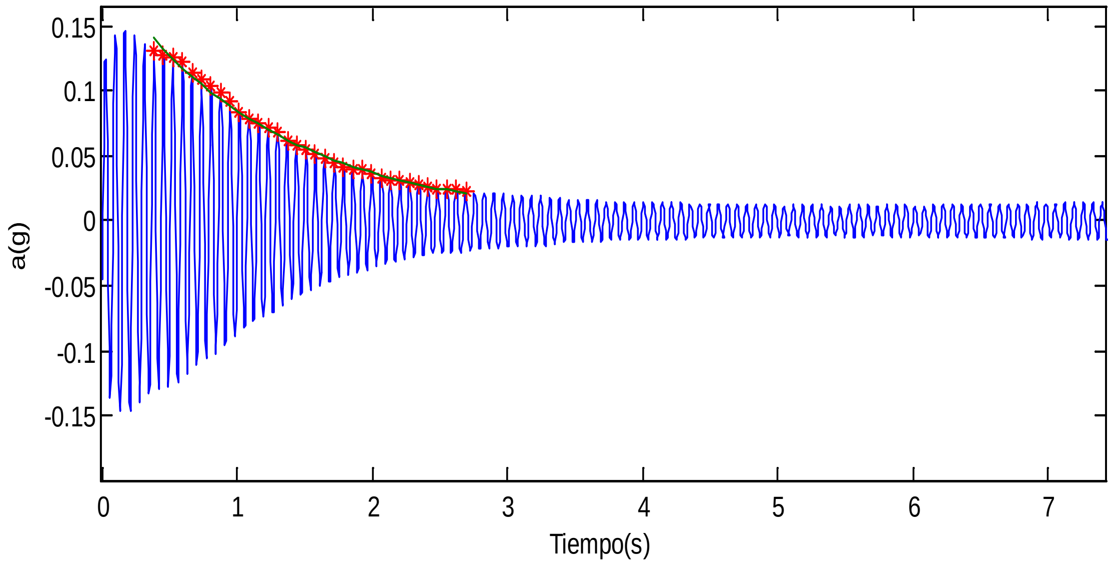


Fig.11.52 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro ideal

Filtro Equiripple

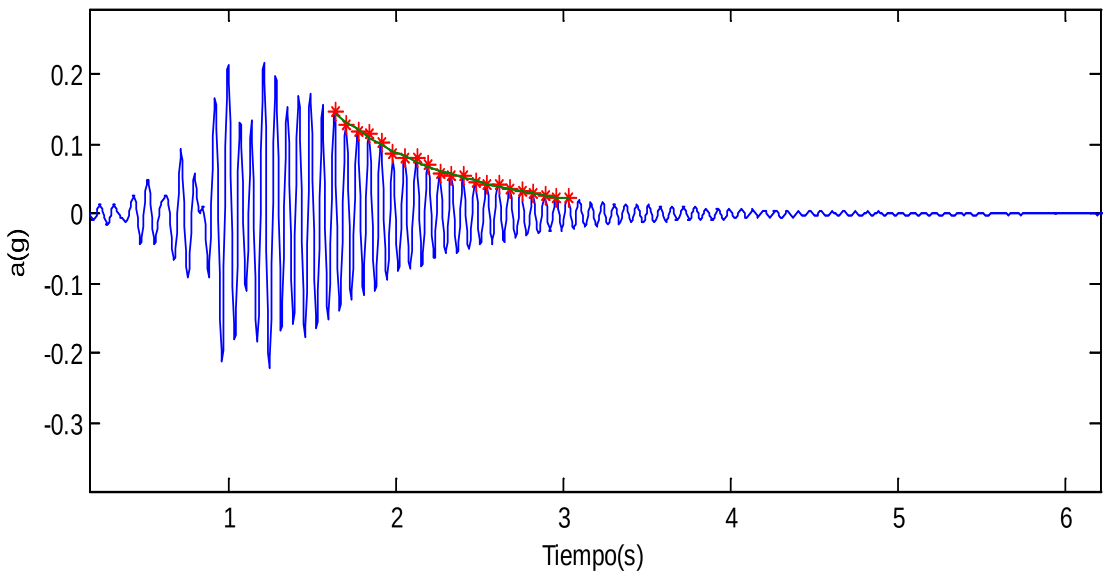


Fig.11.53 Respuesta equivalente de un sistema de un grado de libertad obtenida para el modo 2 tras aplicar un filtro equiripple

Obteniendo como resultados

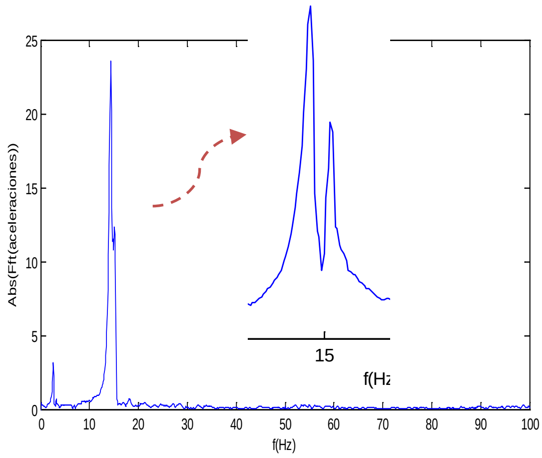
	Modo 1		Modo 2	
	Filtro Ideal	Filtro Equiripple	Filtro Ideal	Filtro Equiripple
Frecuencia Natural	2,604	2,604	14,375	14,375
Amortiguamiento	0,03105	0,0294	0,00907	0,0099

De esta forma, se puede ver que el valor de las frecuencias naturales gira en torno a 2,6 Hz para la frecuencia natural y baja y de 14,3 Hz para la frecuencia natural alta. El coeficiente de amortiguamiento es aproximadamente 0,03 para el primer modo y 0.01 para el segundo modo.

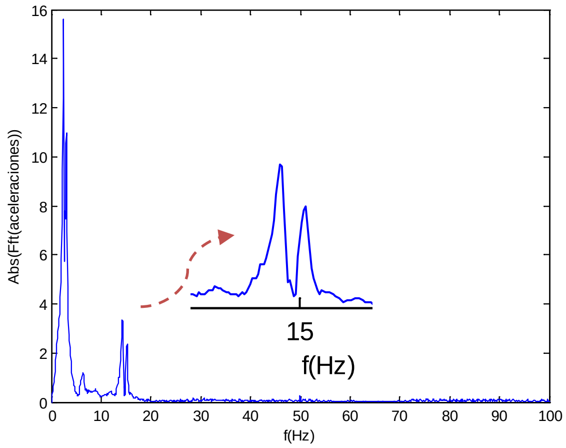
11.6.4. Justificación de la respuesta de la estructura de dos alturas en el segundo modo

Observando los espectros obtenidos de la estructura de dos alturas, mostrados en la sección anterior, puede comprobarse que la respuesta alrededor de 14 Hz está definida no por un sólo pico sino por dos picos muy próximos, uno mayor que el otro, esto es muestra en la *Fig.11.54.* Si se aislara directamente toda esa parte del espectro con ambos picos, se obtendría una señal pulsante, tal y como se muestra en las *Fig.11.55.* y *Fig.11.56.*

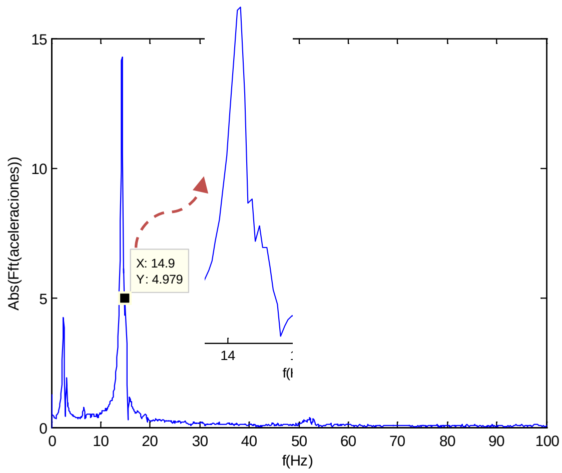
Medida arriba; Golpe arriba



Medida arriba; Golpe abajo



Medida abajo; Golpe arriba



Medida abajo; Golpe abajo

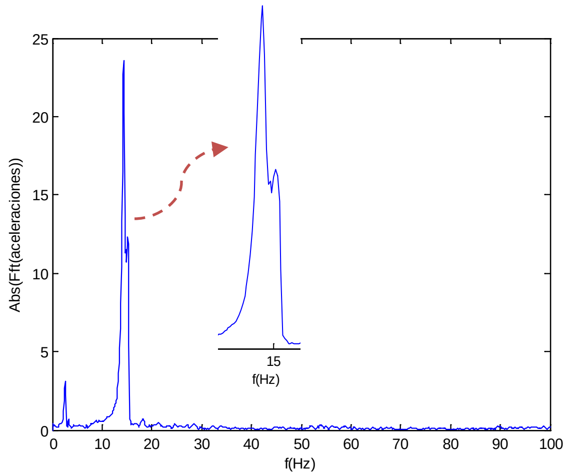


Fig.11.54. Espectro de las señales anteriores

Señales pulsantes

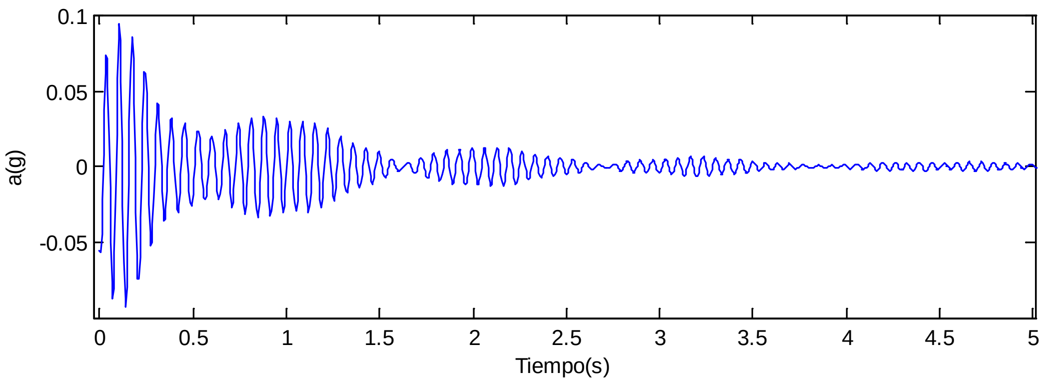


Fig.11.55. Señal pulsante del segundo modo, obtenidas experimentalmente con la medida en el forjado superior y el golpe en el mismo forjado

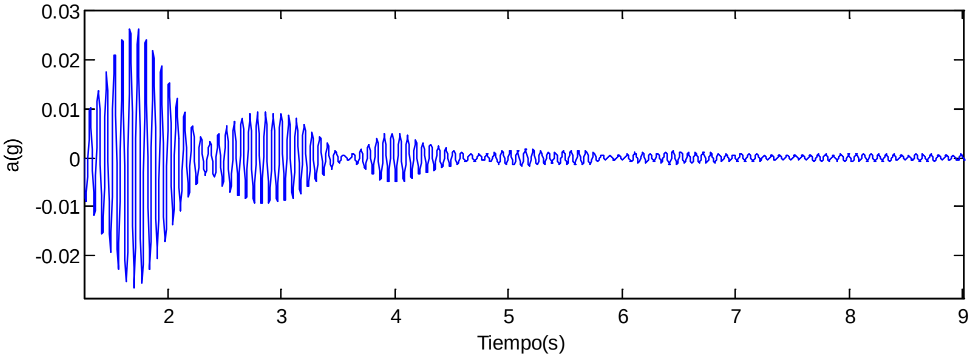


Fig.11.56. Señal pulsante del segundo modo, obtenidas experimentalmente con la medida en el forjado superior y el golpe en el forjado inferior

Este efecto se produce por la suma de ondas sinusoidales con frecuencias naturales muy próximas, tal y como se muestra en la *Fig.11.57.*donde se ha representado la suma de dos señales cualesquiera con frecuencias naturales muy próximas entre sí.

$$señal = \sin(2x) + \sin(2.2x)$$

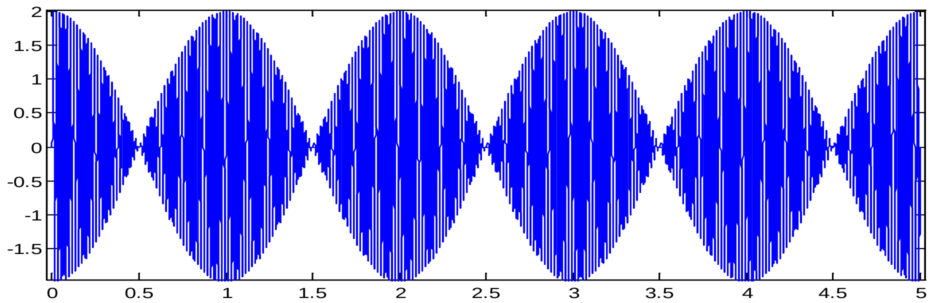


Fig. 11.57. Suma de dos ondas sinusoidales con frecuencias próximas entre sí

Para el caso obtenido experimentalmente, es decir, dos ondas sinusoidales pero con amortiguamiento se obtiene una señal, representada en la Fig.11.58 de la forma

$$señal = e^{-0.01x}\,[\sin(2x) + \sin(2.2x)]$$

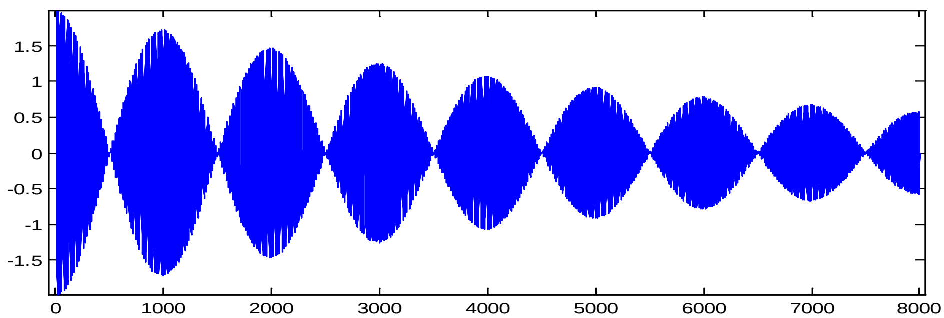


Fig.11.58. Suma de dos ondas sinusoidales amortiguadas con frecuencias próximas entre sí

Por último se representa el tipo de señal que se debería obtener.

$$señal\ (rojo) = e^{-0.01x}\,[\sin(2x) + \sin(2.2x)]$$
$$senal\ (azul) = e^{-0.01x}\,(\sin(2x) + \sin(2x))$$

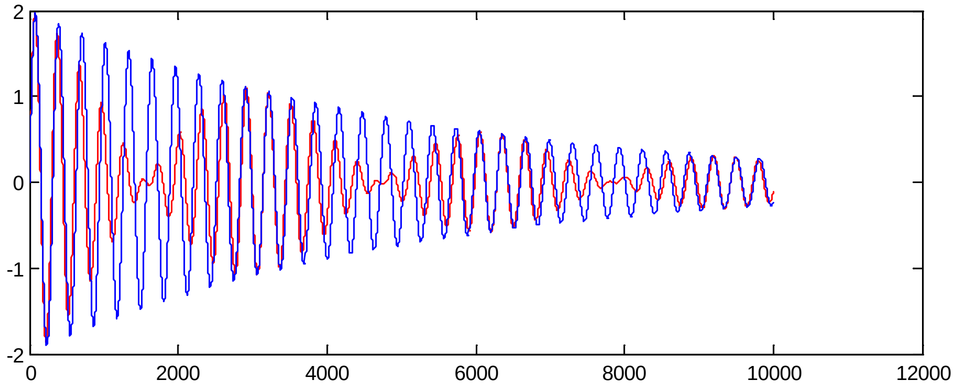


Fig.11.59. Onda sinusoidal amortiguada

Estando las dos señales definidas por el mismo factor de amortiguamiento, queda claro que éste no se puede estimar de la primera forma como en la *Fig.11.59.* la señal en rojo, sino forzosamente de la segunda forma *Fig.11.59.* la señal en azul. De manera que se calcule el factor de amortiguamiento siguiendo la línea verde y no la roja de la *Fig.11.60.*

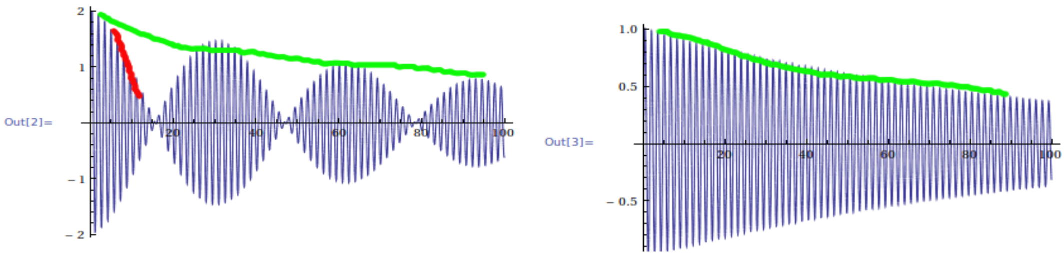


Fig.11.60. Línea verde, para el cálculo del factor de amortiguamiento

En estos casos, donde existen dos frecuencias naturales muy próximas en el segundo modo, la banda de paso se ha definido de modo que se deje fuera el segundo pico, tal y como se muestra en la *Fig.11.61.*

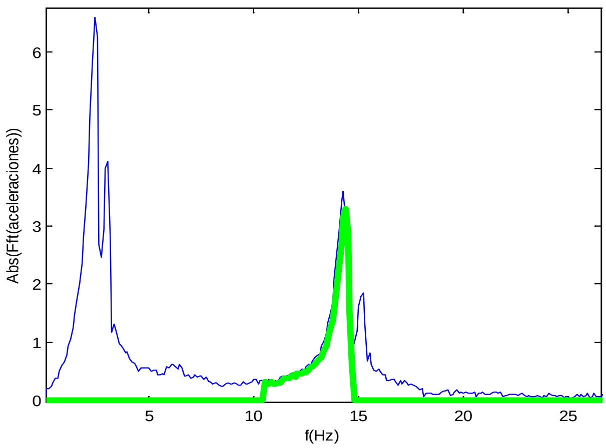


Fig.11.61. Filtrado en el segundo modo en la frecuencia natural de mayor potencia

Pues, si se cogiera ambos picos del segundo modo, se obtendría la señal pulsante como se muestra en la *Fig.11.62*

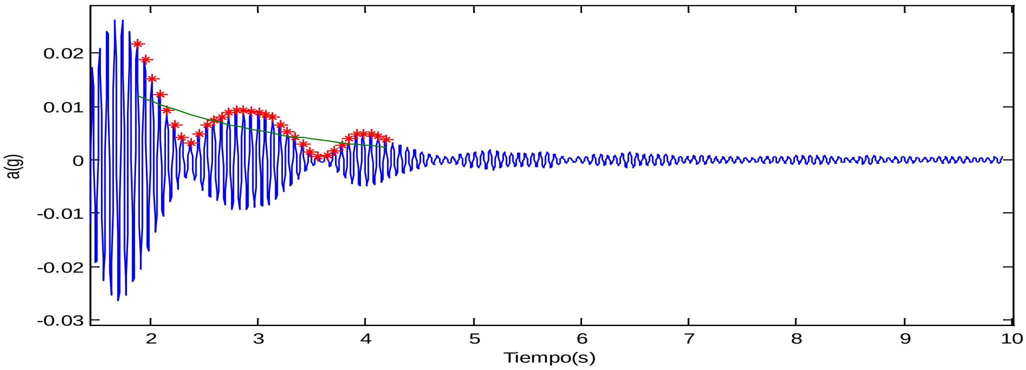


Fig.11.62. Señal pulsante obtenida experimentalmente del modo 2

El cálculo del factor de amortiguamiento estaría mal estimado si se hiciera de esta forma.

11.6.5. Respuesta de la estructura de dos alturas modelada como un sistema de seis grados de libertad.

Para entender el origen de esos dobles picos, es necesario estudiar la influencia de las diferencias de rigidez de los elementos y de la falta de alineación de los centros de gravedad de las dos alturas. Siguiendo la misma idea descrita para el estudio de la estructura de una altura como un sistema de tres grados de libertad, se puede describir el comportamiento de la estructura de dos alturas como un sistema de seis grados de libertad, acorde al esquema mostrado en la *Fig.11.63* llegando a una ecuación de equilibrio del tipo $Ax = F$, Donde la matriz A se muestra a continuación,

$$x = \begin{Bmatrix} \mho_1 \\ V_1 \\ \theta_1 \\ \mho_2 \\ V_2 \\ \theta_2 \end{Bmatrix} \quad F = \begin{Bmatrix} F_{x1} \\ F_{y1} \\ M_{01} \\ F_{x2} \\ F_{y2} \\ M_{02} \end{Bmatrix}^{ext}$$

Llamando a las distancias

$$L - a_2 = a_2'$$
$$L - b_2 = b_2'$$
$$L - a_1 = a_1'$$
$$L - b_1 = b_1'$$

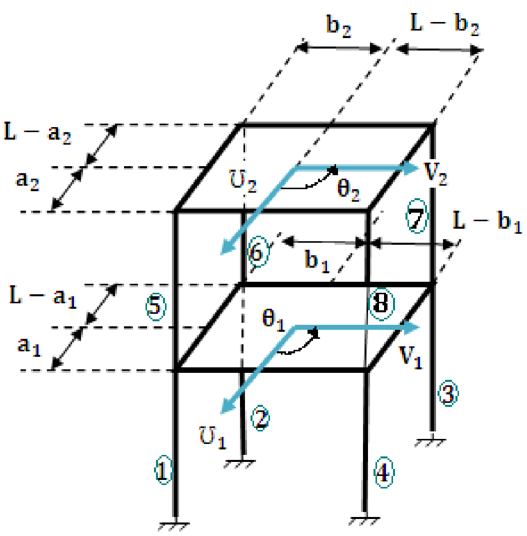


Fig.11.63. Modelo analítico de seis grados de libertad

$$
\left\{
\begin{array}{cccccc}
\sum_{i=1}^{8} k_x^i - \omega^2 M & 0 & \begin{array}{c}(k_x^1 + k_x^2 + k_x^5 + k_x^6)b_1 - \\ -(k_x^3 + k_x^4 + k_x^7 + k_x^6)b_1'\end{array} & -\sum_{i=5}^{8} k_x^i & 0 & (k_x^7 + k_x^8)b_2' - (k_x^5 + k_x^6)b_2 \\
0 & \sum_{i=1}^{8} k_y^i - \omega^2 M & \begin{array}{c}(k_y^1 + k_y^3 + k_y^5 + k_y^7)a_1 - \\ -(k_y^2 + k_y^4 + k_y^6 + k_y^8)a_1'\end{array} & 0 & -\sum_{i=5}^{8} k_y^i & -\left(k_y^5 + k_y^7\right)a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_2' \\
\begin{array}{c}(k_x^1 + k_x^2 + k_x^5 + k_x^6)b_1 - \\ -(k_x^3 + k_x^4 + k_x^7 + k_x^6)b_1'\end{array} & \begin{array}{c}(k_y^1 + k_y^3 + k_y^5 + k_y^7)a_1 - \\ -(k_y^2 + k_y^4 + k_y^6 + k_y^8)a_1'\end{array} & \begin{array}{c}(k_x^1 + k_x^2 + k_x^3 + k_x^6)b_1^2 + \\ +(k_x^5 + k_x^4 + k_x^7 + k_x^8){b_1'}^2 + \\ +(k_y^1 + k_y^3 + k_y^5 + k_y^7)a_1^2 + \\ +\left(k_y^2 + k_y^3 + k_y^6 + k_y^8\right){a_1'}^2 - \\ -\omega^2 I_0\end{array} & (k_x^7 + k_x^8)b_1' - (k_x^5 + k_x^6)b_1 & \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_1' - \left(k_y^5 + k_y^7\right)a_1 & \begin{array}{c}-(k_x^5 + k_x^6)b_1 b_2 - (k_x^7 + k_x^8)b_1' b_2' - \\ -\left(k_y^5 + k_y^7\right)a_1 a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_1' a_2'\end{array} \\
-\sum_{i=5}^{8} k_x^i & 0 & (k_x^7 + k_x^8)b_1' - (k_x^5 + k_x^6)b_1 & \sum_{i=1}^{8} k_x^i - \omega^2 M & 0 & (k_x^5 + k_x^6)b_2 - (k_x^7 + k_x^8)b_2' \\
0 & -\sum_{i=5}^{8} k_y^i & \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_1' - \left(k_y^5 + k_y^7\right)a_1 & 0 & \sum_{i=5}^{8} k_y^i - \omega^2 M & \left(k_y^5 + k_y^7\right)a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_2' \\
(k_x^7 + k_x^8)b_2' - (k_x^5 + k_x^6)b_2 & -\left(k_y^5 + k_y^7\right)a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_2' & \begin{array}{c}-(k_x^5 + k_x^6)b_1 b_2 - (k_x^7 + k_x^8)b_1' b_2' - \\ -\left(k_y^5 + k_y^7\right)a_1 a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_1' a_2'\end{array} & (k_x^5 + k_x^6)b_2 - (k_x^7 + k_x^8)b_2' & \left(k_y^5 + k_y^7\right)a_2 - \left(k_y^6 + k_y^8\right)a_2' & \begin{array}{c}(k_x^5 + k_x^6){b_2}^2 + (k_x^7 + k_x^8){b_2'}^2 + \\ +\left(k_y^5 + k_y^7\right){a_2}^2 + \left(k_y^6 + k_y^8\right){a_2'}^2 - \\ -\omega^2 I_0\end{array}
\end{array}
\right\}
$$

Este modelo que justifica el comportamiento de la respuesta de dos alturas modelada como una estructura de seis grados de libertad, ha sido implementado en Matlab. Dado que las imperfecciones del material y de la soldadura hacen que la rigidez no sea constante, la rigidez del modelo variará de forma aleatoria en torno a un 10 % de la estimada, y lo mismo ocurre con las dimensiones a_i y b_i. Así, a continuación se mostrará dos respuestas generadas por este modelo que justificarán la respuesta dada experimentalmente.

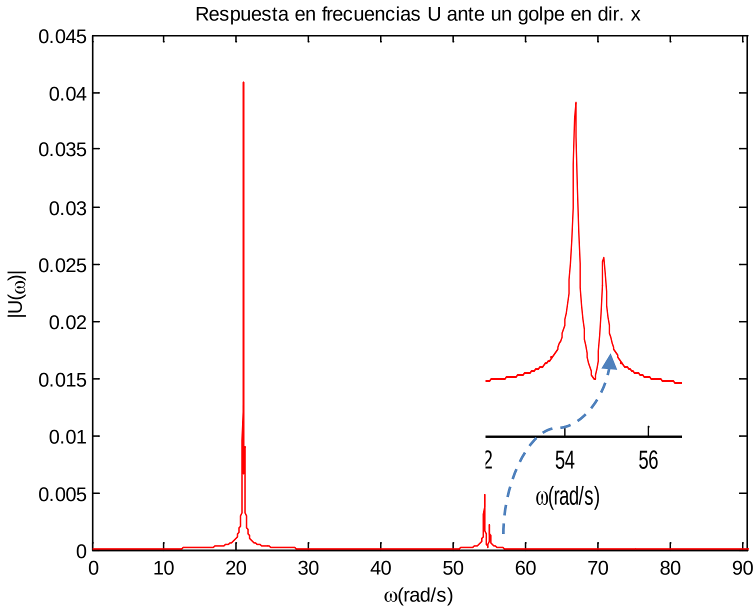


Fig.11.64. Modelo analítico, segundo modo con dos frecuencias naturales

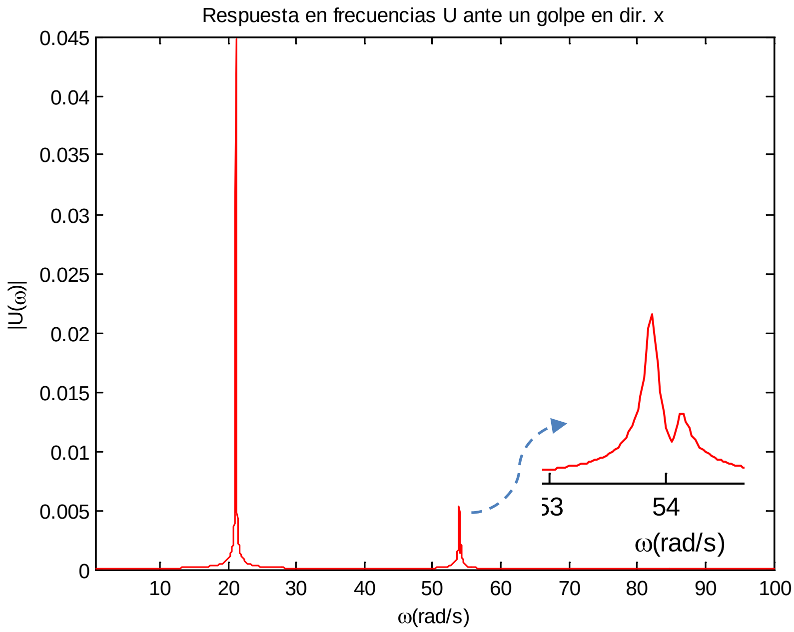


Fig. 11.65. Modelo analítico, segundo modo con dos frecuencias naturales

11.7. Ajuste de parámetros

Puesto que existe una incertidumbre en el cálculo del módulo de elasticidad, y teniendo en cuenta que debido a las imperfecciones del material y de las soldaduras en la construcción de las estructuras, las rigideces de los elementos son diferentes, es necesario modificar los modelos analíticos de las estructuras para que puedan reproducir mejor los resultados experimentales. Este proceso es conocido como "ajuste de parámetros" o "actualización del modelo" [15,16]. En primer lugar se muestran los resultados obtenidos tanto analítica como experimentalmente. En relación al modelo analítico inicial, los datos utilizados y los resultados obtenidos, se muestran a continuación.

11.7.1. Modelo analítico inicial

Peso de la Estructura

Placa	**9,90 kg**
Columnas	0,1x4x156/420 kg
Tuercas y vástago	0,193 kg
Forjado	0,683 kg
Peso Total	10,24 kg

Para la estructura de un grado de libertad

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$k\ (N/m)$	$f(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,495	10,92	79009,57	14,14

Para la estructura de dos grados de libertad

$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$L(m)$	$m_1(kg)$	$m_2(kg)$	$k\ (N/m)$	$f_1(Hz)$	$f_2(Hz)$
4,60E+10	4,47E-09	0,5	10,92	10,92	79009,57	8,61	22,54

11.7.2. Resultados experimentales

Para la estructura de una y dos alturas se han obtenido los resultados obtenidos en las siguientes tablas.

Para la estructura de una altura

$L(m)$	$f_1(Hz)$	ξ
0,5	8,5685	0,0252

Para la estructura de dos alturas

$L(m)$	$f_1(Hz)$	$f_2(Hz)$	ξ (1ºModo)	ξ (2ºModo)
0,5	2,60	14,27	0,030	0,010

11.7.3. Ajuste: Obtención de la rigidez y el módulo de elasticidad

Una vez se tienen los resultados analíticos y experimentales, se realizará el ajuste de parámetros, para ello en primer lugar se despeja la rigidez de las expresiones de las frecuencias naturales, y a continuación el módulo de elasticidad.

Para sistemas de un grado de libertad se obtiene:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \rightarrow \quad {\omega_n}^2 = \frac{k}{m} \quad \rightarrow \quad {\omega_n}^2 \cdot m = k \tag{11.1}$$

el módulo de elasticidad entonces vendría dado por:

$${\omega_n}^2 \cdot m = \frac{12EI}{L^3} \quad \rightarrow \quad E = \frac{{\omega_n}^2 \cdot m \cdot L^3}{12I} \tag{11.2}$$

Para sistemas de dos grados de libertad

despejando la rigidez de dichas expresiones naturales se obtiene

$$k = \frac{{\omega_{n2}}^2}{\left(\frac{1}{m_1}+\frac{1}{2m_2}\right)+\frac{1}{2}\sqrt{\frac{4}{{m_1}^2}+\frac{1}{{m_2}^2}}} \tag{11.3}$$

De esta manera se obtiene k, la rigidez del elemento, a continuación se puede obtener el módulo de elasticidad que se obtendría para esta rigidez.

$$k = \frac{12EI}{L^3} \tag{11.4}$$

Para la estructura de un grado de libertad

Ajustando el modelo analítico al experimental, es decir, calculando cuál sería la rigidez del elemento, y su correspondiente módulo de elasticidad para una frecuencia natural de 8,5685 Hz.

$f_1(Hz)$	$\omega_1(rad/s)$	$m_1(kg)$	$L(m)$	$I(m^4)$	$k\ (N/m)$	$E(N/m^2)$
8,5685	68,61	10,92	0,495	4,47E-09	7912,83274	1,7892E+10

Para la estructura de dos grados de libertad

Ajustando el modelo analítico al experimental, es decir, calculando cuál sería la rigidez del elemento, y su correspondiente módulo de elasticidad para una primera frecuencia natural de 2,60.

$f_1(Hz)$	$\omega_1(rad/s)$	$f_1(Hz)$	$\omega_1(rad/s)$	$m_1(kg)$	$m_1(kg)$	$L(m)$	$I(m^4)$	$k\ (N/m)$	$E(N/m^2)$
2,6	16,34	14,27	89,66	10,94	10,94	0,5	4,47E-09	38,25	1,2837E+10

Nótese que del ajuste del módulo de elasticidad a partir de los resultados experimentales se obtiene un valor alrededor de $1.5 \cdot 10^{10}(N/m^2)$, más cercano a los resultados obtenidos del ensayo de tracción que a los obtenidos del ensayo de flexión. Sin embargo, hay que tener en cuenta que, al hacer el estudio de esta manera, ajustando un único parámetro, el módulo de elasticidad está recogiendo todos los efectos que puedan no haber sido tenidos en cuenta en el modelo analítico. Entre estos efectos no tenidos en cuenta, se encuentra, por ejemplo, el hecho de que las uniones no se han comportado como empotramientos perfectos, tal y como han sido modelados. Este explica, también, porqué el módulo de elasticidad obtenido no es igual para ambas estructuras, y porqué es sensiblemente más bajo al estándar del aluminio o al obtenido para el ensayo de flexión.

11.7.4. Resumen de resultados

El resultado de la identificación de las estructuras de una y dos alturas se resume a continuación.

Estructura de un grado de libertad

$L(m)$	$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$f_1(Hz)$	ξ
0,495	1,7892E+10	4,47E-09	8,5685	0,025

Estructura de dos grados de libertad

$L(m)$	$E(N/m^2)$	$I(m^4)$	$f_1(Hz)$	ξ (1ºModo)	$f_2(Hz)$	ξ (2ºModo)
0,5	$1{,}29 \cdot 10^{10}$	$4{,}47 \cdot 10^{9}$	2,604	0,03	14,27	0,01

Capítulo 12

CONCLUSIONES

12.1. Resumen

El análisis del comportamiento dinámico de estructuras requiere el conocimiento de una serie de parámetros tales como frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento. Esto permite, entre otras cosas, controlar la calidad de la ejecución, calibrar modelos estructurales para permitir un análisis más exacto, o detectar daños estructurales de diversa índole que pueda sufrir la estructura a lo largo de su vida útil.

En este Trabajo Fin de Carrera se ha procedido a la identificación modal experimental de dos estructuras a escala reducida, una primera estructura de una altura y una segunda de dos alturas.

Para ello, se ha estudiado e implementado el método "band-pass method" [8]. Que permite la estimación de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, utilizando filtros pasa-banda para la extracción de información de los modos más altos y el método del decremento logarítmico para la estimación de los factores de amortiguamiento. El método ha sido implementado en lenguaje matlab a través de una serie de interfaces gráficas de usuario para facilitar su utilización. Para la estimación de los factores de amortiguamiento se han implementado dos posibilidades: a) cálculo del amortiguamiento en base al número de ciclos transcurridos, y b) en base a la amplitud de los picos respecto a la aceleración máxima.

Además en el Trabajo de Fin de Carrera se utilizan unos sensores con tecnologías MEMS, de bajo coste, encargados de la obtención de la señal. Es de interés conocer el rendimiento que se puede obtener de los sensores de bajo costo cuando se utilizan para la identificación de sistemas estructurales de ingeniería civil. Respecto a la utilización de filtros pasa-banda para aislar distintos modos, se ha estudiado la posibilidad de utilizar distintos tipos de filtros, prestando especial atención a los filtros ideal y equiripple, que han sido implementados en la aplicación informática desarrollada.

El método, su implementación y los parámetros involucrados en el cálculo han sido estudiados y probados antes de su utilización sobre resultados experimentales. De este modo, se han estudiado los valores aceptables del ancho de banda de los filtros y se ha comprobado que, en general, el filtro equiripple ofrece resultados mucho mejores que el filtro ideal.

Antes de la construcción de las estructuras a escala para su identificación, se realizó un modelo numérico de las mismas, para lo que era necesario estimar los valores de inercia de los pilares y de módulo de elasticidad del material que los constituye. Para estimar este módulo de Young, se realizaron varios ensayos de flexión y tracción. El material elegido para la construcción de las estructuras fue el aluminio dado que se trata de un material ligero, blando y maleable, lo que permite su fácil manejo. Es un material muy apropiado para la construcción gracias a su ligereza, fortaleza, durabilidad, y resistencia a la corrosión, además es mucho más económico que otros materiales como el acero. Al ser más ligero que el acero, facilita la hipótesis simplificativa de considerar la masa de las estructuras concentrada en cada grado de libertad a la hora de modelarla.

Posteriormente, se procedió al diseño de las estructuras de modo que sus parámetros dinámicos quedaran dentro de las posibilidades del sistema de adquisición de datos utilizado. Una vez concluido el diseño se procedió a su construcción. El proceso de construcción se realizó mediante soldadura MIG. Se toma este método y no otros como el acartelamiento (soldados o atornillados) por diversas razones como que los acartelamientos introducen mayor incertidumbre sobre cuáles son las longitudes efectivas de las entreplantas que deben tomarse en los cálculos. Este problema no existe con el procedimiento elegido. Además los acartelamientos producen un empotramiento muy fiable pero se consideró que con el sistema de montaje elegido también se podría obtener un grado similar de empotramiento. Por último el acartelamiento aumenta el número de soldaduras o, en caso de haber optado por la utilización de tornillos, éstos introducen problemas adicionales como contacto entre metales de distinta naturaleza, la adición de más masa fuera de los "forjados", o la posibilidad de deslizamiento entre superficies.

Finalmente, se procedió a la realización de ensayos experimentales de vibración libre para su identificación modal experimental.

12.2. Resultados y conclusiones

12.2.1. Sobre los parámetros de uso de los filtros pasa banda

En el análisis paramétrico se compararon ambos filtros, variando el ancho de banda, estimando un factor de amortiguamiento y mostrando el porcentaje de error respecto al inicial. Los resultados obtenidos para una señal en concreto fueron

Ancho de banda	Filtro Ideal	Filtro Equiripple		
	Frec_nat = 99,6094	Frec_nat = 99,6094	Errores	
	Amortiguamiento	Amortiguamiento	Ideal (%)	Equiripple (%)
1	0,030542	0,049678	39,0535	0,64431
2	0,047374	0,052568	7,1989	5,1369
3	0,074956	0,049689	44,675	0,62144
4	0,045789	0,050103	7,3487	0,20589
5	0,047843	0,050103	7,7456	0,20534
6	0,053768	0,049708	6,6786	0,58368
7	0,049932	0,049736	0,26937	0,52846

Tal y como se puede comprobar, el error va disminuyendo a medida que aumenta la relación del ancho de banda, es decir, el factor de amortiguamiento se acerca más al real. El ancho de banda tiene que ser lo suficientemente amplio para que abarque el área de frecuencias del objeto de estudio, pero lo suficientemente estrecho para que no abarque otro modo. Por lo que finalmente el ancho de banda idóneo es con una relación de 5 o 6. Además independientemente del ancho de banda, el filtro equiripple tiene un porcentaje de error muy pequeño, por lo que se concluye que el filtro equiripple trabaja mejor que el filtro ideal. Esto es debido, a las propiedades del filtro equiripple de fase lineal, lo cual proporciona mejores resultados.

12.2.2. Sobre la estimación inicial del módulo de elasticidad del material

Por otro lado para la creación del modelo analítico, fue necesario ensayar el material, por lo que se llevaron diferentes técnicas de ensayos de flexión y de tracción. A pesar de las técnicas llevadas a cabo para la identificación del módulo de elasticidad, éste no puedo ser definido con exactitud debido a la variabilidad de los resultados, tal y como se resume en la siguiente tabla:

	$E(N/m^2)$
Resultado del ensayo de Flexión	$8{,}3 \cdot 10^{10}$
Resultado del ensayo de Tracción	$8{,}9 \cdot 10^{9}$
Valor estándar	$7{,}0 \cdot 10^{10}$
Valor medio utilizado en el diseño	$4.6 \cdot 10^{10}$

Se puede apreciar que el módulo de elasticidad estándar, se encuentra entre el módulo de elasticidad dado por el ensayo de flexión y el ensayo de tracción. Por ello, se realizó una media entre estos dos valores, para finalmente obtener el módulo de elasticidad que se utilizó en el análisis analítico para el cálculo de las frecuencias naturales propias de las señales.

12.2.3. Sobre los resultados de la identificación modal experimental

Del análisis modal experimental se han podido identificar las frecuencias naturales de vibración y los factores de amortiguamiento correspondientes de las estructuras de una y dos alturas. La siguiente tabla resume los resultados obtenidos:

Estructura de un grado de libertad

$f_1(Hz)$	ξ
8,5685	0,025

Estructura de dos grados de libertad

$f_1(Hz)$	ξ (1ºModo)	$f_2(Hz)$	ξ (2ºModo)
$\mathbf{2,60}$	0,03	14,27	0,01

La siguiente tabla, por su parte, muestra una comparación entre los resultados de las frecuencias naturales experimentales y los numéricos de la fase de diseño, pudiéndose apreciar diferencias notables:

Estructura de un grado de libertad

Frecuencia natural experimental	Frecuencia natural numérica
8,5685 Hz	14,14 Hz

Estructura de dos grados de libertad

	Frecuencias naturales experimentales	Frecuencias naturales numéricas
Primer modo	2,60 Hz	8,61 Hz
Segundo Modo	14,27 Hz	22,54 Hz

Estas diferencias pueden deberse a muchas causas, pero se estima que son debidas, principalmente, a los defectos de fabricación de las estructuras y a las diferencias que ello genera entre el modelo analítico y la estructura real. Estos defectos se centran en que las uniones soldadas entre pilares y forjados no se han comportado como empotramientos perfectos, sino que permiten un cierto giro. Además, la rigidez de los cuatro pilares de la estructura ha resultado ser sensiblemente diferente, lo que ha dado lugar a la excitación involuntaria de modos de vibración transversales y rotacionales que también han debido ser estudiados en este Trabajo Fin de Carrera.

12.2.3. Sobre la actualización del modelo estructural (ajuste de parámetros)

Las diferencias nombradas anteriormente entre el modelo estructural y las características obtenidas experimentalmente son esperables en este tipo de estudios y llevan a lo que se denomina "actualización del modelo" o "ajuste de parámetros". En este caso, se ha ajustado el parámetro que ofrece mayor incertidumbre, que es el módulo de elasticidad del material. Este ajuste ha arrojado un valor del módulo de elasticidad de aproximadamente $1.5 \cdot 10^{10}\ (N/m^2)$, frente al $4.6 \cdot 10^{10}\ (N/m^2)$ que había sido utilizado en la fase de diseño.

12.3. Empleo del método en una estructura real

Como muestra de los posibles desarrollos futuros de este trabajo y de la aplicación del método a estructuras reales, se ha aplicado el programa desarrollado a la identificación de la rampa situada en la parte posterior del edificio de ingenierías de esta universidad.

Colocando un acelerómetro en un lateral de uno de los tramos de la rampa, excitado con el golpe de un martillo de goma de suficiente masa, se ha obtenido la respuesta mostrada en la figura 12.5.

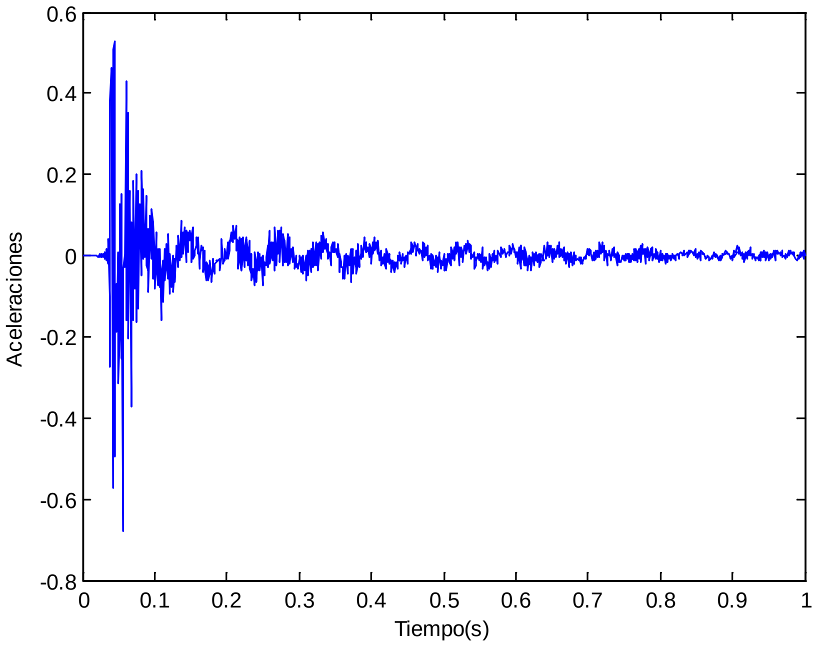


Fig. 12.1. Señal registrada en uno de los tramos de la rampa

En la *Fig.12.6.* se representa el espectro de la señal anterior

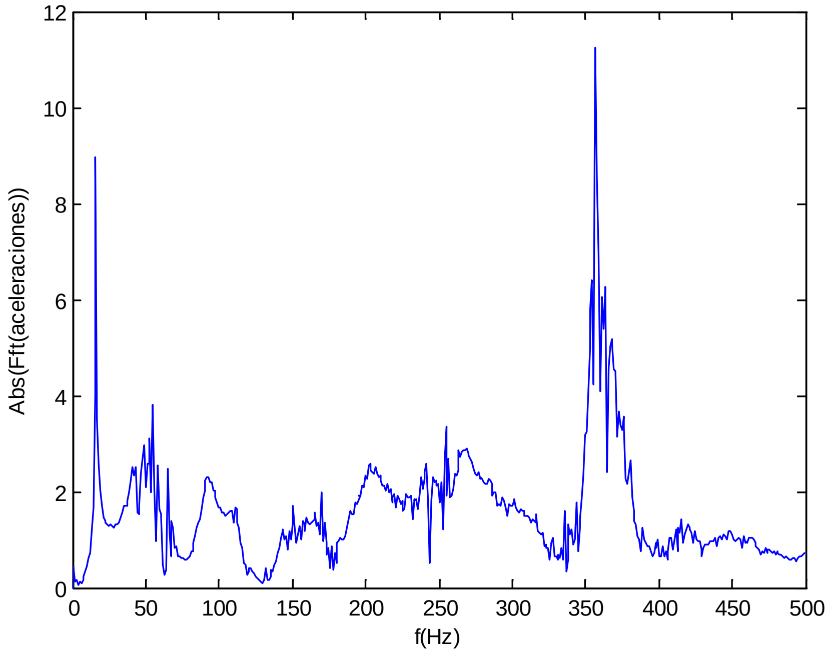


Fig. 12.2. Espectro obtenido mediante un sensor en la rampa

Aislando los dos modos principales, con frecuencias propias de aproximadamente 16 y 356 Hz, se obtienen las siguientes respuestas de los correspondientes sistemas equivalentes de un sistema de un grado de libertad.

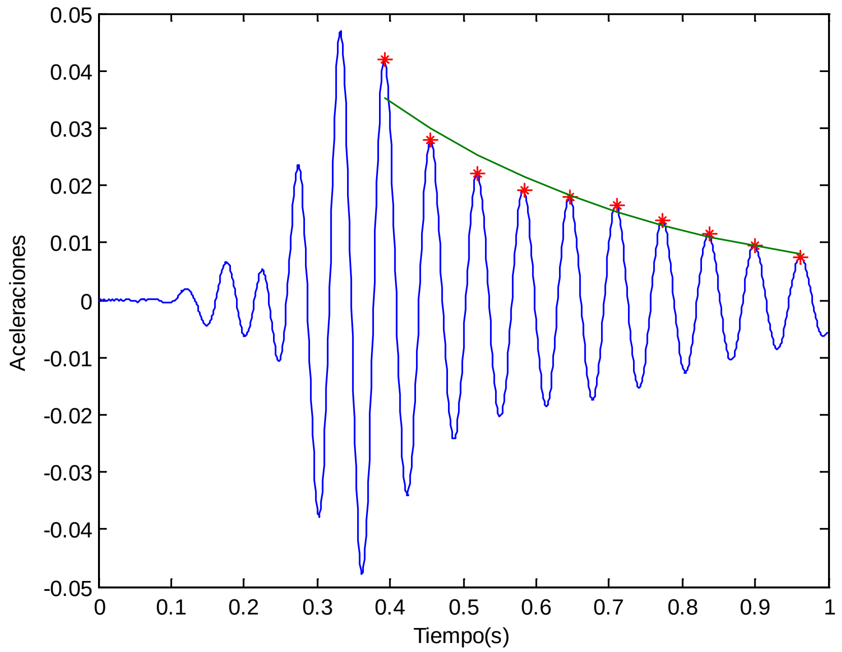


Fig. 12.3. Señal correspondiente al sistema de un grado de libertad equivalente al primer modo del tramo de la rampa

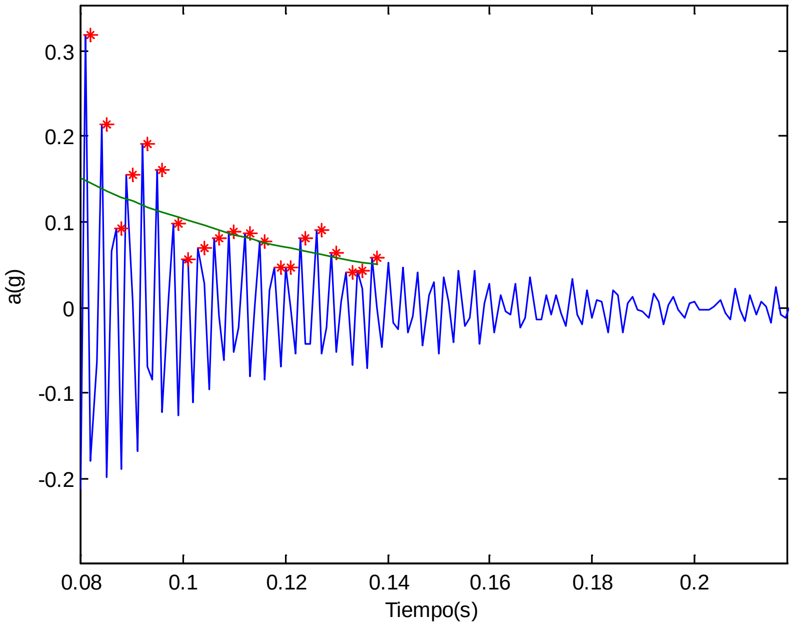


Fig. 12.4. Señal correspondiente al sistema de un grado de libertad equivalente al segundo modo del tramo de la rampa

Los resultados obtenidos en términos de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de los dos modos más importantes son los mostrados a continuación:

Rampa	Modo 1	Modo 2
	Filtro Equiripple	Filtro Equiripple
Frecuencia Natural	15,984	356,6434
Amortiguamiento	0,026024	0,014377

Aunque el análisis de esta estructura requiere, obviamente, un estudio más profundo, estos datos muestran que es posible utilizar este tipo de técnicas sobre estructuras reales, incluso de gran rigidez.

12.3. Comentarios finales

En resumen, este Trabajo Fin de Carrera es un primer paso en el desarrollo e implementación de un método sencillo para la identificación experimental de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento en estructuras de ingeniería civil.

En primer lugar, este trabajo ha afrontado el estudio de los conceptos básicos de dinámica estructural, teoría de la señal y análisis experimental.

A continuación, ha desarrollado modelos analíticos para estructuras de pilares y forjados de una y dos alturas para proceder al diseño de sendas estructuras a escala susceptibles de ser identificadas con el material disponible. Antes de eso, ha sido necesario realizar varios ensayos de tracción y flexión para estimar el módulo de elasticidad del material utilizado en la construcción de las estructuras.

Posteriormente, se ha procedido al estudio, desarrollo e implementación del "band-pass method" [8], produciéndose un programa en lenguaje matlab basado en interfaces gráficas de usuario con multitud de opciones diferentes para el análisis de estructuras de uno o varios grados de libertad.

Finalmente, y tras la construcción de las estructuras, se ha procedido al análisis modal experimental de las mismas mediante vibración libre, y se ha realizado una actualización de los modelos analíticos para ser capaz de reproducir, de manera más fiable, la respuesta de las estructuras reales.

Para terminar, y sólo a modo de mostrar los posibles desarrollos futuros y aplicaciones del material desarrollado, se ha realizado un análisis preliminar de una estructura real situada en el Edificio de Ingenierías del Campus Universitario de Tafira.

BIBLIOGRAFÍA

[1] T. Andrianne, G. Dimitriadis, "Damping identification of lightly damped linear dynamic systems using common-base proper orthogonal decomposition", Mechanical Systems and Signal Processing, 28, pp.492-506, 2012.

[2] J. Slavic, M. Boltezar, "Damping identification with the Morlet-wave", Mechanical Systems and Signal Processing, 25, pp.1632-1645, 2011.

[3] F. Magalhaes, A. Cunha, E. Caetano, R. Bringker, "Damping estimation using free decays and ambient vibration tests", Mechanical Systems and Signal Processing, 24, pp.1274-1290, 2010.

[4] S. Adhikari, J. Woodhouse, "Identification of damping: Part 1, viscous damping", Journal of Sound and Vibration, 243, pp.43-61, 2001.

[5] S. Adhikari, J. Woodhouse, "Identification of damping: Part 2, non-viscous damping", Journal of Sound and Vibration, 243, pp.63-88, 2001.

[6] R. Brincker, L. Zhang, P. Andersen, "Modal identification from ambient responses using frequency domain decomposition", IMAC XVIII, San Antonio, USA, 2000.

[7] B. Peeters, G. de Roeck, "Reference-based stochastic subspace identification for output-only modal analysis", Mechanical Systems and Signal Processing, 13, pp.855-878, 1999.

[8] Y. Liao, V. Wells, "Modal parameter identification using the log decrement method and band-pass filters", Journal of Sound and Vibration, 330, pp.5014-5023, 2011.

[9] J. Miguel Canet, A. H. Barbat, “Estructuras sometidas a acciones sísmicas”. CIMNE, Primera edición, 1988.

[10] Alan V. Oppenheim, Alan S. Willsky, “Señales y sistemas”. Pearson Education, 1997.

[11] Hoja de características del acelerómetro DE-ACCM2G de Dimension Engineering. (http://www.dimensionengineering.com)

[12] Hoja de características del acelerómetro *DE-ACCM3D* de Dimension Engineering. (http://www.dimensionengineering.com)

[13] Hoja de características del LabJack U12 y UE9, “Measurment and Automation Simplified”. (www.labjack.com)

[14] R.W. Clough, J. Penzien, "Dynamics of Structures, 3rd edition", Computers & Structures, Inc., Berkeley, 2003.

[15] M.I. Friswell, J.E. Mottershead, "Finite element model updating in structural dynamics", Springer, 2010.

[16] T. Marwala, "Finite Element model updating using computational intelligence technique: applications to structural dynamics", Springer, 2010.

[17] FiltrosAnalógicos. http://catarina.udlap.mx/u_dl_a/tales/documentos /lem/torres _d_ld /apitulo1.pdf. Realización activa en Matlab. UDLA.